

**DESARROLLO DE LA HABILIDAD PARA MODELAR SEGÚN EL MODELO DE
HOFFER, CON APOYO DE UN AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE**

Omar Libardo Santana Rodríguez

Director

Luis Bayardo Sanabria Rodríguez

Universidad pedagógica nacional

Faculta de ciencia y tecnología

Bogotá D.C.

2018

**DESARROLLO DE LA HABILIDAD PARA MODELAR SEGÚN EL MODELO DE
HOFFER, CON APOYO DE UN AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE**

Omar Libardo Santana Rodríguez

Trabajo de grado para optar por el título de:

Licenciado en Diseño Tecnológico

Director


Luis Bayardo Sanabria Rodríguez

Universidad pedagógica nacional

Faculta de ciencia y tecnología

Bogotá D.C.

2018

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>SEPTUAGINTA Y CINCO AÑOS DE FUNDACIÓN</small>	FORMATO	
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 3 de 98	

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado.
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central.
Título del documento	Desarrollo de la habilidad para modelar según el modelo de Hoffer, con apoyo de un ambiente virtual de aprendizaje.
Autor(es)	Santana Rodríguez, Omar Libardo.
Director	Sanabria Rodríguez, Luis Bayardo.
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2018. 89 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional UPN
Palabras Claves	MODELO COMPUTACIONAL; AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAJE; MODELO DE HOFFER; MODELO VAN HIELE; FASES DE APRENDIZAJE; HABILIDAD PARA MODELAR; ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA.

2. Descripción
<p>Este trabajo está pensado como sustento de grado de la licenciatura en diseño tecnológico por medio del desarrollo de espacios académicos de la maestría de tecnologías de la información aplicadas a la educación, donde se posibilito relacionar el desarrollo de un modelo computacional con la enseñanza de geometría en grado quinto del Colegio Marco Fidel Suarez I.E.D entorno a triángulos desde el modelo de Hoffer (1981) y Van Hiele (1959) para luego contrastarlo desde un ejercicio práctico entorno a las fases de aprendizaje con la habilidad para modelar. De allí surgen reflexiones entorno a la enseñanza aprendizaje de la geometría desde currículos abiertos y modelos que involucran el uso de TIC que van en contravía al precepto que la geometría es simplemente la representación axiomática de la realidad. De esta manera en este texto se expondrán el planteamiento de los 5 niveles de desarrollo geométrico de Van Hiele y sus fases de aprendizaje, la correlación de estos con las 5 habilidades que plantea Hoffer (1981), los estudios que se han hecho al respecto, el planteamiento de los desempeños académicos en relación a la normatividad vigente, proyección y paralelismo de actividades de fundamentación y ejercitación para la constitución de un ambiente virtual de aprendizaje y el desarrollo de un ejercicio práctico entorno a las fases de aprendizaje de Van Hiele que busca contrastar cualitativamente la viabilidad del planteamiento del modelo computacional con relación a la habilidad para modelar.</p>

3. Fuentes

Camargo, L. y Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. Revista Tecné, Episteme y Didaxis: TED. Rev. Fac. Cienc. Tecnol. no.32 Bogotá July/Dec. 2012. (http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001)

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2018). Informe por colegio, pruebas saber 3°, 5° y 9°. Recuperado de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co>

Galindo, C. (1996). Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría. (Licenciatura). Universidad Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia

Bressan, A., B. Bogisic, K. Crego (2000), Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica. Mirar, construir, decir y pensar. Buenos Aires.

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. The Mathematics Teacher, Vol. 74, No. 1 (January 1981), pp. 11-18. National Council of Teachers of Mathematics. U.S.

Van Hiele, P. M. (1959). A Child's Thought and Geometry. Washington. D.C.: NSF, 1984a. (Original work published in 1959)

Van Hile-Geldof, Dina. (1957). Dissertation of Dina van Hiele-Geldof Entitled: The Didactic of Geometry in the Lowest Class of Secondary School. Washington. D.C.: NSF, 1984a. (Original work published in 1957)

Crowley, M.L. (1987). The Van Hiele model of development of geometric thought. N.T.C.M: Learning and teaching geometry, k12, N.T.C.M. Reston. Pp 1-116. U.S.

Fouz, F. (2013). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Portal Web; Berritzegune de Donosti. España.

Beteta, M. (2017). Entornos virtuales para el aprendizaje de las matemáticas: análisis de una propuesta con tecnologías para la enseñanza de la geometría en el Programa de los Años Intermedios del IB. Colegio Hiram Bingham, Perú.

Vargas, G y Gamboa, R. (2012). El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría. Colegio técnico profesional de Puriscal y escuela de matemática, Universidad Nacional. Costa Rica.

Jaramillo, J. & Quintero, D. (2014). Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa el hormiguero (Maestría). Universidad libre seccional Cali, Colombia.

Sua, C. (2015). La demostración en geometría: procesos cognitivos y metacognitivos favorecidos por la inclusión de ambientes dinámicos (Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

López, O y Huertas, A. (2014). Andamiaje metacognitivo para la búsqueda de información (Ambi): una propuesta para mejorar la consulta en línea. Universidad Antonio Nariño. Colombia.

Jonassen, D. (1999). Designing Constructivist Learning Environments. Pennsylvania State University. U.S.

Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. Journal of Child Psychology and Psychiatry. Harvard University. U.S.

Piaget, J. (1929). The child's conception of the world. Routledge & Kegan Paul Ltd. London

Piaget, J. y Inhelder, B. (1967). The child's conception of space. Norton y Co. New York. U.S.

Vygotsky, L. (1926). Psicología pedagógica. Editorial El Trabajador de la Cultura. Moscú. Rusia.

García, S y López, O. (2008). La enseñanza de la Geometría. Instituto Nacional Para La Evaluación De La Educación. México.

Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. Revista Colombiana de Educación, N.º 60. Primer semestre 2011. Bogotá. Colombia.

Ministerio de educación nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Colombia. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerios de educación nacional. (2016). Derechos básicos de aprendizaje. Colombia. Recuperado de: https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Lenguaje.pdf

4. Contenidos

Este trabajo se compone de introducción donde se vislumbra el sentido que guio el estudio, la justificación que expresa el por qué y para qué del desarrollo del modelo computacional, el propósito que expone la problemática pretexto del ambiente de aprendizaje computacional y las acciones a desarrollar para solucionarla, los objetivos donde el general precisa determinar el efecto de un ambiente virtual de aprendizaje basado en el modelo Hoffer entorno a la habilidad para modelar en estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suarez. Y los específicos: verificar los antecedentes sobre desarrollos entorno al modelo de Hoffer con el fin de contrastar las oportunidades para el desarrollo del modelo computacional, establecer las relaciones paralelas entre los lineamientos educativos, las acciones del docente y el estudiante y las actividades a desarrollar (fundamentación y ejercitación) para constituir el modelo computacional, contrastar el modelo computacional a partir de los desarrollos planteados en la habilidad para modelar, por medio de una serie de acciones fundamentadas en las fases de aprendizaje de Van Hiel y evaluar la pertinencia y potencialidades del modelo de aprendizaje computacional desde los hallazgos, los antecedentes que abordan estudios e investigaciones en torno a geometría y ambientes virtuales de aprendizaje los cuales sustentan el desarrollo del modelo computacional, el marco teórico que fundamenta los referido a tres aspectos congruentes: lo pedagógico, lo tecnológico y lo geométrico, la metodología donde se describe la trayectoria cualitativa para la construcción del ambiente computacional, la descripción de la población y la descripción de instrumentos a utilizar, luego encontramos la descripción del ambiente de aprendizaje, seguido por la validación y contrastación de la habilidad para modelar a partir de las fases de aprendizaje de Van Hiele, el análisis y discusión de los resultado obtenidos en el ejercicio práctico de la contrastación de la habilidad para modelar con los estudiantes del colegio y las conclusiones donde se cavila y puntualiza los aciertos, las omisiones y las oportunidades de estudio, por último encontramos la bibliografía.

5. Metodología

Este trabajo se desarrolla bajo un método cualitativo, donde se describe el modelo computacional, se describe la población objeto del modelo, se describen los instrumentos que posibilitan la constitución de este modelo, se describe el ambiente virtual de aprendizaje y se evalúa la pertinencia de la habilidad para modelar desde el desarrollo de una serie de acciones a partir de las fases de aprendizaje de Van Hiele que se contrastan con el modelo computacional, través de un análisis cualitativo por observación, rúbrica de seguimiento y registro fotográfico. El modelo computacional, está constituido por tres actores principales, el maestro quien orienta el proceso de aprendizaje, el estudiante que interactúa con las herramientas dispuestas y se hace

responsable de su aprendizaje, y el ambiente virtual de aprendizaje que junto con las retroalimentaciones y andamiajes posibilita que el estudiante atienda al proceso y utilice los recursos disponibles para alcanzar los desempeños propuestos, seguido a ello se establece la descripción de los instrumentos a utilizar en el modelo computacional que son 4 (rúbrica de desempeños, rúbrica de acciones del estudiante y el docente, rúbrica de actividades del ambiente virtual de aprendizaje y rúbrica de acciones didácticas entorno a la habilidad para modelar desde las fases de aprendizaje de Van Hiele) los cuales permiten de manera finita poner en paralelo y congruencia lineamientos curriculares, actividades de fundamentación y ejercitación, acciones del estudiante y acciones del docente; teniendo como base la rúbrica de la intersección de las habilidades según Hoffer (1990), este modelo computacional propuesto, pretende convertirse en la alternativa a una clase tradicional de matemáticas que dinamice la enseñanza- aprendizaje de la geometría. La población con la cual se va a trabajar son estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suarez ubicado en el barrio ciudad Tunal de la localidad sexta, Tunjuelito en la ciudad de Bogotá, Colombia. La cual se encuentra entre los 10 a 12 años de edad, pertenecientes a estratos 1, 2 y 3 provenientes de las localidades de Ciudad Bolívar, Rafael Uribe y Tunjuelito quienes presentan bajo desempeño en el área de matemáticas según los resultados de las pruebas saber 2017

6. Conclusiones

A partir del planteamiento del modelo computacional y la contrastación de la habilidad para modelar se concluye:

*El 93% de los estudiantes evidenciaron desarrollos favorables en los ejercicios planteados desde las fases de aprendizaje de Van Hiele(1959), lo que permite deducir que la mayoría de los estudiantes mantuvieron un desempeño superior, y al revisar las fases de aprendizaje planteadas y contrastar con el planteamiento del modelo computacional en relación al nivel 2 de la habilidad para modelar, se evidencian los desempeños establecidos en uno de los instrumentos, los cuales son: deducir triángulos en objetos o artefactos a partir de la geometría de sus caras y construir estructuras sencillas con triángulos usando distintos materiales, por ende, se validaría el planteamiento del modelo computacional.

*Frente al objetivo planteado: determinar el efecto de un ambiente virtual de aprendizaje basado en el modelo Hoffer entorno a la habilidad para modelar en estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suarez; se puede afirmar con contundencia que a partir de la congruencia de las actividades diseñadas y proyectadas con el desarrollo del ejercicio práctico de validación de la habilidad para modelar desde las fases de aprendizaje de Van Hiele, se logró evidenciar que los estudiantes despertaban motivación por el área y adquirían conocimiento contextualizados y significativos, lo que pone en manifiesto la pertinencia y eficacia del modelo computacional.

*Como lo menciona Galindo (1996) en sus conclusiones se encuentran bondades en el modelo de Hoffer en geometría como el desarrollo de la creatividad por parte de los estudiantes y el ingenio, fue evidente en las estructuras aspectos como la técnica para construirlas; algunos estudiantes primero dibujaron la estructura sobre el papel y allí pegaron los espaguetis, luego ensamblaron los módulos, dicho ejercicio no se les orientó en clase sino que fue producto de los desarrollos en casa, lo que implica un nivel de ingenio, autonomía y metacognición. De allí que se resalte que la mayor riqueza del humano sea su ingenio y capacidad de reflexión.

* En la contrastación se mantiene relación con Crowley (1987) al propender que la enseñanza en geometría sea la ostentación de la realidad y sus fenómenos matemáticos, no obstante, se buscó a diferencia de su estudio que fuese el estudiante el actor principal de los desarrollos y quien pudiese establecer las relaciones y aprendizajes matemáticos entorno a los triángulos y sus propiedades, como se evidencia en los análisis de los estudiantes.

*El desarrollo del modelo planteado es una oportunidad, ya que los antecedentes demuestran que es posible entender temas como las matemáticas y la geometría por medio de entornos virtuales garantizando resultados positivos. Otro aporte que sustenta la eventualidad que el ambiente logre su objetivo, es el contenido teórico con el cual fue pensado el ambiente de aprendizaje computacional en una estrecha relación entre cada uno de los aspectos trascendentales como lineamientos, desempeños, acciones del docente, del estudiante, actividades de fundamentación, ejercitación y contrastación.

Elaborado por:	Santana Rodríguez, Omar Libardo.
Revisado por:	Sanabria Rodríguez, Luis Bayardo.

Fecha de elaboración del Resumen:	15	12	2018
--	----	----	------

Tabla De Contenido

Introducción.....	10
Justificación	13
Propósito.....	16
Objetivos.....	17
General.....	17
Específicos	17
Antecedentes.....	18
Marco Teórico	24
Metodología.....	36
Descripción Del Modelo	36
Descripción De La Población	38
Descripción De Instrumentos.....	39
Descripción Del Ambiente Virtual De Aprendizaje	41
Desarrollo Del Ejercicio Práctico Para la Contrastación De La Habilidad Para Modelar Del Ambiente De Aprendizaje Computacional.....	66
Análisis y Discusión De Resultados	78
De Los Estudiantes Sobre El Ejercicio De Estructuras	78
Del Desarrollo Del Ejercicio Práctico Para la Contrastación De La Habilidad Para Modelar Del Ambiente De Aprendizaje Computacional.....	85
Conclusiones.....	90
Bibliografía.....	95

Introducción

La geometría es el arte de pensar bien y dibujar mal, es una frase que se atribuye al polímata francés Henri Poincaré, la cual prescribe la dinámica de la geometría en su época, estamos hablando del siglo XIX, donde aún destellaba con fulgor las luces de la ilustración, y la razón era la única medida de lo absolutamente verídico y el estandarte de un prominente ejercicio académico, sin embargo, dicha premisa ha sido repensada y reestructurada a tal punto como lo menciona Camargo y Acosta (2012) en la revista *Tecné, Episteme y Didaxis* de la UPN que afirman: la geometría se ha vuelto una rama multifacética de las matemáticas. Su riqueza, producto de la estrecha relación con otros dominios matemáticos, las ciencias naturales y sociales y la vida cotidiana, abarca varias dimensiones. En su dimensión biológica, se relaciona con capacidades humanas como el sentido espacial, la percepción y la visualización. En su dimensión física, indaga por propiedades espaciales de los objetos físicos y de sus representaciones, modelando el espacio circundante. En su dimensión aplicada, se constituye en una herramienta de representación e interpretación de otras ramas del conocimiento. En su dimensión teórica, integra una colección de diversas teorías que han sido ejemplo de rigor y abstracción. La toma de conciencia de esta multidimensionalidad es debida probablemente al cambio en el punto de vista de la matemática en sí misma, que ha comenzado a verse como una actividad humana y no únicamente como una disciplina formal, por consiguiente, es la geometría un quehacer diario, una forma de estar en la vida, una oportunidad de descubrir, inventar e innovar, de allí que su enseñabilidad y educabilidad en la actualidad no sea la misma dinámica de hace dos siglos, por lo tanto es una oportunidad para la investigación y el desarrollo pedagógico.

Por lo anterior este artículo está pensado como sustento de trabajo de grado de la licenciatura en diseño tecnológico por medio del desarrollo de espacios académicos de la maestría de tecnologías de la información aplicadas a la educación, donde se posibilitó relacionar el desarrollo de un modelo computacional con la enseñanza de geometría en grado quinto del Colegio Marco Fidel Suárez I.E.D en torno a triángulos desde el modelo de Hoffer (1981) que retomando los estudios de Van Hiele (1959); planteo una innovadora dinámica de enseñanza de la geometría que rompe los paradigmas tradicionales y va en contravía al precepto que la geometría es simplemente la representación axiomática de la realidad. De esta manera en este texto se expondrán el planteamiento de los 5 niveles de desarrollo geométrico de Van Hiele, la correlación de estos con las 5 habilidades que plantea Hoffer (1981), los estudios que se han hecho al respecto, el planteamiento de los desempeños académicos en relación a la normatividad vigente, proyección y paralelismo de actividades de fundamentación y ejercitación que debe contemplar el ambiente virtual y el desarrollo de un ejercicio práctico entorno a la habilidad para modelar con el fin de evaluar cualitativamente la pertinencia del modelo de Hoffer con el ambiente virtual de aprendizaje.

Cabe resaltar que inicialmente este trabajo se desarrolló en conjunto con Manrique Andrés, Casa Natalia y Santana Omar hasta el planteamiento proyectivo del modelo computacional, como ejercicio interdisciplinar de las materias cursadas en la maestría tecnologías de la información aplicadas a la educación, luego cada uno, para acuse de tesis se enfocó en la contrastación de una habilidad planteada por Hoffer, por consiguiente este artículo guarda similitudes retóricas y de desarrollo con el de los estudiantes mencionados

pero cada trabajo representa una oportunidad distinta de contrastar el desarrollo en contexto de la habilidad visual, lógica y para modelar.

Justificación

Los estudiantes de grado tercero y quinto del Colegio Marco Fidel Suárez durante las pruebas saber realizadas en la institución en el año 2017 (ICFES, 2018), obtuvieron resultados negativos por encima de la media a nivel de la entidad territorial certificada y Colombia, en las áreas de matemáticas y humanidades. Sin embargo, dichos resultados contrastados con la entidad territorial certificada y Colombia no significaban una mayor diferencia en el desarrollo de las competencias, lo que permite inferir que existe una problemática generalizada que conlleva a preguntarse ¿que anda mal en los procesos de enseñanza aprendizaje que están generando bajo desempeño en las pruebas saber de dichas áreas?

