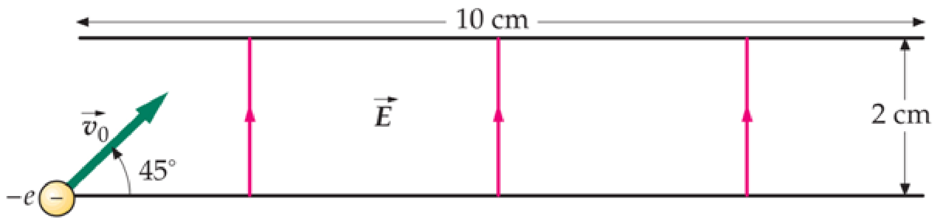
LUNES, 15 DE DICIEMBRE

1. Un electrón parte de la posición indicada en la figura con una velocidad inicial $v_0 = 5 \cdot 10^6\ m/s$ formando un ángulo de 45º con el eje X. El campo eléctrico tiene una intensidad de $3{,}5 \cdot 10^3\ N/C$ y apunta en la dirección vertical en el sentido indicado en la figura. Determinar:
a) Ecuaciones de movimiento para el electrón. [2 puntos]
b) Altura que alcanzará el electrón [1.5 puntos]
c) Distancia a la que cae nuevamente sobre la placa inferior. [1.5 puntos]
NOTA: Desprecia la fuerza debida al peso del electrón.
Datos del electrón: masa $m=9.1\cdot10^{-31}kg$ y carga eléctrica $q=-1.6\cdot10^{-19}C$



SOLUCIÓN:

a) Vamos a expresar las ecuaciones de movimiento respecto al sistema de referencia con origen en la posición inicial del electrón y donde eje X e Y se corresponden respectivamente con la horizontal y la vertical en la figura. De este modo, tenemos que sólo hay fuerza (y aceleración) en la componente vertical. De este modo:
EJE X. $x(t) = v_{0x}t$
EJE Y. $F_y = -q_e E = m_e a_y \rightarrow a_y = \frac{-q_e}{m_e}E = -6.15 \cdot 10^{14} m/s^2$. Así, $y(t) = v_{0y}t + \frac{1}{2}\left(\frac{-q_e}{m_e}E\right)t^2$
Y sustituyendo valores:

$$\boxed{x(t) = 3.5 \cdot 10^6 t \quad ; \quad y(t) = 3.5x10^6 t - 3.07 \cdot 10^{14} t^2}$$

$(v_{0x} = v_0 cos45º = 3.5 \cdot 10^6\ m/s\ ;\ v_{0y} = v_0 sen45º = 3.5 \cdot 10^6\ m/s\ )$
Se trata del conocido movimiento de tiro parabólico: $(a_x = 0, a_y = cte.)$

b) Máxima altura se corresponde con el instante en que $v_y = 0$:
$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y h = 0 \rightarrow \boxed{h = \frac{-v_{0y}^2}{2a_y} \cong 1\ cm}$

c) El electrón cae sobre la placa inferior cuando $y = 0$:
$y(t) = v_{0y}t + \frac{a_y}{2}t^2 = 0 \rightarrow v_{0y} + \frac{a_y}{2}t = 0 \rightarrow t = \frac{-2v_{0y}}{a_y} = 1.14 \cdot 10^{-8}s$
Este es el tiempo que tarda en caer. Sustituyendo en $x(t)$ tenemos el alcance:

$$\boxed{x(t) = 3.5 \cdot 10^6 \cdot 1.14 \cdot 10^{-8} \cong 4cm}$$

2. El campo eléctrico de ruptura dieléctrica se define como el máximo campo eléctrico que se puede aplicar a las moléculas del dieléctrico sin que éstas se ionicen y empiecen a conducir. En el caso del aire el campo de ruptura es de $3\cdot 10^6$ V/m. Diseña un condensador de placas plano-paralelas de capacidad $C = 0.1\mu F$ con aire entre las placas que pueda cargarse hasta una diferencia de potencial máxima de 1000 V.

a) ¿Cuál es la mínima separación posible entre las placas? [1.5 puntos]

b) ¿Qué área mínima deben tener las placas del condensador? [1.5 puntos]

c) Ahora colocas en paralelo otro condensador de capacidad $0.5\mu F$ y conectas el sistema a una batería de 1000 V. ¿Cuál es la capacidad equivalente del sistema formado por los dos condensadores? ¿Cuál es la carga acumulada en cada uno de los dos condensadores? [2 puntos]

