

Tema 5.- MOVIMIENTO OSCILATORIO Y ONDULATORIO

Generalidades del Movimiento Oscilatorio.

Una partícula tiene un movimiento oscilatorio (vibratorio) cuando se mueve periódicamente alrededor de una posición de equilibrio. El movimiento de un péndulo es oscilatorio. Un peso unido a un resorte estirado comienza a oscilar cuando se suelta el resorte. Los átomos de un sólido y una molécula vibran unos respecto a otros. Los electrones de una antena emisora o receptora oscilan rápidamente. Entender este movimiento es esencial para el estudio del comportamiento en numerosos sistemas mecánicos, y también de los fenómenos ondulatorios relacionados con el sonido, la luz, y las ondas electromagnéticas en un sistema de comunicaciones.

De todos los tipos de movimientos oscilatorios, el más importante es el movimiento armónico simple (MAS). Además de ser el más sencillo de describir y analizar, constituye una descripción bastante precisa de muchas oscilaciones que se observan en la naturaleza.

Cinemática del movimiento armónico simple (MAS)

Para un objeto que experimenta un MAS se tiene:

$$\begin{aligned}x &= A \cos(\omega t + \phi) \\v &= -A\omega \sin(\omega t + \phi) \\a &= -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x\end{aligned}$$

donde x se conoce como *elongación* respecto a la posición de equilibrio, A es la *amplitud*, es decir, el desplazamiento máximo a partir del origen, y ϕ es la *fase inicial*. La *frecuencia angular* ω , la *frecuencia* ν y el *período* T están relacionados por:

$$\omega = 2\pi \nu = 2\pi/T$$

El MAS puede identificarse mediante la relación:

$$a = -\omega^2 x$$

En el MAS la aceleración a es proporcional y de sentido opuesto al desplazamiento x .

Dinámica del movimiento armónico simple

El MAS está originado por una fuerza resultante que es una fuerza restauradora lineal. Como la fuerza y la aceleración están relacionadas mediante la 2ª ley de Newton $F = ma$ y como la aceleración es $a = -\omega^2 x$, queda:

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx$$

La ecuación $F = -kx$ indica que en el MAS la fuerza F es proporcional y opuesta al desplazamiento x , donde k es la constante de proporcionalidad. De la relación anterior podemos expresar la frecuencia angular del MAS mediante:

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

Vemos que la frecuencia angular ω no depende de la amplitud de la oscilación.

Energía en el movimiento armónico simple

La fuerza $F = -kx$ es conservativa por lo que existe una energía potencial. Las energías potencial y cinética de un oscilador armónico simple son:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A\cos(\omega t + \phi))^2 \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(A\omega\sin(\omega t + \phi))^2$$

La energía mecánica total del sistema oscilante es constante y proporcional al cuadrado de la amplitud A :

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kA^2$$

Ejemplos de movimiento armónico simple

Algunos sistemas que experimentan un MAS son:

- (i) Un bloque de masa m unido a un resorte: $\omega = \sqrt{k/m}$
- (ii) Un péndulo simple de longitud L bajo la hipótesis de oscilaciones pequeñas (ángulos pequeños): $\omega = \sqrt{g/L}$

Generalidades del Movimiento Ondulatorio.

Una onda viajera es una perturbación de una magnitud física (temperatura, presión, campo electromagnético,...) que se propaga de una posición a otra en función del tiempo.

En las *ondas longitudinales* (tales como las ondas de sonido) la dirección en la cual varía la magnitud que define la perturbación coincide con la dirección de propagación de la onda. En las *ondas transversales* (tales como las ondas en una cuerda, o las ondas electromagnéticas) la dirección de variación de esta magnitud es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

Un movimiento ondulatorio transporta *energía* y *momento lineal* de un punto a otro del espacio *sin transportar materia*.

Las ondas necesitan de un medio material para propagarse (*ondas mecánicas*). Sin embargo, existe una excepción, que son las *ondas electromagnéticas*, que se pueden propagar en el vacío.

Propagación de una perturbación en una dirección.

Una onda está descrita por una función ψ , que representa la propiedad (temperatura, presión,...) que propaga la onda:

$$\psi = g(x, t)$$

Si la perturbación se propaga con una velocidad constante en el medio, v (velocidad de fase), la forma más general de una onda unidimensional que se propaga hacia $+x$ es:

$$\psi(x, t) = g(x - vt)$$

Si la onda viaja hacia $-x$:

$$\psi(x, t) = g(x + vt)$$

Ondas armónicas

De todos los tipos de ondas, las más importantes son las ondas armónicas. Una onda armónica (que se propaga hacia $+x$) se puede expresar como:

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

que es una onda periódica tanto en el espacio como en el tiempo, donde k y ω son respectivamente el número de onda y la frecuencia angular, siendo:

$$k = 2\pi/\lambda, \quad \omega = 2\pi/T$$

, donde λ es el periodo espacial (o longitud de onda) y T es el periodo temporal. El inverso del periodo T es la frecuencia $f=1/T$. La relación que liga la variación espacial y temporal es,

$$v = \lambda f = \omega/k.$$

Ondas en dos y tres dimensiones

Puede haber ondas en dos dimensiones como las de la superficie de un líquido en las que los *frentes de onda* son líneas, y ondas en tres dimensiones como las ondas sonoras o las ondas luminosas en las que los frentes de onda son superficies. Puede hablarse de ondas planas, esféricas y cilíndricas según sea el frente de onda.