En el desarrollo de la jornada del día E 2018 en el colegio distrital Marco Fidel Suárez, los profesores del área de matemáticas y áreas afines manifestaban que dicho resultado estaba relacionado con la falta de interés de los estudiantes que en cierta medida estaba influido por el sentido clásico de enseñanza y no le encontraban una relación práctica al área, lo que llevaba a preguntarse por la educatividad de los docentes, es decir, la dinámica con que cada educador pensaba la enseñanza y aprendizaje de los contenidos; allí surgió otra crítica; los docentes propendían por la enseñanza del contenido por el contenido más no del contenido intrínseco en una situación problémica del entorno, donde de manera latente dicho contenido diera paso a una situación que generara en el estudiante una visibilización de acciones que conllevaran a un aprendizaje significativo. Por consiguiente, como tareas y retos del quehacer pedagógico los docentes concertaron repensar su educatividad y explorar otras dinámicas ajustadas a las necesidades

contextuales del entorno para evaluar y reflexionar si dichas acciones promulgan por el éxito institucional.

Al hacer un análisis bibliográfico sobre la problemática se encontró para sorpresa que, a unas cuadas de allí, en la institución distrital Rafael Uribe Uribe la docente Galindo (1996) desarrolló un ejercicio investigativo como acuse de tesis para la universidad distrital Francisco José de Caldas entorno a la misma problemática, es decir, los bajos resultados académicos producto del desinterés de los estudiantes por la matemática, en este caso particular por la geometría, pero a partir de la implementación del modelo del profesor estadounidense Allan Hoffer (1981) basado a su vez en el modelo en geometría de los esposos Van Hiele (1956) se logró mejorar los resultados y sobre todo la percepción de los estudiantes por el área, en palabras textuales de Galindo: *vimos cómo el interés de algunos por aprender es básico; para otros, es simplemente un requisito u obligación impuesta por los padres. El anhelo por aprender hizo que el trabajo desarrollado fuera más motivante, esto trajo como consecuencia la facilidad para alcanzar resultados positivos. En el transcurso de la experimentación hubo momentos agradables durante los cuales se hizo manifiesta una contribución así fuera con un granito de arena al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría...los niños manifestaron creatividad e ingenio...la Tabla de Hoffer aporta pautas claras para plantear actividades constructivas que favorecen la comprensión y la motivación de los estudiantes.* Es de resaltar que el trabajo de Galindo aborda integralmente la situación dado que retoma en su ejercicio investigativo a Bishop (1989) quien aborda algunos obstáculos para el aprendizaje de la geometría afirmando que la geometría es la matemática del espacio y en esta omisión inician las dificultades de predisposición en la aprehensión geométrica, Hoffer (1981) quien plantea un modelo de la enseñanza de la geometría proponiendo una serie de

habilidades intersectadas con los niveles de pensamiento planteados por Van Hiele (1956), de igual manera Hoffer retoma los desarrollo de la profesora Crowley quien fuese de las primeras académicas matemáticas en aplicar el modelo de Van Hiele proponiendo una serie de acciones entorno a triángulos y cuadriláteros evidenciando las bondades de dicho modelo en la transformación clásica de la enseñanza canónica de la geometría. No obstante, dichos trabajos no ahondaron en la incorporación de TIC como herramienta didáctica en estos procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría, de allí que este trabajo tenga importancia en su proyección dado que se cuestiona por ¿cuál sería el efecto de la interacción de los estudiantes con un ambiente virtual de aprendizaje basado en el modelo de Hoffer (1981) contrastando únicamente la habilidad para modelar?

Es así como este trabajo parte de dicha necesidad y dicho estudio como una oportunidad para el desarrollo reflexivo entorno al planteamiento de un modelo computacional en geometría para grado quinto entorno a triángulos, que propenda por el aprendizaje significativo desarrollando competencias en el estudiante a través de un ambiente virtual, de tal manera, que se consolide como una propuesta para mitigar el desinterés de los estudiantes, dinamizar la educatividad del docente e innovar en la aplicación del modelo propuesto por Hoffer (1981), cabe aclarar que este trabajo es de orden cualitativo donde se describirá los hallazgos y potencialidades del modelo computacional manifiesto, cotejando como muestra la habilidad para modelar.

Propósito

Este trabajo busca generar un análisis cualitativo partiendo del desarrollo proyectual de un modelo computacional que involucre los conocimientos construidos en los espacios académicos de la maestría de tecnologías de la información aplicadas a la educación de la Universidad Pedagógica Nacional, de tal manera que se convierta en eje para el desarrollo de futuros ejercicios didácticos como educadores en tecnología e informática, propendiendo por la misión de la universidad de investigar, producir y difundir conocimiento profesional docente, educativo, pedagógico y didáctico. Luego se contrastará la habilidad para modelar del ambiente virtual de aprendizaje por medio de un aplicativo y algunas acciones físicas derivadas de este, en el grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suárez ubicado en el barrio ciudad Tunal de la localidad sexta de Tunjuelito de la ciudad de Bogotá.

Objetivos

General

Determinar el efecto de un ambiente virtual de aprendizaje basado en el modelo Hoffer entorno a la habilidad para modelar en estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suárez.

Específicos

- Verificar los antecedentes del problema con el fin de contrastar las oportunidades de desarrollo.
- Establecer las relaciones paralelas entre los lineamientos educativos, las acciones del docente y el estudiante y las actividades a desarrollar (fundamentación y ejercitación) para constituir el modelo computacional.
- Contrastar el modelo computacional a partir de los desarrollos planteados en la habilidad para modelar, por medio de una serie de acciones fundamentadas en las fases de aprendizaje de Van Hiele.
- Analizar cualitativamente los resultados de la ejecución de las actividades de la habilidad para modelar.
- Evaluar la pertinencia y potencialidades del modelo de aprendizaje computacional desde los hallazgos de la ejecución de la habilidad para modelar.

Antecedentes

Para concertar los antecedentes del trabajo, se hizo un análisis bibliográfico en tres ejes académicos: investigaciones o artículos entorno al modelo de Van Hiele y Hoffer, planteamiento de ambientes virtuales en geometría y literatura en pedagogía computacional, de esta manera encontramos los siguientes desarrollos y autores:

En Colombia, Bogotá (1996) en el actual colegio distrital Rafael Uribe Uribe, en ese entonces unidad básica, la Licenciada en matemáticas Galindo de la universidad distrital Francisco José de Caldas desarrolló una investigación desde la práctica pedagógica, entorno a la teoría propuesta por Van Hiele (1959) y Hoffer (1981), adaptada a la enseñanza de rotación de figuras en grado sexto, para ello tomo la tabla propuesta por Hoffer que contiene las intersecciones de las habilidad y los niveles de pensamiento de Van Hiele y las diligenció con los logros que debía alcanzar el estudiante. Las conclusiones y hallazgos del ejercicio a modo general fueron: el modelo dinamiza la forma tradicional de enseñar la geometría, los estudiantes solo alcanzaron con éxito en cada habilidad hasta el nivel 2, es decir el de análisis, sin embargo, hay una variable extraña que fue la limitante de tiempo de las sesiones, pese a ello se destaca la creatividad y el ingenio de los estudiantes. Esta autora fue el epicentro para el desarrollo académico propuesto en este trabajo, dado que se pretendía emular su investigación, pero transmutándola a un ambiente virtual, es decir, seguir su metodología curricular y práctica, pero mediada por un modelo computacional, sin embargo, se optó por trabajar triángulos en lugar de rotaciones y a raíz de sus hallazgos se proyectó solo hasta el nivel 4 los planteamientos didácticos del ambiente. Se espera con este trabajo evidenciar un planteamiento del modelo de Hoffer más dinámico y contemporáneo en relación a los desarrollos de Galindo.

De igual manera encontramos el trabajo de la matemática y profesora, Crowley (1987) en el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics) en estados unidos, quien socializó y publicó un ejercicio entorno a las propiedades de triángulos y cuadriláteros con base en la teoría de la pareja de esposos matemáticos Van Hiele, con el fin de evidenciar las bondades y oportunidades de mejoramiento de dicha teoría, este estudio ha sido referenciado en varios ejercicios investigativos basadas en los planteamiento del modelo Van Hiele (1959) y el modelo de Hoffer (1981), convirtiéndose en uno de los derroteros para el desarrollo geométrico posmoderno, para nuestro caso guarda una estrecha relación al tema curricular que vamos abordar que son los triángulos. Sin embargo, el planteamiento de dicha investigación es de orden clásico en relacionas a formas de enseñanza ya que se sigue manteniendo la unidireccionalidad del proceso, donde el docente orienta una serie de actividades y los dicentes siguen dicha orientación. Se rescata las bondades de algunas actividades que pueden ser llevadas al ámbito virtual y hacerse más dinámicas, como son los ejercicios con tramas e interrelación de figuras. Se espera evidenciar gran parte de las actividades pensadas por Crowley, pero mediadas por Tics, que se sustenten en ejercicios de retroalimentación y bi-direccionalidad desde los principios de enseñabilidad y educabilidad.

Otro trabajo que explica y muestras las características del modelo de Van Hiele es el artículo de Fouz (2013) de España, que se titula: *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*, producto de algunas charlas donde expone las potencialidades de dicho modelo para organizar la promoción de la geometría, sin embargo, señala que, aunque el modelo es de los cincuenta no ha perdido vigencia dado el desarrollo didáctico de la actualidad, por ende, se visibiliza como herramienta para generar currículos abiertos en geometría, dicho artículo se desarrolla entorno a la explicación de los niveles y como se

interrelacionan jerárquicamente a través de unas fases de aprendizaje que son etapas organizadas e intencionadas para la graduación y disposición de las actividades que debe desarrollar el estudiante para adquirir la experiencia que lo lleve a un nivel superior de raciocinio geométrico, tales fases son: información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración. De igual manera, Fouz aclara que aunque el modelo representa una gran oportunidad para la transformación de la enseñanza geométrica; no es un panacea dado que pueden surgir algunas variaciones en relación a lo esperado pero posibilita ordenar el pensamiento a partir de dos elementos importantes: el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos, luego categoriza las acciones que se pueden desarrollar en cada nivel y como secuencialmente posibilitan el éxito en la enseñanza aprendizaje de cualquier contenido geométrico, para ello plantea un ejemplo con triángulos y cuadriláteros. Este trabajo tiene relevancia para el proyecto dado que da las pautas accionarias para aterrizar los contenidos curriculares en un modelo computacional y contrastarlos teniendo presente el nivel de pensamiento y las fases didácticas.

En relación al desarrollo de ambientes virtuales encontramos en Perú a Beteta (2017), quien realizó una investigación donde se hizo el análisis de entornos virtuales de aprendizaje (EVA) en matemáticas enfocados en el desarrollo de la geometría siguiendo el modelo de Van Hiele, a partir de la metodología TPACK, que se centra en el conocimiento pedagógico tecnológico disciplinario (technological pedagogical content knowledge) producto de la triada del conocimiento pedagógico disciplinario, el conocimiento tecnológico disciplinario y el conocimiento tecnológico pedagógico. Permitiendo obtener como resultado de esta investigación, que dicha metodología funciona coherentemente al modelo van Hiele, puesto que los estudiantes que interactuaron con el ambiente lograron evidenciar una evolución entre niveles dado los conceptos declarados, ratificando que la

comprensión de un concepto como una idea importante permite a los estudiantes formular principios, generalizaciones y teoría. Esta investigación es la evidencia fáctica en parte de lo que se espera desarrollar, con tres apelativos; el primero es el tema curricular, el segundo, que dicho ambiente está desarrollado desde el modelo de Van Hiele, es decir simplificado en relación al de Hoffer y tercero la metodología dado que este trabajo será de orden descriptivo.

En relación a lo pedagógico social sobre el modelo de Van Hiele encontramos el artículo de Vargas y Gamboa (2012) en Costa Rica titulado *el modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría*, el cual aborda la aplicación del Modelo de razonamiento Geométrico de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. De igual manera se reflexiona sobre la importancia de estudiar geometría, lo que esto implica para la sociedad moderna y aborda las dificultades que se presentan en los procesos de enseñanza-aprendizaje. En dicho artículo encontramos aseveraciones como: la geometría se constituye en el lenguaje a través del cual entendemos nuestra realidad, el conocimiento geometría es parte del quehacer diario, es una vivencia social que nos determina siendo así un idioma universal, lleno de historicidad e importancia cultural; pero la enseñanza tradicional de las escuelas no reconoce ello y sesgan la geometría desde sus clases magistrales. Seguido a ello se hace el análisis y descripción del modelo de Van hiele resaltando sus bondades didácticas, es así como este artículo posibilita para este trabajo el reconocimiento de esa historicidad de la geometría, de ese sentir que entraña, así que las actividades pensadas a partir del modelo de Hoffer se harán en función del entorno, de reconocer la geometría como un estar del humano en la realidad que dinamiza su vida posibilitando transformarla.

En la línea técnica de AVA, en Cali, Jaramillo y Quintero (2014), desarrollaron un proyecto basado en la elaboración de un ambiente virtual para las competencias

matemáticas centrado en el pensamiento aleatorio de estudiantes de cuarto de primaria, tras un estudio cualitativo descriptivo obtienen como resultado respuestas de los estudiantes donde afirman que la herramienta facilita la comprensión y aplicación de los contenidos de la clase. Aunque este estudio no guarda mayor relación con el propósito curricular de este trabajo se rescata la implementación de Tics para mediar los procesos de enseñabilidad y educabilidad en el área de matemáticas, que como ya se mencionaba en la introducción de este texto ha mantenido cierto dejo de intransigencia y desasosiego en su dinámica tradicional de educatividad, lo que no necesariamente indica que sea un dilema de la matemática sino de los actores que la median, por ello el uso de Tics se convierte en una oportunidad para transmutar sus procesos educativos en relación a las necesidades educativas del vertiginoso siglo XXI.

De igual manera encontramos el artículo andamiaje metacognitivo para la búsqueda de información (Ambi): una propuesta para mejorar la consulta en línea de López y Huertas (2014), el cual aborda el diseño de andamiajes computacionales en TIC para desarrollar habilidades metacognitivas en la búsqueda de información, en dicho se expone los distintos tipos de andamiajes, sus funcionalidades y como debe darse su desvanecimiento en relación a la transferencia de responsabilidad por parte del estudiante. Independientemente los resultados expuestos en el artículo que ciertamente son positivos se toma como insumo para el desarrollo de este trabajo lo correspondiente a andamiajes para inmiscuirlos en el desarrollo del modelo computacional y evidenciarlos en el ejercicio práctico con el aplicativo para la contrastación de la habilidad para modelar

Por último, en nuestra alma mater, la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia, Sua (2015), se realizó una revisión bibliográfica con el fin de indagar por los procesos cognitivos y metacognitivos que tienen lugar en el marco de la resolución de

problemas, cuando esta corresponde a la demostración de enunciados geométricos, que involucran ambientes virtuales que integran representaciones geométricas. Donde se encontró que los ambientes geométricos dinámicos, ayudan potencialmente a la resolución de problemas ya que la interacción con ellos permite el desarrollo cognitivo y metacognitivo. Dicho análisis posibilitó determinar un aspecto trascendental para el planteamiento del modelo del ambiente virtual de aprendizaje de este trabajo y es la relación de sus actividades con elementos del entorno de tal manera que se contextualice el conocimiento expreso en las actividades de fundamentación y ejercitación por medio de situaciones problémicas y demostrativas del entorno o la historicidad humana.

Es importante mencionar que los antecedentes mencionados anteriormente es solo una pequeña parte de la bibliografía que se encuentra en línea indexada o en bibliotecas, pero para el caso particular de este trabajo son insumos bastante enriquecedores que constatan y nutren el desarrollo retorico y procedimental del proyecto en relación a lo tecnológico, pedagógico y matemático. Sin embargo, cada uno de los trabajos mencionados guardan estrecha relación en el ánimo de generar estrategias didácticas que posibiliten una sinergia en los principios pedagógicos de enseñabilidad, educabilidad y educatividad.

Marco Teórico

El desarrollo del modelo computacional para el ambiente de aprendizaje virtual suscita una serie de preguntas: ¿Cómo se relaciona lo pedagógico y lo computacional? ¿Qué características tiene un ambiente de aprendizaje virtual? ¿Cómo transmuta lo tecnológico entorno a lo pedagógico?, ¿Qué impacto en el aprendizaje permite un ambiente virtual?, pero quizás las respuestas se empiecen a visibilizar desde la premisa que un ambiente de aprendizaje virtual debe responder a las necesidades del estudiante frente a un objeto de estudio predeterminado, permitiendo la interacción entre el usuario y el sistema, sin el docente como el actor principal, quien en este caso ocupa la función de facilitador de las herramientas necesarias para que el estudiante desarrolle sus estrategias de aprendizaje. Por ejemplo, Jonassen (1999) define un modelo para la construcción de ambientes de aprendizaje constructivistas, centrados en el aprendiz durante la construcción del conocimiento. Describe la estructura de un ambiente por medio de: problema, casos relacionados, recursos de información, herramientas cognitivas, herramientas de colaboración y apoyo del contexto. Agrega que estas son desarrolladas junto con las herramientas de apoyo instruccional como el modelado el entrenamiento y los andamiajes. De allí que para nuestro caso particular adaptemos a partir de la siguiente tabla, los aspectos representativos a tener en cuenta para el planteamiento del modelo del ambiente de aprendizaje computacional.