SOLUCIÓN:

a) La diferencia de potencial en un condensador de placas plano-paralelas viene dada por $V = E\cdot d$, de donde:

$$V = E_{Max}\cdot d_{\min} \rightarrow \boxed{d_{\min} = \frac{V}{E_{Max}} = \frac{1000}{3\cdot 10^6} = 0.333mm}$$

b) Usamos la siguiente expresión, $C = \varepsilon_0 S/d$, en la cual vemos que el área mínima $S_{\min}$ se corresponde con $d_{\min}$. Por tanto,

$$S_{\min} = \frac{C}{\varepsilon_0} d_{\min} \rightarrow \boxed{S_{\min} = \frac{0.1\cdot 10^{-6}}{8.85\cdot 10^{-12}} 0.333\cdot 10^{-3} = 3.76m^2}$$

c) La capacidad equivalente de los dos condensadores en paralelo es,

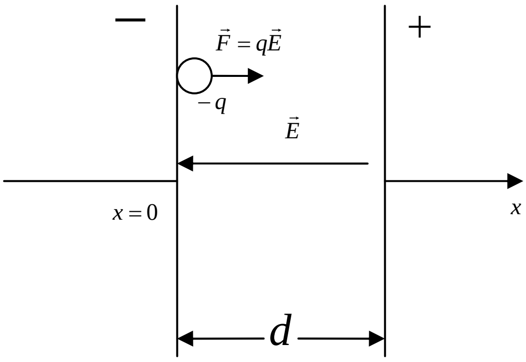
PARALELO: $C_e = C_1 + C_2 = 0.1\mu F + 0.5\mu F = 0.6\mu F$ Por tanto, $\boxed{C_e = 0.6\mu F}$

La carga almacenada vale: $\boxed{Q_1 = C_1 V = 0.1\cdot 10^{-6}\cdot 1000 = 0.1\, mC}$ $\boxed{Q_2 = C_2 V = 0.5\cdot 10^{-6}\cdot 1000 = 0.5\, mC}$

MARTES, 16 DE DICIEMBRE

1. Se establece una diferencia de potencial de 20 V entre las dos placas de un condensador de placas plano-paralelas separadas una distancia $d=2\cdot 10^{-2} m$. Se libera un electrón partiendo del reposo desde la superficie de la placa negativa. Calcular:
a) La intensidad del campo eléctrico entre las placas. [1.5 puntos]
b) La energía y la velocidad con la que impacta en la placa positiva. [1.5 puntos]
c) El tiempo que tarda en recorrer la distancia entre las dos placas. [2 puntos]
NOTA: masa y carga del electrón, $m=9.1\cdot 10^{-31} kg$ y $q=-1.6\cdot 10^{-19} C$

RESOLUCIÓN:



a) Por ser el campo uniforme, tenemos:
$V = E \cdot d$ → $\boxed{E = V/d = 20/2\cdot 10^{-2} = 1000 V/m}$

b) Se conserva la energía mecánica, de modo que la energía potencial eléctrica inicial se transforma en energía cinética del electrón:
$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$ → $\boxed{E_c = q\Delta V = 1.6\cdot 10^{-19} \cdot 20 = 3.2\cdot 10^{-18} V}$

La velocidad con que impacta es:
$E_c = \frac{1}{2}mv^2$ → $\boxed{v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 2652 \; km/s}$

c) De la 2ª ley de Newton podemos hallar la aceleración. $F = q\cdot E = m\cdot a \Rightarrow a = \frac{q}{m}E$

Siendo está constante, lo que tenemos es un movimiento rectilíneo uniforme y podemos aplicar las expresiones cinemáticas correspondientes:
$v = v_0 + a\cdot t = a\cdot t$ → $\boxed{t = \frac{v}{a} = \frac{mv}{qE} = 1.5\cdot 10^{-8} \; s = 15 \; ns}$

