LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES Y SUS ERRORES

1. INTRODUCCION

El objetivo fundamental de la Física es la descripción y cuantificación de los fenómenos físicos y para ello es imprescindible medir lo observado. De ahí que también a la Física se la denomine la ciencia de las medidas.

El objetivo de una experiencia es, en general, conocer el valor que tiene una determinada magnitud física.

Imaginemos la siguiente experiencia: Deseamos conocer cómo varía la densidad de un líquido con la temperatura. Para ello efectuamos dos experiencias distintas y obtenemos los resultados que se presentan en las tablas A y B:

Tabla A		Tabla B	
T(°C)	d(g/cm^3)	T(°C)	d(g/cm^3)
40	0,8015	40	0,80
30	0,8017	30	0,80
20	0,8019	20	0,80
10	0,8021	10	0,80

Podemos apreciar que ambas llevan a interpretaciones contradictorias, de la tabla A se puede deducir que la densidad de este líquido disminuye al aumentar la temperatura, mientras que de la tabla B se podría deducir que la densidad del mismo líquido no depende de la temperatura en el rango de 10° a 40° C.

Este ejemplo nos indica que es muy importante el número de cifras al que le demos significado y es por ello necesario algún indicador que nos garantice la fiabilidad de los resultados obtenidos.

Estas consideraciones se traducen en la necesidad de conocer además del valor numérico de la medida efectuada, otro valor asociado a ella que nos garantice la fiabilidad de éste.

Es necesario introducir en este momento tres conceptos asociados a una medida experimental de una medida directa: exactitud, sensibilidad y precisión.

Se entiende por exactitud la cercanía del valor experimental obtenido, con el valor "exacto" de dicha medida. El valor "exacto" de una magnitud física es un concepto utópico, ya que es imposible conocerlo sin incertidumbre alguna.

Por ello, como valores "exactos", se toman resultados de experiencias con dispositivos muy fiables y efectuados con un control experimental muy riguroso. De tal forma que, las determinaciones efectuadas en el laboratorio son más o menos exactas en relación a éstos valores supuestamente exactos.

Así por ejemplo: En una determinación del valor de la gravedad en un punto de la superficie de la Tierra con un procedimiento experimental muy fiable, se obtiene que su valor es 9'803 m/s^2, mientras que con tres procedimientos distintos se obtiene 9'810, 9'804 y 9'820 m/s^2. El valor de 9'804 m/s^2 es el más exacto de los tres.

La sensibilidad es un concepto relacionado con el dispositivo experimental.

Así, si se desea determinar la longitud de una varilla metálica empleando una cinta métrica graduada en milímetros, se puede asegurar que la mínima fracción que se puede detectar es 1 mm, mientras que si se utiliza un método basado en técnicas microscópicas se podrán determinar fracciones más pequeñas de longitud. Se puede definir la sensibilidad como la unidad más pequeña que puede detectar un instrumento de medida.

La sensibilidad está relacionada con el error absoluto de una medida efectuada directamente como se verá más adelante.

El concepto de precisión también hace referencia al método experimental utilizado y se entiende como la repetición dentro de los márgenes más estrechos posibles de los resultados experimentales obtenidos al realizar varias veces una misma experiencia en las mismas condiciones.

2. REGISTRO DE MEDIDAS Y SUS ERRORES

2.1.- ERROR ABSOLUTO Y ERROR RELATIVO

Como es sabido, todas las medidas realizadas experimentalmente vienen afectadas de cierta imprecisión inevitable, y uno de los principales objetivos del denominado cálculo de errores consiste, precisamente, en acotar el valor de dichas imprecisiones denominadas de ordinario, aunque no sea de forma afortunada, errores experimentales.