PREGUNTA, CASO O PROBLEMA	Estos se convertirán en la meta de aprendizaje, a su vez descrito por el contexto como parte esencial del problema, la representación trata la forma en que es presentado y espacio de manipulación,
---------------------------------	--

	donde el estudiante está en contacto con el problema propone crea discute sobre una simulación del escenario real.
CASOS RELACIONADOS	Se presentan sistemáticamente como referencia para los estudiantes novatos. La comprensión requiere de la experiencia con la que los novatos no cuentan.
RECURSOS INFORMATIVOS	Los estudiantes que se interesen por las preguntas de investigación necesitan que les permita recrear sus modelos y formular hipótesis para dirigir el desarrollo del problema.
HERRAMIENTAS COGNITIVAS	En el sentido que se le otorga complejidad a las tareas que desarrolla el estudiante necesitará de apoyo para su realización. Por tanto, es importante proveer estas herramientas que le permitan la obtención de andamiajes o relaciones necesarias para obtener habilidades meta cognitivas.
HERRAMIENTAS DE COLABORACIÓN	Definen como los ambientes constructivistas de aprendizaje pueden colaborar con comunidades que construyen conocimiento por medio la comunicación colaborativa con otras comunidades.
APOYO SOCIAL	Está dado en los cambios ambientales y al entorno que afecten significativamente al ambiente de aprendizaje.

<p>APOYO INSTRUCCIONAL</p>	<p>El modelado existe en dos formas: modelar el comportamiento de manera abierta y modelar los procesos cognitivos de manera encubierta. El entrenamiento es un proceso motivacional para el estudiante, analizando su funcionamiento, y otorgando retroalimentación en el mismo, ayudándole a desarrollar habilidades clave. El andamiaje es un sistema para apoyar al estudiante.</p>
--------------------------------	---

Tabla 1. Modelo de Jonassen (1999).

Dentro de estos aspectos surge un elemento importante que es el andamiaje, el cual se constituye como la o las estrategias diseñadas por el maestro para que los estudiantes sin distinción alguna alcancen el logro de aprendizaje, y de esta forma también establecen comportamientos que les permiten regular su aprendizaje. Los andamiajes se caracterizan por tener: objetivos de aprendizaje, los cuales configuran metas de aprendizaje para el estudiante; apoyo social por parte del maestro para el estudiante que depende del nivel de avance respecto al objetivo educacional; el profesor constantemente evalúa el apoyo que requiere cada estudiante en función de sus necesidades educacionales; y por último en circunstancias de aprendizaje no existe el desvanecimiento total del apoyo social. (Wood et al., 1976). Este apoyo social suministrado por el profesor trata de cómo maestro y estudiante se involucran en el desarrollo de la tarea, en primer lugar, con participación más activa del profesor que cede el protagonismo al estudiante en la medida que demuestra haber desarrollado determinado dominio en el conocimiento específico, en ese momento el profesor desvanece gradualmente su acompañamiento para que el estudiante maneje de

forma autónoma su proceso. Por consiguiente, dentro del modelo computacional proyectado se establecerán andamiajes de orden conceptual en la fundamentación, procedimentales en la ejercitación y metacognitivos en proceso de seguimiento general, de manera que se propenda por el desarrollo de competencias y autorregulación en el estudiante.

Por otro lado, el ambiente computacional de aprendizaje a desarrollar se basa en el modelo de Hoffer aplicado al aprendizaje de triángulos y sus propiedades, por consiguiente, es importante escudriñar en las implicaciones del desarrollo de habilidades en geometría para ser asertivos en el planteamiento de los desempeños que guiaran el proceso y las actividades que concretaran el ambiente virtual, para ello es importante recordar que Alan Hoffer (1981) fue profesor de la universidad de Oregón y profesor de secundaria; a lo largo de su experiencia docente encontró que los estudiantes presentaban problemas en el área de matemáticas, no les resultaba fácil el entendimiento de la geometría. Después de indagar descubrió que la respuesta de muchos de los estudiantes era que no logran entenderla bien, porque simplemente no les gustaba la geometría y solo lo veían como una tarea de memorización. A partir de esto Hoffer sugiere que se deberían desarrollar cinco habilidades en la geometría, la habilidad visual, la habilidad verbal, la habilidad lógica, la habilidad para modelar y la habilidad para dibujar. Estas cinco habilidades se desarrollan pasando por los cinco niveles que plantean los Van Hiele hasta alcanzar el nivel de rigor. A continuación, se muestra una tabla que describe brevemente las implicaciones de cada habilidad y que dan luces para el desarrollo de este trabajo.

HABILIDAD VISUAL	Se obtiene la información por medio de la observación.
HABILIDAD VERBAL	Capacidad de describir adecuadamente las características de un elemento geométrico.
HABILIDAD LÓGICA	Desarrolla el criterio para evidenciar las soluciones rápidas y los argumentos correctos o incorrectos.
HABILIDAD PARA DIBUJAR	Interpreta las ideas y las representa de manera gráfica.
HABILIDAD PARA MODELAR	Explica sus ideas y propuestas por medio de modelos y prototipos.

Tabla 2. Modelo de Hoffer (1981).

A partir de lo anteriormente expuesto se puede reiterar en dos aspectos, el primero que la necesidad de la cual partió Hoffer para el desarrollo de su modelo guarda estrecha relación a la justificación y propósito expuesto en este trabajo; la falta de interés de los estudiantes por la matemática y la errónea idea de las implicaciones de la geometría, segundo la enseñanza de la geometría desde las habilidades posibilita desglosar la geometría clásica y encajarla en una dinámica integral dada las dimensiones del sujeto, sin embargo, queda aún por analizar la relación de las habilidades de Hoffer con los niveles de pensamiento de Van Hiele para hacer más finito el planteamiento del modelo computacional de aprendizaje.

Los niveles de Pensamiento fueron desarrollados y publicados por el matrimonio Pierre Marie Van Hiele y Diana Van Hiele-Geldof (1957) a partir de un estudio doctoral, ellos plantean que existen 5 niveles de entendimiento ascendentes en las matemáticas y más específicamente en la geometría: nivel 1; visual o reconocimiento, nivel 2; análisis, nivel 3; ordenación o clasificación, nivel 4; deducción y nivel 5; rigor. Estos niveles describen las características del proceso de pensamiento en relación a la interactividad del estudiante con los contenidos para obtener experiencias de aprendizaje, dado que el conocimiento surge de la interacción entre el estudiante y el mundo. A continuación, se muestra un gráfico que describe dichos niveles y su relación jerárquica:

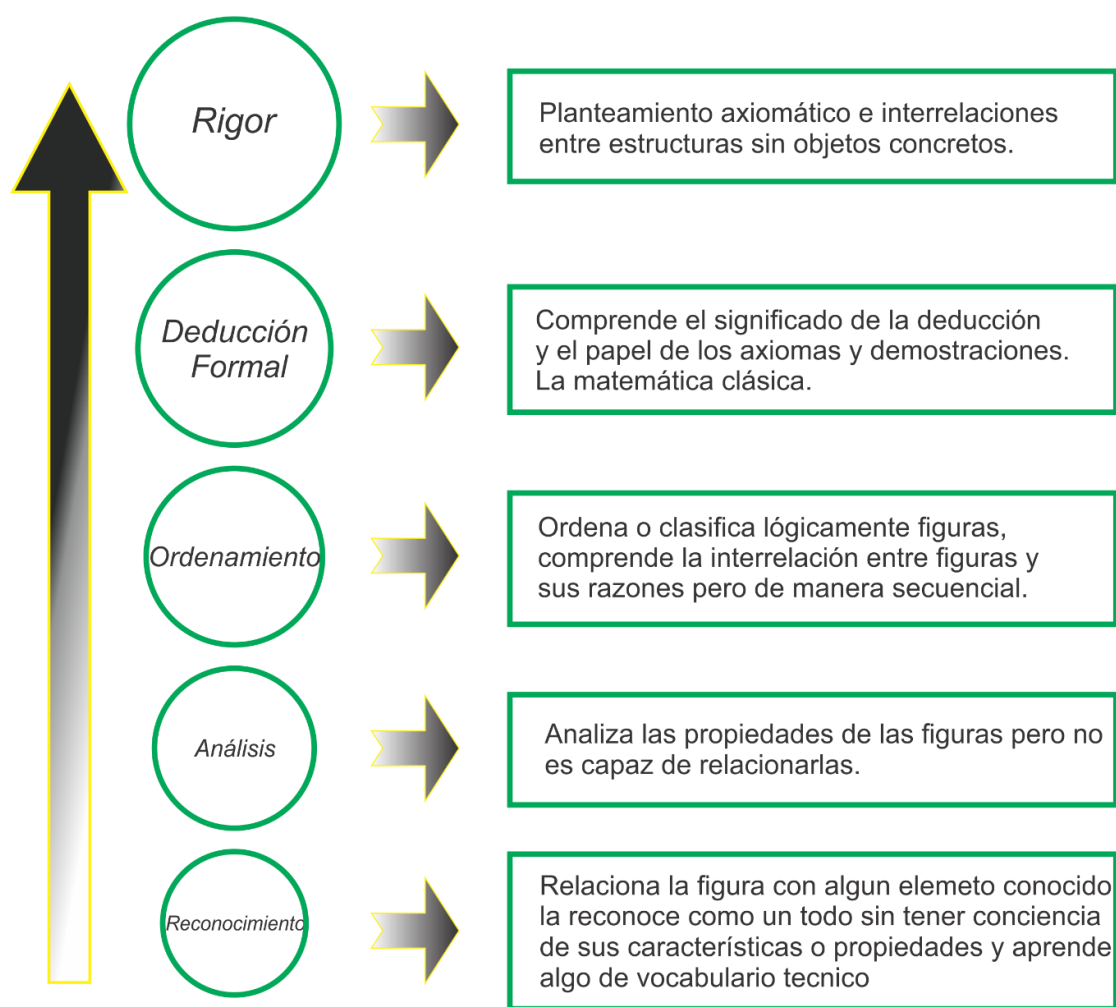


Figura 1. Modelo de Hoffer

Para el desarrollo y cabalidad académica de estos niveles se plantean 4 premisas imperativas, que estarán latentes en el ambiente de aprendizaje computacional que se pretende desarrollar.

1. No se puede alcanzar un nivel sin haber pasado por el anterior
2. Lo explícito de un nivel, se vuelve implícito en el siguiente.
3. Dos estudiantes con distinto nivel no llegarán a entenderse, por ende, no podrán trabajar en equipo.
4. Cada nivel posee su lenguaje y símbolos característicos.

Dentro de la dinámica de estos niveles de pensamiento surge la pregunta: ¿cómo organizar las actividades en cada nivel de manera que posibiliten al estudiante promover al siguiente? De allí surge otro planteamiento complementario de Van Hiele dentro de su modelo referido a las fases de aprendizaje (Fouz, 2013) que son etapas organizadas e intencionadas para la graduación y disposición de las actividades que debe desarrollar el estudiante para adquirir la experiencia que lo lleve a un nivel superior de raciocinio geométrico, tales fases son:

1. Información: Se relaciona con los conocimientos previos del estudiante, para ello deben evocarse por medio de la pregunta, esta fase es oral y busca analizar de donde parte el estudiante y hacia donde puede proyectarse.
2. Orientación dirigida: Se resalta la didáctica del docente en esta fase, dado que debe plantear acciones que posibiliten en el estudiante la construcción del conocimiento; a través de la investigación, la consulta, la experimentación, el descubrimiento, entre otras. De tal manera que se generen acercamientos intencionados y ordenados sobre ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc.

3. Explicación: Es el intercambio de ideas y experiencias entre el estudiante y el docente, donde este último debe efectuar acciones de verificación de la fase de orientación, y correcciones entorno al lenguaje y la significatividad de los contenidos. De igual manera la interacción entre estudiantes permite que mutuamente se retroalimenten. El fin de esta fase es llegar a conclusiones de manera consensuada, verídica y técnica.
4. Orientación libre: Es el desarrollo de actividades más complejas que posibiliten aplicar lo anteriormente adquirido o aprendido tanto de los contenidos como su lenguaje. Estas actividades deben estar referidas a problemas o necesidades contextuales que generen un desarrollo potencial en el estudiante.
5. Integración: En esta fase no se trabaja nada nuevo, solo se sintetiza lo trabajado, así que básicamente en términos cognitivistas sería la acomodación de los conocimientos construidos, es decir, la incorporación de los nuevos esquemas mentales a la estructura cognitiva. Para ello se pueden hacer actividades de nivelación, validación, contrastación, entre otras.

Por último, para el desarrollo del ambiente virtual de aprendizaje se hace necesario revisar los referentes pedagógicos que son la columna vertebral del modelo computacional, para nuestro caso abordaremos el desarrollo del planteamiento desde la corriente constructivista; la cual se pretende entregar herramientas para que el estudiante construya por sí mismo soluciones frente a las necesidades del aprendizaje que se le pueden presentar en el ambiente computacional, donde se tiene presente los saberes previos del estudiante y las necesidades de su contexto. Como lo manifiesta Piaget (1929) quien planteaba que era necesario la interacción del sujeto con el ambiente para desarrollar la capacidad de

enfrentarse a éste y a cualquier otro; proceso de aprendizaje que se daba, del interior de individuo hacia el exterior, en dos momentos uno de asimilación donde el estudiante confrontaba una nueva situación, un nuevo saber y un momento de acomodación donde el estudiante reestructuraba sus esquemas mentales e incorporaba los nuevos conocimientos construidos.

En el caso de Vygotsky social (1926) manifiesta que la colaboración con la sociedad garantiza una retroalimentación constante para enfrentar los problemas que se puedan presentar, de allí que el aprendizaje se de afuera del individuo hacia dentro de este, para ello Vygotsky plantea lo que denomina ZDP (Zona de desarrollo próximo) que consiste en el medio que rodeaba al estudiante, la cual se divide en una zona de desarrollo real, es decir el estado natural del estudiante y una zona de desarrollo potencial que se refiere a los elementos de aprendizaje que puede incorporar a sus estructuras mentales para transformarlo, todo esto por medio de andamiajes que son por así decirlo, aquellos elementos que antepone la sociedad al individuo para facilitar su aprendizaje y que luego desaparecen una vez cumplido su objetivo. Ambos teóricos proponen que la mejor forma para que el estudiante pueda aprender es por medio del juego, ya que dicha actividad predispone la activación cognitiva del sujeto y posibilita una reestructuración a los esquemas mentales de una manera más dinámica. Por ello para el desarrollo de la propuesta del modelo computacional se tendrán en cuenta aspectos como la relación de los contenidos con elementos del entorno, saberes previos del estudiante, implementación de juegos o ambientes que sugestionen la creatividad, y dos fases para el desarrollo de cada intersección de la habilidad con el nivel; una de fundamentación y otra de ejercitación, de esta manera el estudiante podrá contrastar lo teórico con lo práctico y lo práctico con el entorno.

De otro lado surge el interrogante; ¿Por qué la importancia de la geometría en el currículo escolar?, lo cual suscita algunos apartes anteriores de este trabajo: la geometría es una forma de estar en el mundo, que se vivencia y utiliza diariamente de manera directa o indirecta, de allí que tenga relevancia su conocimiento, como lo menciona García y López (2008): Los matemáticos y filósofos griegos, amantes y buscadores incansables de la verdad, tenían en alta estima a la Geometría porque para ellos representó un cuerpo de conocimientos que eran verdaderos y que, además, podía demostrarse que lo eran, que no dependían del humor de las personas ni de los dioses; a tal grado llegó esta valoración, que en la Academia, la escuela filosófica de Platón, estaba escrito: “Nadie entre aquí que no sepa Geometría”. No obstante que la palabra Geometría significa medida de la tierra, que hace alusión a su origen práctico, a partir de los griegos y hasta la actualidad lo que se estudia en Geometría dista mucho de ser sólo lo que fue en sus inicios. Las personas desde que nacen generan una percepción del espacio que ocupan y a medida que se desarrollan dichas percepciones se retroalimentan y empiezan a determinar las interacciones con el medio, lo que debe buscar la educación en geometría es que las personas prescindan de sus percepciones a priori para determinar situaciones a posteriori a partir de tres dimensiones: conceptualización, investigación y demostración, de allí que el trabajo del docente no sea solo un ejercicio unidireccional axiomático sino una dinámica transformadora donde el estudiante puede ser, a través de la resolución de problemas desarrolle estas dimensiones y las interrelacionen para la construcción de nuevos conocimiento geométricos.

De igual manera Piaget e Inhelder (1967) en sus investigaciones sobre el desarrollo cognitivo de los niños en geometría plantearon tres niveles de desarrollo de la habilidad para justificar, es decir hacer predicciones y argumentarlas (Camargo 2011): el primer nivel (7-8 años) los niños proceden en sus exploraciones de manera desordenada y sin un plan

definido, segundo nivel (8-12 años): los niños hacen exploraciones y sacan conclusiones con base en una inducción empírica pues el carácter de sus exploraciones es anticipatorio y propositivo y el tercer nivel (11 -12 años en adelante): los niños realizan inducciones empíricas, establecen hechos geométricos y buscan justificarlos por vía deductiva, aunque también razonan deductivamente sobre afirmaciones de las cuales no tienen evidencias empíricas sólidas; estos tres niveles tienen validez dado los experimentos hechos por Piaget de las potencialidades que presentan los niños dada su edad y sujeto a un desarrollo normal, permitiendo inferir al docente que acciones se pueden planear que sean acordes a estos desarrollos y propicien un aprendizaje geométrico significativo. En el texto de Camargo (2011) también se resalta la discusión entre Piaget y los esposos Van Hiele, pues a diferencia de Piaget, los van Hiele no establecen una conexión directa entre el nivel de razonamiento y la edad. Por el contrario, cada vez que los estudiantes se aproximan a un nuevo objeto de conocimiento, pasan por cada uno de los niveles de razonamiento, independientemente de la edad, aunque el tránsito de un nivel a otro si puede ser más veloz en estudiantes con mayor edad y experiencia. De igual manera, los van Hiele objetaron la tipología establecida por Piaget pues consideraban que esta se basa en comparar la manera de razonar en cada nivel con relación a la lógica matemática, centrando la atención en lo que no pueden, o pueden hacer los estudiantes con respecto a ella, mientras desde su punto de vista, Piaget no parecía admitir que los objetos de conocimiento eran diferentes en cada nivel, por lo que no tenía sentido preguntarse sí en el primer nivel los estudiantes lograban cierta destreza en el razonamiento deductivo. Esta discusión permite concluir para el desarrollo de este trabajo que se deben pensar los desempeños y acciones del estudiante en el modelo computacional teniendo presente que los estudiantes de grado quinto se encuentran entre los 9 y 12 años de edad, es decir en el segundo nivel, por ende, sacan

conclusiones por inducción empírica, es decir, que su experiencia sensitiva determine sus estructuras mentales, de allí que la relación geométrica de las acciones didácticas con el contexto determine el éxito de los procesos de enseñanza-aprendizaje para el modelamiento geométrico.

