



Centro de Educação Superior de Brasília

**Centro Universitário Instituto de Educação Superior de Brasília**

**Curso:** ENGENHARIAS E CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**Campus:** SUL

**Professor:** SOFIA MITSUYO TAGUCHI DA CUNHA

**Data:** 08/06/2020

**Disciplina:** GEOMETRIA ANALÍTICA E VETORES

**Turma:** ENGCDM1AB

**IDENTIFICAÇÃO DO GT nº \_\_4\_\_ (PAR)**

**Aluno:** Diego Vieira Santos

**Matrícula:** 2012082035

**Aluno:** João Marcelo da Cruz Souza

**Matrícula:** 2012082083

**Aluno:** Samuel Linhares Nogueira

**Matrícula:** 2012130041

**Aluno:** Jardel Dias de Sousa Campos

**Matrícula:** 1922081007

**TRABALHO EM GRUPO SOBRE RETA, PLANO, CÔNICAS E QUÁDRICAS**

**INSTRUÇÕES**

- 1. As situações-problema, aqui propostas, no valor total de 5,0 (cinco) pontos, deverão ser resolvidas em grupo a mão, durante 8h15min às 12h15min.**
- 2. Em todas as questões, deverão ser apresentados os cálculos, sem os quais as questões não serão pontuadas por completo.**
- 3. Todas as resoluções deverão estar organizadas em um só arquivo e salvos em PDF.**
- 4. Para postar o arquivo em PDF (até, no máximo, 12h15min de 08/06/2020):**
  - 4.1 Vá ao Blackboard, em Conteúdo da Disciplina.
  - 4.2 Clique em POSTAGEM DE TRABALHO EM GRUPO P2
  - 4.3 Clique “Visualizar exercício”.
  - 4.4 Clique em “Adicionar conteúdo” e carrega o arquivo PDF nesse espaço.
  - 4.5 Salvar, finalmente.

**BONS ESTUDOS!**

**QUESTÕES PROPOSTAS PARA GT PAR**

### QUESTÃO 1 (Valor 1,0 ponto)

No estudo da cônica **parábola** transladada, existem duas equações básicas reduzidas:

$$(x - h)^2 = 2p(y - k), \text{ para eixo de simetria paralela ao eixo } \vec{Ox} \text{ e}$$

$$(y - k)^2 = 2p(x - h), \text{ para eixo de simetria paralela ao eixo } \vec{Oy},$$

onde  $P(x,y)$  é qualquer ponto da parábola, com vértice  $V=(h,k)$  e  $p$ , um parâmetro que indica a distância do foco  $F$  até à diretriz  $d$ , de forma que  $|PF| = |PP'|$ , onde  $P'$  é a projeção de  $P$  sobre a diretriz  $d$ .

Dada a equação geral de uma parábola  $x^2 + 4x + 8y - 20 = 0$ , julgue cada uma das seguintes afirmações em Falsa (F) ou Verdadeira (V), utilizando-se dos conhecimentos acima mencionados.

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS, EM CADA ALTERNATIVA E APRESENTE O GRÁFICO.

- A) ( ) O vértice possui a ordenada negativa.
- B) ( ) O foco  $F$ , neste caso, situa-se abaixo do vértice, exatamente no ponto  $F(-2, 3)$ .
- C) ( ) A equação da diretriz  $d$  e a equação do eixo de simetria são respectivamente:  $d: x = -2$  e  $e: y = 5$ .
- D) ( ) O *latus rectum* é exatamente de 8 unidades.
- E) ( ) A parábola está com a concavidade para cima.

### Questão 2 (Valor 1,0 ponto)

$$\frac{y}{2x-3} = \frac{x-1}{3y-11} = \frac{z-1}{-1}$$

Dadas as retas:  $r_1: \{z = -x + 2\}$  e  $r_2: \{ \quad \}$ , calcule:

- a) o ângulo formado pelas retas dadas,
- b) o ponto em comum, de intersecção entre essas retas, e
- c) a equação do plano que as contém. DESENHE UMA DAS RETAS.

### QUESTÃO 3 (Valor 1,0 ponto)

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

As equações da esfera, elipsóides e hiperbolóides podem ser reunidas em  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  e conforme os sinais dos termos ao quadrado, do primeiro membro da equação, as classificações são diversas. Dadas as equações das quádricas, nas alternativas abaixo, classificar em: Paraboóide elíptico, Esfera, Elipsóide, Hiperbolóide de uma folha ou Hiperbolóide de duas folhas.