Dado que el valor de las magnitudes físicas se obtiene experimentalmente por medida (bien directa de la magnitud, o bien indirecta por intermedio de los valores medidos de otras magnitudes ligadas con el problema por una fórmula física), debe admitirse como un postulado físico el hecho de que resulta imposible llegar a conocer el valor exacto de ninguna magnitud, ya que los medios experimentales de comparación con el patrón correspondiente en las medidas directas vienen siempre afectados de imprecisiones inevitables. Por ello, hemos de contentarnos forzosamente con un valor aproximado de la magnitud, aunque resulte acotado por la sensibilidad (error absoluto) del método de medida utilizado.

Así pues, el resultado de cualquier medida no debe ser nunca un simple valor **V**, sino que éste debe venir acompañado de su cota de error denominada error absoluto $\mathbf{E_a}$, o índice de la sensibilidad del método de medida utilizado; o del índice de la precisión de la medida denominado de ordinario error relativo $\mathbf{E_r}$. La determinación de ambos errores constituye el objeto de las reglas del denominado cálculo de errores, que comprende diversos métodos según los diversos problemas que se irán considerando.

De todas formas existe siempre entre ambos errores la relación: $\mathbf{E_r = \frac{E_a}{V}}$ que puede aplicarse en todo momento para obtener uno de ellos conocido el otro.

Por ello sólo se aplica de ordinario, en las reglas del cálculo de errores, el método de determinación de uno de ellos. Queremos recordar que los errores relativos se suelen expresar en tanto por ciento, es decir, la relación anterior se utiliza en la práctica en la forma: $\mathbf{E_r(\%) = 100 \cdot E_r = 100 \frac{E_a}{V}}$

El error relativo nos expresa el tanto por ciento del valor de la magnitud que no es fiable.

2.2.-EXPRESION DE LOS VALORES DE LAS MAGNITUDES Y SUS ERRORES

El error absoluto es un índice de la fiabilidad de la medida y en general se coloca detrás de ésta precedido por el signo (±). Si en el estudio de la variación de la densidad de un líquido con la temperatura introducimos los errores absolutos cometidos, tendríamos:

T ± 0,1(°C)	d ± 0,0001(g/cm^3)
40,0	0,8015
30,0	0,8017
20,0	0,8019
10,0	0,8021

De ordinario, y dado el significado de cota de imprecisión que tiene el error absoluto, éste jamás debe tener más de dos cifras significativas, admitiéndose, por convenio, que el error absoluto sólo puede darse con dos cifras significativas si la primera de ellas es un 1, ó, en casos extremos, si siendo un 2 la segunda no llega a 5. En todos los otros casos debe darse un valor con una sola cifra significativa, aumentándose en una unidad si la segunda hubiera de ser cinco, o mayor de cinco.

Además el valor de la magnitud debe tener sólo las cifras necesarias para que su última cifra significativa sea del mismo orden decimal que la última del error absoluto, llamada <u>cifra de acotamiento del valor</u>.

Como ejemplo damos una tabla de valores incorrectos y correctos:

Números incorrectos	Números correctos
3,418 ± 0,123	3,42 ± 0,13
6,3 ± 0,085	6,3 ± 0,1
46,288 ± 1,553	46,3 ± 1,6 (4,63 ± 0,16) x 10^1
428,351 ± 0,27	428,4 ± 0,3

2.3.- CALCULO DE ERRORES

Para obtener el error absoluto de una medida hay que distinguir si ésta se obtiene directamente o a partir de otras medidas. Así, la medición de una varilla con una cinta métrica es un ejemplo de medida directa. La determinación de la densidad de un cuerpo a través de la medición de su masa y su volumen por separado, lo es de una medición indirecta.

(a) Error absoluto de una magnitud medida directamente

Se dice que una medida es directa cuando se determina por la utilización de un único instrumento de medida aplicado al sistema que queremos medir. En estos casos lo primero que hay que hacer es determinar la sensibilidad del aparato de medida, ya que el error absoluto no puede ser inferior a ésta.

Se entiende por sensibilidad del aparato el valor más pequeño que puede ser medido por éste.