Metodología

Este trabajo se desarrolla bajo un método cualitativo, donde se describe el modelo computacional, se describe la población objeto del modelo, se describen los instrumentos que posibilitan la constitución de este modelo, se describe el ambiente virtual de aprendizaje y se evalúa la validez la habilidad para modelar del modelo computacional, través de un análisis cualitativo por observación y registro fotográfico de las acciones desarrollas a partir de las fases de aprendizaje. A continuación, se describe cada una de las categorías de análisis mencionadas:

Descripción Del Modelo

El modelo computacional propuesto, pretende convertirse en la alternativa a una clase tradicional de matemáticas, donde se observa con preocupación que el propósito fuese el de adquirir un conocimiento memorístico, aplicado solamente en la comprobación de los postulados hechos por teóricos del campo. De este modo desconoce las habilidades que desarrolla el estudiante en la interacción con el objeto conocimiento, para este caso la geometría, en el camino para obtener los diferentes logros de aprendizaje (Hoffer, 1981).

El software posee el dominio de conocimiento, que para la presente propuesta de investigación es de los triángulos y sus propiedades. En su estructura contiene también, andamiajes metacognitivos procedimentales y conceptuales, para el desarrollo de actitudes que generen en el estudiante control sobre su proceso de aprendizaje. El ambiente hipermedia debe estar en la capacidad de brindar las herramientas para que el estudiante solucione problemas geométricos de triángulos y al mismo tiempo adquiera un nivel de conocimiento mayor, en las diferentes habilidades propuestas por medio de la ejercitación.

A continuación, se describe de forma general el ambiente computacional y de cómo este promueve el desarrollo de las habilidades geométricas.

El ambiente computacional, está constituido por tres actores principales, el maestro quien orienta el proceso de aprendizaje, el estudiante que interactúa con las herramientas dispuestas y se hace responsable de su aprendizaje, y por último el ambiente de aprendizaje que junto con las retroalimentaciones y andamiajes posibilita que el estudiante atienda al proceso y utilice los recursos disponibles para alcanzar los desempeños propuestos

Las características que posee este ambiente hipermedia están dispuestas en este sentido, el software presenta una serie de metas de aprendizaje para que el estudiante seleccione una, para esto el recurre a preconceptos y el interés que le genere cada una de las temáticas establecidas, otra característica es que el ambiente de aprendizaje ayuda a monitorear su aprendizaje a través de mensajes metacognitivos, o autoevaluaciones para el objetivo parcialmente alcanzado y por último realiza un repaso o feedback al finalizar cada una de las actividades propuestas eso posibilita observar el panorama real del estado de aprendizaje, la sumatoria de estos acontecimientos pretende que el estudiante consolide comportamientos o actitudes que le ayuden a regular su comportamiento.

La interfaz gráfica permite una fácil lectura de las opciones para los usuarios de corta edad, permitiendo que accedan a la información y a las actividades de manera simple para que de esta forma el estudiante se interese por conocer el contenido en su totalidad.



Figura 2. Modelo pedagógico, elaboración propia

El apoyo teórico al que es redireccionado permite que el estudiante reciba la información por medios gráficos, auditivos y textuales para que el estudiante logre entender por completo el ejercicio práctico para el desarrollo de las habilidades geométricas se hace por medio de dominios anclados que están clasificados según los niveles de pensamiento. Al enfrentarse a los resultados el estudiante encontrará etiquetas con mensajes positivos que lo ayuden a encontrar los errores o palabras motivadoras para que continúen en la exploración del ambiente.

Descripción De La Población

La población a usar como muestra para el desarrollo del modelo computacional y a la cual se le va aplicar un ejercicio de contrastación con base en la habilidad para modelar son los estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suárez ubicado en el barrio ciudad Tunal de la localidad sexta, Tunjuelito en la ciudad de Bogotá, Colombia. Dicha población se encuentra entre los 10 a 12 años de edad, son estudiantes de estratos 1, 2 y 3 provenientes de las localidades de Ciudad Bolívar, Rafael Uribe y Tunjuelito, por ende, se

genera un fenómeno social conocido como población flotante; generando parcialización en los análisis de desarrollo institucional. El autor de este documento es docente en propiedad de matemáticas y tecnología de dicha población, por consiguiente, se encuentra inmerso y consiente de la realidad de estos. Cabe mencionar que dentro del desarrollo de este trabajo se tomó algunas fotografías de los estudiantes, sin embargo, el colegio cuenta con los consentimientos firmados por parte de los tutores legales de los menores para generar archivos multimedia con fines académicos e institucionales.

Descripción De Instrumentos

Para el desarrollo del modelo computacional se usaron 4 instrumentos que permitieron de manera finita poner en paralelo y congruencia lineamientos curriculares, fundamentación y ejercitación, acciones del estudiante y acciones del docente. Teniendo como base la rúbrica de la intersección de las habilidades según Hoffer (1981) y los niveles de pensamientos según Van Hiele (1959). Cabe reiterar que solo se van a trabajar para el diseño y planteamiento del modelo computacional 4 niveles de los 5 planteados por Van Hiele dado que el último nivel es el de rigor, solo se alcanza en un grado académico universitario o profesional.

- ✓ Rúbrica de desempeños: en esta tabla se indicó en cada intersección dos desempeños complementarios que debía alcanzar el estudiante para poder pasar al siguiente nivel y completar la habilidad, cabe señalar que estas habilidades se desarrollan en paralelo por nivel; no se puede completar una habilidad en todos sus niveles linealmente dado que de manera latente las habilidades se relacionan entre sí

para garantizar el aprendizaje en el estudiante. En total se plantearon 40 desempeños.

- ✓ Rúbrica de acciones del estudiante y el docente: en esta tabla se indica puntualmente a través de verbos las acciones que el estudiante y el docente desarrollaran en el ambiente virtual, en dos momentos puntuales: en la fundamentación es decir donde se expone el contenido curricular y la ejercitación donde se pone en contexto y validación, el contenido expuesto. Algunas de estas acciones son directas y otras se harán previamente en el diseño del aplicativo, y están relacionadas con los desempeños que se plantearon anteriormente y con el ejercicio técnico de construcción del ambiente y el monitoreo del mismo.

- ✓ Rúbrica de actividades del ambiente virtual de aprendizaje: en esta tabla ya habiendo filtrado los desempeños según los lineamientos curriculares normativos y habiendo definido las acciones de cada uno de los actores del proceso de enseñanza y aprendizaje, se definen los contenidos adaptados, los andamiajes, la retroalimentación y el monitoreo para los dos momentos establecidos dada la corriente constructivista, dichos momentos son: fundamentación y ejercitación, como ya se había mencionado el primer momento muestra el contenido adaptado (andamiajes) usando diversos recursos de multimedia e hipermedia y el segundo momento es la validación del aprendizaje, allí se dará la retroalimentación y el monitoreo del proceso; a modo general, por así decirlo el primer momento es de asimilación y el segundo de acomodación de los esquemas mentales entorno a los

triángulos y sus propiedades. En total se diseñarán 20 espacios de fundamentación y 20 de ejercitación.

Descripción Del Ambiente Virtual De Aprendizaje

Para el diseño y desarrollo del ambiente de aprendizaje virtual se relacionan los desempeños que debe alcanzar el estudiante cruzando las habilidades según Hoffer (1981) con el modelo de Van Hiele (1959), teniendo presente que se omite el nivel de rigor dado el grado escolar. Para definir los desempeños se consultó los lineamientos que rigen la enseñanza en matemáticas, tales como: Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas del (MEN 2006), los derechos básicos de aprendizaje DBA (MEN 2016), el texto escolar *Vamos a aprender matemáticas*, guía del docente, que tiene por fecha de publicación el año 2018 y el plan de estudios del colegio Marco Fidel Suárez I.E.D. De esta manera se generó la siguiente tabla que contiene los desempeños que cada estudiante de grado quinto debería alcanzar en cada habilidad y nivel; progresiva y paulatinamente, posibilitando una enseñanza de triángulos desde un aprendizaje significativo.

Nivel De Pensamiento	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Fases Secuenciales De Aprendizaje	Reconocimiento	Análisis	Ordenamiento	Deducción Formal

Habilidad Visual	Identifica triángulos en un conjunto de polígonos diversos	Distingue triángulos por sus ángulos y longitud de los lados	Contrasta los triángulos dada la medida de sus lados y ángulos Interrelaciona los triángulos para deducir las propiedades comunes con otras figuras geométricas como los cuadriláteros	Identifica las propiedades de los triángulos al observar su ubicación en el espacio Articula las propiedades de los triángulos a elementos observados en el entorno
	Señala características de los triángulos referida a número de lados y esquinas	Perfila los triángulos al variar la longitud de sus lados y ángulos		
Habilidad Verbal	Asocia la palabra triángulo con la figura, discriminando sus características. Ejemplifica con frases donde se	Describe técnicamente las características de los triángulos usando preconceptos	Formula definiciones para cada una de las clasificaciones de los triángulos y las relaciona con la figuras	Argumenta la relación de los ángulos y las rectas en la constitución de un triángulo Reseña

	evidencian triángulos en los elementos del entorno	geométricos Nombra los triángulos dada la longitud de sus lados y ángulos	Relata historias de como el humano ha usado las propiedades de los triángulos para resolver problemas	momento históricos en que los triángulos han trascendido en el desarrollo matemático
Habilidad Para Dibujar	Dibuja triángulos usando instrumentos y preconceptos de rectas. Delinea triángulos en una trama, a partir de sus características	Comprueba que un triángulo rectángulo se obtiene de la dividir un rectángulo diagonalmente Dibuja un triángulo equilátero inscrito en una circunferencia a partir del uso	Traza triángulos usando instrumentos a partir de las propiedades y relación de sus lados y ángulos Calcula el área de un triángulo a partir de una trama inscrita en un rectángulo	Plantea métodos para la construcción de triángulos a partir de ciertas propiedades matemáticas Ilustra triángulos usando diferentes formas de representación

		del transportador		
Habilidad Lógica	Distingue los triángulos de otras figuras por sus similitudes y diferencias Contrasta las distintas posiciones que puede tener un triángulo en el espacio	Indica la variación de los ángulos internos de un triángulo dada la longitud de sus lados Estima la sumatoria de los ángulos internos de un triángulo dependiendo la variación de estos	Deduce que los ángulos internos de cualquier triángulo suman 180° Demuestra que el área de un triángulo es igual al a la base por la altura dividido en 2	Infiere el área de un triángulo a partir del área de un paralelogramo Formula el teorema de Pitágoras para hallar la longitud de los lados de un triángulo
Habilidad Para Modelar	Relaciona los triángulos con artefactos o elementos del	Deduce triángulos en objetos o artefactos a	Determina el perímetro de un triángulo modelado al	Relaciona problemas cotidianos con las propiedades

	entorno	partir de la	medir y sumar	de los
		geometría de	sus lados	triángulos para
	Estima la longitud	sus caras		usarlos como
	de los lados de un		Extrapolación	solución
	triángulo y el tipo	Construye	triángulos en	
	de ángulos que lo	estructuras	artefactos dada	Modela objetos
	configuran	sencillas con	su clasificación	que evidencian
		triángulos	por sus ángulos y	la interrelación
		usando	la longitud de sus	de triángulos y
		distintos	lados	sus
		materiales		propiedades.

Tabla 3. Desempeños según lineamientos, elaboración propia

Luego del análisis y planteamiento de los desempeños que cada estudiante de grado quinto deberá alcanzar en cada habilidad y nivel, se planteó las acciones del estudiante y el docente que involucrará el aplicativo para la mediación del proceso de enseñanza – aprendizaje. De esta manera, las estrategias del profesor están pensadas, en el diseño de la forma en que se presenta la información, las actividades, y la retroalimentación del proceso, de una manera clara y con un lenguaje preciso. A través del menú de navegación se espera que el estudiante llegue a cualquiera de las unidades temáticas correspondientes a las diferentes habilidades geométricas, para su aprendizaje podrá encontrar situaciones de contexto familiares a ellos, posiblemente por medio de una animación que cautive su atención, seguido a eso un acontecimiento que cambie las condiciones iniciales del contexto para que el estudiante deba tomar una decisión que requiera de conocimientos

específicos que lo lleve a conocer más respecto de esta situación y a su vez entrene determinada habilidad geométrica, el ambiente debe estar en la capacidad de aprobar o desaprobar las respuestas del estudiante según corresponda para determinada situación.

Para hacer el ejercicio más transparente, y verídico en el desarrollo del objetivo del aplicativo se plantea la siguiente tabla, donde se desglosa las acciones del docente y del estudiante en cada habilidad y nivel, teniendo presente dos momentos importantes; la fundamentación y la ejercitación, allí es evidente como todo guarda cierta relación y cohesión, pero permite hacer preciso el planteamiento de las acciones a desarrollar.

Nivel De Pensamiento			Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Fases Secuenciales De Aprendizaje			Reconocimiento	Análisis	Ordenamiento	Deducción Formal
Habilidad Visual	FUNDAMENTACIÓN	Acciones Del Docente	*Compilar información *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Filtrar información *Relacionar contenido *Incrustar multimedia	*Filtrar información *Relacionar contenido *Incrustar multimedia	*Compilar información *Adaptar contenido *Desglosar Teorema *Demostración geométrica
		Accione	*Observar animación	*Observar la multimedia	*Observar la multimedia	*Observar animación

			*Analizar Información *Apropiar contenido	*Analizar información *Apropiar contenido	*Analizar información *Apropiar contenido	*Analizar Información *Relacionar contenido geométrico
	EJERCITACIÓN	Acciones Del Docente	*Compilar contenido *Discriminar información *Retroalimentación *Monitorear inicio del proceso	*Categorizar Información *Generar relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Categorizar Información *Fijar Contenido *Generar relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Fijar contenido *Formular resultados *Retroalimentación *Monitorear proceso
		Acciones Del Estudiante	*Recordar información *Relacionar información *Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación	*Recordar información *Relacionar información *Establecer relaciones *Atender a la retroalimentación	*Recordar información *Relacionar información *Establecer relaciones *Atender a la retroalimentación	*Recordar información *Relacionar información *Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación
	FUNDA	Accione	*Compilar información	*Compilar información	*Filtrar información	*Compilar información

			*Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Relacionar contenido *Incrustar multimedia	*Adaptar contenido *Insertar multimedia
		Acciones Del Estudiante	*Observar animación *Analizar Información *Apropiar contenido	*Observar la multimedia *Analizar información *Apropiar contenido	*Observar la multimedia *Analizar información *Apropiar contenido	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido geométrico
		Acciones Del Docente	*Compilar contenido *Establecer relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Compilar contenido *Establecer veracidad *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Categorizar Información *Fijar Contenido *Generar relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Organizar Información *Fijar Contenido *Generar relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso
	EJERCITACIÓN	Acciones Del	*Recordar información *Relacionar información	*Recordar información *Relacionar información	*Recordar información *Relacionar información	*Recordar información *Establecer relaciones con

			*Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación	*Establecer veracidad *Atender a la retroalimentación	*Establecer relaciones *Atender a la retroalimentación	cohesión y sentido *Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación
Habilidad Para Dibujar	FUNDAMENTACIÓN	Acciones Del Docente	*Compilar información *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Compilar información *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Compilar información *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Filtrar información *Relacionar contenido *Incrustar multimedia
		Acciones Del Estudiante	*Observar animación *Analizar Información *Apropiar contenido	*Observar animación *Analizar Información *Apropiar contenido	*Observar la multimedia *Analizar información *Apropiar contenido	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido geométrico
	EJERCITACIÓN	Acciones Del Docente	*Compilar contenido *Establecer relaciones *Retroalimentación	*Filtrar Información *Incrustar multimedia *Retroalimentaci	*Filtrar Información *Incrustar multimedia *Retroalimentación	*Filtrar información *Relacionar contenido *Incrustar

			*Monitorear proceso 	ón *Verificar conocimiento técnico *Evaluar desarrollo del ejercicio *Motivar al estudiante	*Verificar conocimiento técnico *Evaluar desarrollo del ejercicio *Motivar al estudiante	multimedia *Retroalimentación *Monitorear proceso
		Acciones Del Estudiante	*Recordar información *Relacionar información *Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación	*Recordar información *Relacionar información *Desarrollo técnico de dibujo *Atender a la retroalimentación *Evidenciar ejercicio para evaluación manual	*Recordar información *Relacionar información *Desarrollo técnico de dibujo *Atender a la retroalimentación *Evidenciar ejercicio para evaluación manual	*Recordar información *Relacionar información *Establecer relaciones *Atender a la retroalimentación
Habilidad	FUNDA	Accione	*Compilar información	*Compilar información	*Filtrar información	*Compilar información

			*Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Relacionar contenido *Incrustar multimedia	*Adaptar contenido *Insertar multimedia
		Acciones Del Estudiante	*Observar animación *Analizar Información *Apropiar contenido	*Observar la multimedia *Analizar información *Apropiar contenido	*Observar la multimedia *Analizar información *Apropiar contenido	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido geométrico
	EJERCITACIÓN	Acciones Del Docente	*Compilar contenido *Establecer relaciones geométricas *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Compilar contenido *Establecer relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Compilar contenido *Establecer relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso	*Fijar contenido *Formular resultados *Establecer relaciones *Retroalimentación *Monitorear proceso
		Acciones Del	*Recordar información *Relacionar información	*Recordar información *Relacionar información	*Recordar información *Relacionar información	*Recordar información *Relacionar información

