PRÁCTICA 3

ÁLGEBRA DE BOOLE Y PUERTAS LÓGICAS

OBJETIVOS:

Tras completar esta práctica debemos ser capaces de:

- Aplicar las leyes y reglas básicas del Álgebra de Boole, verificándolas experimentalmente.
- Describir redes de puertas mediante expresiones booleanas.
- Evaluar expresiones booleanas.
- Obtener experimentalmente una tabla de verdad
- Identificar una función en forma de suma de productos y en forma de producto de sumas.
- Utilizar el álgebra de Boole para simplificar funciones.

REFERENCIAS:

- T.L. Floyd. *Fundamentos de Sistemas Digitales,* 9ª Edición, Capítulo 3, "Puertas Lógicas"; secciones 3-1 a 3-6 y Capítulo 4, "Álgebra de Boole y Simplificación Lógica", Secciones 4-1 a 4-3.
- C. Blanco. *Fundamentos de Electrónica Digital*. Capítulo 2. Algebra de Boole y Funciones Lógicas.
- Transparencias Tema 3 "Lógica Digital". Fundamentos de los Computadores.

ELEMENTOS NECESARIOS:

- Programa de Simulación LogiSim 2.7.1 con:
  - Puertas OR.
  - Inversores.
  - Puertas AND.
  - Visualizadores (*Ver*).
  - Pines de entrada (*Pin*).

PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS.

Se deberá realizar una memoria de la práctica en el que aparezcan las operaciones y diseños realizados así como los resultados algebraicos, numéricos o gráficos obtenidos como solución a cada ejercicio.

El método de presentación será a través del Campus Virtual mediante el Control que se dispondrá para ello. El formato de presentación, para evitar problemas a la hora de la visualización, será preferentemente pdf, aunque también se admitirá cualquier otro (doc, docx, odt, etc). Envía junto a la memoria los archivos de *.circ utilizados para resolver cada uno de los apartados.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

El álgebra de Boole consiste en un conjunto de leyes que gobiernan las relaciones lógicas. A diferencia del álgebra ordinaria, donde las variables pueden adoptar cualquier valor, los elementos del álgebra de Boole son variables binarias que sólo pueden adoptar dos valores: ‘1’ ó ‘0’.

Los símbolos que se utilizan incluyen la barra elevada para el complemento o NOT, la conectiva ‘+’ para la suma lógica u operación OR y la conectiva ‘ · ’ para el producto lógico u operación AND. Frecuentemente se suele eliminar el punto cuando se representa el producto lógico. En consecuencia, la operación *A·B* se suele escribir *AB.* Las reglas básicas del álgebra de Boole se muestran en la Tabla 1.

1. $A+0 = A$
2. $A+1 = 1$
3. $A \cdot 0 = 0$
4. $A \cdot 1 = A$
5. $A+A = A$
6. $A+\overline{A}=1$
7. $A \cdot A = A$
8. $A \cdot \overline{A}=0$
9. $\overline{\overline{A}}=A$
10. $A+AB = A$
11. $A+\overline{A}B=A+B$
12. $(A+B)(A+C) = A+BC$
13. $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

Tabla 1

Estas reglas pueden aplicarse a circuitos reales, como podremos comprobar en la presente práctica.

Por ejemplo, la primera regla establece que *A+0=A* (recuérdese que debemos leer el signo + como “OR”).

En el álgebra de Boole, definimos un *término producto* como el término que es el producto de varias variables en su forma directa o complementada. Cuando dos o más términos productos se suman mediante la adición booleana, la expresión resultante se denomina *Suma de Productos.* Una suma de productos puede contener también términos de una variable, como por ejemplo, $f = a + \bar{a}\bar{b}c + bc\bar{d}$. En una expresión con formato de suma de productos una barra de negación no puede extenderse sobre más de una variable, aunque más de una variable pueda estar negada de forma individual. Por ejemplo, podemos tener el término $\bar{a}\bar{b}$, pero no $\overline{ab}$.

Denominamos dominio de una expresión booleana al conjunto de variables (tanto en forma directa como complementada) contenido en una expresión.

Una expresión algebraica en forma de suma de productos puede tener términos producto que no contengan todas las variables que forman parte del dominio. Diremos que una expresión está en formato estándar cuando todos los términos productos que forman parte de dicha expresión contengan todas las variables del dominio.