Intensidad en el movimiento ondulatorio. Absorción

La intensidad I de una onda es el flujo de energía que atraviesa la unidad de área normal a la dirección de propagación en la unidad de tiempo, es decir, la potencia P que atraviesa la unidad de área de una superficie normal S a la dirección de propagación:

$$I = P/S$$

Suele definirse una intensidad media respecto al tiempo para un intervalo de tiempo τ largo comparado con el período de la onda. Para una *onda plana* la intensidad es constante $I \propto A^2$. Para una *onda esférica* $I = P/4\pi r^2$, es decir, la intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente puntual. Se cumple $I \propto A^2/r^2$.

Además de energía las ondas también transportan *momento lineal*. La prueba de esto se tiene en que pueden ejercer una fuerza (presión) cuando inciden sobre una superficie.

Cuando una onda plana atraviesa, por ejemplo, un muro se produce el fenómeno de la *absorción* y su intensidad disminuye exponencialmente con el espacio recorrido

Ondas y barreras: Reflexión, refracción y difracción

Cuando una onda incide sobre una superficie límite que separa dos regiones de *diferente velocidad de fase*, una parte de la onda se *refleja* y la otra parte se transmite. La parte transmitida cambia su dirección de propagación (*refracción*).

La *difracción* es una distorsión que experimenta una onda alrededor de un obstáculo o abertura que tiene lugar cuando el frente de onda está limitado.

Superposición de ondas. Interferencias de ondas armónicas.

Superposición: Cuando se encuentran dos ondas en un punto del espacio sus funciones de onda se suman algebraicamente. Este fenómeno se le da el nombre de **interferencias**.

Si interfieren dos ondas armónicas de la misma amplitud, número de onda y frecuencia angular:

$$\psi_1(x,t) = A \sin(kx - \omega t) ; \psi_2(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

la onda resultante es:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = 2A \cos(\phi/2) \sin(kx - \omega t + \phi/2)$$

, donde se aplica la identidad trigonométrica:

$$\sin(\theta_1) + \sin(\theta_2) = 2 \sin[(\theta_1 + \theta_2)/2] \cos[(\theta_1 - \theta_2)/2]$$

La *diferencia de fase* entre las dos ondas para este caso concreto es ϕ . Si la diferencia de fase es $\phi = 2m\pi$, la interferencia es **constructiva**, mientras que si $\phi = (2m + 1)\pi$, la interferencia es **destruktiva**.

Ondas estacionarias

Si un tren de onda se encuentra con una frontera, la parte reflejada interfiere con la parte incidente del tren de onda. Esta interferencia puede dar lugar a un patrón estacionario que se conoce como **onda estacionaria**. Para dos ondas idénticas pero que viajan en sentidos opuestos:

$$\psi_1(x,t) = A \sin(kx - \omega t) ; \psi_2(x,t) = A \sin(kx + \omega t)$$

la función de onda resultante es:

$$\psi(x,t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

que indica que en cada punto x existe un movimiento armónico simple de frecuencia ω y amplitud resultante $2A \sin(kx)$ dependiente de x , encontrándose puntos que presentan máxima amplitud de vibración (**vientres**) y otros que no vibran (**nodos**).

Para el caso de una cuerda atada en sus extremos, tenemos un nodo en cada extremo de modo que la condición para tener una onda estacionaria viene dada por:

$$L = n\lambda_n/2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Las ondas permitidas forman una serie armónica, con frecuencias dadas por,

$$f_n = v/\lambda_n = n v/(2L) = n f_1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

, donde v es la velocidad de propagación de la onda en la cuerda, y f_1 es la **frecuencia fundamental**, y las frecuencias múltiplos se llaman **armónicos**.

Generalmente las ondas no suelen ser armónicas siendo simplemente periódicas. Se puede demostrar que toda **onda periódica no armónica** se puede expresar como **superposición de ondas armónicas** cuyas frecuencias son múltiplos enteros de la **frecuencia fundamental** de la señal periódica (**Ley de Fourier**).

Espectro electromagnético y espectro visible

De cara a los sistemas de comunicaciones y sistemas multimedia, son de especial interés las ondas electromagnéticas. Dependiendo de su frecuencia (o de la longitud de onda) las ondas electromagnéticas se clasifican en diferentes bandas. La totalidad de las bandas existentes constituye lo que se conoce como el *espectro electromagnético*. La *luz* se corresponde con una de estas bandas, denominada *espectro visible*. Dentro del espectro visible cada *color* se corresponde con un cierto rango de longitudes de onda.

Atendiendo a las longitudes de onda, podemos dividir el espectro electromagnético en:

- 1) *Radiofrecuencia: varios km hasta 0.3 m*
- 2) *Microondas: desde 0.3m hasta 10^{-3} m*
- 3) *Infrarrojos: desde 10^{-3} m hasta 7.8×10^{-8} m*
- 4) **Luz o espectro visible: desde 780 nm hasta 380 nm**
- 5) *Ultravioleta: desde 3.8×10^{-7} m hasta 6×10^{-10} m*
- 6) *Rayos X: desde 10^{-9} m hasta 6×10^{-12} m*
- 7) *Rayos gamma: desde 10^{-10} m hasta 10^{-14} m*

Haciendo uso de la relación $c = \lambda f$, donde $c = 3 \times 10^8$ m/s es la velocidad de propagación de la luz en el vacío, podemos pasar de longitud de onda a frecuencia.

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[TIPLER 5ª Edición, 2005] *Cap. 14: Oscilaciones, Cap. 15: Movimiento ondulatorio, Cap. 16: Superposición y ondas estacionarias.*