De todos modos el error absoluto puede ser mayor que la sensibilidad debido a otro tipo de errores. Estos errores se pueden agrupar en dos apartados: sistemáticos y accidentales.

Los errores sistemáticos son debidos al estado de funcionamiento o conservación de los aparatos, o a incorrecciones permanentes de la medida y suelen ser los mismos aunque repitamos las experiencias varias veces; en general son difíciles de detectar.

Los errores accidentales ocurren por manipulaciones incorrectas y se producen al azar; la forma de evitarlos, es la de repetir la medida varias veces, para conseguir que se compensen unos con otros. La evaluación de errores accidentales se efectúa por métodos estadísticos. En el caso en que las medidas estén libres de errores sistemáticos, para eliminar los accidentales es necesario repetir la medida n veces, una gran dispersión de las medidas indicará que el error es grande, mientras que será pequeño si todas son muy próximas.

La elección del número de medidas necesario para eliminar los errores accidentales es un proceso subjetivo, pero un criterio práctico puede ser el siguiente:

- Se efectúan tres medidas
- Se obtiene la diferencia entre el valor más grande y el más pequeño, que recibe el nombre de dispersión absoluta, **D**.
- Se calcula la media de los valores, **V**.
- Se calcula la desviación relativa, **T = (D/V) x100**

  si **T** es inferior al 2% basta con las tres medidas

  si **T** está comprendido entre el 2% y el 8% son necesarias seis

  si **T** está entre el 8% y el 15% hacen falta quince

  si **T** es mayor del 15% hay que tomar 50

Con desviaciones relativas superiores al 8%, lo adecuado es intentar descubrir la causa de éstas y corregirla en la manera de lo posible.

Una vez realizado el número de medidas adecuado, obtenemos el valor experimental como la media aritmética de los valores hallados, $\mathbf{V_i}$,

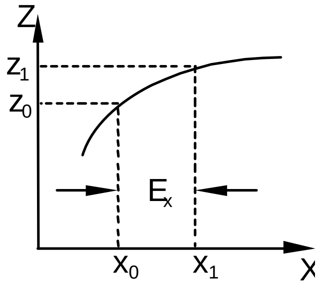
$$\mathbf{V} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{V_i}}{\mathbf{n}}$$

donde **n** representa el número de medidas. Se calcula la desviación media, δ, mediante la expresión:

$$\delta=\sum_{i=1}^{n}\frac{|V_i-V|}{n}$$

donde **V** es el valor medio. El error absoluto será el valor más grande entre la sensibilidad del aparato y la desviación media de las medidas efectuadas, es decir, $E_a = \text{máximo}[S,\delta]$ de tal manera que el error absoluto de una medida directa nunca puede ser más pequeño que la sensibilidad del aparato.

(b) Error absoluto de una medida indirecta



La medida indirecta de una magnitud se obtiene por la aplicación de una fórmula física que relaciona ésta con otras medibles directamente.

Tomemos como ejemplo el caso de una función de una sola variable, **z=f(x)**. Si el error absoluto de la magnitud **x**, (medida directamente), E_x , es lo suficientemente pequeño, en el intervalo (x_0, x_1), la función se puede aproximar a una recta, de ecuación **z=m·x+b**, donde $m=\frac{z_1-z_0}{x_1-x_0}$, y aproximando el error absoluto de una función a su diferencial: **dz=m·dx**, entonces $E_z=|m|E_x$

Cuando se trata de una función de varias variables, **z = f(x, y, t)** la diferencial de la función se escribe en términos de sus derivadas parciales como:

$$dz=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy+\frac{\partial f}{\partial t}dt$$

Tomando módulos para ponernos en el caso más desfavorable, el error absoluto puede escribirse:

$$E_z=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|E_x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|E_y+\left|\frac{\partial f}{\partial t}\right|E_t$$

y de la definición de error relativo, $E_{rz}=\frac{E_z}{z}$, queda:

$$E_{rz}=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\frac{E_x}{z}+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\frac{E_y}{z}+\left|\frac{\partial f}{\partial t}\right|\frac{E_t}{z}$$

esta última expresión nos permite calcular el error relativo por medio de la derivada logarítmica de una función.