			*Construir figura *Validar construcción *Atender a la retroalimentación	*Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación	*Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación	*Construir conocimiento *Atender a la retroalimentación
Habilidad Para Modelar	FUNDAMENTACIÓN	Acciones Del Docente	*Compilar información *Relacionar información con elementos del entorno *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Compilar información *Relacionar información con elementos del entorno *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Compilar información *Relacionar información con elementos del entorno *Adaptar contenido *Insertar multimedia	*Compilar información *Adaptar contenido *Insertar multimedia
		Acciones Del Estudiante	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido con el entorno	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido con el entorno	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido con el entorno	*Observar animación *Analizar Información *Relacionar contenido geométrico con el entorno

	EJERCITACIÓN	Acciones Del Docente	<p>*Compilar contenido</p> <p>*Establecer relaciones</p> <p>*Retroalimentación</p> <p>*Monitorear proceso</p>	<p>*Filtrar Información</p> <p>*Relacionar conocimiento geométrico con aplicativos estructurales</p> <p>*Incrustar multimedia</p> <p>*Retroalimentación</p> <p>*Evaluar desarrollo del ejercicio</p> <p>*Motivar al estudiante</p>	<p>*Compilar contenido</p> <p>*Adaptar contenido en relación al entorno</p> <p>*Establecer veracidad</p> <p>*Retroalimentación proceso</p> <p>*Monitorear</p>	<p>*Compilar contenido</p> <p>*Adaptar contenido en relación al entorno</p> <p>*Retroalimentación</p> <p>*Monitorear cierre del proceso</p> <p>*Generar estadística de desempeño del estudiante</p> <p>*Planificar evaluación para verificación de aprendizaje</p> <p>(Anexo#1)</p>
--	---------------------	-----------------------------	---	--	---	---

		Acciones Del Estudiante	*Recordar información *Relacionar información *Apropiar contenido *Atender a la retroalimentación	*Recordar información *Relacionar información *Desarrollo del juego *Atender a la retroalimentación del videojuego y del docente *Evidenciar ejercicio para evaluación manual	*Recordar información *Relacionar información con el entorno *Establecer veracidad *Atender a la retroalimentación	*Recordar información *Relacionar información *Demostración axiomática *Verificar resultados *Atender a la retroalimentación *Programar evaluación para verificación de aprendizaje
--	--	--------------------------------	--	---	---	--

Tabla 4. Acciones del docente y del estudiante, elaboración propia

A partir de todo lo expuesto anteriormente, y de haber analizado, argumentado y detallado cada uno de los aspectos del modelo conceptual se plantea la siguiente tabla que contiene las actividades que configurarían el aplicativo, cabe reiterar que dichas actividades guardan una estrecha relación y paralelismo a los desempeños y acciones del estudiante y del docente. Estas actividades se desarrollan en los dos momentos ya expuestos; la fundamentación y la ejercitación, que buscan que el estudiante construya su conocimiento en esa dinámica de contrastar sus saberes previos y las características de su entorno.

Nivel De Pensamiento		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Fases Secuenciales De Aprendizaje		Reconocimiento	Análisis	Ordenamiento	Deducción Formal
Habilidad Visual	FUNDAMENTACIÓN	se muestra una animación de tres líneas sueltas que se empiezan a desplazar y forman un triángulo, luego se resaltan las partes de un triángulo, Y sale el texto que dice "triangulo"	En la pantalla estará incrustado un video de YouTube, que ejemplifica los ángulos en los triángulos y como se relacionan con objetos del entorno (https://www.youtube.com/watch?v=4pGyx2PrfgM)	En la pantalla estará incrustado un video de YouTube, que desarrolla la clasificación de los triángulos, retomando la clasificación por ángulos y muestra como novedad la clasificación por la longitud de sus lados. https://www.youtube.com/watch?v=RGeOmrVrMfc&t=1s	Con una animación de la demostración geométrica del teorema de Pitágoras, se explicara cómo se determina la longitud de los lados que demuestra la igualdad en el teorema.

	EJERCITACIÓN	De un conjunto de polígonos libres, el estudiante debe clicar los que corresponden a un triángulo, estos se iluminaran con verde, si se equivoca se iluminan con rojo	se muestra dos columnas una con triángulos y otra con ángulos, el estudiante deberá relacionar las dos columnas con líneas, si la relación es correcta se ilumina de verde, si es incorrecta se ilumina de rojo, se elimina la relación y se muestra una etiqueta recordando apartes del video	Se muestra dos columnas una con 3 triángulos y otra 3 conjuntos de líneas, el estudiante deberá relacionar las dos columnas, según corresponda la longitud de los lados de cada triángulo, si la relación es correcta se ilumina de verde, si es incorrecta se elimina la relación y se muestra una etiqueta recordando apartes del video	Se muestra un dibujo construido a partir del teorema de Pitágoras y unas etiquetas vacías en los lados del triángulo. En la parte inferior se encontrara unos valores, los cuales el estudiante arrastrará y posicionará en las etiquetas, si es correcto se iluminara en verde, de lo contrario el valor retornara su origen y saldrá una etiqueta recordando el teorema gráficamente
--	---------------------	---	--	---	--

<p>Habilidad Verbal</p>	<p>FUNDAMENTACIÓN</p>	<p>Sale de un lado un triángulo caminando, y va hablando diciendo a groso modo como está formado, como por ejemplo que tiene un ángulo que en este caso es de 90°.</p>	<p>En una esquina de la pantalla sale la foto de un matemático egipcio presentándose, e indicando técnicamente que es un triángulo, las partes que lo forman y como se interrelaciona con otras figuras. En la mitad de la pantalla saldrá la animación según la descripción hablada de las figuras</p>	<p>En la interfaz estará incrustado un video de YouTube que cuenta la historia de los triángulos de Samos, se limitará hasta el minuto 15. (https://www.youtube.com/watch?v=9xSa1gYUY60&t=1670s)</p>	<p>En una esquina de la pantalla sale la foto del matemático Tales de Mileto presentándose, y contando su historia de cómo determino la altura de las pirámides egipcias. En la mitad de la pantalla saldrá la animación según la descripción hablada del teorema.</p>
--------------------------------	------------------------------	--	---	--	--

	EJERCITACIÓN	<p>Aparece el título triángulo y una descripción que tiene unos espacios en blanco, en la parte inferior hay unas palabras sueltas, las cuales se deben arrastrar y posicionar en dichos espacios, si el estudiante se equivoca la palabra tambalea, vuelva a su lugar y sale una etiqueta recordando algunos apartes de la animación</p>	<p>saldrán 5 frases sobre el concepto y características de los triángulos, el estudiante debe chulear las correctas, si chulea una mal, sale un error y una etiqueta retroalimentando el concepto o propiedad.</p>	<p>Se presentará dos columnas con frases incompletas, estas columnas deben relacionarse, si dicha relación es correcta se ilumina en verde, si es falsa se ilumina en rojo y pide releer.</p>	<p>Saldrá un texto la historia de Tales de Mileto en torno a las pirámides y la teoría de los triángulos semejantes, dicho texto tendrá unos renglones vacíos en los cuales el estudiante debe posicionar una frases que se encuentra en la parte inferior de la pantalla, si la relación es correcta se ajusta la frase, de lo contrario tambalea y vuelve a su origen, pidiéndole al estudiante releer la historia de Tales de Mileto.</p>
--	---------------------	---	--	---	--

<p>Habilidad Para Dibujar</p>	<p>FUNDAMENTACIÓN</p>	<p>Una animación muestra como tres líneas pueden configurar un triángulo, de distintas maneras variando la longitud de sus lados.</p>	<p>Se muestra una animación de la construcción de un triángulo usando transportador, e indicando algunos preconceptos como ángulos, grados, circunferencia.</p>	<p>En una esquina de la pantalla sale la foto del matemático griego Herón de Alejandría presentándose, e indicando en que consiste el área de un triángulo, de donde se deduce y cuál es la fórmula. En la mitad de la pantalla saldrá la animación según la descripción hablada del área del triángulo.</p>	<p>Se incrustará un video de YouTube sobre ¿Cómo dibujar un triángulo en un plano cartesiano y hallar el área a partir de este? (https://www.youtube.com/watch?v=6ONVPpAGp0A)</p>
--	------------------------------	---	---	--	---

	EJERCITACIÓN	<p>En una esquina estarán 9 líneas de distintas longitudes, el estudiante las arrastrara para formar tres triángulos como los expuestos en la animación, las puntas de las líneas deben ser coincidente, si el estudiante logra configurar el triángulo se ilumina y se bloquea.</p>	<p>En la pantalla estará incrustado el sitio web: http://www.mongge.com/educacion/dibujo-tecnico/editor/ donde el estudiante se le pedirá dibujar un triángulo equilátero, usando circunferencias. Este espacio será exploratorio.</p>	<p>En la pantalla estará incrustado el sitio web: http://www.mongge.com/educacion/dibujo-tecnico/editor/ donde el estudiante se le pedirá dibujar una malla y dibujar encima un triángulo, de manera tal que se pueda determinar su área teniendo por patrón cada módulo de la malla. Este espacio será exploratorio.</p>	<p>Se incrustará e siguiente dominio: https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-coord-plane/polygons-in-the-coordinate-plane/e/drawing-polygons, en el cual el estudiante ubicará unas coordenadas dadas y hallara el área, la cual tiene que señalar en la interfaz en una tabla, si es correcta se chuleará, de lo contrario se mostrará en rojo y saldrá una etiqueta con una pre visualización del triángulo pedido.</p>
--	---------------------	--	---	--	--

<p>Habilidad</p> <p>Lógica</p>	<p>FUNDAMENTACIÓN</p>	<p>Se mostrara una trama y se resaltara los triangulo, luego los cuadriláteros que se forman con triángulos y luego un pentágono, por último la animación se invertirá.</p>	<p>En una esquina de la pantalla sale la foto de Tales de Mileto presentándose, e indicando técnicamente como los grados de un triángulo se relacionan y suman 180°.</p>	<p>En la pantalla estará incrustado un video de YouTube que explica de manera didáctica ¿Qué es el perímetro y el área?, y deduce el área de un triángulo de un rectángulo.</p>	<p>En una esquina de la pantalla sale la foto del matemático Pitágoras a presentándose, e indicando en que consiste el teorema que lleva su nombre, y como se deduce de los cuadriláteros. En la mitad de la pantalla saldrá la animación según la descripción hablada del teorema.</p>
--	------------------------------	---	--	---	---

	EJERCITACIÓN	<p>En una esquina de la interfaz estará la sombra de una figura de un animal, y en la mitad de la pantalla 5 triángulos distintos, el estudiante los ubicara hasta hallar la figura de la sombra, cuando lo logre la imagen se iluminara de verde y sonara un aplauso.</p>	<p>Se mostrara tres triángulos (acutángulo, rectángulo y obtusángulo) en la mitad de la pantalla con unas etiquetas en blanco en las esquinas, y unas medidas en grados en la parte inferior, el estudiante deberá arrastrarlas y ubicarlas en cada etiqueta, si es correcta la ubicación se pone en verde el borde y se bloquea, si se equivoca sale una etiqueta dada el triángulo recordando cuáles son sus ángulos.</p>	<p>se mostrará en la pantalla tres triangulo distintos con su respectiva medida de base y de altura, debajo de cada uno hay dos etiquetas vacías una referenciada con perímetro y otra con área. En la parte inferior estarán uno valores con unidades, el estudiante los arrastrará hasta las etiquetas según corresponda, si la relación es correcta se alumbrará en verde la etiqueta, de lo contrario se pondrá en rojo, la medida volverá a su sitios y saldrá una etiqueta recordando las formulas.</p>	<p>En la parte superior de la interfaz se mostrará una imagen con el teorema de Pitágoras básico, luego en la parte inferior habrán etiquetas que tienen ($a=$, $b=$ y $c=$), es decir falta la mitad de la igualdad, estos símbolos están desorganizados en un cajón, de donde deben arrastrarlo los estudiantes hasta completar la igualdad, si el valor corresponde se mantiene en la etiqueta de lo contrario retorna al cajón; una vez completada la igualdad se alumbra en rojo y se bloquea.</p>
--	---------------------	--	---	---	--

<p>Habilidad Para Modelar</p>	<p>FUNDAMENTACIÓN</p>	<p>En la mitad de la pantalla aparecerá un triángulo que empezara hablar contando como se encuentra inmerso en algunos artefactos del entorno, a medida que hable se rodeara de los artefactos que mencione</p>	<p>Sale la estructura de un puente, y un triángulo animado hablara sobre ¿cómo los triángulos se usan en ingeniería para soportar esfuerzo y cómo se evidencian dentro de dicha estructura?</p>	<p>Se mostrará una cercha piramidal, y la animación de un ingeniero explicará cómo se usa la medida del perímetro para determinar la cantidad de perfil para su construcción y el área para determinar la cantidad de material que va a recubrir la cercha.</p>	<p>Sale un la animación de un ingeniero afirmando como el teorema de Pitágoras permite solucionar necesidades del humano, a medida de dicha explicación van saliendo en la pantalla algunos ejemplos y el proceso de cálculo para ello.</p>
--	------------------------------	---	---	---	---

	EJERCITACIÓN	Se muestra un triángulo en la mitad de la pantalla y alrededor algunos artefactos, el estudiante deberá relacionar estos artefactos con una línea hacia el triángulo, si la relación es correcta se ilumina de verde y se mantiene, si es equivocada, se pone en rojo y se elimina.	En la pantalla estará incrustado un juego sobre estructuras, allí el estudiante podrá explorar como con triángulos se pueden configurar estructuras que solucionen las situaciones que se plantean allí. (http://www.jugarconjuegos.com/habilidad/juego-de-construir-puentes.html)	una cercha de perfil se encontrara en la mitad de la pantalla con algunas medidas, y aparecerá una tabla del perímetro y el área, el estudiante escribirá el valor correspondiente, si es verdadero aparecerá un chulo, si es falso una x y una etiqueta recordando los apartes del ingeniero.	Se muestra en la pantalla una imagen real de una joven lanzándose por una tirolesa, se dan las medida de la altura y la distancia de la tirolesa pero no el recorrido de esta, por ende sale una celda donde el estudiante debe escribir dicho valor, si es correcto se alumbra en verde, suenan aplausos y se felicita al estudiante por haber completado el recorrido en la aplicación, de lo contrario se pone en rojo la celda y sale una etiqueta con el teorema.
--	---------------------	---	---	--	--

Tabla 5. Descripción de actividades del AVA, elaboración propia.

Del planteamiento anterior se puede deducir que los andamiajes que se incorporan en el diseño del ambiente virtual son los siguientes:

Metacognitivos:

- Un indicador del proceso del estudiante que permita visualizar los contenidos teóricos estudiados y pendientes por desarrollar.
- Cronograma que fije horas, puntajes y el nivel de desarrollo.
- Espacio para la autoevaluación del estudiante.
- Retroalimentación con etiquetas de corrección sobre los procesos evaluativos.

Procedimentales:

- Tutor auditivo que retroalimenta cada uno de los ejercicios.
- Botón de ayuda que indique por medio de una animación presente un ejemplo.
- Corrector para los ejercicios de evaluación.

Conceptuales:

- Uso de videos.
- Tutor auditivo.

De igual manera referente a los recursos se pueden indicar lo siguientes:

- a. Información: Internet y Textos.
- b. Colaborativos: You tube, el entorno artefactual y social.
- c. Aprendizaje: Retroalimentación con el tutor virtual.
- d. Tecnologías: Computador, Internet.

Desarrollo Del Ejercicio Práctico Para la Contratación De La Habilidad Para Modelar Del Ambiente De Aprendizaje Computacional

Por Premura de tiempo y conocimiento de programación, el modelo computacional propuesto no se permite llevarlo a ejecución total, sin embargo, se plantea desarrollar un ejercicio práctico con la habilidad para modelar, que no sobrepase el nivel 2 de pensamiento; con el fin de contrastar si las actividades propuestas en relación a los desempeños establecidos para dicha intersección, se ajusta a las necesidades de estudiante y cómo evoluciona su desarrollo teniendo por muestra 30 estudiantes de 112 matriculados en grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suárez, para luego evidenciar y socializar los análisis y conclusiones del ejercicio.

Por consiguiente, dado el modelo de Van Hiele, en relación a los niveles de pensamiento, se tuvo presente la siguiente tabla (Fouz,2013) para determinar las actividades a desarrollar tanto del modelo computacional como las actividades paralelas para la contratación de la habilidad para modelar entorno a los desempeños planteados.

	ELEMENTO EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
NIVEL 1	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 2	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos

Tabla 6. Elementos del modelo de Van Hiele Nivel 1 y 2 para didáctica de la geometría

(Fouz, 2013)

Luego, cruzando el modelo de Hoffer y Van Hiele, entorno a los triángulos, encontramos como elementos explícitos e implícitos que permiten determinar las acciones a desarrollar, los siguientes:

		ELEMENTO EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
HABILIDAD PARA MODELAR	NIVEL 1	Triángulos y objetos que tengan formas intrínseca de triángulo.	Partes del triángulo y propiedades como ángulos, longitud o nombre.
	NIVEL 2	Diferenciación de triángulos, dada la longitud de sus lados y la medición de sus ángulos en elementos del entorno.	Determinación de la geometría de artefactos u otros elementos dada las propiedades de los triángulos.

