

Tema 6.- ELECTRICIDAD, CONDENSADORES Y RESISTENCIAS

Introducción. Carga eléctrica.

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia. Hay dos tipos de carga: positiva y negativa. Dos cuerpos del mismo tipo de carga se repelen, mientras que si tienen diferente tipo de carga, se atraen entre sí.

- Cuantización de la carga eléctrica: La carga eléctrica aparece siempre como múltiplo de la carga fundamental o cuanto eléctrico. Este valor es $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ que es la carga del electrón en módulo.

- Principio de conservación de la carga eléctrica: En todos los procesos de la naturaleza, la carga neta de un sistema aislado se mantiene constante

Fuerza y campo eléctrico.

La *ley de Coulomb* muestra la fuerza eléctrica F que ejerce una carga puntual q sobre otra q_0 :

$$\vec{F} = K \frac{q_0 q}{r^2} \vec{u}_r \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

donde \vec{u}_r es el vector unitario que une la posición de la carga q con la q_0 separadas por una distancia r , ϵ_0 es la permitividad del vacío. Esta fuerza es de tipo inverso al cuadrado de la distancia, y es atractiva entre cargas de signo opuesto y repulsiva entre cargas del mismo signo.

Cuando queremos calcular la fuerza ejercida sobre una carga q_0 por un conjunto de n cargas puntuales q_i utilizaremos el **principio de superposición**: la fuerza resultante sobre un objeto es la suma vectorial de las fuerzas individuales ejercidas sobre la carga a estudiar.

La fuerza eléctrica es una “fuerza a distancia” tal como la fuerza gravitatoria. En este tipo de fuerzas se define una cantidad intermedia responsable de transmitir la interacción. Así, se introduce el concepto de **campo eléctrico** \vec{E} , de modo que la fuerza a la que se ve sometida una carga q_0 situada en un punto con campo eléctrico \vec{E} viene dada por: $\vec{F} = q_0 \vec{E}$.

Expresiones de utilidad

- campo \vec{E} debido a una carga puntual Q : $\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$

- campo \vec{E} debido a un plano de área S y carga Q : $\vec{E} = \frac{Q/S}{2\epsilon_0} \vec{u}_n$

Líneas de campo y ley de Gauss.

Las características espaciales de un campo eléctrico pueden ilustrarse con las **líneas de campo**: lugar geométrico de los puntos con los cuales la dirección del campo eléctrico \vec{E} es tangente. Las líneas de campo eléctrico parten de las cargas positivas y finalizan en las negativas.

Flujo del campo eléctrico: se define el flujo del campo eléctrico a través de una superficie S como la integral del vector campo eléctrico a lo largo de la superficie:

$$\phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} \text{ (prod. escalar)}$$

El flujo viene a ser el número de líneas de campo que atraviesan la superficie. Cuando se calcula el flujo a través de una **superficie cerrada**, esta se denomina superficie gaussiana. El flujo total puede ser positivo, negativo o cero. Por convenio, el sentido del vector

superficie de una superficie cerrada se toma hacia fuera de esta, por lo cual, cuando $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ es positivo el flujo sale, y cuando es negativo, entra.

La **Ley de Gauss** para el campo eléctrico establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga eléctrica neta encerrada dentro de la superficie dividida por ϵ_0 :

$$\phi_E = \frac{q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0} \rightarrow \int_{SC} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0}$$

En **electrostática** la ley de Gauss es equivalente a la ley de Coulomb. La ley de Gauss puede ser utilizada para encontrar el campo eléctrico producido por distribuciones de carga que poseen simetrías. El paso crucial es la selección de la superficie gaussiana.

Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico.

La **fuerza eléctrica es conservativa** por lo que al trabajo realizado por la misma al desplazar una carga q_0 se le puede asociar una **diferencia de energía potencial** (visto en Tema 3).

$$\Delta E_p = -W = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

La diferencia de energía potencial por unidad de carga es lo que llamamos **diferencia de potencial eléctrico**:

$$\Delta V = \Delta E_p / q_0 \quad (\text{unidad: voltio (V)})$$

Generalmente, consideramos un **origen de potenciales común** para todos los puntos del espacio, de modo que podemos hablar de una función **potencial eléctrico** $V(x,y,z)$ asociada a cada punto.