- a)  $X^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z + 13 = 0$
- b)  $4x^2 - y^2 + 4z^2 - 4 = 0$
- c)  $z = \sqrt{4 + 4x^2 + 4y^2}$
- d)  $2x^2 + 4y^2 + z^2 - 16 = 0$
- e)  $4x^2 + z^2 - y = 0$

ESCOLHA UMA EQUAÇÃO ACIMA PARA APRESENTAR O SEU GRÁFICO.

#### QUESTÃO 4 (Valor 1,0 ponto)

Uma **elipse** possui focos  $F_1 = (-1, -3)$  e  $F_2 = (-1, 5)$  e excentricidade reduzida a  $2/3$ .

Pede-se:

- a) O valor dos elementos  $a$ ,  $b$  e  $c$ ;
- b) a equação da elipse, na forma padrão e geral;
- c) as coordenadas do centro  $C$ , dos vértices  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$ ;
- d) a distância do eixo maior e do eixo menor;
- e) as equações paramétricas da elipse dada e
- f) o esboço do gráfico da cônica.

#### QUESTÃO 5 (Valor 1,0 ponto)

Dada a hipérbole  $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$ , pede-se determinar:

- a) sua equação reduzida, na forma-padrão, e a geral;
- b) o centro  $C(h,k)$ ;
- c) as coordenadas dos vértices  $A_1$  e  $A_2$  do eixo real;
- d) as coordenadas dos vértices  $B_1$  e  $B_2$  do eixo imaginário;
- e) as coordenadas dos focos  $F_1$  e  $F_2$ ;
- f) a excentricidade;
- g) as equações das assíntotas e
- h) as suas equações paramétricas APRESENTE O GRÁFICO DA HIPÉRBOLE.

~~0.6~~  
1.0

$$① x^2 + 4x + 8y - 20 = 0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$(x-h)^2 = 2p(y-k)$$