2. Tienes dos baterías de automóvil, una totalmente cargada y otra parcialmente descargada, que vas a conectar entre sí mediante unos cables. La batería cargada tiene una diferencia de potencial $\varepsilon_1 = 12\,V$ mientras que la débil tiene una diferencia de potencial $\varepsilon_2 = 11\,V$, las resistencias internas de las baterías son $r_1 = r_2 = 0.02\,\Omega$ y la resistencia de los cables es $R = 0.01\,\Omega$. En la figura 1 conectas los bornes de igual signo entre sí, mientras que en la figura 2 conectas entre sí los bornes de distinto signo. Calcular:

a) Corriente que circula en cada caso. [2.5 puntos]

b) En cada uno de los dos esquemas, potencia total que consume la batería débil, potencia disipada en la resistencia interna, y potencia efectivamente empleada en cargar la batería débil. ¿En cuál de los dos esquemas se está produciendo la carga de la batería débil? Justifícalo. [2.5 puntos]

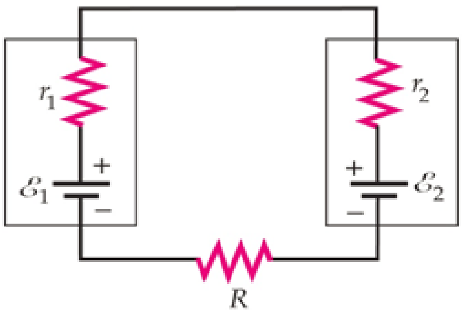


Figura 1

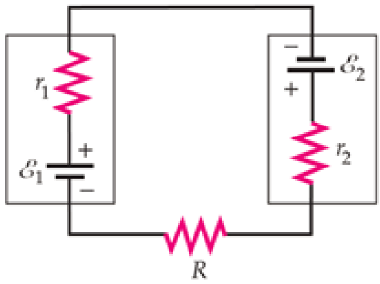


Figura 2

RESOLUCIÓN:

a) Lo que tienes son una serie de resistencias en serie junto con dos generadores, de modo que:

FIGURA 1. $\boxed{I = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} = \dfrac{12 - 11}{0.02 + 0.02 + 0.01} = 20A}$

FIGURA 2. $\boxed{I = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R} = \dfrac{12 + 11}{0.02 + 0.02 + 0.01} = 460A}$

En los dos casos, dado que la batería cargada ofrece una mayor diferencia de potencial, el sentido de la corriente es en el sentido horario.

b) En la figura 1 la batería débil actúa de receptor y en la figura 2 de generador.

FIGURA 1 (receptor).

$\boxed{P_{total} = I\varepsilon_2 + r_2 I^2 = 228W \quad ; \quad P_{disipada} = r_2 I^2 = 8W \ ; \ P_{c\arg a} = I\varepsilon_2 = 220W}$

FIGURA 2 (generador).

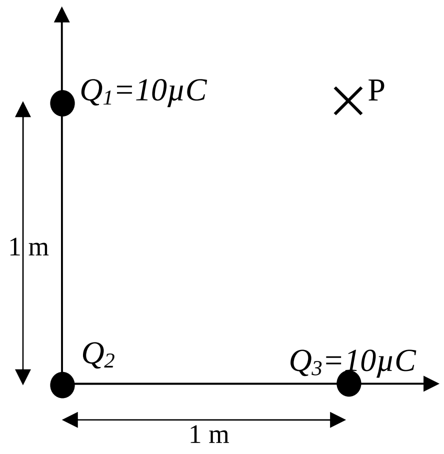
$\boxed{P_{total} = I\varepsilon_2 = 5060W \quad ; \quad P_{disipada} = r_2 I^2 = 4232W \ ; \ P_{c\arg a} = 0W \text{ ya que actúa de generador.}}$

Para cargar la batería débil se conectan entre sí los bornes positivos de ambas baterías, así como los bornes negativos, a fin de que pueda transportarse carga a través de la batería débil desde el borne positivo al borne negativo.

Si las baterías se conectan incorrectamente la resistencia total del circuito es del orden de centésimas de ohmio, la corriente es muy grande y la potencia disipada en forma de calor en las resistencias internas es muy grande con lo que se pueden calentar y explotar, produciendo un chaparrón de ácido hirviendo.