Un ejemplo de cálculo de error al determinar una magnitud por métodos indirectos sería el averiguar la aceleración de la gravedad con su error absoluto, en un punto de la Tierra a través de la medición del período de un péndulo simple.

Dicho período vale $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$, donde **l** es la longitud del péndulo y **g** la aceleración de la gravedad. Despejando **g**, luego: $\mathbf{g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}}$

$$\mathbf{E_g = \left|\frac{\partial g}{\partial l}\right| E_l + \left|\frac{\partial g}{\partial T}\right| E_T = 4\pi^2 T^{-2} E_l + 8\pi^2 l T^{-3} E_T}$$

Para obtener el error relativo:

$$\mathbf{E_{rg} = \frac{E_g}{g} = \frac{4\pi^2 T^{-2}\, E_l + 8\pi^2 l T^{-3}\, E_T}{4\pi^2 l T^{-2}} = E_{rl} + 2\, E_{rT}}$$

es decir, el error relativo de la aceleración de la gravedad es la suma del error relativo de la longitud del péndulo más dos veces el error relativo de la medición del período.

Cuando en las expresiones aparezcan números irracionales o constantes físicas, es necesario tener presente que han de tomarse con el número de cifras significativas suficientes para que el error relativo cometido, por la truncación del infinito número de dígitos necesarios para describirlos completamente, sea al menos un orden de magnitud menor que el cometido en la medición de las demás magnitudes que intervienen en la expresión correspondiente.

3. AGRUPACIONES DE LAS MEDIDAS EN TABLAS

Las medidas experimentales deben agruparse siempre en forma de tabla, ya que esta presentación permite un mejor análisis de los resultados. Al mismo tiempo se evitan las reiteraciones en las unidades y en los errores, que se colocan a las entradas de las tablas. Es conveniente colocar al pie de las mismas una frase que indique a qué hace referencia dicha tabla, de modo que el lector de la misma sepa a que atenerse.

Las tablas, así mismo, son un paso intermedio entre la obtención de los datos experimentales y la representación gráfica de los mismos y debe contener la máxima información posible sin sobrecargarla demasiado.

4. REGISTRO GRAFICO DE LAS MEDIDAS

En los trabajos científicos la representación gráfica es un método eficaz y conveniente para presentar y analizar los datos. La mayoría de las veces las gráficas se utilizan para interpolar valores, discutir errores y visualizar funciones analíticas en relación con las experimentales.

Una serie de normas que deben observarse para efectuar un registro gráfico de medidas correcto son las siguientes:

1. Las gráficas deben presentarse en papel milimetrado, otro tipo de papeles (semilogarítmico, logarítmicos, etc.) se pueden utilizar para representar funciones especiales y su elección dependerá según los casos.

2. La variable independiente se colocará siempre en el eje de abcisas, mientras que la dependiente irá en el de ordenadas; nunca al revés.
3. Es necesario colocar las divisiones en la escala pero no los valores de los puntos experimentales, para no ensuciar los ejes coordenados.
4. El tamaño de la escala depende de la precisión con la que trabajemos, y a mayor precisión es conveniente ampliar la escala para no perder información.
5. De todos modos la escala debe ser simple, por ejemplo de uno en uno o de dos en dos, en casos especiales se pueden tomar escalas diferentes.
6. Los valores representados se localizan por un punto determinado por la intersección de sus coordenadas y por el rectángulo de error que tendrá de base desde $\mathbf{x-E_x}$ hasta $\mathbf{x+E_x}$ y de altura desde $\mathbf{y-E_y}$ hasta $\mathbf{y+E_y}$.
7. La línea representativa de la función debe ser continua, nunca quebrada y ha de pasar por dentro de los rectángulos de error en la medida de lo posible.