En el caso de una carga puntual Q , el potencial creado en un punto P a una distancia r :

$$V = K \cdot \frac{Q}{r} \quad (\text{tomando: } V=0 \text{ en el infinito})$$

Usando el potencial V asociado a cada punto tendremos por tanto:

$$\Delta V = V(x_2, y_2, z_2) - V(x_1, y_1, z_1)$$

Por otro lado, el potencial y el campo eléctrico están relacionados entre sí:

$$\Delta V = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

En el caso de tener un campo \vec{E} uniforme (constante en módulo, dirección y sentido), tendremos: $|\Delta V| = E \Delta x$ (hemos considerado el eje X del sistema de referencia paralelo a \vec{E}).

Movimiento de cargas en campos eléctricos.

Si la fuerza eléctrica es la única que afecta a una partícula de masa m y carga q , la segunda ley de Newton nos proporciona una aceleración:

$$\vec{a} = q\vec{E}/m$$

La energía total de una partícula de masa m y carga q que se mueve en un campo eléctrico es:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + qV$$

Conductor en equilibrio electrostático (apantallamiento).

Un material conductor se encuentra en equilibrio electrostático cuando a través del mismo no se producen movimientos de cargas. Para ello el **campo eléctrico es cero** en su interior. Esto a su vez implica que todos los puntos del conductor se encuentran al mismo potencial, es decir se trata de un **volumen equipotencial**. Así, un equipo electrónico encerrado en una carcasa metálica queda **apantallado** del ruido electromagnético exterior (**caja de Faraday**).

Condensadores y capacidad. Dieléctricos.

Un **condensador** es un dispositivo eléctrico utilizado en los circuitos para **almacenar carga y energía eléctrica**. Está formado por dos placas conductoras separadas por un dieléctrico (aislante). Un condensador se caracteriza por su capacidad C definida como la relación entre la carga neta almacenada Q y la diferencia de potencial entre sus placas V :

$$C = \frac{Q}{V} \quad (\text{unidad S.I.: faradio (F); } [C/V] \equiv [F])$$

La capacidad depende del diseño geométrico del condensador y de la naturaleza del dieléctrico que hay entre sus placas o armaduras. Para un condensador de láminas plano-paralelas de superficie S separadas una distancia d y vacío entre las placas:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d}$$

Condensadores en **serie**:
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Condensadores en **paralelo**:
$$C_{eq} = \sum_i C_i$$

Cuando se introduce un **dieléctrico** entre las armaduras de un condensador en el que había el vacío entre las placas, la capacidad aumenta de modo que:

$$C = k \cdot C_0$$

mientras que la diferencia de potencial y el campo eléctrico disminuyen:

$$V = \frac{V_0}{k} \quad E = \frac{E_0}{k}$$

siendo k la **constante dieléctrica** del material.

Un medio dieléctrico posee una **permitividad eléctrica** ϵ , siendo su **permitividad relativa**:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = k$$

- **Campo de ruptura**: campo eléctrico máximo que puede soportar un dieléctrico antes de ionizarse. En el aire, el campo de ruptura es 3 MV/m. A partir de dicho valor se ioniza y empieza a conducir.

Un condensador además de almacenar carga eléctrica, también almacena energía. La **energía de un condensador** es la energía potencial de las cargas que hay en sus placas:

$$U = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V^2$$

Cuando se asocia esta energía con el campo eléctrico, la **densidad de energía** u_E (energía por unidad de volumen) en el espacio ocupado por el campo (en el vacío) es:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

En un medio material basta sustituir ϵ_0 por ϵ . La energía eléctrica total U en un volumen V se calculará mediante la integral:

$$U = \int_V u_E dV$$

Corriente eléctrica.

Un material conductor se caracteriza por disponer de portadores de carga que pueden moverse con relativa libertad en el interior del material. Cuando establecemos una diferencia de potencial entre dos regiones de un conductor se origina un campo eléctrico en su interior, por acción del cual los portadores de carga se mueven. El término **corriente eléctrica**, en su sentido más amplio, se utiliza para describir el flujo de carga a través de una cierta región del espacio.

Para cuantificar el flujo de corriente, suponemos que los portadores se mueven perpendicularmente a una superficie de área S (por ejemplo, podría ser la sección transversal de un hilo conductor). Se define la **intensidad de la corriente** como la velocidad con la que la carga eléctrica atraviesa dicha superficie. Si ΔQ es la cantidad de carga que pasa a través de esta área en un intervalo de tiempo Δt , la intensidad de corriente media en dicho intervalo de tiempo es:

$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad [C/s] \equiv [A]$$

El valor instantáneo viene dado por: $I = \frac{dQ}{dt}$

Aunque I es un escalar, se habla de sentido de la corriente. Por convenio, el sentido de la corriente es el del movimiento de los portadores de carga positivos (opuesto al flujo de electrones en un conductor).

Resistencia y Ley de Ohm.