Tabla 7. Modelo de Van Hiele Nivel 1 y 2 para triángulos en la habilidad para modelar, elaboración propia

De esta manera, se planteó en el modelo computacional, en la habilidad para modelar del nivel 2, las siguientes acciones: en la fundamentación; se presenta la estructura de un puente, y un triángulo animado que habla sobre ¿cómo los triángulos se usan en ingeniería para soportar esfuerzo y cómo se evidencian dentro de dicha estructura? y en la ejercitación; esta incrustado un juego sobre estructuras, donde el estudiante podrá explorar como con triángulos se puede configurar estructuras que solucionan situaciones que se plantean allí, como por ejemplo, soportar un móvil en desplazamiento. Siguiendo esta idea se planteó como ejercicio paralelo en clase con los estudiantes del grado 5to usar el aplicativo X construct para contrastar lo propuesto en el modelo y evaluar su viabilidad, no obstante, se tuvo en cuenta para pensar las actividades, las fases de pensamiento de Van Hiele, las cuales se encuentran expuestas en el marco teórico, pero en relación a las acciones concretas desarrolladas se planteó lo siguiente:

Fases de Aprendizaje	Acciones didácticas
Información	<p>*Desarrollos previos en clase para verificar desarrollos en otras habilidades.</p> <p>*Desarrollo de preguntas orientadoras entorno al aplicativo desde ejercicios de exploración y estructuras del entorno.</p>
Orientación dirigida	<p>*Desarrollo del aplicativo, teniendo presente los andamiajes de este.</p> <p>*Consultas sobre tipos de estructuras y su configuración geométrica (triángulos y propiedades).</p>
Explicación	<p>*Socialización de la experiencia del estudiante con el aplicativo.</p> <p>*Socialización y conclusiones de las preguntas orientadoras entorno al aplicativo.</p> <p>*Retroalimentación del docente entorno a los lenguajes y contenidos que posibilita el aplicativo en el contexto de la geometría.</p> <p>*Relaciones entre el aplicativo y elementos del entorno, reconociendo la importancia de los triángulos en la configuración estructural.</p>
Orientación libre	<p>*Construcción de una estructura con fideos, que contenga triángulos y soporte varios cuadernos cosidos de 100 hojas.</p> <p>*Relación de las estructuras a problemas o necesidades del entorno.</p>

Integración	<p>*Desarrollo de acciones de nivelación y verificación del aprendizaje de los contenidos geométricos, a través de las reflexiones de los estudiantes</p> <p>*Conclusiones de los desarrollos geométricos entorno a los triángulos y sus implicaciones sociales.</p> <p>*Ejercicio de evaluación cualitativo de los desarrollos y aciertos de cada estudiante y ponderado porcentual general.</p>
-------------	---

Tabla 8. Rúbrica de acciones didácticas para las fases de aprendizaje, Fuente propia

Seguido a esto, se dio paso a la ejecución de las acciones didácticas que conllevarán a contrastar la habilidad para modelar, del modelo computacional, valga la redundancia. A continuación, se muestran algunas imágenes y apreciaciones que sustentan el proceso de los desarrollos didácticos planteados en la tabla de las fases de aprendizaje de Van Hiele, teniendo presente que en la ejecución de la fase de información se propendió por verificar y proyectar que los estudiantes tuvieran definido o al menos la noción de:

- ✓ El concepto del triángulo y sus características.
- ✓ Propiedades del triángulo dado sus ángulos y longitud de sus lados.
- ✓ Técnicas para dibujar triángulos usando reglas, compas y transportador.
- ✓ Elementos o artefactos donde se encuentran inmersos los triángulos.
- ✓ Relación entre los triángulos y algunas configuraciones estructurales.

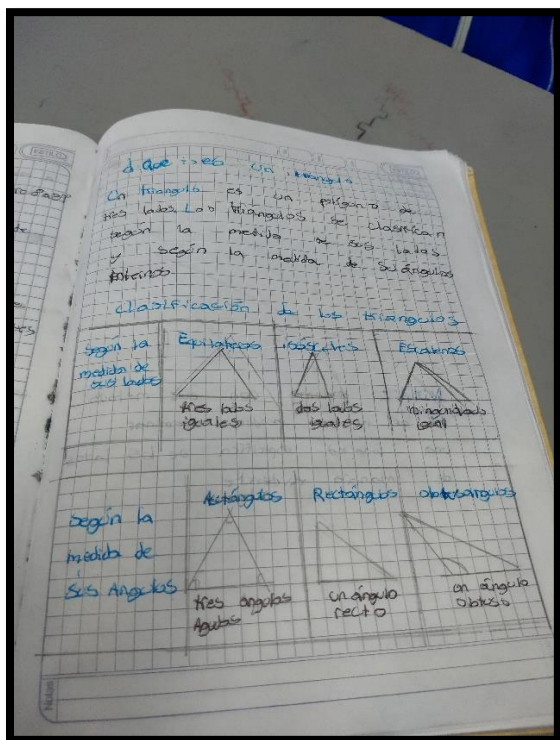


Imagen 3. Fase de información, fuente propia



Imagen 4. Fase de información, fuente propia

A partir de estos desarrollos de verificación, se garantizó el reconocimiento de algunos saberes previos en los estudiantes para el potencial desarrollo de la habilidad para modelar, de tal manera, que se trazó dos momentos para la fase de orientación dirigida, el primero sería el desarrollo virtual de un ejercicio con triángulos relacionado con estructuras como se plantea en el modelo computacional, para ello se le solicitó amablemente a los estudiantes en casa descargar en los Smartphone de sus acudientes la aplicación “x construct” y explorarla o si poseían Smartphone propios traer la aplicación descargada para trabajar en clase.

Conjunto a ello, se les pidió tener en cuenta durante el proceso las siguientes preguntas orientadoras:

- ¿Qué sucede si dibujamos solo cuadriláteros para la estructura del puente del aplicativo?

- ¿Qué características tienen los triángulos que mejor resisten el peso del tren?
- ¿Qué sucede con la estructura si la hacemos en su totalidad, inicialmente con triángulos acutángulos, luego con triángulos rectángulos y por ultimo con triángulos obtusángulos?

En la siguiente sesión haciendo un promedio de quien había trabajado el aplicativo en casa y a cual nivel había llegado, se encontró, que el 80% de los estudiantes de la muestra ejecutaron en casa la aplicación desarrollando en promedio 15 niveles de 27 en total, mientras el 20% restante trabajaron en dispositivos del colegio, cabe mencionar que el aplicativo cuenta con retroalimentación y andamiajes procedimentales permitiéndole al estudiante propender por ejercicios metacognitivos, como se evidencia en las siguientes imágenes:

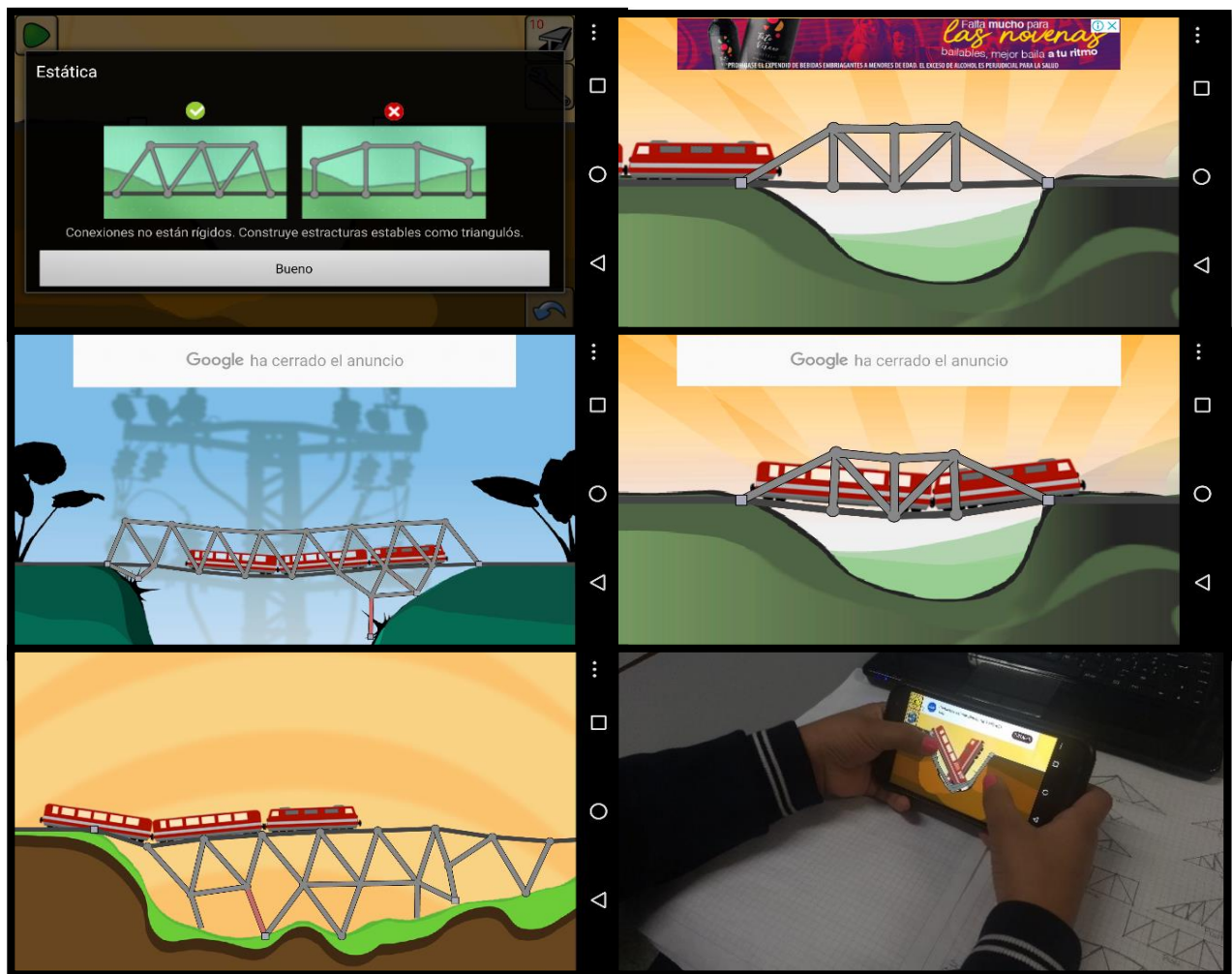


Imagen 5. Collage de Ejercitación, Interfaz de la APP X Construct

Seguido a la exploración y ejecución del juego se desarrolló el segundo momento que consistió en consultar sobre estructuras utilizadas en cerchas o puentes; en este ejercicio los estudiantes encontraron que había diferentes configuraciones y nombres para estas, como por ejemplo la estructura Pratt, Howe o Warren. De allí se dio paso a la siguiente fase: explicación: donde se contrastó las consultas con el desarrollo de la aplicación, y al emular variar estructuras consultadas dentro del aplicativo evidenciaron como estas soportaban el móvil mientras se desplazaba, de igual manera se dieron las retroalimentaciones por parte del docente entorno a las propiedades de los triángulos, la forma técnica de llamar algunos elementos dentro de las estructuras como: riostra, carga muerta, móvil, desplazamiento, columna, nodo, inclinación, entre otros lenguajes propios de lo geométrico, civil y arquitectónico.

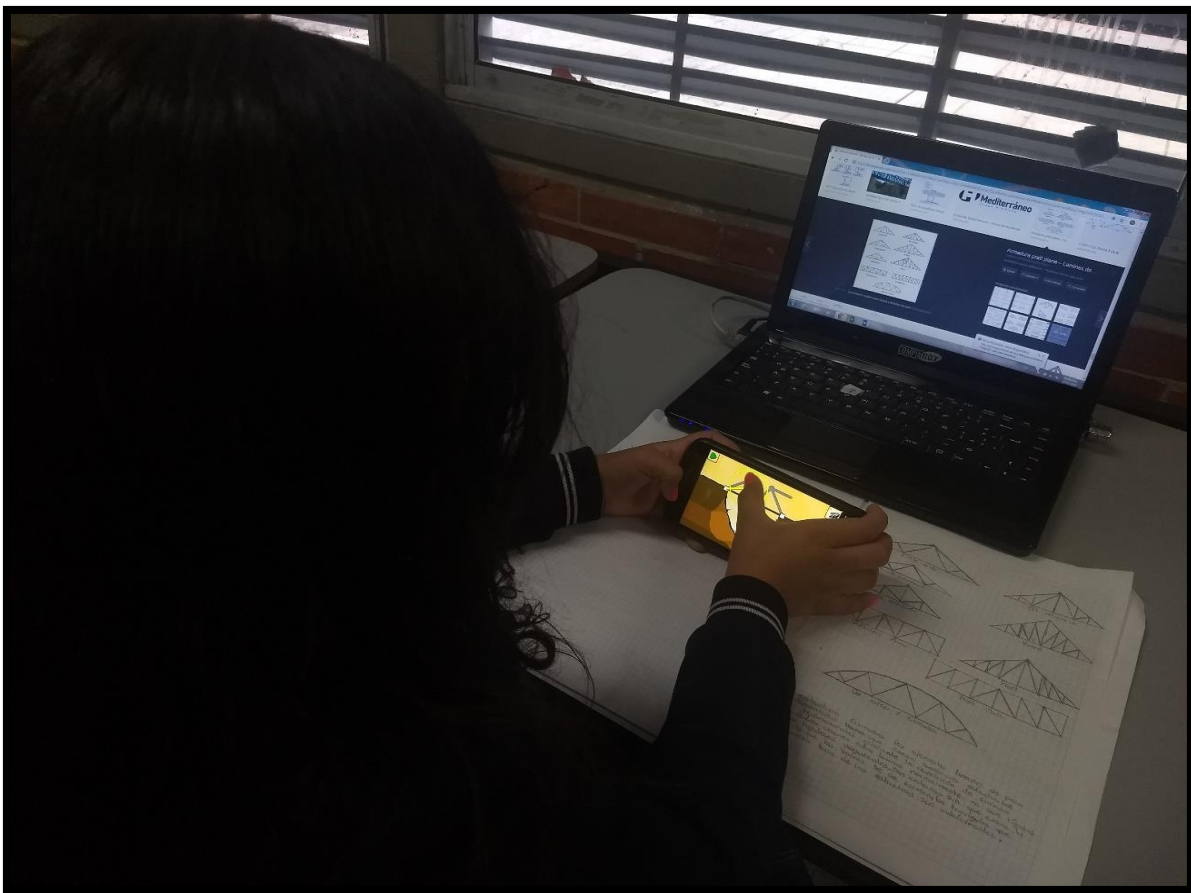


Imagen 6. Relación de los triángulos con estructuras por medio del APP X Construct

A partir de las reflexiones y conclusiones desarrolladas en la fase de explicación, se dio paso a la fase de orientación libre, donde se le pidió a los estudiantes que relacionando los desarrollos anteriores, elaborarán una estructura con espagueti doria (fideos) que contenga solo triángulos y sea capaz de soportar varios cuadernos, se mostraron incrédulos ante la posibilidad que un fideo fuese capaz de soportar el peso de un cuaderno, no obstante, realizaron relaciones entre el aplicativo, las preguntas orientadoras y la consulta de las estructuras generando algunos productos interesantes, como se evidencia en las siguientes imágenes:

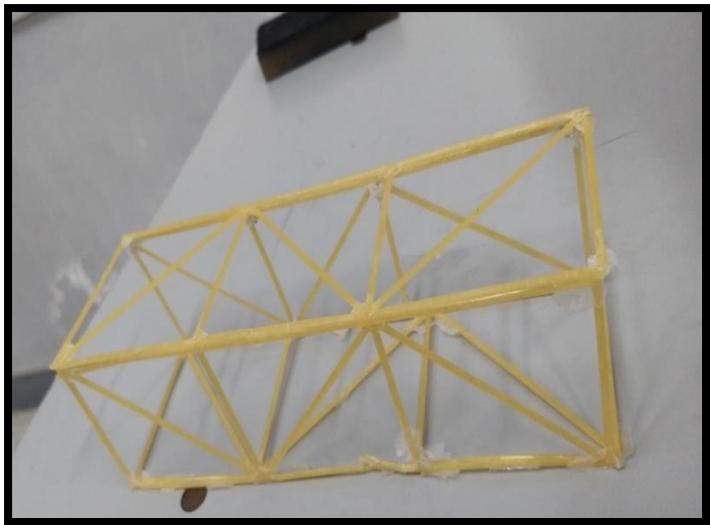
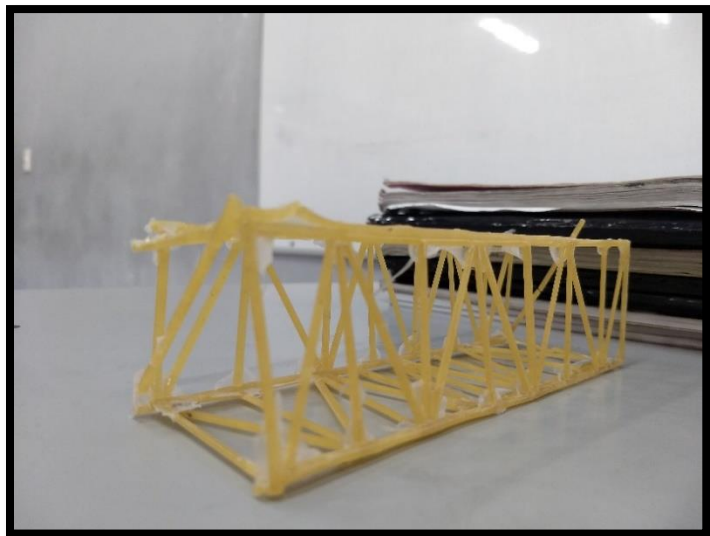


Imagen 7. Collage relación de los triángulos con estructuras como ejercicio de aplicación,

Fuente propia

Se indicó en la clase que el objetivo de dichas estructuras era someterlas a un esfuerzo de carga para analizar y comprender como funcionan dada su geometría, para ello se soportó cuadernos sobre la estructura en pasta o espagueti y se reflexionó entorno a las siguientes preguntas orientadoras:

- ✓ ¿Cuántos cuadernos soportara la estructura?
- ✓ ¿Qué tipo de triángulos dado sus lados y ángulos contiene la estructura?
- ✓ ¿Qué tipo de triangulo según sus lados se comporta mejor, resistiendo los cuadernos?
- ✓ ¿Qué tipo de triangulo según sus ángulos se comporta mejor, resistiendo los cuadernos?
- ✓ ¿Qué estructura tiene mejor resistencia las de perfil alto o perfil bajo? ¿Por qué?
- ✓ ¿Qué importancia tienen las riostras en el desempeño de la estructura?
- ✓ ¿Cuál es la diferencia mecánica de las estructuras de perfil triangular y las de perfil cuadrado?

