Tema 6. Electricidad, condensadores y resistencias (hoja 7)

Fundamentos

1 Una carga puntual de $5\mu C$ está localizada en el punto $x=1cm$, $y=3cm$ y otra de $-4\mu C$ está situada en el punto $x=2cm$, $y=-2cm$. Determinar:
a) El campo eléctrico en el punto $x=-3cm$ e $y=1cm$
b) La fuerza que actúa sobre una carga de $-6\mu C$ situada en el punto $x=-3cm$ e $y=1cm$

2 Dos cargas fijas q_1 y q_2 se encuentran separadas por una distancia d. Una tercera carga libre q_3 se encuentra en equilibrio cuando está situada en la línea que une ambas cargas, a una distancia d de q_1 y $2d$ de q_2.
a) ¿Qué relación existe entre las cargas q_1 y q_2?
b) Si $q_3=-q_1$, determinar en función de q_1 el valor del campo eléctrico creado por las tres cargas en el punto medio del segmento que une q_1 y q_2

3 El potencial eléctrico a una distancia d de una carga puntual q es $V=600V$ y el campo eléctrico es $E=200N/C$.
a) Calcular la distancia a la carga puntual
b) Calcular el valor de la carga

4 Un campo eléctrico viene determinado por $E_x=2x^3\ kN/C$. Determinar la diferencia de potencial entre los puntos del eje x situados en $x=1m$ y $x=2m$

5 Consideremos un campo eléctrico uniforme $\vec{E}=2\vec{i}\ {kN}/{C}$.
a) ¿Cuál es el flujo de este campo a través de un cuadrado de $10cm$ de lado cuyo plano es paralelo al plano YZ?
b) ¿Cuál es el flujo que atraviesa el mismo cuadrado si la normal a su plano forma un ángulo de 30^o con el eje X?

6 Una carga puntual $q=3\mu C$ está en el centro de una esfera de 0.6m de radio.
a) Hallar el valor del campo eléctrico en los puntos situados en la superficie de la esfera
b) ¿Cuál es el flujo del campo eléctrico debido a la carga puntual a través de la superficie de la esfera?
c) ¿Variaría la respuesta dada a la parte *b)* si se moviese la carga puntual de modo que estuviese dentro de la esfera pero no en el centro?
d) ¿Cuál es el flujo neto que atraviesa un cubo de $1m$ de arista que circunscribe la esfera?

7 Una carga puntual Q está situada en el centro de un cubo cuya arista tiene una longitud L.
a) ¿Cuál es el flujo del campo eléctrico a través de una de las caras del cubo?
b) Si la carga Q se traslada a un vértice del cubo, ¿cuál es el flujo a través de cada una de las caras del cubo?

8 Existe un campo eléctrico uniforme entre dos placas paralelas con cargas opuestas. Se libera un electrón desde el reposo sobre la superficie de la placa negativa y alcanza la superficie de la placa opuesta, colocada a una distancia $d=2\cdot 10^{-2}m$ de la otra, en un intervalo de tiempo $t=1.5\cdot 10^{-8}s$
a) Calcular la intensidad del campo eléctrico
b) Calcular la velocidad del electrón cuando llega a la segunda placa
c) ¿Cuál es la diferencia de potencial que hay entre las placas?

9 Un electrón de masa $m=9.1\cdot10^{-31}kg$ y carga eléctrica $q=-1.6\cdot10^{-19}C$ se proyecta en el interior de un campo eléctrico uniforme $E=2000N/C$ con una velocidad inicial $v_0=10^6m/s$ perpendicular al campo.

a) Hallar las ecuaciones del movimiento del electrón

b) ¿Cuánto se habrá desviado el electrón si ha recorrido *1cm* sobre el eje *OX*? (*OX*: dirección de entrada del electrón)