Definimos como un *término suma* como el término formado por la suma de variables de forma directa o complementada. Cuando dos o más términos suma se multiplican entre si, la expresión resultante se denomina *Producto de Sumas*. Esta expresión la denominaremos estándar cuando todos los términos suma contengan todas las variables que forman parte del dominio de la función.

Cualquier función se puede expresar en forma de Suma de Productos y en forma de Producto de Sumas y se puede realizar la conversión de un formato al otro de forma sencilla apoyándonos en el teorema de Shannon. Si lo aplicamos a una función, veremos que los valores binarios de los términos producto en una suma de productos estándar dada no aparecen en su producto de sumas estándar equivalente. Asimismo, los valores binarios que no están representados en una suma de productos sí aparecen en el producto de sumas equivalente. Por tanto, para pasar de la suma de productos estándar al producto de sumas estándar realizaremos los siguientes pasos:

i. Evaluaremos cada término de la expresión en forma de suma de productos, es decir, determinaremos los valores binarios que representa cada uno de ellos.
ii. Determinaremos todos los números binarios que no nos han aparecido en el paso anterior, correspondientes a las combinaciones que no cumplen la función.
iii. Obtendremos el complemento lógico de cada uno de los números que nos aparecido en el paso ii.
iv. Escribiremos los términos suma equivalentes para cada valor binario obtenido y los expresaremos en forma de producto de sumas.

Si lo que queremos realizar es una conversión de suma de productos a producto de sumas, el procedimiento es idéntico al que acabamos de describir.

REALIZACIÓN PRÁCTICA

1. Construye el circuito que se muestra en la Figura 1. Ve actuando sobre los elementos “pin” para obtener todas las posibles combinaciones de las variables de entrada. Observa los colores con que se representan los niveles lógicos y también la salida el visualizar “ver” para cada una de ellas. Los valores de salida obtenidos para cada combinación de entrada conforman la tabla de verdad. Escríbela e Indica de qué tipo de puerta se trata.

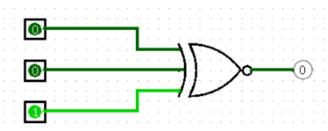

Figura 1

2. Haciendo uso de puertas lógicas básicas (AND, OR, NOT), construye un circuito que implemente la función NOR Exclusiva (XNOR). $f(a,b) = \overline{a \oplus b} = \overline{a}\overline{b} + ab$. Utiliza los elementos “pin” para

proporcionar las variables de entrada y el elemento "ver" para visualizar la salida. Construye su tabla de verdad.

3. La regla mostrada en la línea 13 de la tabla 1 es aplicación directa del teorema del consenso. Haciendo uso de LogiSim, construye un circuito que demuestre su validez.

4. Construye el circuito de la figura 2 y obtén experimentalmente su tabla de verdad.

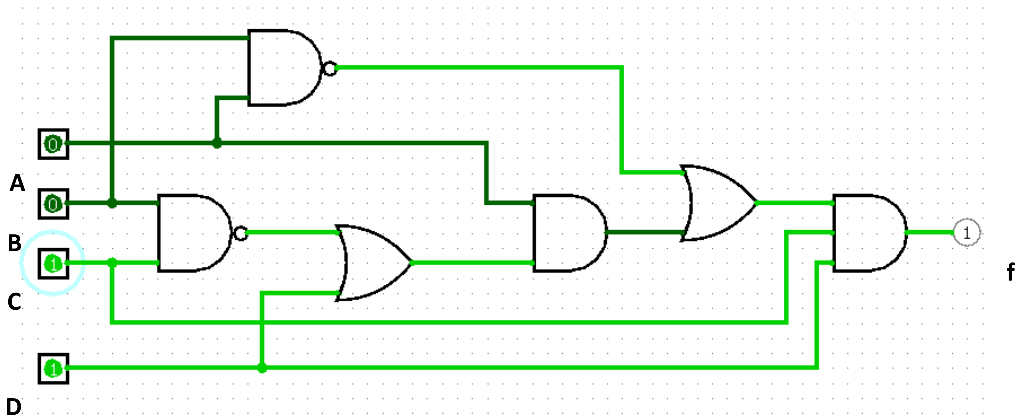

Figura 2

5. Dada la expresión $f = [a\bar{b} + a(\overline{b+c}) + b(\overline{b+c})$ simplifícala haciendo uso de los postulados, teoremas y leyes del álgebra de Boole que consideres oportunos. Implementa la expresión original y la simplificada con LogiSim y comprueba que sus tablas de verdad son coincidentes.