Si aplicamos una diferencia de potencial V entre los extremos de un trozo de conductor a temperatura constante, por ejemplo un hilo metálico, se producirá una corriente I . En muchos materiales (en general la mayoría de metales) se tiene que el cociente V/I permanece constante, recibiendo esta constante el nombre de **resistencia eléctrica** R con lo que:

$$R = \frac{V}{I} \quad (\text{unidad: ohmio } (\Omega))$$

Esta es la Ley de Ohm. Los materiales que la verifican se denominan óhmicos. La resistencia es una medida de la oposición que ejerce un trozo de material al flujo de carga a través de él.

La resistencia de un trozo de conductor depende de su forma, tamaño y composición. Experimentalmente puede comprobarse que para un determinado material conductor su resistencia es proporcional a su longitud L e inversamente proporcional a su sección S . El factor de proporcionalidad se denomina **resistividad** (ρ) del material, siendo una característica del mismo que depende únicamente de su composición:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad (\rho \text{ se expresa en } \Omega \cdot \text{m.})$$

($\rho \sim 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ conductor, $\rho \sim 10^{10} \Omega \cdot \text{m}$ aislante, $\rho \sim 10^{-3} \Omega \cdot \text{m}$ semiconductor)

Resistencias en **serie**:
$$R_{eq} = \sum_i R_i$$

Resistencias en **paralelo**:
$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Potencia eléctrica y efecto Joule.

Para mantener una corriente eléctrica es necesario un suministro de energía ya que las cargas deben de ser aceleradas por el campo

eléctrico. La energía por unidad de tiempo o potencia requerida para mantener una corriente I es:

$$P = I V \text{ (unidad: vatios (W))}$$

Para conductores que cumplen la ley de Ohm $V=IR$, por tanto:

$$P = I^2 R = V^2 / R$$

La expresión anterior se conoce como **ley de Joule**.

Al aplicar una diferencia de potencial ΔV entre los extremos de un conductor los portadores de carga adquieren energía potencial eléctrica. Los portadores comienzan a moverse perdiendo energía en las colisiones que sufren con los elementos que forman la red iónica del material (colisiones que son las responsables de que el material tenga una resistencia eléctrica), energía que se transfiere al entorno en forma de calor. Simplificamos esta cadena de hechos diciendo que la energía eléctrica se disipa en forma de calor en la resistencia del material (también: *energía disipada por efecto Joule*).

Generadores y receptores.

Para mantener los portadores de carga circulando en un circuito hace falta un dispositivo, el **generador**, que suministre energía. Los generadores transforman energía química (batería), energía mecánica (dinamo), energía luminosa (célula fotovoltaica), etc. en energía eléctrica.

Un generador realiza trabajo sobre la carga que pasa a través de él, elevando su energía potencial eléctrica. La **f.e.m. (fuerza electromotriz)** \mathcal{E} de un generador no es en realidad ninguna fuerza sino la energía suministrada por el generador para mover una unidad de carga alrededor del circuito. Por tanto, tiene dimensiones de potencial (Voltios). Se define como el incremento de energía potencial eléctrica por unidad de carga:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta U}{\Delta Q}$$

En un generador el borne que está a mayor potencial V_+ es el ánodo o polo positivo y el que está a menor potencial V_- es el cátodo o polo negativo. La diferencia de potencial entre los bornes del generador se corresponde con su fuerza electromotriz cuando no circula corriente a través del mismo. Si el generador está suministrando corriente a un circuito debe tenerse en cuenta la **resistencia interna del generador** r . Debido a esta resistencia interna el generador disipa energía por efecto Joule.

Para un generador lineal la diferencia de potencial entre sus bornes es:

$$V_+ - V_- = \mathcal{E} - I \cdot r$$

Un **receptor eléctrico** es un dispositivo que transforma energía eléctrica en otro tipo de energía (p.ej. un motor). La energía consumida por unidad de carga que atraviesa un receptor se denomina **fuerza contraelectromotriz f.c.e.m.** \mathcal{E}' . Un receptor real disipa además energía por efecto Joule debido a su resistencia interna r' . La diferencia de potencial que debe establecerse entre los bornes de un receptor lineal con f.c.e.m. \mathcal{E}' y resistencia interna r' , es:

$$V_+ - V_- = \mathcal{E}' + I \cdot r'$$

Medidas eléctricas.

Los dispositivos que miden la corriente, la diferencia de potencial y la resistencia se denominan **amperímetros**, **voltímetros** y **óhmetros**, respectivamente. A menudo, los tres dispositivos están incluidos en un único **multímetro**.