Condensadores

10 Las armaduras de un condensador plano tienen una superficie de $250\ cm^2$. El dieléctrico situado entre las armaduras es mica de *1.2mm* de espesor y $\varepsilon_r=6$. Determinar:

a) La capacidad del condensador

b) La carga cuando la diferencia de potencial entre las armaduras es de *500V*

c) El campo eléctrico entre las armaduras

d) La energía almacenada en el condensador

11 Las láminas de un condensador plano están separadas *5mm* y tienen $2m^2$ de área. Entre ellas se introducen dos dieléctricos, uno con espesor *2mm* y permitividad relativa *5*, el otro de *3mm* y permitividad relativa *2*. El condensador se carga a $3'54\cdot10^{-5}C$. Calcular:

a) El campo eléctrico en cada dieléctrico

b) La diferencia de potencial entre las láminas del condensador

c) La capacidad del condensador

12 En un condensador de placas paralelas de área A y separación d, una batería carga las placas comunicándoles una diferencia de potencial V_0. Entonces se desconecta la batería y se introduce una placa de dieléctrico con espesor *d*. Calcúlese la energía almacenada antes y después de introducir el dieléctrico.

Corrientes, resistencias y circuitos de corriente continua

13 La intensidad de corriente en un hilo varía con el tiempo según la relación $I=3\cdot t^2+2$, en donde *I* se mide en amperios y *t* en segundos

a) ¿Cuántos culombios pasan por una sección transversal en el intervalo de tiempo comprendido entre $t=1s$ y $t=5s$?

b) ¿Cuál es la intensidad media durante el mismo intervalo de tiempo?

14 Por un conductor de *10m* de longitud y una resistencia de 0.2Ω circula una corriente de *5A*.

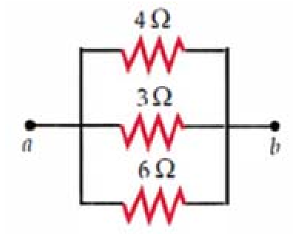
a) ¿Cuál es la diferencia de potencial en los extremos del conductor?

b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico del conductor?

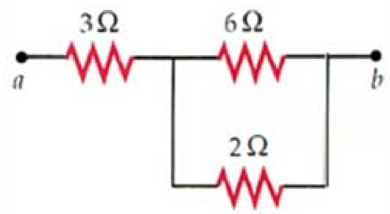
15 Una barra de carbono de radio *0.1mm* se utiliza para construir una resistencia. La resistividad de este material es $3.5\cdot10^{-5}\Omega\cdot m$. ¿Qué longitud de la barra de carbono se necesita para obtener una resistencia de 10Ω?

16 Dos resistencias iguales se conectan en serie a una tensión *V*. Posteriormente se montan en paralelo conectándolas a la misma tensión *V*. ¿En cuál de los montajes se disipa mayor potencia?

17 a) Encuentra la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*.
b) Si la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* es de *12 V*, encuentra la corriente que circula por cada una de las tres resistencias.



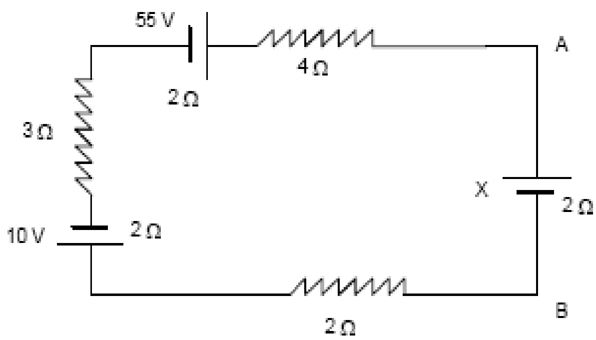
18 a) Encuentra la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*.
b) Si la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* es de *12 V*, encuentra la corriente que circula por cada una de las tres resistencias.