De igual manera se hizo un concurso de la estructura que mayor cantidad de cuadernos soportará, como se evidencia en las siguientes imágenes:




Imagen 8. Collage de estructuras sometidas a carga para evidenciar las potencialidades del triángulo, Fuente propia

Por último, se dio paso a la última fase: integración, en la cual se dieron algunas conclusiones del docente sobre el ejercicio desarrollado, los estudiantes expresaron sus conclusiones frente a las preguntas:

- ✓ ¿Qué sabes ahora, que no sabías antes?
- ✓ ¿Cuál es la importancia de los ejercicios desarrollados para su vida?
- ✓ ¿Cómo se sintieron durante el desarrollo de las diferentes fases?

Todo este proceso se fue evaluando y registrando en la siguiente rúbrica que relaciona las fases de aprendizaje y que se categorizan en las competencias evaluativas que rige el SIE (sistema integral de evaluación) de la institución:



COLEGIO MARCO FIDEL SUAREZ I.E.D.
"FORMACION DE CIUDADANOS COMPETENTES, CREATIVOS Y PARTICIPATIVOS"
RUBRICA DE EVALUACION Y REGISTRO DE LAS FASES DE APRENDIZAJE ENTORNO A LA HABILIDAD PARA MODELAR

Docente: Omar Santana Rodríguez
Asignatura: Matemáticas
Grado: 502 JT

		Competencias Cognitivas											Competencias Procedimentales			Competencias Actitudinales				
		Fase de información						Fase Orientación dirigida			Fase explicación		Fase orientación libre			Fase de integración				
APELLIDO	NOMBRE	Concepto	Propiedades	Técnicas	Relación	Total	X construct	Consulta	Total	Socialización	Total	Estructura	Sustentación	Total	Concurso	Disposición	Reflexiones	Total		
1	ALVAREZ FAJARDO	DILAN	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
2	AMAYA MURCIA	DANIEL JAASIEL	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
3	BARRIOS RENTERIA	CASTALIA PALOMA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
4	BOTERO RUEDA	DANIEL FELIPE	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
5	CAGUA SANTAFE	HAZLY FERNANDA	Si	si	si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
6	CALZADILLA GONZALEZ	ANGEL GABRIEL	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
7	CORTECERO VILLASMIL	JORGELIS MARIA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
8	CUBILLOS MARTINEZ	LOREN MICHEL	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
9	DUEÑAS MENESES	YORJAN STIVEN	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
10	FONSECA MORENO	HENRY SANTIAGO	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
11	GARCIA HENRIQUEZ	LAURA SOFIA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
12	GAVIRIA VIDES	JULIANA VALENTINA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
13	GIRALDO DUARTE	JORMAN STIVE	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
14	GOMEZ ROJAS	NASLY JULIANA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
15	GRISALES FRANCO	JEISON	Si	No	No	NO	Si	Si	SI	Si	SI	Si	No	NO	No	Si	Si	SI		
16	GUTIERREZ BELTRAN	GILBER NICOLAS	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
17	HUERTAS ROJAS	JINETH DANIELA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
18	LATORRE HERNANDEZ	GABRIEL ANDRES	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
19	MARTINEZ MOYA	CRISTIAN ALEXANDER	Si	No	No	NO	Si	Si	SI	No	NO	Si	No	NO	No	No	Si	NO		
20	MAYORGA CUERVO	NATALIA	Si	No	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
21	MORALEZ CASTILLO	DARIEN ANDRES	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
22	NIÑO HERNANDEZ	MARIA ALEJANDRA	Si	Si	No	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
23	OSPINA HERNANDEZ	YILBER FABIAN	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	No	Si	Si	SI		
24	PATÍÑO FARFAN	JHOAN SEBASTIAN	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
25	ROMAN FUENTES	JUAN MANUEL	Si	No	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
26	ROMERO CORREA	KEVIN ANDRES	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	No	NO	Si	No	NO	No	Si	Si	SI		
27	SILVA GOMEZ	RAUL ANDRES	Si	No	No	NO	Si	Si	SI	Si	SI	Si	No	NO	No	Si	Si	SI		
28	TELLEZ DUARTE	MARTIN ANDRES	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
29	TRONCOSO YAIME	HARVI ANDRES	Si	Si	No	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	No	Si	SI		
30	VARGAS SUAREZ	KATY ANDREA	Si	Si	Si	SI	Si	Si	SI	Si	SI	Si	Si	SI	Si	Si	Si	SI		
Estudiantes Aprobados						27	Estud. Aprobados			30	Estud. Aprob.		28	Estudiantes Aprobados			26	Estudiantes Aprobados		29

Imagen 9. Rúbrica de evaluación y registro, Fuente propia

Es importante aclarar que en lo referido al concurso se buscaba generar una sana competencia entorno a la estructura que mejor resistiera la carga (cuadernos), donde se tomaba el record más alto, y a partir de allí se elaboran tres grupos, los 10 primeros estudiantes obtendrán desempeño superior, los 15 siguientes; desempeño básico y los 5 últimos; desempeño bajo, lo cual se reflejará en el ponderado del cuarto periodo. Sin embargo, en la rúbrica de evaluación y registro de las fases de aprendizaje entorno a la habilidad para modelar, los dos primeros grupos se tomarán como; Si aprobada, la fase de integración en la columna concurso. Respecto a la columna “Disposición” que se refiere al ambiente de clase; se dará aprobación positiva siempre y cuando no se presente ninguna de las siguientes situaciones de manera reiterativa:

- No pedir la palabra.
- Interrumpir la participación de algún compañero.
- Mostrar desdén por el trabajo de los compañeros.
- Agredir verbal o físicamente algún compañero.
- No atender a las recomendaciones del docente.
- No prestar atención a los ejercicios de socialización.

Análisis y Discusión De Resultados

El desarrollo del análisis frente al ejercicio de contrastación de la habilidad para modelar del ambiente de aprendizaje computacional basado en el modelo de Hoffer en geometría sobre triángulos, para 30 estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suárez, se dará en dos momentos; el primero referido a los desarrollos de los estudiantes dadas las fases de aprendizaje de Van Hiele y el segundo momento referido a las observaciones, registros y datos cavilados por el docente.

De Los Estudiantes Sobre El Ejercicio De Estructuras

En la fase de información se desarrollaron algunas actividades de dibujo y evocación por medio de preguntas sobre los siguientes ítems, con el fin de verificar los conocimientos previos de los estudiantes:

- ✓ El concepto del triángulo y sus características.
- ✓ Propiedades del triángulo dado sus ángulos y longitud de sus lados.
- ✓ Técnicas para dibujar triángulos usando reglas, compas y transportador.
- ✓ Elementos o artefactos donde se encuentran inmersos los triángulos.
- ✓ Relación entre los triángulos y algunas configuraciones estructurales.

A partir de las respuestas socializadas y resultados diligenciados en la rúbrica de evaluación y registro de las fases de aprendizaje entorno a la habilidad para modelar, se encontró que los 30 estudiantes precisan lo que es un triángulo y sus partes, 25 relacionan sus propiedades por la longitud de sus lados y ángulos, además de manejar técnicas de dibujo para representarlos y 29 relacionan elementos del entorno con estos. En total 27 estudiantes aprobaron la fase de información, es decir obtuvieron un Si, frente a la valoración de conocimiento previos.

En la fase de orientación y la fase de explicación; hubo una aprobación respectivamente de 30 y 28 estudiantes, sin embargo, estas dos fases de dieron en cierta manera, en paralelo dado que inicialmente los estudiantes hacen exploraciones y conjeturas solos y luego se confrontan en clase mediando el docente, de esta manera se registró las siguientes respuestas frente a las preguntas orientadoras planteadas entorno al aplicativo x construct; es importante tener en cuenta, que solo se enuncian algunas respuestas dado que algunas eran reiterativas o se referían a lo mismo y se ajustaron retóricamente:

- ¿Qué sucede si dibujamos solo cuadriláteros para la estructura del puente del aplicativo?
 - Se deforma cayéndose.
 - Se aplasta y el móvil se va al abismo.
 - La estructura se pone roja con el peso del tren y se quiebra.
 - No sirve, por eso deben usarse triángulos.
- ¿Qué características tienen los triángulos que mejor resisten el peso del móvil?
 - Tienen lados cortos y forman un ángulo recto.
 - Son los que forman un cuadrado.
 - Algunos son rectángulos y otros acutángulos.
 - No deben usarse obtusángulos, son mejores lo rectángulos.
 - Deben unirse en los vértices para lograr un anclaje.
- ¿Qué sucede con la estructura si la hacemos en su totalidad, inicialmente con triángulos acutángulos, luego con triángulos rectángulos y por ultimo con triángulos obtusángulos?
 - Los triángulos acutángulos funcionan bien, pero con ellos no se pueden formar cuadrados o rectángulos, para que la estructura tenga un perfil de cuadrilátero.

- Los triángulos rectángulos funcionan muy bien y con ellos se puede formar cuadrados o rectángulos para que la estructura tenga perfil de cuadrilátero.
- Los triángulos obtusángulos tienden a quebrarse, por consiguiente, la estructura se quiebra más rápido que con los otros triángulos.
- Mezclar triángulos rectángulos y acutángulos genera una estructura más compacta y resistente.

De igual manera frente a la consulta de estructuras los estudiantes encontraron que algunas como la Pratt, Howe o Warren contienen triángulos distintos, pero manteniendo simetría y al emularlas en el aplicativo X construct posibilitan efectivamente que el móvil se desplace sin quebrar o fatigar la estructura, permitiendo que los estudiantes corroboraran la importancia del triángulo en las transformaciones artefactuales del entorno, de allí el docente hizo algunas retroalimentaciones tanto de las propiedades de este como de su función social.

En la fase de orientación libre, los estudiantes elaboraron la estructura con fideos teniendo presente las reflexiones anteriores para sustentarla, logrando así; 26 estudiantes la aprobación de esta fase. Frente algunas preguntas orientadoras propias de la actividad, los estudiantes respondieron:

✓ ¿Cuántos cuadernos soportara la estructura?

- La mayoría de los estuantes desestimaron las primeras estructuras, indicando que soportaría de uno a dos cuadernos, a medida que se desarrollaba el ejercicio fueron aumentando la cantidad probabilística, teniendo por tope una estructura que soporto 51 cuadernos; lo cual genero asombro y huella en los estudiantes.

- ✓ ¿Qué tipo de triángulos dado sus lados y ángulos contiene la estructura?
 - Iniciando la actividad se presentaron algunas confusiones entre la categorización por longitud de los lados y los ángulos, sin embargo, a medida que se desarrolló el ejercicio se fueron teniendo claridades, para ello se utilizaron instrumentos como la regla, el compás y el transportador; con el compás se aprendió a estimar una longitud por comparación.
- ✓ ¿Qué tipo de triangulo según sus lados se comporta mejor, resistiendo los cuadernos?
 - Dada la pregunta anterior se tuvo la claridad sobre la categorización de los triángulos según sus propiedades, a partir de ello se concluyó relacionalmente que los mejores triángulos para la estructura eran, los triángulos rectángulos isósceles y los triángulos acutángulos equiláteros.
- ✓ ¿Qué tipo de triangulo según sus ángulos se comporta mejor, resistiendo los cuadernos?
 - La pregunta anterior evoca la presente, solucionándose relacionalmente. Los mejores triángulos para la estructura son; los triángulos rectángulos isósceles y los triángulos acutángulos equiláteros.
- ✓ ¿Qué estructura tiene mejor resistencia las de perfil alto o perfil bajo? ¿Por qué?
 - Esta pregunta llevo a una conclusión relacional por observación de ensayo y error, si los fideos son delgados las estructuras de perfil bajo soportan más cuadernos, pero si los fideos son gruesos o tubulares pueden ser de perfil más alto que las delgas y soportaran aun así más cuadernos. Pero en conclusión el perfil de una estructura entre más bajo menos riesgo de elongación tendrá, por ende, soportará mayor esfuerzo.

✓ ¿Qué importancia tienen las riostras en el desempeño de la estructura?

- Este fue un concepto nuevo para ellos “riostras” que son las diagonales que conectan dos puntos extremos de una columna, básicamente las que forman los triángulos, y que juegan un papel importante en la estabilidad de la estructura. Fue interesante ver como apropiaron la palabra y decían, por ejemplo, “profe él no le agregó riostras a la estructura” y luego ver como esta se deformaba, aplastándose. Allí comprendieron que las riostras son trascendentales en una estructura civil.

✓ ¿Cuál es la diferencia mecánica de las estructuras de perfil triangular y las de perfil cuadrado?

- A partir de la anterior pregunta se evidencio la respuesta de esta, pues cuando hay riostras, hay triángulos en la estructura por consiguiente no se deforman, mientras los cuadriláteros se deforman casi que al instante. En conclusión, las estructuras triangulares presentan mayor resistencia mecánica. Es importante aclarar que una cosa es la deformación es decir el cambio de forma y otra el quiebre, las estructuras triangulares no se deforman, pero si pueden quebrarse, esta fue una claridad que dedujeron burdamente los estudiantes.

En la fase de integración se concertaron algunas apreciaciones entre los estudiantes y el docente, a partir del concurso de las estructuras y de las siguientes preguntas:

- ¿Qué sabes ahora, que no sabías antes?
- ¿Cuál es la importancia de los ejercicios desarrollados para su vida?
- ¿Cómo se sintieron durante el desarrollo de las diferentes fases?

Frente a las respuestas discutidas entre los estudiantes, la apreciación individual de algunos y la mediación técnica y retórica del docente, se ratificó lo siguiente:

- ✓ El aplicativo “x construct” posibilita aprender jugando y reintentar construir el puente hasta que funcione.
- ✓ El aplicativo trae mensajes sobre la forma correcta de posicionar la línea de construcción y de interactuar con este, por consiguiente, se puede tener mejor desempeño.
- ✓ El ejercicio de estructuras con espagueti, aunque es tedioso de construir permite tener un acercamiento al ejercicio geométrico de configurar una estructura y la percepción de soportar un esfuerzo.
- ✓ Los triángulos isósceles rectángulos tienen mejor comportamiento en resistir una carga por que se distribuye mejor la fuerza soportada
- ✓ Los triángulos obtusos tienden a flectarse por ende ceden más rápido
- ✓ Entre más corto sean los segmentos de los triángulos, es decir sus lados, mayor van a resistir, dado que no se flectan, esto aplica para columnas en edificaciones o en extremidades en los humanos, sin embargo, se puede solventar dada otras variables técnicas.
- ✓ Las diagonales o atravesaños que llamamos, se llaman técnicamente riostras y su papel es que la carga se distribuya diagonalmente de esta manera resiste más tiempo la estructura
- ✓ Los triángulos tienen una importancia en el desarrollo tecnológico de la sociedad, por ende, es interesante aprender sobre triángulos y sus propiedades. Algunos referentes sociales sobre la trascendencia de los triángulos son las pirámides, el túnel de la isla de Samos, los desarrollos civiles entorno a puentes y techos y las mediciones de distancias con triángulos complementarios.

En esta fase se obtuvo la aprobación de 29 estudiantes de 30 que es la muestra, y a modo general se obtuvieron resultados positivos en relación a la aprobación de las 5 fases de aprendizaje. A continuación, se muestra a modo de resumen la tabla con las fases de aprendizaje desarrolladas y el total de estudiantes que aprobaron o reprobaron la fase, es decir, Si o No cumplieron a cabalidad las actividades:

Fases de Aprendizaje	SI (Estudiantes Aprobados)	NO (Estudiantes Reprobados)	Total De Estudiantes
Información	27	3	30
Orientación dirigida	30	0	30
Explicación	28	2	30
Orientación libre	26	4	30
Integración	29	1	30
Promedio	28	2	30

Tabla 9. Resultados de las fases de aprendizaje por número de estudiantes, Fuente propia

Como se puede evidenciar en promedio 28 estudiantes aprobaron las fases de aprendizaje, es decir llevaron a cabalidad el desarrollo de las actividades de la habilidad para modelar, que buscan contrastar las planteadas en el modelo computacional. Para constatar la viabilidad de este.

Del Desarrollo Del Ejercicio Práctico Para la Contrastación De La Habilidad Para Modelar Del Ambiente De Aprendizaje Computacional

Retomando la tabla de los estudiantes que aprobaron y reprobaron las fases de aprendizaje y transformándola a porcentajes encontramos:

Fases de Aprendizaje	SI (Estudiantes Aprobados)	NO (Estudiantes Reprobados)
Información	90%	10%
Orientación dirigida	100%	0
Explicación	93%	7%
Orientación libre	87%	13%
Integración	97%	10%
Promedio	93%	7%

Tabla 9. Resultados de las fases de aprendizaje por porcentaje de estudiantes, Fuente propia

A partir de esta tabla y de las observaciones del docente como acompañante y orientador del proceso, se puede analizar lo siguiente:

- ✓ El 93% de los estudiantes aprobó los desarrollos de las fases de aprendizaje, es decir, obtuvieron un sí, lo que permite inferir que el planteamiento de las actividades en relación a los desempeños y el modelo de Hoffer y Van Hiele, presentan una oportunidad fehaciente y exitosa para dinamizar la enseñanza aprendizaje de la geometría.

