

SOLUCIONES DEL TEMA 5: MODELOS DE DISTRIBUCIÓN DISCRETOS Y CONTINUOS

Ejercicio 5.1:

X=número de productos ensamblados incorrectamente.

Función de cuantía:

$$f(0)=P(X=0)=0.9215$$

$$f(1)=P(X=1)=0.077$$

$$f(2)=P(X=2)=0.0015$$

Función de distribución:

$$F(x)=0, \quad x < 0$$

$$F(x)=0.9215, \quad 0 \leq x < 1$$

$$F(x)=0.9985, \quad 1 \leq x < 2$$

$$F(x)=1, \quad x \geq 2$$

Ejercicio 5.2:

$$F(x)=0, \quad x < 0$$

$$F(x)=0.05, \quad 0 \leq x < 1$$

$$F(x)=0.3, \quad 1 \leq x < 2$$

$$F(x)=0.45, \quad 2 \leq x < 3$$

$$F(x)=0.7, \quad 3 \leq x < 4$$

$$F(x)=0.80, \quad 4 \leq x < 5$$

$$F(x)=1, \quad x \geq 5$$

$$0.70$$

$$E(X)=2.7$$

$$\text{Var}(X)=9.7-2.7^2=2.41$$

Ejercicio 5.3:

$$0.22956$$

$$0.1506$$

$$0.2270$$

$$E(X)=54$$

$$\text{Var}(X)=48.6$$

Ejercicio 5.4:

$$0.7576$$

$$0.9541$$

$$0.5927$$

$$0.3445$$

Ejercicio 5.5:

$$95.45\%$$

$$2.3592 \text{ años}$$

$$0.9406$$

$$0.0006$$

Ejercicio 5.6:

$$\text{Si } X=N(0,1), \quad P(X \leq -2.2) = \text{---} 0.01390 \text{-----} \text{ y } P(|X| \geq 1.5) = \text{---} 0.1336 \text{-----}.$$

$$\text{Si } X=t_{27}, \quad P(X \geq 0.97) = \text{---} 0.1703 \text{-----} \text{ y } P(|X| \leq 0.88) = \text{---} 0.6134 \text{-----}.$$

$$\text{Si } X=\chi^2_{20}, \quad P(|X| \geq 16.74) = \text{-----} 0.6698 \text{-----} \text{ y } P(-7.24 \leq X \leq 14.90) = \text{-----} 0.2179 \text{-----}.$$

$$Z_{0.975} = \text{---} -1.96 \text{ ---} \text{ y } Z_{0.45} = \text{---} -0.1257 \text{-----}.$$

$$\chi^2_{0.85, 25} = \text{---} 17.8184 \text{-----} \text{ y } \chi^2_{0.5, 54} = \text{-----} 53.3348 \text{-----}.$$

$$t_{0.45, 80} = \text{---} -0.1261 \text{-----} \text{ y } t_{0.95, 65} = \text{-----} -1.66863 \text{-----}.$$

Ejercicio 5.7:

0.00949

0.036

Ejercicio 5.8:

0.1096

0.2473

Ejercicio 5.9:

k=2

$F(x)=0, \quad x < 0$

$F(x)=2x-x^2, \quad 0 \leq x \leq 1$

$F(x)=1, \quad x > 1$

0.84

0.78125

Ejercicio 5.10:

$E(X)=5/6=0.83$

$\text{Var}(X)=1-(5/6)^2=11/36=0.3056$

Ejercicio 5.11:

$E(X)=100$

$P(X > 105)=1/4$

Ejercicio 5.12:

0.0012

Ejercicio 5.13:

k=1/81

0.6255

Ejercicio 5.14:

0.2381

0.1310

Ejercicio 5.15:

0.13

Ejercicio 5.16:

a=3/5 b=6/5

Ejercicio 5.17:

0.4280

Ejercicio 5.18:

0.9827

0.0008

Ejercicio 5.19:

0.6770

Ejercicio 5.20:

0.5883

Ejercicio 5.21:

13 euros

6.4031 euros

$F(x)=0, \quad x < 0$

$F(x)=0.1, \quad 0 \leq x < 1$

$F(x)=0.6, \quad 1 \leq x < 2$

$F(x)=1, \quad x \geq 2$

0.4

0.1

Ejercicio 5.22:

k=6

1/2

Ejercicio 5.23:

425.63 euros

0.03895

Ejercicio 5.24:

390 euros

Ejercicio 5.25:

0.35895

0.99717

Ejercicio 5.26:

0.7863

Ejercicio 5.27:

0.9969

Ejercicio 5.28:

2 ordenadores

1300 euros

54.78 euros

Ejercicio 5.29:

k=1/16

E(X)=4.3333 años

$F(x)=0 \quad x \leq 2$

$F(x)=\frac{x^2}{32} - \frac{1}{8} \quad 2 < x < 6$

$F(x)=1 \quad x \geq 6$

16/27

Ejercicio 5.30 (ejercicio de ampliación que no entra en los exámenes):

X=número de bolas rojas extraídas

x	0	1
P(X=x)	5/7	2/7

Y=número de bolas negras extraídas

y	0	1	2
P(Y=y)	10/21	10/21	1/21

X ↓	Y →	0	1	2
0		6/21	8/21	1/21
1		4/21	2/21	0

X ↓	Y →	0	1	2	Total filas
0		6/21	8/21	1/21	15/21=5/7
1		4/21	2/21	0	6/21=2/7
Total columnas		10/21	10/21	1/21	1

Se obtiene, en el total de filas, la función de cuantía de la variable X y en el total de columnas la función de cuantía de la variable Y.

No son independientes, por ejemplo $P(X=1, Y=2)=0$ y $P(X=1)P(Y=2)=2/7 \cdot 1/21 \neq 0$

$$E(X)=2/7$$

$$E(Y)=12/21$$

$$E(XY)=2/21$$

$$\text{Cov}(X, Y) = (2/21) - (24/(7 \cdot 21)) = -10/147 = -0.068$$

Como $\text{cov}(X, Y) \neq 0$, las variables son dependientes.

$$-0.2581$$

x	0	1
$P(X=x Y=0)$	6/10	4/10

$$E(X|Y=0)=4/10$$

y	0	1	2
$P(Y=y X=1)$	4/6	2/6	0

$$E(Y|X=1)=2/6$$

Ejercicio 5.31: (ejercicio de ampliación que no entra en los exámenes):

X ↓	Y →	0	1	2	3	Total filas
0		0	1/8	2/8	1/8	1/2
1		1/8	2/8	1/8	0	1/2
Total columnas		1/8	3/8	3/8	1/8	1

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 1/2 - 3/4 = -1/4$$

No son independientes ya que la $\text{cov}(X, Y)$ es distinta de cero

x	0	1
$P(X=x Y=0)$	0	1

y	0	1	2	3
$P(Y=y X=1)$	1/4	2/4	1/4	0

$$E(Y|X=1) = 0 \cdot 1/4 + 1 \cdot 2/4 + 2 \cdot 1/4 + 3 \cdot 0 = 1$$

Ejercicio 5.32:

$$0.0062$$

Ejercicio 5.33:

$$0.139$$

Ejercicio 5.34:

$$28.25\%$$

Ejercicio 5.35:

$$\text{EI } 1.53\%$$

Ejercicio 5.36:

10 euros.

Ejercicio 5.37:

0.0359

Ejercicio 5.38:

0.5958

Ejercicio 5.39:

Coste esperado= 286.67

Beneficio esperado=57333.33

Ejercicio 5.40:

0.9748, (Si se hace a trozos $0.1332/0.1367=0.9744$)

Ejercicio 5.41:

0.9388