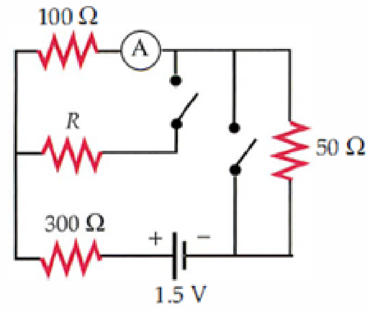
19 Cada uno de los dos cables de las pinzas para cargar la batería de un coche tiene una longitud de 3 m y la sección de cobre es de 10 mm^2. Toma la resistividad del cobre como $1.7\cdot 10^{-8}\,\Omega\cdot m$.
a) ¿Qué resistencia tiene el conjunto de los dos cables? b) Cuando se utiliza para arrancar un coche, los cables llevan una intensidad de corriente de *90 A*. ¿Qué caída de tensión se produce en los cables? c) ¿Qué potencia se disipa?

20 Una batería tiene una f.e.m. ε y una resistencia interna *r*. Cuando entre los bornes de la batería se conecta una resistencia de *5 Ω* se tiene una intensidad de corriente circulando de *0.5 A*. Cuando se cambia esta resistencia por una de *11 Ω* la corriente es de *0.25 A*. Calcula el valor de la f.e.m. y de la resistencia interna.

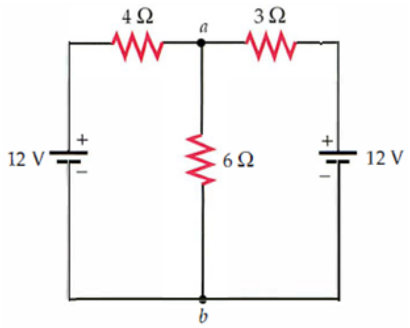
21 La d.d.p entre los puntos *A* y *B* del circuito de la figura es *10V*. Calcular la f.e.m de la batería *X*.



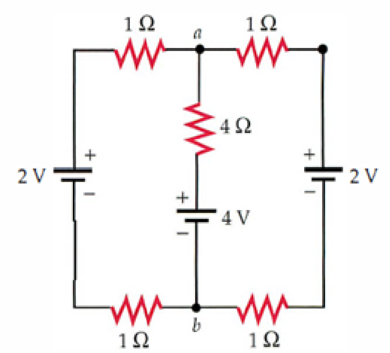
22 En el circuito de la figura se tiene que el amperímetro mide la misma intensidad de corriente tanto cuando los dos interruptores están abiertos como cuando los dos se encuentran cerrados. Calcula el valor de la resistencia *R*.



23 Considera el circuito de la figura. Calcular: a) la intensidad de corriente en cada resistencia, b) la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*, y c) la potencia suministrada por cada batería.



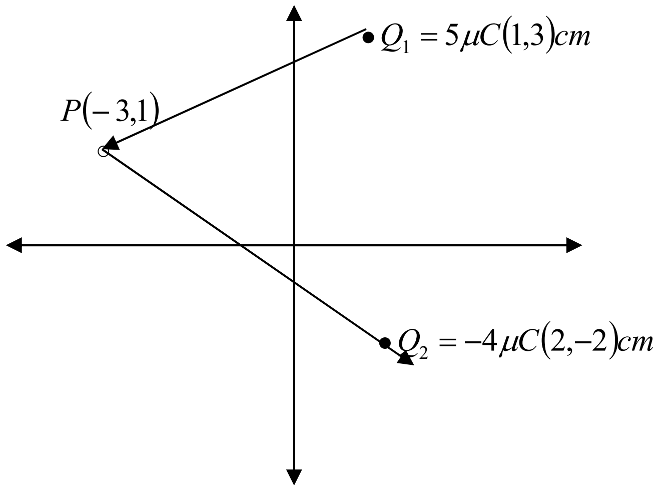
24 Considera el circuito de la figura. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*.



