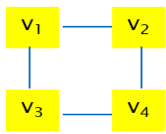
## Ejercicios de Matemática Discreta

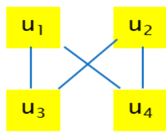
## HOJA 1

## 1.Teoría de Grafos

**Ejercicio1:** Para los grafos G y H,
a) Calcula la matriz de adyacencia A.
b) ¿Cómo calculas el grado del vértice $v_3$, $d(v_3)$, en A/G?
c) Calcula la matriz de incidencia M.




$G = (V_1, E_1)$

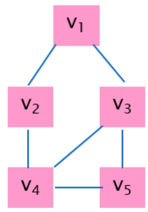



$H = (V_2, E_2)$

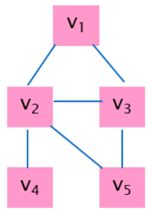
**Ejercicio2:**
a) M representa la matriz de incidencia de un grafo ¿dirigido o no dirigido? ¿Simple?
b) ¿Existe algún bucle en el grafo? Si: indica vértice, No: explica porqué
c) ¿Por qué la suma de las columnas da como resultado cero?

| **M** | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $e_4$ | $e_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 0 | 0 | −1 | 0 |
| y | 0 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| z | −1 | −1 | 0 | 1 | −1 |

**Ejercicio3:** Define grafos isomorfos y las propiedades necesarias que deben tener los grafos para que lo sean. Comprueba si los grafos a) G y H, b) T y U lo son.
.



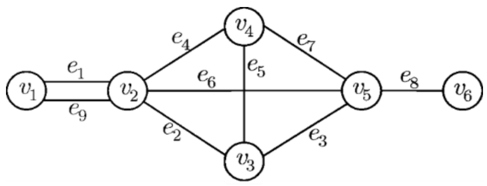

$T = (V_1, E_1)$



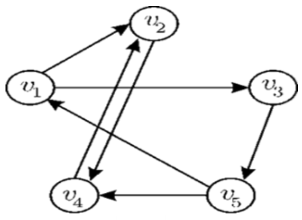

$U = (V_2, E_2)$

**Ejercicio4:** Comprueba si los grafos T y U son bipartidos.

**Ejercicio5:** Consideramos los siguientes grafos para estudiar la conexión entre vértices:




W




Z

a) Escribe una cadena simple que no sea camino
b) Escribe un camino que no sea cadena simple
c) ¿Toda cadena simple es un camino?
d) ¿Todo camino es una cadena simple?
e) ¿Una cadena cerrada puede ser un camino?
f) ¿Un camino puede ser una cadena cerrada?
g) ¿Toda cadena cerrada es un ciclo?
h) ¿Todo ciclo es una cadena cerrada?
i) Escribe los vértices a los que alcanza cada uno.
j) ¿Están conectados los vértices $v_1$ y $v_5$?
k) ¿Cualquier par de vértices está conectado?
l) ¿Son grafos conexos?

**Ejercicio6:** Sea A matriz de adyacencia de un grafo G = (V,E), V = {$v_1$, $v_2$, $v_3$, $v_4$}

a) Usando los conjuntos $\Gamma^{p+1}(v_i)$ calcula los vértices a los que alcanza el vértice $v_1$ mediante una cadena de longitud 2.
b) ¿Cuál es la longitud máxima que existe entre los vértices de este grafo para determinar el alcance de cada uno?
c) Calcula la CC($v_1$).
d) Según el resultado de c) ¿puedes decir si el grafo es conexo?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Ejercicio7:** Comprueba si el grafo Z es conexo.

**Ejercicio8** Calcula la CC del vértice $v_1$ de un grafo G cuya matriz de accesibilidad es R, haciendo el producto R($v_1$) $\otimes$ Q($v_1$)

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$