5. INTERPOLACION

Uno de los problemas típicos de la Física es conocer el valor de una cierta función para valores que no han sido determinados experimentalmente. Si queremos estudiar la variación de la densidad de un líquido con la temperatura, efectuamos medidas de 10 en 10 grados, desde 10 grados centígrados hasta 100. El problema de la interpolación es obtener, por ejemplo, la densidad a 25°C, sin haber medido experimentalmente este valor.

La interpolación puede ser de dos tipos: gráfica y analítica.

La interpolación gráfica consiste en representar los resultados obtenidos y hacer una curva continua que pase lo más cerca posible de todos los puntos. Una vez representada esta curva se puede obtener de ella, para una abcisa determinada, su ordenada y viceversa.

La interpolación analítica más utilizada es la lineal que se puede aplicar siempre que los intervalos de tabulación sean lo suficientemente pequeños, para que la función en ellos se pueda considerar como una línea recta.

Si la función es de una sola variable $\mathbf{z=f(x)}$ y los límites del intervalo son $\mathbf{(x_1, z_1)}$ y $\mathbf{(x_2, z_2)}$, tendremos:

$$\mathbf{z_1 = m \cdot x_1 + b}$$

$$\mathbf{z_2 = m \cdot x_2 + b} \qquad \mathbf{dónde: m = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}}$$

y la ecuación del punto incógnita $\mathbf{(x, z)}$ es: $\mathbf{z-z_1=m \cdot (x-x_1)}$

$$\mathbf{z = z_1 + \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$$

y el error de **z** viene dado por: $\mathbf{E_z = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} E_x}$

Si la función es de dos variables, $\mathbf{z=f(x,y)}$ y los límites del intervalo son $\mathbf{(x_1, y_1, z_1)}$ y $\mathbf{(x_2, y_2, z_2)}$, la ecuación de interpolación se escribe:

$$\mathbf{z = z_1 + \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + \frac{z_2 - z_1}{y_2 - y_1}(y - y_1)}$$

y el error de **z**:

$$\mathbf{E_z = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}E_x + \frac{z_2 - z_1}{y_2 - y_1}E_y}$$

Vamos a realizar un ejemplo que aclare lo expuesto anteriormente. De la tabla que nos da la densidad en función de la temperatura:

d ± 0'00001(g/cm^3)	T ± 0'1(°C)
0'80210	10'0
0'80190	20'0

queremos averiguar la densidad a una temperatura de 13'0° C que no aparece en la tabla, ésta será, aplicando las ecuaciones de la interpolación:

$$\mathbf{d = 0{,}8021 + \frac{0{,}8019 - 0{,}8021}{20 - 10}\left(13{,}0 - 10{,}0\right) = 0{,}80204}$$

El error absoluto vendrá dado por:

$$\mathbf{E = \left|\frac{0{,}8019 - 0{,}8021}{20 - 10}\right| \cdot 0{,}1 = 0{,}000002}$$

como es menor que 0'00001, tomamos como error este último valor, con lo que el valor de la densidad, con su correspondiente error, a la temperatura de 13° C será **d**=0'80204±0'00001 g/cm^3.

6. METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS

En numerosas ocasiones es preciso trabajar analíticamente con curvas obtenidas experimentalmente. Para ello habrá que ajustar los puntos obtenidos a una curva de forma que el error introducido al realizar el ajuste sea mínimo.

Muchas situaciones en Física corresponden a una ley cuya función analítica es una línea recta del tipo **y=m·x+n**. El problema que soluciona el método de los mínimos cuadrados es el de obtener el par de valores que caracterizan una recta **(m, n)** a partir de una serie de pares de puntos **(x_i,y_i)** obtenidos experimentalmente.