Fundamentos

1 Una carga puntual de $5\mu C$ está localizada en el punto $x=1cm$, $y=3cm$ y otra de $-4\mu C$ está situada en el punto $x=2cm$, $y=-2cm$. Determinar:
a) El campo eléctrico en el punto $x=-3cm$ e $y=1cm$
b) La fuerza que actúa sobre una carga de $-6\mu C$ situada en el punto $x=-3cm$ e $y=1cm$

RESOLUCIÓN:



a) El campo eléctrico en P es la suma de los campos eléctricos creados en P por Q_1 y Q_2:

$$\vec{E} = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P}; \qquad \vec{E}_{1P} = K \cdot \frac{Q_1}{d_{1P}^{\,2}} \cdot \vec{u}_{1P} \qquad \vec{E}_{2P} = K \cdot \frac{Q_2}{d_{2P}^{\,2}} \cdot \vec{u}_{2P}$$

donde:

$$\overrightarrow{1P} = (-3,1) - (1,3) = (-4,-2)$$

$$\left|\overrightarrow{1P}\right| = +\sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = +\sqrt{16+4} = +\sqrt{20} \Rightarrow d_{1P} = \sqrt{20} \cdot 10^{-2} m \Rightarrow d_{1P}^{\,2} = 20 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$\vec{u}_{1P} = \left(\frac{-4}{\sqrt{20}}, \frac{-2}{\sqrt{20}} \right)$$

$$\vec{E}_{1P} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{-4}{\sqrt{20}}, \frac{-2}{\sqrt{20}} \right) \Rightarrow \vec{E}_{1P} = \left(\frac{-90 \cdot 10^6}{\sqrt{20}}, \frac{-45 \cdot 10^6}{\sqrt{20}} \right) N/C$$

$$\overrightarrow{P2} = (2,-2) - (-3,1) = (5,-3)$$

$$\left|\overrightarrow{P2}\right| = +\sqrt{25+9} = +\sqrt{34} \Rightarrow d_{2P} = \sqrt{34} \cdot 10^{-2} m \Rightarrow d_{2P}^{\,2} = 34 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$\vec{u}_{P2} = \left(\frac{5}{\sqrt{34}}, \frac{-3}{\sqrt{34}} \right)$$

$$\vec{E}_{P2} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{4 \cdot 10^{-6}}{34 \cdot 10^{-4}} \left(\frac{5}{\sqrt{34}}, \frac{-3}{\sqrt{34}} \right) = \left(\frac{52'9 \cdot 10^6}{\sqrt{34}}, \frac{-31'8 \cdot 10^6}{\sqrt{34}} \right) N/C$$

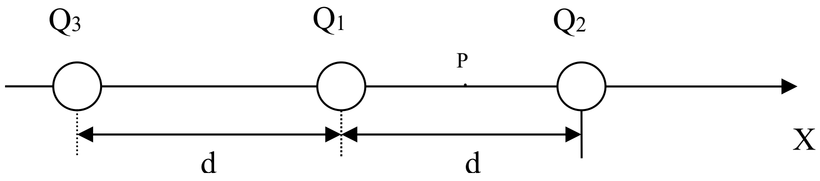
$$\vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{P2} = 10^6 \cdot (-11'05, -15'5) N/C$$

b) $\vec{F} = q \cdot \vec{E}_P = \left(-6 \cdot 10^{-6}\right) \cdot \left(-11'05 \cdot 10^6, -15'5 \cdot 10^6\right) = (66'3, 93) N$

2 Dos cargas fijas q_1 y q_2 se encuentran separadas por una distancia *d*. Una tercera carga libre q_3 se encuentra en equilibrio cuando está situada en la línea que une ambas cargas, a una distancia *d* de q_1 y *2d* de q_2.

a) ¿Qué relación existe entre las cargas q_1 y q_2?

b) Si q_3=-q_1, determinar en función de q_1 el valor del campo eléctrico creado por las tres cargas en el punto medio del segmento que une q_1 y q_2



