

Tema 2.- CINEMÁTICA Y DINÁMICA

La Mecánica se ocupa de las relaciones entre los movimientos de los sistemas materiales y las causas que los producen. La Mecánica se divide en tres partes: *Cinemática* que estudia el movimiento sin preocuparse de las causas que lo producen; *Dinámica* que estudia el movimiento y sus causas; y *Estática* que estudia las fuerzas y el equilibrio de los cuerpos.

• Posición, desplazamiento, velocidad y aceleración

Para describir el movimiento de una partícula el primer paso es establecer un sistema de coordenadas o *sistema de referencia*. El *vector de posición* \mathbf{r} , sitúa a un objeto respecto al origen de un sistema de referencia y es función del tiempo. En coordenadas cartesianas:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

Si una partícula se mueve, el extremo de \mathbf{r} describe una curva que se denomina *trayectoria*.

El *vector desplazamiento* $\Delta\mathbf{r}$ es el cambio del vector de posición entre dos puntos P1 y P2:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

La *velocidad media* \mathbf{v}_m de una partícula es el desplazamiento del punto durante un intervalo de tiempo Δt , dividido por dicho intervalo de tiempo:

$$\mathbf{v}_m = \Delta\mathbf{r}/\Delta t$$

La *velocidad instantánea* \mathbf{v} es el valor límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero. Se cumple:

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$$

El *vector velocidad instantánea* es tangente a la trayectoria de la partícula en cada punto de la misma.

La *aceleración media* \mathbf{a}_m de un punto material es el cambio de la velocidad durante un intervalo de tiempo Δt , dividido por el intervalo de tiempo:

$$\mathbf{a}_m = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$$

La *aceleración instantánea* \mathbf{a} es el valor límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d^2\mathbf{r}/dt^2$$

En particular, la aceleración de un objeto próximo a la superficie de la Tierra en caída libre bajo la influencia de la gravedad está dirigida hacia abajo y su módulo es:

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Interpretación gráfica (en el caso de una dimensión): De cara a comprender los conceptos centrales de la cinemática, desplazamiento, velocidad y aceleración, resulta conveniente visualizarlos de manera gráfica en el caso del movimiento en una dimensión. Así, tenemos:

- El desplazamiento es el área bajo la curva velocidad-tiempo.
- La velocidad instantánea se corresponde con la pendiente de la curva desplazamiento-tiempo, o con el área bajo la curva aceleración-tiempo.
- La aceleración instantánea se corresponde con la pendiente de la curva velocidad-tiempo.

• Movimientos rectilíneos

En un movimiento rectilíneo la trayectoria es una línea recta.

En un *movimiento rectilíneo uniforme* la velocidad es constante y la aceleración es nula. Si el movimiento tiene lugar a lo largo del

eje X . Se cumplen las relaciones:

$$a(t) = 0 \quad v(t) = v = \text{cte.} \quad x(t) = x_0 + vt$$

En un *movimiento rectilíneo uniformemente acelerado* la aceleración es constante y se cumple:

$$a(t) = a = \text{cte.} \quad v(t) = v_0 + at \quad x(t) = x_0 + vt + at^2/2$$

Eliminando la variable tiempo en las expresiones anteriores se cumple:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

• Composición de movimientos: proyectiles

Un ejemplo de movimiento plano es el *movimiento de un proyectil* (o movimiento de tiro parabólico) que se lanza con velocidad constante v_0 formando un ángulo α con el eje X y se ve afectado por la aceleración de la gravedad g a lo largo del eje Y . La trayectoria es una parábola y el movimiento es la superposición de un movimiento rectilíneo uniforme en el eje X y un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado en el eje Y . Parámetros usualmente de interés en este tipo de movimientos son el tiempo de vuelo, t , la altura máxima, h , y el alcance, d , del proyectil.

• Movimiento circular

Un movimiento circular es un movimiento plano en el que la trayectoria es una circunferencia de radio r . El módulo de la velocidad, $|v|$, en este tipo de movimientos en ocasiones recibe el nombre de velocidad lineal.

En un *movimiento circular uniforme* la circunferencia se recorre a *velocidad lineal* constante. En este caso, la aceleración en la dirección del movimiento, *aceleración tangencial*, a_T , es nula, pero el movimiento presenta una aceleración en la dirección perpendicular al movimiento, la denominada *aceleración normal* o *centrípeta*, a_N , responsable del giro, que viene dada por:

$$a_N = v^2/r$$

Si el movimiento presenta *velocidad lineal* variable, además de la *aceleración centrípeta* presentará *aceleración tangencial*, que viene dada por:

$$a_T = dv/dt$$

Lo anterior se puede generalizar a cualquier movimiento a lo largo de una *trayectoria curva*. Así la aceleración instantánea \mathbf{a} puede descomponerse en dos vectores, uno normal a la trayectoria denominado *aceleración normal* o *centrípeta*, \mathbf{a}_N , y otro tangente a la misma que recibe el nombre de *aceleración tangencial*, \mathbf{a}_T . Estas componentes se conocen como *componentes intrínsecas de la aceleración*:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_N + \mathbf{a}_T$$