- ✓ Solo el 7% de los estudiantes reprobó los desarrollos de las fases de aprendizaje, es decir, obtuvieron un No, sin embargo, al revisar dichos casos desde lo disciplinario y académico, se encuentra que estos estudiantes presentan omisiones en su proceso escolar por dificultades en su contexto familiar y social. Lo que repercute en un bajo desempeño y dificultades comportamentales.
- ✓ Los resultados favorables entorno a los desarrollos planteados en la habilidad para modelar según Hoffer, permite deducir que la mayoría de los estudiantes mantuvieron un desempeño superior, y al revisar las fases de aprendizaje planteadas y contrastar con el planteamiento del modelo computacional en relación al nivel 2 de la habilidad para modelar, se evidencian lo desempeños establecidos en uno de los instrumentos, los cuales son: deducir triángulos en objetos o artefactos a partir de la geometría de sus caras y construir estructuras sencillas con triángulos usando distintos materiales, por ende, se validaría el planteamiento del modelo computacional.
- ✓ Las actividades pensadas para contrastar la habilidad para modelar desde las fases de aprendizaje de van Hiele, contempladas en el modelo de Hoffer y en el planteamiento del modelo computacional posibilitaron generar un proceso significativo, que involucro los conocimientos previos del estudiante, incentivo la metacognición y contextualizo los aprendizajes construidos.
- ✓ Los análisis expresados por los estudiantes a partir de las preguntas orientadoras evidencia que el objetivo de la contrastación permitió apropiar e interiorizar los desarrollos entorno a los triángulos y sus propiedades generando un aprendizaje significativo porque se dio en contexto y en el saber hacer.

- ✓ El aplicativo x construct permitió en los estudiantes contextualizar los desarrollos teóricos trabajados en clase y evidenciar andamiajes procedimentales durante su desarrollo, no obstante, dicho aplicativo carece de algún modelo de seguimiento de proceso personal del estudiante en relación a monitoreo y metacognición.
- ✓ Pese a que el ejercicio de contrastación contemplaba el aula de clase y la relación directa del docente, se evidencio que el uso del aplicativo permitió al estudiante generar interés por la clase y evocarse sobre las preguntas orientadoras.
- ✓ Al momento que se contrastaba los cuadernos que podía soportar la estructura según el estudiante vs los que soporto en realidad, generaba en el educando un choque mental de estructuras pues desdibujaba su idea a priori y a raíz de los análisis construidos por la geometría de la estructura se generaba un nuevo esquema mental a posteriori que evidenciaba un aprendizaje significativo, lo cual era emotivo para el estudiante y para el docente veedor del proceso.
- ✓ Para el desarrollo de una habilidad en determinado nivel, se sabe que es indispensable haber pasado por los anteriores niveles y haber desarrollado las demás habilidades en paralelo, sin embargo, dado el caso previsto se apeló al hecho que ya contaban con saberes previos al respecto y el docente en la primera fase evidenció y evocó dichos saberes.
- ✓ Con el ejercicio desarrollado se puede validar la pertinencia de la actividad de fundamentación y ejercitación propuesta, dado que los estudiantes llevaron a cabalidad los desarrollos exigidos, en el caso de la fundamentación el desarrollo de la consulta y para el caso de la ejercitación el uso del aplicativo X construct, lo que conllevo a un

ejercicio práctico que evidencio la complementación de los momentos, por ende, un aprendizaje.

- ✓ En el desarrollo del ejercicio de contrastación se dieron momentos como la activación cognitiva a través de la verificación de saberes previos, la presentación de los desempeños a alcanzar, el desarrollo de contenidos, la verificación de aprendizaje por medio de la pregunta y actividades de retroalimentación para la casa, lo que evidencia fácticamente el uso del modelo constructivista planteado.
- ✓ Frente a los antecedentes de trabajos como el de Galindo y Crowley se posibilito retomar su experiencia, pero de manera más dinámica es decir replantear ejercicios usando Tics y modelamientos que involucran en mayor medida aspectos del contexto.
- ✓ Al evidenciar que el ejercicio planteado posibilito una dinámica interesante en el quehacer educativo se llega a la misma conclusión que expresa Galindo; la carencia de tiempo impidió haber desarrollado a cabalidad el modelo del ambiente de aprendizaje computacional, por ende, quedan algunos elementos por analizar finitamente como, por ejemplo; si el estudiante de grado quinto efectivamente llega al nivel 4 (deducción) en cada una de las habilidades, o si definitivamente dicho nivel es inalcanzable para estudiante de básica primaria, si la motivación expresada es constante en las demás habilidades y niveles o está limitada a unas pocas intersecciones y si las actividades propuestas tanto en la fundamentación como la ejercitación son cabales para el desarrollos los desempeños y contenidos contextualizados o deben ser replanteados.
- ✓ El planteamiento de los instrumentos de desempeños, acciones del estudiante y el docente, y planteamiento del modelo computacional, posibilitaron hacer un ejercicio en paralelo que, al contrastarse con los desarrollos de las fases de aprendizaje, evidenciaron

que dicho ejercicio finito tiene potencialidades en la enseñanza aprendizaje de la geometría y en el quehacer educativo una oportunidad para generación de didácticas.

Queda en el tintero cosas por decir y replantear, sin embargo, dicho ejercicio de contrastación se consolida como una experiencia plausible y significativa para dinamizar el quehacer educativo en matemáticas referido a geometría mediado por Tics. Por consiguiente, este trabajo presenta una oportunidad de investigación con Tics a nivel de maestría para generar un proceso de mayor tiempo, es decir, trabajar con un grupo varios años consecutivos bajo el modelo de Hoffer y compararlos con otro grupo con modelo tradicional para validar del todo su eficacia y eficiencia.

Conclusiones

Es importante resaltar que todo el trabajo realizado se hizo siempre bajo los preceptos legales del ministerio de educación nacional, procurando la evolución del estudiante en relación al aprendizaje significativo y el desarrollo contextual. Frente al objetivo planteado sobre determinar el efecto de un ambiente virtual de aprendizaje basado en el modelo Hoffer entorno a la habilidad para modelar en estudiantes de grado quinto del colegio distrital Marco Fidel Suárez, se puede afirmar con contundencia que se mantuvo la congruencia y éxito de las actividades diseñadas y proyectadas en el modelo computacional con el ejercicio de contrastación, además que este fue más allá porque involucro dimensionalmente al estudiante desde el saber hacer, es decir, que el estudiante relaciono los desarrollos de clase con elementos del entorno que ahora le posibilitan otra realidad del sentir y reflexionar geométrico, prueba de ellos son los resultados evaluativos que evidencia la rúbrica de evaluación donde se logró que el 93% de los estudiantes alcanzaran un desempeño superior, es decir, cumplieron con las expectativas planteadas, y solo un 7% no cumplieron dichas expectativas; que dado el tamaño de la población y el contexto sociocultural no representa una cifra considerable, esto indica que el planteamiento de las fases de aprendizaje de Van Hiele, relacionados al modelo de Hoffer y en este caso mediado por TIC es la solución potencial a la manera tradicional de los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría que no trascienden en la realidad de los educandos, sin embargo, se reconoce que aún queda por confrontar más adelante si todo el modelo es viable de desarrollarse para lograr en el estudiante un nivel de pensamiento de deducción en todas la habilidades.

Por otro lado, retomando los desarrollos de Galindo (1996) se posibilito emular el ejercicio de construir el modelo del ambiente a partir de la tabla del modelo de Hoffer pensando los desempeños, las acciones del docente y estudiante, las actividades de fundamentación y

ejercitación y la rúbrica de fases de aprendizaje, lo que permite un análisis finito y en paralelo de los elementos del ambiente, de igual manera en la contrastación; tal y como lo menciona Galindo en sus conclusiones se encuentran bondades en el modelo de Hoffer en geometría como el desarrollo de la creatividad por parte de los estudiantes y el ingenio, evidente en la fase de orientación libre respecto a la elaboración de las estructuras, como por ejemplo, la técnica para construirlas; algunos estudiantes primero dibujaron la estructura sobre el papel y allí pegaron los espaguetis, luego ensamblaron los módulos, dicho ejercicio no se les oriento en clase sino que fue producto de los desarrollos en casa, lo que implica un nivel de ingenio, autonomía y metacognición. Por ende, se resalta que la mayor riqueza del humano sea su ingenio y capacidad de reflexión. De igual manera en la fase de orientación dirigida, el ejercicio del aplicativo dimensiono otra realidad y otros desarrollos potenciales inimaginados por Galindo dado que en ese entonces cuando hasta ahora salía Windows 98, la tecnología digital se veía lejos e inverosímil de un aula colombiana. Por último, como dato curioso cabe mencionar que la institución donde Galindo desarrollo su investigación está a tres cuadras de la institución donde se contrasto la habilidad, en teoría se mantiene una estrecha relación de contexto socio-cultural.

Frente a los desarrollos de Crowley (1987) su investigación es sustento de varios trabajos al evidenciar en la practica la esencia del modelo de Van Hiele (1959), a partir de una serie de actividades entorno a los triángulos y cuadriláteros, de allí se extrajo algunas actividades que se transmutaron al ambiente de aprendizaje computacional y que a partir de las bondades que ofrece la tecnología actual se pudo dinamizar dichas actividades en su planteamiento. En la contrastación se mantiene relación con Crowley al propender que la enseñanza en geometría sea la ostentación de la realidad y sus fenómenos matemáticos, no obstante, se buscó a diferencia de su estudio que fuese el estudiante el actor principal de los desarrollos y quien pudiese establecer

las relaciones y aprendizajes matemáticos entorno a los triángulos y sus propiedades, como se constata en los análisis de los estudiantes expresados anteriormente y sus resultados evaluativos.

Por su parte Fouz (2013) desde su perspectiva del currículo abierto para geometría, es asertivo al plantear el modelo de Van Hiele como una forma de dinamizar distintos ejes problémicos desde lo didáctico y como el mismo advierte; esto no es una panacea de la geometría, pero si una oportunidad para generar en los estudiantes un lenguaje y una significatividad distinta a lo tradicional, posibilitando que se ordene el pensamiento y se de una construcción del conocimiento de manera más táctica y procesual. De esta manera las fases de aprendizaje expuestas por Fouz del modelo Van Hiele, propendieron pensar y determinar las acciones a desarrollar, que posibilitaran contrastar la habilidad para modelar en relación al modelo computacional y comprobar que es pertinente, que si posibilita un mejor desarrollo geométrico en los estudiantes y dinamiza los procesos de educabilidad y enseñabilidad.

Desde lo expuesto por Beteta (2017) en relación a los ambientes virtuales de aprendizaje se resalta que el conocimiento pedagógico tecnológico disciplinario aunque suene redundante evidencia unas relaciones lógicas que posibilitan mediar lo pedagógico, tecnológico y disciplinar en una serie de acciones didácticas intencionadas y caviladas para efectuar una construcción del conocimiento, donde el concepto es la clave para el éxito académico, que luego viabilizará una interrelación conceptual para generar estructuras más complejas de pensamiento.

De igual forma, lo expuesto por Vargas y Gamboa (2012) desde la reflexión de lo social de la geometría, se resalta las reflexiones generadas por los estudiantes de grado quinto, las cuales estuvieron conexas a los triángulos y las estructuras formadas por estos; que se hallaban inmersas en elemento del entorno como cerchas, puentes o barandales, reconociendo así que la geometría es un quehacer diario que permite al humano transformar el entorno de manera técnica

y finita, siendo idioma universal dado que los principios geométricos son iguales en cualquier parte de la tierra y que los desarrollos tecnológicos de cada cultura guardan estrecha relación.

Por otro lado, los desarrollos de Jaramillo y Quintero (2014) y López y huertas (2014) aunque no guardaban relación de fondo, pero sí de forma, permiten confrontar y constatar que el mundo posmoderno se rige en la medida de los desarrollos y avances tecnológicos, que se sustenta en la premisa que el desarrollo y producción tecnológica es una situación de los países desarrollados, por consiguiente la educación como la base de desarrollo social debe propender por la implementación de tecnologías que proyecten y visibilicen el país en vía de desarrollo, de allí que los docentes estén en la tónica de investigar y en dicho proceso implementar tecnologías para hacer eficiente y eficaz las acciones de enseñanza-aprendizaje; tal y como se evidencia en la contrastación de la habilidad para modelar, donde hay que tener en cuenta que tecnología no solo implica lo digital o computacional, sino también aquellos elementos que trascienden de lo natural a lo artificial como materiales, procesos y servicios, por ejemplo, el pegamento que eligieron los estudiantes para unir los elementos de la estructura, la técnica usada para el ensamble o la información obtenida para ello, eso también se convierte en andamiajes sociales y procedimentales.

Igualmente, la contrastación de la habilidad posibilita resignificar la educatividad del docente, pues no es mentira que luego de un tiempo hay cierto estupor entre los colegas, quienes no soslayan su trabajo más allá de los dejos clásicos de enseñanza o meramente entran en un conformismo de sus logros académicos obtenidos, no deliberando que el quehacer docente es un dinamismo constante y sumatorio dada el área, como lo evidencia el estudio de Sua (2015), Camargo y Acosta (2012) donde sostienen para nuestro caso y para evidencia del modelo computacional planteado que la enseñanza en geometría debe ser dinámica, relacional y

enfocada al humano en su condición de estar en la realidad, de allí que los desarrollos planteados en este documento converjan con dichos planteamientos, y la contrastación haya propendido por involucrar al estudiante en su proceso, rescatando su experiencia y generando un aprendizaje significativo, dinámico y relacional que incentiva al estudiante por la clase, lo que conlleva que el imaginario de matemáticas se resignifique en una oportunidad de ver en esta ciencia una forma de estar en la vida, organizarla y predecirla.

A modo de cierre, y excusando las ideas que se omiten, pero se suscitan en el desarrollo de este documento se puede afirmar que la contrastación de la habilidad para modelar sustenta la viabilidad del ambiente de aprendizaje computacional planteado, generando una oportunidad de desarrollo didáctico para la enseñanza aprendizaje de la geometría, dado que los antecedentes demuestran que es posible entender temas como las matemáticas por medio de entornos virtuales garantizando resultados positivo. Por consiguiente, dicho aplicativo encaja dentro de las necesidades tecnológicas que plantea la educación postmoderna donde se busca dinamizar las formas tradicionales de enseñanza sobre todo en un área de gran estigma como lo es la matemática.

A modo personal, el desarrollo de la materia de pedagogía computacional como estudiante de pregrado posibilita acrecentar y adquirir la perspectiva de la pedagogía y la computación, de cómo dicha sinergia propende por nuevas dinámicas de enseñabilidad y educabilidad, incentivando el desarrollo educativo que va a la par del desarrollo vertiginoso de la tecnología; donde se manifiesta fácticamente; la diferencia entre tecnología de la educación y educación de la tecnología, replanteando el quehacer del docente, el cual no puede ser estático, absoluto o anarquista.

Bibliografía

Camargo, L. y Acosta, M. (2012). *La geometría, su enseñanza y su aprendizaje*. Revista Tecné, Episteme y Didaxis: TED. Rev. Fac. Cienc. Tecnol. no.32 Bogotá July/Dec. 2012.

(http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-38142012000200001)

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2018). Informe por colegio, pruebas saber 3°, 5° y 9°. Recuperado de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co>

Galindo, C. (1996). *Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría*. (Licenciatura). Universidad Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia

Bressan, A., B. Bogisic, K. Crego (2000), *Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica. Mirar, construir, decir y pensar*. Buenos Aires.

Hoffer, A. (1981). *Geometry is more than proof*. The Mathematics Teacher, Vol. 74, No. 1 (January 1981), pp. 11-18. National Council of Teachers of Mathematics. U.S.

Van Hiele, P. M. (1959). *A Child's Thought and Geometry*. Washington. D.C.: NSF, 1984a. (Original work published in 1959)

Van Hile-Geldof, Dina. (1957). *Dissertation of Dina van Hiele-Geldof Entitled: The Didactic of Geometry in the Lowest Class of Secondary School*. Washington. D.C.: NSF, 1984a. (Original work published in 1957)

Crowley, M.L. (1987). *The Van Hiele model of development of geometric thought*. N.T.C.M: Learning and teaching geometry, k12, N.T.C.M. Reston. Pp 1-116. U.S.

Fouz, F. (2013). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. Portal Web; Berritzegune de Donosti. España.

Beteta, M. (2017). *Entornos virtuales para el aprendizaje de las matemáticas: análisis de una propuesta con tecnologías para la enseñanza de la geometría en el Programa de los Años Intermedios del IB*. Colegio Hiram Bingham, Perú.

Vargas, G y Gamboa, R. (2012). *El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría*. Colegio técnico profesional de Puriscal y escuela de matemática, Universidad Nacional. Costa Rica.

Jaramillo, J. & Quintero, D. (2014). *Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa el hormiguero* (Maestría). Universidad libre seccional Cali, Colombia.

Sua, C. (2015). *La demostración en geometría: procesos cognitivos y metacognitivos favorecidos por la inclusión de ambientes dinámicos* (Maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

López, O y Huertas, A. (2014). Andamiaje metacognitivo para la búsqueda de información (Ambi): una propuesta para mejorar la consulta en línea. Universidad Antonio Nariño. Colombia.

Jonassen, D. (1999). *Designing Constructivist Learning Environments*. Pennsylvania State University. U.S.

Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). *The role of tutoring in problem solving*. Journal of Child Psychology and Psychiatry. Harvard University. U.S.

Piaget, J. (1929). The child's conception of the world. Routledge & Kegan Paul Ltd. London

Piaget, J. y Inhelder, B. (1967). The child's conception of space. Norton y Co. New York. U.S.

Vygotsky, L. (1926). *Psicología pedagógica*. Editorial El Trabajador de la Cultura. Moscú. Rusia.

García, S y López, O. (2008). *La enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional Para La Evaluación De La Educación. México.

Camargo, L. (2011). *El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría*. Revista Colombiana de Educación, N.º 60. Primer semestre 2011. Bogotá. Colombia.

Ministerio de educación nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Colombia. Recuperado de:

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerios de educación nacional. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje*. Colombia.

Recuperado de:

https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Lenguaje.pdf