RESOLUCIÓN:

a) La carga Q_3 está en equilibrio si el campo eléctrico es nulo en el punto donde se encuentra. Este campo está creado por las cargas Q_1 y Q_2, que inicialmente suponemos que son positivas:

$$\vec{E}_{P_1}+\vec{E}_{P_2}=\vec{0}\Rightarrow k\cdot\frac{Q_1}{d^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)+k\cdot\frac{Q_2}{(2\cdot d)^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)=\vec{0}\Rightarrow -\frac{Q_1}{d^2}=\frac{Q_2}{(2\cdot d)^2}\Rightarrow Q_2=-4\cdot Q_1$$

b) Suponemos que Q_1 es positiva:

$$\vec{E}_P=\vec{E}_{P1}+\vec{E}_{P2}+\vec{E}_{P3}=k\cdot\left(\frac{Q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\cdot\vec{i}+\frac{Q_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\cdot\left(\vec{i}\right)+\frac{Q_3}{\left(\frac{3\cdot d}{2}\right)^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)\right)=\frac{k\cdot 4}{d^2}\cdot\left(Q_1+4Q_1-\frac{Q_1}{9}\right)\cdot\vec{i}$$

$$\vec{E}_P=\frac{9\cdot 10^9\cdot 4}{d^2}\cdot\frac{44}{9}\cdot Q_1\cdot\vec{i}=176\cdot 10^9\cdot\frac{Q_1}{d^2}\cdot\vec{i}\quad\frac{N}{C}$$

Suponemos que Q_1 es negativa:

$$\vec{E}_P=\vec{E}_{P1}+\vec{E}_{P2}+\vec{E}_{P3}=k\cdot\left(\frac{Q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)+\frac{Q_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)+\frac{Q_3}{\left(\frac{3\cdot d}{2}\right)^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)\right)=\frac{k\cdot 4}{d^2}\cdot\left(-Q_1-4Q_1+\frac{Q_1}{9}\right)\cdot\vec{i}$$

$$\vec{E}_P=\frac{9\cdot 10^9\cdot 4}{d^2}\cdot\left(-\frac{44}{9}\right)\cdot Q_1\cdot\vec{i}=176\cdot 10^9\cdot\frac{Q_1}{d^2}\cdot\left(-\vec{i}\right)\quad\frac{N}{C}$$

En este último caso el módulo y la dirección son lo mismo que en el primero, pero el sentido es el contrario.

3 El potencial eléctrico a una distancia *d* de una carga puntual *q* es *V=600V* y el campo eléctrico es *E=200N/C*.

a) Calcular el valor de la carga

b) Calcular la distancia a la carga puntual

RESOLUCIÓN:

a) El potencial *V* y el módulo de campo eléctrico *E* que crea una carga puntual es:

$$V = k \cdot \frac{q}{d} \Rightarrow \text{despejando la distancia } d \Rightarrow d = k \cdot \frac{q}{V}$$

$$E = k \cdot \frac{q}{d^2}$$

Sustituyendo *d* en la expresión del módulo del campo eléctrico y despejando *q*, podemos obtener el valor de ésta:

$$E = k \cdot \frac{q}{\left(k \cdot \frac{q}{V}\right)^2} = \frac{V^2}{k \cdot q} \Rightarrow q = \frac{V^2}{k \cdot E} = \frac{600^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 200} = 2 \cdot 10^{-7} (C)$$

b) Una vez que conocemos la carga *q*, podemos obtener el valor de la distancia *d*:

$$d = k \cdot \frac{q}{V} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-7}}{600} = 3m$$

4 Un campo eléctrico viene determinado por $E_x=2x^3(kN/C)$. Determinar la diferencia de potencial entre los puntos del eje *x* situados en *x=1m* y *x=2m*.