\mathbf{a}_T tiene en cuenta el cambio en el módulo del vector velocidad, $v=|v|$, y \mathbf{a}_N tiene en cuenta el cambio en la dirección del vector velocidad \mathbf{v} :

$$a_T = dv/dt \quad a_N = v^2/r$$

donde r es el *radio de curvatura* de la trayectoria de la partícula en cada punto de la misma. Se cumple para el módulo de la aceleración:

$$a = \sqrt{a_N^2 + a_T^2}$$

• Leyes de Newton

La Dinámica es la parte de la Mecánica que estudia la relación entre el movimiento y las causas que lo producen, es decir, las fuerzas. El movimiento de un cuerpo es un resultado directo de sus interacciones con los otros cuerpos que lo rodean y estas interacciones se describen convenientemente mediante el concepto de *fuerza*.

Las *leyes de Newton* son leyes fundamentales de la naturaleza y constituyen la base de la mecánica.

Primera ley de Newton (ley de la inercia): Si un cuerpo en un sistema inercial no está sometido a la acción de fuerza alguna, o se halla en reposo o tiene movimiento rectilíneo y uniforme.

Segunda ley de Newton (ecuación fundamental de la Dinámica): La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo \mathbf{F} es la causa de su aceleración \mathbf{a} :

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Tercera ley de Newton (principio de acción y reacción): Si un cuerpo A ejerce una fuerza \mathbf{F}_{AB} (acción) sobre un cuerpo B, entonces el cuerpo B ejerce sobre el A una fuerza \mathbf{F}_{BA} (reacción) de igual intensidad y dirección, pero de sentido contrario:

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

Las fuerzas de acción-reacción actúan en cuerpos distintos.

Las leyes de Newton sólo son válidas en un *sistema de referencia inercial*, es decir un sistema de referencia para el cual un objeto en reposo permanece en reposo si no hay fuerza neta que actúe sobre él. Cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad constante relativa a un sistema inercial es también un sistema de referencia inercial. Un sistema ligado a la Tierra es aproximadamente un sistema de referencia inercial.

• Fuerza debida a la gravedad. Peso

El *peso* \mathbf{P} de un cuerpo es la fuerza de atracción gravitatoria ejercida por la Tierra sobre el cuerpo. Es proporcional a la masa m del objeto y a la intensidad del campo gravitatorio g o aceleración de la caída libre debida a la gravedad

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g}$$

El peso, a diferencia de la masa, no es una propiedad intrínseca de un cuerpo; sino que depende de la localización del cuerpo.

• Fuerzas de contacto. Rozamiento

Las fuerzas de contacto (tales como las de soporte, rozamiento, y las ejercidas por muelles y cuerdas), son debidas a las fuerzas de atracción-repulsión eléctricas que surgen a nivel molecular.

En particular, cuando un muelle se comprime o se alarga en una pequeña cantidad Δx , la fuerza que ejerce es proporcional a Δx , siendo k la constante restauradora del muelle:

$$F = -k \Delta x$$

Dos objetos en contacto ejercen *fuerzas de rozamiento* entre sí. Estas fuerzas son paralelas a las superficie de los objetos en los puntos de contacto y su dirección es opuesta a la dirección del deslizamiento (o de la tendencia a deslizar). Se pueden distinguir dos situaciones:

$$\text{Rozamiento estático: } F_e \leq \mu_e F_N$$

$$\text{Rozamiento cinético: } F_c = \mu_c F_N$$

F_N es la fuerza normal de contacto, μ_e y μ_c son respectivamente los coeficientes de rozamiento estático y cinético cumpliéndose $\mu_c < \mu_e$.

• Aplicación de las leyes de Newton a la resolución de problemas

El procedimiento para resolver un problema de mecánica es:

(i) Hacer un dibujo del sistema e identificar el objeto (u objetos) a los que se aplicará la segunda ley de Newton. En el dibujo usar vectores que representen las fuerzas que aparecen.

(ii) Dibujar un diagrama puntual que incluya los ejes de coordenadas para descomponer los vectores en sus componentes. Estos diagramas deben dibujarse de modo que los cálculos siguientes se simplifiquen. Normalmente esto se consigue poniendo tantos ejes como sea posible a lo largo de las direcciones de las fuerzas, o situando un eje en la dirección de la aceleración, si esta dirección es conocida.

(iii) Usando el diagrama puntual, escribir las componentes de la segunda ley de Newton en función de las cantidades conocidas y desconocidas y resolver esas ecuaciones para cada una de las cantidades desconocidas en función de las conocidas. Finalmente, sustituir los valores numéricos de las cantidades conocidas (incluyendo sus unidades) y calcular cada una de las desconocidas.

• BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

[TIPLER 5ª Edición, 2005] CINEMÁTICA

Cap. 2: Movimiento en una dimensión, Cap. 3: Movimiento en dos y tres dimensiones.

[TIPLER 5ª Edición, 2005] DINÁMICA

Cap. 4: Leyes de Newton, Cap. 5: Aplicaciones de las leyes de Newton.