

Curso: Engenharia Elétrica / Engenharia da Computação

Disciplina: Análise de Sinais

Professor: Thiago Raposo Milhomem de Carvalho

ATIVIDADE DE LABORATÓRIO nº 01

Data da atividade	Prazo para envio
27/04/2022	29/04/2022

Este trabalho, a ser realizado em MATLAB / Octave, deverá ser feito individualmente ou em grupos de, no máximo, quatro alunos, e sua nota fará parte da pontuação relativa aos trabalhos. Deverá ser enviado ao professor um relatório contendo:

- (i) uma introdução teórica sobre o assunto (breve explicação sobre os tópicos abordados);
- (ii) os gráficos dos sinais de teste e dos sinais resultantes para cada caso – incluindo seus comentários e interpretações –, demais figuras (diagramas etc.), suas discussões e conclusões;
- (iii) quando for o caso, os textos de códigos fontes dos algoritmos escritos.

O relatório deve ser enviado, em arquivo PDF no campo da atividade da disciplina (único arquivo a ser enviado ao professor). Caso seja feito em grupo, o envio deve ser feito por (somente) um representante do grupo pelo formulário de envio, no item da atividade no Classroom.

ATENÇÃO:

- Os comentários, interpretação dos resultados e o entendimento do que se observa são o principal fator considerado na avaliação de uma atividade de laboratório. É o que dá sentido ao relatório. Relatórios sem comentários ou somente com algoritmos ou gráficos serão desconsiderados. Comente sempre os procedimentos realizados e justifique os resultados obtidos.
- A organização do relatório e dos algoritmos escritos também é considerada na avaliação. Algoritmos desorganizados – ou escritos de forma que só possam ser compreendidos por quem os escreveu – de nada servem no ambiente acadêmico e devem ser evitados.
- Não há problemas com o diálogo entre grupos distintos, mas cópias não serão aceitas. Em caso de cópias, todos os alunos de todos os grupos envolvidos estarão sujeitos ao Código de Ética Discente do IESB. Seja honesto, faça seu próprio trabalho.
- Todos os alunos componentes do grupo são igualmente responsáveis pelo trabalho enviado ao professor.
- Assuntos das atividades de laboratório (bem como as ferramentas utilizadas) também podem ser avaliados em provas escritas.

ATENÇÃO: Em suas soluções, exceto quando explicitamente solicitado, não devem ser utilizadas as funções ‘prontas’ do MATLAB, já que a atividade visa à compreensão dos conceitos vistos por meio da programação nesta linguagem. Tais funções podem ser usadas, evidentemente, para validação e comparação dos resultados.

Curso: Engenharia Elétrica / Engenharia da Computação
Disciplina: Análise de Sinais
Professor: Thiago Raposo Milhomem de Carvalho

CONVOLUÇÃO EM TEMPO DISCRETO

Nesta atividade, você deverá escrever em MATLAB / Octave um algoritmo (arquivo .m) para realizar o cálculo da convolução entre duas sequências recebidas como parâmetros de entrada (na forma de vetores), fornecendo como parâmetro de saída a sequência resultante da convolução (também na forma de um vetor).

Lembre-se que a convolução em tempo discreto (entre duas sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$) consiste na soma:

$$y[n] = x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k]x_2[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_2[k]x_1[n-k]$$

Como inspiração, considere o seguinte exemplo:

Se $x_1[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$ e $x_2[n] = 3\delta[n] - 4\delta[n-2]$, temos os vetores:

`x1 = [1 1]`

`x2 = [3 0 -4]`

O cálculo de convolução, utilizando as propriedades de convolução com impulsos, pode ser feito da seguinte maneira:

$$y[n] = x_1[n] * x_2[n] = 3x_1[n] - 4x_1[n-2]$$

Lembre-se que, como $x_1[n]$ tem comprimento igual a **2** e $x_2[n]$ tem comprimento igual a **3**, o resultado da convolução, $y[n]$, terá comprimento **2 + 3 - 1 = 4** amostras. Assim complete o vetor `x1` com 2 zeros à direita e o vetor `x2` com 1 zero à direita para que sejam ambos representados com 4 amostras. Assim, completando os vetores com zeros, representamos $x_1[n]$ e $x_2[n]$ com 4 amostras, ou seja, `x1 = [1 1 0 0]` e `x2 = [3 0 -4 0]`. Na forma de vetores, a convolução, na forma da equação acima, ficaria como mostrado a seguir (à esquerda, o procedimento na forma de vetores em MATLAB; à direita, utilizando notação de sequências):

<code>y = 3*[1 1 0 0] - 4*[0 0 1 1]</code> <code>= [3 3 0 0] - [0 0 4 4]</code> <code>= [3 3 -4 -4]</code>	$y[n] = 3x_1[n] - 4x_1[n-2]$ $= 3(\delta[n] + \delta[n-1]) - 4(\delta[n-2] + \delta[n-3])$ $= 3\delta[n] + 3\delta[n-1] - 4\delta[n-2] - 4\delta[n-3]$
--	--