RESOLUCIÓN:

Sólo existe componente en *x*:

$$E_x = -\frac{dV}{dx}\vec{i} \Rightarrow dV = -E_x \cdot dx$$

$$\int_{x=1}^{x=2} dV = -\int_{x=1}^{x=2} E_x dx$$

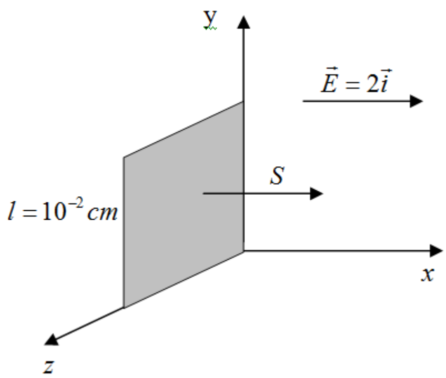
$$V(2) - V(1) = -\int_{x=1}^{x=2} 2 \cdot x^3 \cdot 10^3 dx = -2 \cdot 10^3 \left[\frac{x^4}{4}\right] = -2 \cdot 10^3 \left[\frac{2^4}{4} - \frac{1^4}{4}\right] = -2 \cdot 10^3 \frac{15}{4} = -7'5 \cdot 10^3 V$$

5 Consideremos un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 2\vec{i}\ {}^{kN}\!/_{C}$.

c) ¿Cuál es el flujo de este campo a través de un cuadrado de *10cm* de lado cuyo plano es paralelo al plano *YZ*?

d) ¿Cuál es el flujo que atraviesa el mismo cuadrado si la normal a su plano forma un ángulo de *30º* con el eje *X*?

RESOLUCIÓN:



a) El flujo de campo eléctrico a través de la superficie abierta es:

$$\Phi = \int_s \vec{E} \bullet d\vec{s} = \int_s |\vec{E}| \cdot |\vec{s}| \cos(0^o) = |\vec{E}| \cdot |\vec{s}| = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} = 20\left({}^{N \cdot m^2}\!/_{C}\right)$$

Con $|\vec{s}| = 10 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 10^{-2} m^2$

b) En este caso el ángulo que forman el vector superficie y el vector campo eléctrico es *30º*. Por tanto:

$$\Phi = \int_s \vec{E} \bullet d\vec{s} = \int_s |\vec{E}| \cdot |\vec{s}| \cos(30^o) = |\vec{E}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(30^o) = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 17'3\left({}^{N \cdot m^2}\!/_{C}\right)$$

6 Una carga puntual *q=3μC* está en el centro de una esfera de *0.6m* de radio.

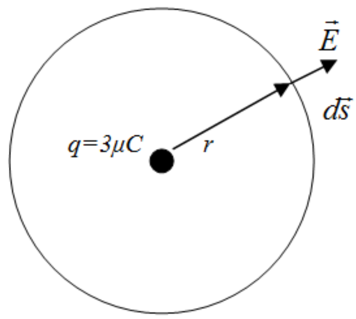
a) Hallar el valor del campo eléctrico en los puntos situados en la superficie de la esfera

b) ¿Cuál es el flujo del campo eléctrico debido a la carga puntual a través de la superficie de la esfera?

c) ¿Variaría la respuesta dada a la parte *b)* si se moviese la carga puntual de modo que estuviese dentro de la esfera pero no en el centro?

d) ¿Cuál es el flujo neto que atraviesa un cubo de *1m* de arista que circunscribe la esfera?

RESOLUCIÓN:



a) El campo eléctrico en un punto situado a una distancia *R* de una carga puntual es:

$$\vec{E} = K\frac{Q}{|\vec{r}|^2} \cdot \vec{u}_r = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{\left(6 \cdot 10^{-1}\right)^2}\vec{u}_r = \frac{27 \cdot 10^3}{36 \cdot 10^{-2}}\vec{u}_r = \frac{3}{4}10^5\vec{u}_r\left({}^{N}\!/_{C}\right)$$

con $R = |\vec{r}| = 0'6m = 6 \cdot 10^{-1} m$

b) El flujo de campo eléctrico a través de la superficie es:

$$\Phi = \int_s \vec{E} \bullet d\vec{s} = \int_s |\vec{E}| \cdot |d\vec{s}| \cdot \cos(0^o) = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{\dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9}} = 339'3 \cdot 10^3 \left(\frac{N \cdot m^2}{C}\right)$$