El problema se reduce a calcular la ecuación de la recta (**y=m·x+n**) de tal forma que el sumatorio de las distancias de cada punto a la recta, elevado al cuadrado, sea mínimo. La recta obtenida es la que mejor se ajusta a los valores experimentales y se denomina recta de regresión.

Obviando el desarrollo matemático, para un conjunto de **N** pares de valores **(x_i, y_i)** experimentales, tenemos:

$$\mathbf{m = \frac{D \cdot N - A \cdot B}{C \cdot N - A^2} \qquad n = \frac{C \cdot B - A \cdot D}{C \cdot N - A^2}}$$

donde: $\mathbf{A}=\sum_i \mathbf{x}_i$, $\mathbf{B}=\sum_i \mathbf{y}_i$, $\mathbf{C}=\sum_i \mathbf{x}_i^2$, $\mathbf{D}=\sum_i \mathbf{x}_i \mathbf{y}_i$

Para el cálculo de errores de **m** y **n** aunque hay diversos métodos, por simplicidad es conveniente, seguir el siguiente:

1º) Tomamos el valor de **n** sin su error.

2º) A todas las ordenadas experimentales $\mathbf{y}_i \pm \mathbf{E}_{y_i}$ les restamos el valor de **n** hallado en el apartado anterior, obteniendo la ecuación: $\mathbf{y}'_i \pm \mathbf{E}_{y_i} = (\mathbf{y}_i - \mathbf{n}) \pm \mathbf{E}_{y_{i_i}}$ correspondiente a una recta paralela a la buscada y que pasa por el origen para la cual se cumple al ser **n=0** que $\mathbf{m}=\frac{\mathbf{D}'}{\mathbf{C}}$ donde $\mathbf{D}'=\sum_i \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{y}'_i$. El error de **m** vendrá dado por $\mathbf{E_m} = \sum_j \frac{1}{\mathbf{C}}\left|\mathbf{y}'_j - 2\mathbf{m}\mathbf{x}_j\right|\mathbf{E}_{x_j} + \sum_j \frac{|\mathbf{x}_j|}{\mathbf{C}}\mathbf{E}_{y_j}$. Aunque esta expresión es muy aparatosa, sencillas y usuales consideraciones, simplifican enormemente su expresión y facilitan su cálculo (ver Apéndice I).

3º) Se resta ahora de cada ordenada $\mathbf{y}_i \pm \mathbf{E}_{y_i}$ el valor $\mathbf{mx_i}$ correspondiente, y calculando el valor medio con su error de los números resultantes, es el de la ordenada en el origen $\mathbf{n} \pm \mathbf{E_n}$ de la recta buscada.

Si la recta pasa por el origen de coordenadas el problema es mucho más sencillo ya que al ser **n=0**, de las ecuaciones anteriores resulta $\mathbf{m}=\frac{\mathbf{D}}{\mathbf{C}}$.

A fin de evaluar la bondad del ajuste obtenido se determina el coeficiente de correlación **r**, cuyo módulo toma valores entre 0 y 1, siendo mejor el ajuste cuanto más se aproxime este módulo a la unidad: $\mathbf{r}=\mathbf{m}\sqrt{\frac{\mathbf{C}\cdot\mathbf{N}-\mathbf{A}^2}{\mathbf{F}\cdot\mathbf{N}-\mathbf{B}^2}}$ siendo $\mathbf{F}=\sum_i \mathbf{y}_i^2$

Para comprender mejor como se aplica el método de los mínimos cuadrados consideremos el siguiente ejemplo.