$$8y = -x^2 - 4x + 20$$

$$y = \frac{-x^2 - 4x + 20}{8}$$

$$y = \frac{-(x+2)^2 - 24}{8}$$

$$y = \frac{-(x+2)^2}{8} - 3$$

$$y + 3 = \frac{-(x+2)^2}{8}$$

$$-8(y+3) = (x+2)^2$$

$$-8(y+3) = (x+2)^2$$

$$h = -2 \quad k = 3$$

a) F, pois  $K=3$

b) F, o vertice é  $(-2, 3)$  e o foco é  $(-2, 5)$

c) V, d:  $x = -2$   $y = 5$

d) F, pois p tem 4 unidades

e) F,  $a = -1/8$  logo a concavidade é para baixo

$$2p = -8$$

$$p = -4$$

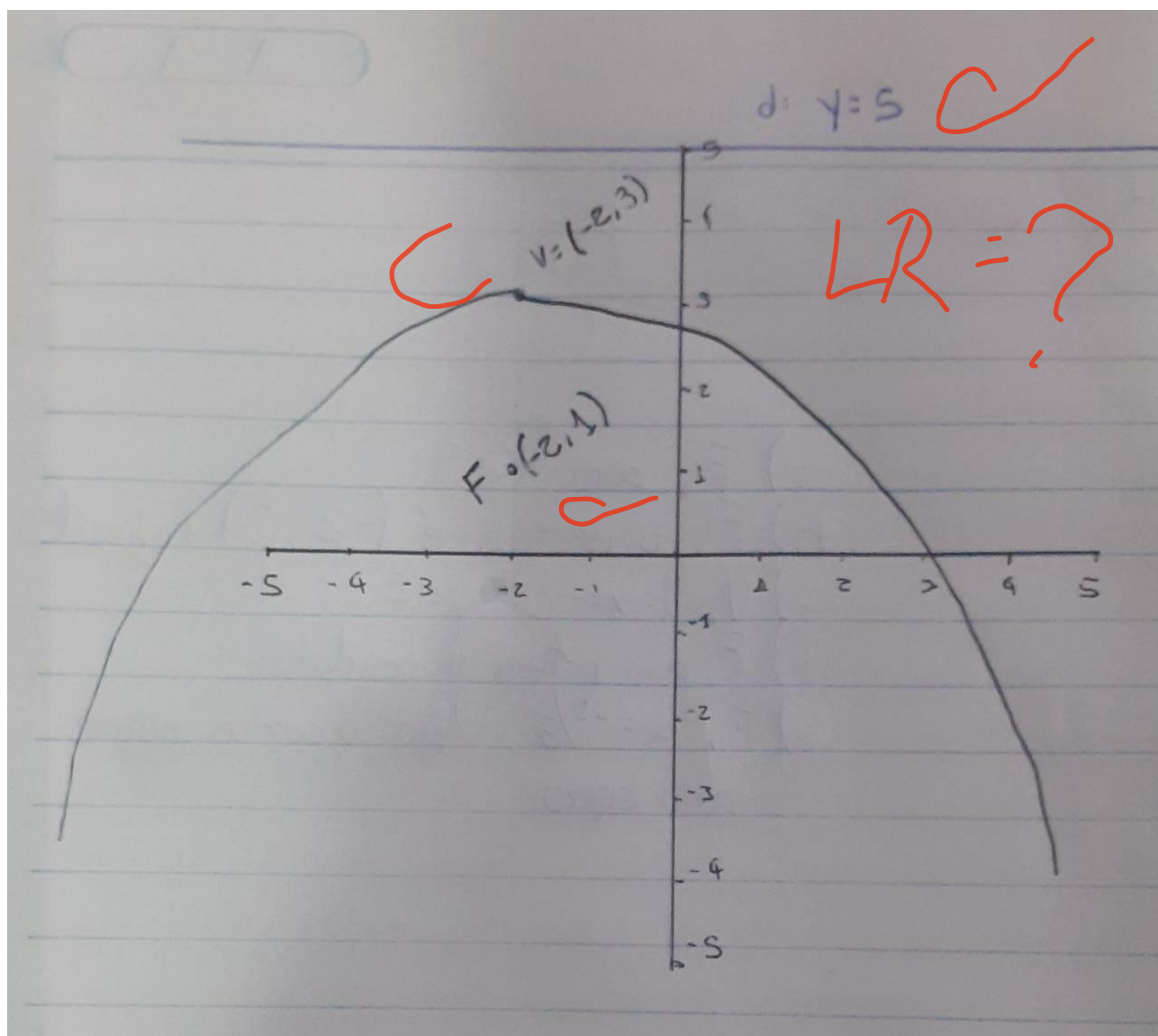
$$p/2 = -2$$

$$F_y = 3 - 2 = 1$$

$$F = (-2, 1)$$

$$p = -4 \quad d_y = 1 - (-4)$$

$$d_y = 5$$



$$y = 2x - 3$$

$$-1 = 2x - 3$$

$$2x - 3 = -1$$

$$2x = -1 + 3$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$

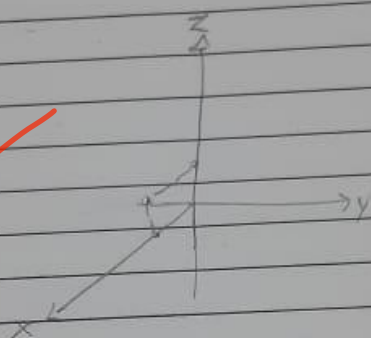
$$z = -x + 2$$

$$z = -1 + 2$$

$$z = 1$$

$$y = -1$$

↳ ponto dado



a)  $90^\circ$

$$b) P = (1, -1, 1)$$

0,25

3/a) Hiperbóide de duas folhas

b) Hiperbóide de uma folha