MIÉRCOLES, 17 DE DICIEMBRE

1. En tres vértices de un cuadrado de 1m de lado existen cargas, cuyos valores conoces en el caso de Q_1 y Q_3, tal como se indica en la figura. Calcular:
a) Si el potencial eléctrico en el cuarto vértice P es cero, ¿cuál es el valor de la carga Q_2? [1.5 puntos]
b) Calcula el campo eléctrico creado por estas tres cargas en el cuarto vértice P. [2 puntos]
c) El trabajo necesario que debemos realizar para llevar una carga de 5 μC desde el cuarto vértice al centro del cuadrado en presencia de las otras tres. [1.5 puntos]



SOLUCIÓN:

a) Tenemos que $V_P = V_{1P} + V_{2P} + V_{3P}$. Teniendo en cuenta que $r_{1P} = r_{3P} = 1m$ y $r_{2P} = \sqrt{2}m$,

$$K\frac{Q_1}{r_{1P}} + K\frac{Q_2}{r_{2P}} + K\frac{Q_3}{r_{3P}} = 0 \rightarrow Q_1 + \frac{Q_2}{\sqrt{2}} + Q_3 = 0 \rightarrow \boxed{Q_2 = -\sqrt{2}(Q_1 + Q_3) = -28.3\mu C}$$

b) El campo eléctrico en P viene dado por la suma de $\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} + \vec{E}_{3P}$.
Para cada carga puntual tenemos:

$$\vec{E}_{1P} = K\frac{Q_1}{r_{1P}^2}\vec{u}_{1P} = 9{\cdot}10^9\frac{10{\cdot}10^{-6}}{1^2}\vec{i} = 9{\cdot}10^4\ \vec{i}\ N/m \quad ; \quad \vec{E}_{3P} = K\frac{Q_1}{r_{3P}^2}\vec{u}_{3P} = 9{\cdot}10^4\ \vec{j}\ N/m$$

$$\vec{E}_{2P} = K\frac{Q_2}{r_{2P}^2}\vec{u}_{2P} = 9{\cdot}10^9\frac{-28.3{\cdot}10^{-6}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}\left(\cos(45^o)\vec{i} + sen(45^o)\vec{j}\right) = -9{\cdot}10^4\left(\vec{i} + \vec{j}\right)N/m$$

Así, el campo total resulta ser: $\boxed{\vec{E}_P = 0\ N/m}$

b) El trabajo necesario que debe realizar un agente externo, por ejemplo nosotros, se puede calcular como la diferencia de energía potencial eléctrica entre el punto final e inicial:

$$W_{ext} = \Delta E_{pot} = E_{pot_f} - E_{pot_i} = q\left(V_{(0.5,0.5)} - V_{(1,1)}\right)$$

donde q=5 μC y el potencial en la posición (1,1) sabemos que es nulo. Falta calcular el potencial en el punto final (0.5,0.5), para lo cual tenemos en cuenta que las tres cargas son equidistantes del punto medio y por tanto:

$$V_{(0,5,0.5)} = \frac{K}{\sqrt{0.5^2 + 0.5^2}}\left(Q_1 + Q_2 + Q_3\right) = \frac{9{\cdot}10^9}{\sqrt{0.5^2 + 0.5^2}}\left(-8.3{\cdot}10^{-6}\right) = -1.1{\cdot}10^5\ V$$

Así, $\boxed{W_{ext} = q\left(V_{(0.5,0.5)} - V_{(1,1)}\right) = -0.53J}$

2. Tenemos dos bombillas de filamento iguales conectadas en paralelo a una batería de *20 V*. La potencia disipada entre las dos bombillas es de 80 W. Calcular:
a) El valor de la resistencia equivalente de las dos bombillas y el valor de la resistencia de cada una de ellas. [1.5 puntos]
b) La intensidad que circula por los filamentos. [1.5 puntos]
c) Si las conectamos en serie, ¿qué corriente circula ahora? ¿Qué potencia disipa ahora el sistema formado por las dos bombillas? [2 puntos]

SOLUCIÓN:

a) Al estar en paralelo, si cada resistencia tiene un valor R, la equivalente de las dos valdrá:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \rightarrow R_{eq} = R/2$$

La potencia disipada viene dada por $P = V^2/R_{eq}$ de donde, $\boxed{R_{eq} = V^2/P = 20^2/80 = 5\Omega}$, y por tanto la de cada bombilla es $\boxed{R = 10\Omega}$

b) La intensidad viene dada por: $I = V/R$. Así, la intensidad que circula por cada bombilla es la misma y tiene valor: $\boxed{I = 20/10 = 2A}$

c) Al conectarlas en serie la resistencia total viene dada por $R_{eq} = 2R = 20\Omega$.
La intensidad viene dada por: $\boxed{I = V/R_{eq} = 20/20 = 1A}$.
La potencia disipada total es, $\boxed{P = V^2/R_{eq} = 400/20 = 20W}$