Isto é, realizamos a seguinte soma:

$$\begin{array}{rrrr} & 3* & [1 & 1 & 0 & 0] \\ + & 0* & [0 & 1 & 1 & 0] \\ + & (-4)* & [0 & 0 & 1 & 1] \\ + & 0* & [0 & 0 & 0 & 1] \\ \hline & & [3 & 3 & -4 & -4] \end{array}$$

Curso: Engenharia Elétrica / Engenharia da Computação
Disciplina: Análise de Sinais
Professor: Thiago Raposo Milhomem de Carvalho

Ou seja: $y[n] = 3\delta[n] + 3\delta[n-1] - 4\delta[n-2] - 4\delta[n-3]$, o que pode ser verificado pelo cálculo “manual” da convolução das sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$ (como no procedimento mostrado, utilizando notação de sequências).

Ainda, vale a pena observar uma última maneira bastante simples de interpretar a convolução, muito semelhante ao procedimento tradicional de multiplicação de números com vários algarismos:

Tomemos como exemplo as sequências $x_1 = [2 \ 3]$ e $x_2 = [4 \ 5 \ 6]$. Alinhe-as à esquerda, uma sobre a outra, calcule o produto de uma das sequências por cada amostra da outra, considerando os deslocamentos (mostrado em verde) e some os resultados desses produtos (resultado em vermelho). Este último resultado obtido (vermelho) é o resultado da convolução.

```
[4  5  6]
[2  3]
-----
[8 10 12  ]
[ 12 15 18]
-----
[8 22 27 18]
```

Finalmente, veja que:

$$\begin{aligned} (2\delta[n] + 3\delta[n-1]) * (4\delta[n] + 5\delta[n-1] + 6\delta[n-2]) &= \\ = 8\delta[n] + 22\delta[n-1] + 27\delta[n-2] + 18\delta[n-3] \end{aligned}$$

o que corresponde ao resultado obtido com o método visto agora.

Você pode utilizar uma dessas ideias como ponto de partida para seu algoritmo. O que seu algoritmo deverá fazer é realizar este procedimento para o caso geral, em que são recebidos os vetores x_1 e x_2 (que representam as sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$) como parâmetros de entrada – isto é, serão vetores que o usuário do algoritmo decidirá quais são. Recebidos estes vetores, seu algoritmo deverá determinar o vetor y (que representa a sequência resultante $y[n]$) e fornecê-lo como parâmetro de saída. Portanto este será o primeiro procedimento da atividade:

Procedimento 1

Escreva em MATLAB / Octave um algoritmo (função num script ‘.m’) que receba como parâmetros de entrada duas sequências, representadas nos vetores x_1 e x_2 e que forneça, como resultado, o vetor y , representando o sinal resultante da convolução entre x_1 e x_2 (vetor contendo as correspondentes amostras).

Curso: Engenharia Elétrica / Engenharia da Computação

Disciplina: Análise de Sinais

Professor: Thiago Raposo Milhomem de Carvalho

Evidentemente, sua solução **não** deverá empregar a função pronta do MATLAB / Octave que realiza o cálculo da convolução (função `conv`). Entretanto, sugere-se utilizar tal função como forma de verificar o funcionamento de seu algoritmo. No exemplo anteriormente resolvido, você pode verificar se seu resultado está certo utilizando a função `conv`:

```
y = conv([1 1], [3 0 -4])  
      = [3 3 -4 -4]
```

Procedimento 2

A seguir, obtenha, analiticamente (manualmente), a expressão para a sequência resultante $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$ (convolução entre cada par de sequências, nos itens abaixo), fazendo um esboço manual do gráfico de $y[n]$. Após desenvolver a solução manual, utilize seu algoritmo para calculá-las.

Para utilizar seu algoritmo, defina todas as sequências com comprimento de 100 amostras, completando os sinais com zeros à direita (isto é, concatene zeros à direita, se necessário; veja o comando `zeros` do MATLAB / Octave).

- a) $x_1[n] = u[n - 5] - u[n - 10]$ e $x_2[n] = \delta[n - 30]$
- b) $x_1[n] = u[n - 5] - u[n - 10]$ e $x_2[n] = \delta[n - 10] + \delta[n - 30] + \delta[n - 50]$
- c) $x_1[n] = u[n] - u[n - 5]$ e $x_2[n] = x_1[n]$
- d) $x_1[n] = u[n - 5] - u[n - 25]$ e $x_2[n] = x_1[n]$
- e) $x_1[n] = u[n] - u[n - 40]$ e $x_2[n] = u[n]e^{-0,5n}$

Para visualizar o gráfico da sequência resultante em MATLAB / Octave como o de um sinal de tempo discreto, utilize o comando `stem`. Justifique os resultados obtidos graficamente em MATLAB / Octave, comparando-os com as expressões obtidas, analiticamente, para $y[n]$. Os resultados são coerentes com a teoria? (Inclua os gráficos obtidos em seu relatório.)