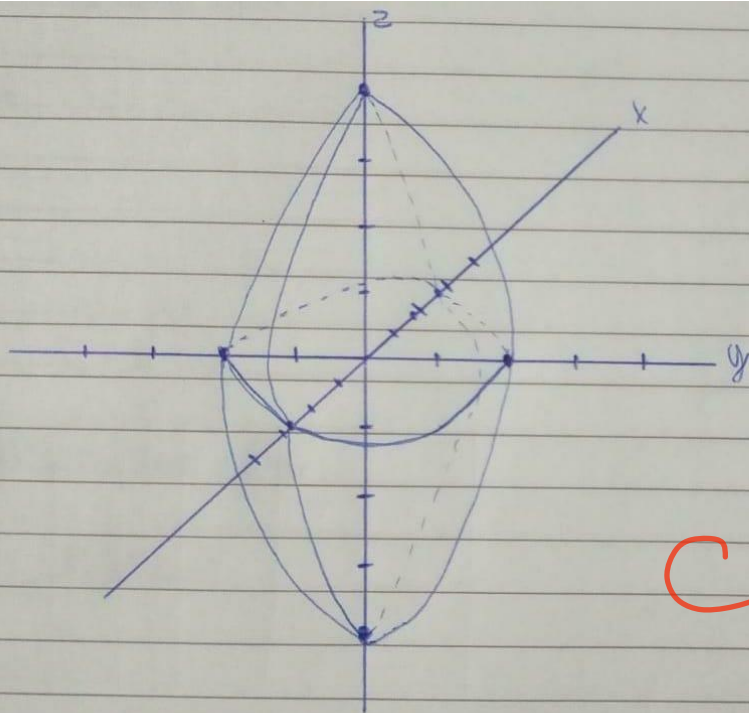
c) Parabóide elíptico

d) Elipsoide

e) Hiperbóide de uma folha

$$\frac{0.4}{1.0}$$

3/d)



④  $F_1(-1, -3) F_2(-1, 5) \quad c = 2/3$

$2c = 5 - (-3)$

$2c = 8$

$c = 4$

$c = \frac{c}{a}$

$\frac{4}{a} = \frac{2}{3}$

$c^2 = b^2 + a^2$

$b^2 = 20$

$b = \sqrt{20}$

$b = 2\sqrt{5}$

a)  $a = 6 \quad b = 2\sqrt{5} \quad c = 4$

Centro =  $(-1, 1) \quad k = 1 \quad h = -1$

$\frac{(x - (-1))^2}{(2\sqrt{5})^2} + \frac{(y - 1)^2}{6^2} = -9x^2 - 18x + 10y + 16b - 5y^2$

b)  $\frac{(x - (-1))^2}{(2\sqrt{5})^2} + \frac{(y - 1)^2}{b^2} = -9x^2 - 5y^2 - 18x + 10y + 16b = 0$

c) Centro =  $(-1, 1), B_1(-2\sqrt{5}, 1)$

$B_2(2\sqrt{5}, 1)$

$A_1(-1, -5)$

$A_2(-1, 7)$

$A_1(-1, -a)$

$A_2(-1, a)$

$A_1(-1, -b)$

$A_2(-1, b)$

$A_1(-1, -5)$

$A_2(-1, 7)$

$B_1(-1, 1)$

$B_2(1, 1)$

$B_1(-1, 1)$

$B_2(2\sqrt{5}, 1)$



1

d) Eixo maior = 12 Eixo menor =  $4\sqrt{5}$

e)