Supongamos que deseamos calcular la resistividad ρ de un material. Para ello, hacemos pasar una corriente eléctrica **I** por un cable de dicho material de 3'25±0,05 mm^2 de sección y 0'5±0,01 m de longitud, aplicando una diferencia de potencial **V** entre los extremos de dicho cable. Medimos la intensidad, **I**, y la diferencia de potencial aplicada, **V**, resultando la siguiente tabla:

I ±0,1(mA)	V±0,1(V)
1,7	5,0
3,5	10,0
5,2	15,0
6,9	20,0
8,6	25,0

Sabemos que la resistividad de un material viene dada por la relación: $\rho = \frac{\mathbf{R \cdot S}}{\mathbf{l}}$ donde R es su resistencia, **S** su sección y **l** su longitud. Por otra parte, de la ley de Ohm **V=I·R** se obtiene la relación entre **I**, **V** y **R**. Esta última ecuación corresponde a una línea recta. Comparando con **y=m·x+n**, vemos que: **y≡V**, **x≡I**, **m≡R** y **n=0**.

Tendremos:

N = 5 (número de parejas de datos)

A = $25'9 \cdot 10^{-3}$ **C** = $163'75 \cdot 10^{-6}$

B = 75 **D** = $474'5 \cdot 10^{-3}$

Con lo que la pendiente de la recta será **m**=2906. Si calculamos ahora el error de la pendiente, tendríamos que E_m=61,649Ω , es decir, la resistencia del cable es **R**=2910±60Ω. Podemos calcular el coeficiente de regresión, **r**, y se obtiene **F**=1375 y **r**=0'9999324, por lo que el ajuste es bueno.

Calculamos finalmente la resistividad **ρ=R·S/l**=$2910 \cdot 3'25 \cdot 10^{-6}/0'53$=0'0178·Ω·m y su error E_ρ=±0,0010·Ω·m, por consiguiente ρ= 0,0178±0,0010·Ω·m

LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES Y SUS ERRORES

1.- Escribir correctamente los siguientes valores obtenidos para distintas magnitudes:

1234 ± 33
0.0342165 ± 0.1
13.31 ± 1.234
345.1271 ± 0.2819
345.127 ± 0.238
0.0001237 ± 0.0000038

2.- Para que el error relativo de una longitud de 2.6 m sea del 1%, ¿con qué error absoluto máximo habría que tomar dicha longitud?

3.- ¿Qué error absoluto y relativo se comete en la medida del área de una superficie rectangular, si las medidas de sus dos lados han sido $a = 56 \pm 1$ cm y $b = 23 \pm 1$ cm?

4.- ¿Con qué error absoluto deberían medirse las aristas de un paralelepípedo rectangular, cuyas medidas aproximadas son de 25 cm, 40 cm y 55 cm, para que el error del volumen sea inferior a 25 cm^3?

5.- ¿Cuál es el error que se comete al hallar el volumen y la superficie de una esfera si la medida de su radio es $r = 4.00 \pm 0.01$ cm?

6.- Se ha medido con un pie de rey el diámetro de un círculo obteniéndose $D = 0.026 \pm 0.002$ cm. Determinar: (a) el área del círculo teniendo en cuenta que tomamos únicamente tres decimales en el valor de π; (b) ¿cuánto variará la precisión del resultado si en vez de tres tomamos una cifra decimal en el valor de π? (c) ¿Qué se puede deducir de esto?

7.- En la medida de la longitud de una varilla se realizan tres medidas obteniéndose $L = 7.42 \pm 0.01$ cm, 7.43 ± 0.01 cm y 7.47 ± 0.01 cm. Calcular: (a) el tanto por ciento de dispersión; (b) ¿son suficientes esas tres medidas? ¿por qué? (c) la longitud de la varilla con su error absoluto.

8.- Al determinar la masa de un cuerpo con una balanza de 0.001 g de sensibilidad se obtiene 0.284 g, 0.286 g y 0.283 g al repetir la pesada tres veces. Calcular el valor de la pesada con su error absoluto.

9.- Un circuito de corriente continua está formado por una resistencia en serie con un generador. Sabiendo que el valor de la resistencia es $R = 34.6 \pm 0.2\ \Omega$ y que la fuerza electromotriz del generador es $\varepsilon = 1.46 \pm 0.02$ V. Calcular la intensidad que circula por el circuito y la potencia disipada en la resistencia, ambas con su error.