El amperímetro se conecta en serie con el tramo de circuito cuya intensidad se quiere medir. Para no distorsionar la medida debe tener una resistencia interna muy pequeña.

El voltímetro se conecta en paralelo con el tramo de circuito cuya diferencia de potencial se quiere medir. Para no distorsionar la medida debe tener una resistencia interna muy grande.

Resolución de circuitos de corriente continua.

Conceptos de nudo, rama y malla:

-nudo: punto de un circuito donde se unen más de dos conductores.

-rama: tramo de conductor entre dos nudos, por el que circula la misma intensidad.

-malla: camino cerrado por conductores.

Un **circuito de corriente continua** es aquel en el que las diferentes corrientes que pueden circular por sus ramas son estacionarias (valor y sentido constantes en el tiempo, $I_i = \text{ctes}$).

Matemáticamente los receptores intercalados en un circuito pueden tratarse como generadores con los polos cambiados. Así, la corriente en un circuito cerrado constituido por una única malla es:

$$I = \frac{\sum_i \mathcal{E}_i}{R_T}$$

de forma que el signo de la *fem* de los elementos que aportan corriente al circuito es positivo y el signo de la *fem* de los elementos que consumen corriente es negativo. R_T es la resistencia total del circuito considerado.



La **diferencia de potencial entre dos puntos** cualesquiera de un circuito A y B, viene dada por:

$$V_A - V_B = \sum_i I_i R_i - \sum_j \mathcal{E}_j$$

Los caminos para ir desde el punto A al B en el circuito considerado pueden ser varios, como mínimo dos si sólo existe una malla.

Para aplicar adecuadamente la expresión anterior debe elegirse un camino para ir desde A hasta B. Una vez elegido, éste estará constituido por i ramas distintas, siendo I_i la corriente de la rama i y R_i la resistencia de dicha rama. En la rama i , $I_i > 0$ si el sentido de la corriente es el mismo que el sentido elegido para ir desde A hasta B. Si el sentido de la corriente de rama es contrario al sentido del camino entonces $I_i < 0$.

En el camino de A hasta B encontraremos j fem. Independientemente del sentido de la corriente que atraviesa cada fem, para desarrollar la expresión anterior, $\mathcal{E}_j > 0$ si en el camino de A hasta B encontramos primero el polo negativo del generador, y $\mathcal{E}_j < 0$ si encontramos primero el polo positivo.

A continuación enunciamos las **Leyes de Kirchhoff** para la resolución de circuitos:

Ley de los nudos. La suma de las intensidades de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las intensidades de las corrientes que salen (ley de la conservación de la carga).

$$\sum_i I_i = 0; \text{ (en cada nudo)}$$

Ley de las mallas. La suma de las diferencias de potencial a lo largo de una malla es igual a cero (ley de conservación de la energía).

$$\sum_i V_i = 0 \rightarrow \sum_i I_i \cdot R_i = \sum_j \mathcal{E}_j ; \text{ (en cada malla)}$$

Aplicación práctica:

En ramas: establecer un sentido ficticio para las corrientes de rama (una vez finalizada la resolución si el resultado de alguna corriente es negativo su sentido real es contrario al previsto inicialmente)

En nudos: Elegir signo para las corrientes de entrada y salida en el nudo y plantear las ecuaciones de nudos.

$$\sum_i I_i = 0$$

(la elección en cada nudo es arbitraria)

En mallas: establecer un sentido de la circulación en cada malla y plantear su ecuación de mallas.

$$\sum_i I_i \cdot R_i = \sum_j \mathcal{E}_j$$

Criterio de signos en cada ecuación de mallas:

a) Si el sentido de la circulación elegido y el de una corriente de rama coinciden, entonces $I_i > 0$. $I_i < 0$ en caso contrario

b) Si en el sentido de la circulación encontramos primero el polo negativo de un generador entonces $\mathcal{E}_j > 0$. $\mathcal{E}_j < 0$ si encontramos primero el polo positivo.

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[TIPLER 5ª Edición, 2005] *Cap. 21: Campo eléctrico I: Distribuciones discretas de carga, Cap. 22: Campo eléctrico II: Distribuciones continuas de carga, Cap. 23: Potencial eléctrico, Cap. 24: Energía electrostática y capacidad, Cap. 25: Corriente eléctrica y circuitos de corriente continua.*

[MONTOTO, 2005] *Cap. 1: El campo eléctrico en el vacío, Cap. 2: El campo eléctrico en los dieléctricos, Cap. 3: El campo eléctrico en los conductores, Cap. 4: Circuitos de corriente continua.*

[GIRÓ, 2005] *Cap. 1: Electrostatica, Cap. 2: Electrodinamica.*