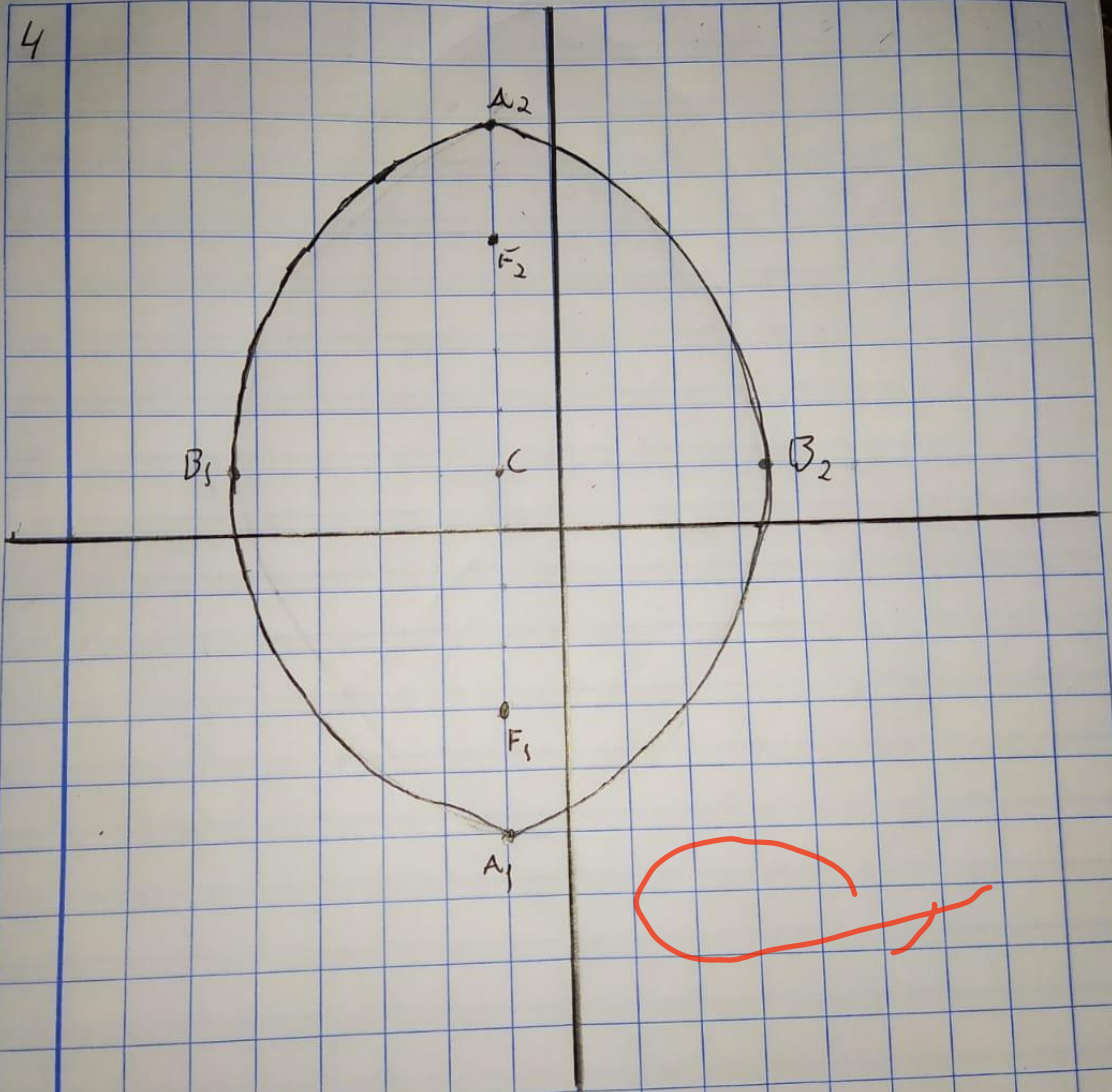
$$x - h = b \cos \theta$$

$$y - k = a \sin \theta$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{5} \cos \theta \\ y = 1 + 6 \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{5} \cos \theta \\ y = 1 + 6 \sin \theta \end{cases}$$

4



5 - a) Equação Reduzida:  $\left(\frac{y-1}{3}\right)^2 - \left(\frac{x-3}{4}\right)^2 = 1$  ✓

Equação geral:  $9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$  ✓

b) Centro:  $C = (3, 1)$

c) Vértice  $A_1 = (3, -2)$  Vértice  $A_2 = (3, 4)$

d) Vértice  $B_1 = (1, 1)$  Vértice  $B_2 = (5, 1)$

e) Foco  $F_1 = (3, -\sqrt{3})$  Foco  $F_2 = (3, \sqrt{3})$

f) Excentricidade  $= \frac{\sqrt{3}}{3}$

g) Assíntotas

$y = \frac{3}{2} \cdot (x - 3) + 1$

$y = -\frac{3}{2} \cdot (x - 3) + 1$

h) Equações paramétricas

$y = 3 \sec \theta + 1$

$x = 2 \tan \theta + 3$



| DOM                      | SEG                      | TER                      | QUA                      | QUI                      | SEX                      | SÁB                      |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| DOM                      | LUN                      | MAR                      | MIÉ                      | JUE                      | VIE                      | SÁB                      |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

$$5 - 9x^2 - 4y^2 - 54x + 8y + 113 = 0$$

$$9x^2 - 54x - 4y^2 + 8y = -113$$

$$9(x^2 - 6x + (-3)^2) - 4(y^2 - 2y + (-1)^2) = -113 + 81 - 4$$

$$\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

$$C = (h, k) = (3, 1)$$

$$a = \sqrt{9} = 3$$

$$b = \sqrt{4} = 2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3^2 + 2^2$$

$$c^2 = 9 + 4$$

$$c^2 = 13$$

$$c = \sqrt{13}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

$$(y-k) = \pm \frac{a}{b} \cdot (x-h)$$

$$(y-1) = \pm \frac{3}{2} \cdot (x-3)$$

$$y = \pm \frac{3}{2} \cdot (x-3) + 1$$

$$y = + \frac{3}{2} \cdot (x-3) + 1$$

$$y = - \frac{3}{2} \cdot (x-3) + 1$$

$$(y-k) = a \sec \theta$$

$$y-1 = 3 \sec \theta$$

$$y = 3 \sec \theta + 1$$

$$x-h = b \tan \theta$$

$$x-3 = 2 \tan \theta$$

$$x = 2 \tan \theta + 3$$

5-

0.9  
1.0