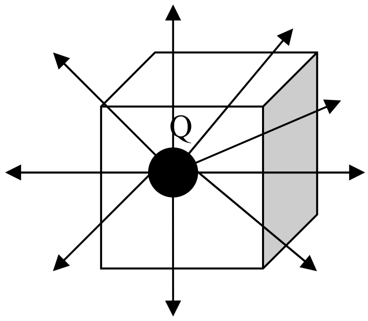
c) No cambia la respuesta porque el flujo depende sólo de la carga encerrada en dicha superficie, siendo independiente de la posición que ocupe en el interior de la misma.

d) El flujo neto sería el mismo que el que atraviesa la esfera, ya que la carga encerrada es la misma en ambos casos.

7 Una carga puntual *Q* está situada en el centro de un cubo cuya arista tiene una longitud *L*.
a) ¿Cuál es el flujo del campo eléctrico a través de una de las caras del cubo?
b) Si la carga *Q* se traslada a un vértice del cubo, ¿cuál es el flujo a través de cada una de las caras del cubo?

RESOLUCIÓN:

a) El flujo total del campo eléctrico a través del cubo es:

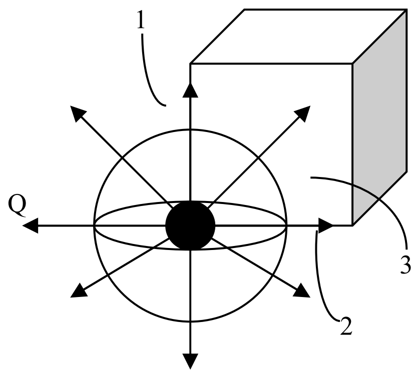


$$\Phi_E = \oint_s \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Por simetría, el flujo que atraviesa cada una de las caras del cubo es 1/6 del flujo total:

$$\Phi_{cara} = \frac{\Phi_{total}}{6} = \frac{Q}{6 \cdot \varepsilon_0}$$

b)



Dibujamos una esfera alrededor de la carga puntual *Q* que está situada en el vértice del cubo. Si dividimos la esfera en 8 partes, vemos que el flujo que entra en el cubo corresponde a 1/8 del flujo total que sale de la esfera.

$$\Phi_{total} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_{cubo} = \frac{1}{8}\Phi_{total} = \frac{Q}{8\varepsilon_0}$$

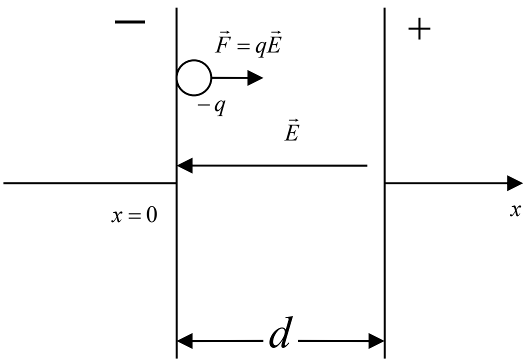
Este flujo sólo atraviesa 3 caras del cubo, porque el vector superficie de las caras *1*, *2* y *3* forman un ángulo de 90^o con el vector $\vec{E}$, por tanto:

$$\Phi_{cara} = \frac{\Phi_{cubo}}{3} = \frac{Q}{8 \cdot \varepsilon_0 \cdot 3} = \frac{Q}{24\varepsilon_0}$$

8 Existe un campo eléctrico uniforme entre dos placas paralelas con cargas opuestas. Se libera un electrón desde el reposo sobre la superficie de la placa negativa y alcanza la superficie de la placa opuesta, colocada a una distancia $d=2\cdot10^{-2}m$ de la otra, en un intervalo de tiempo $t=1.5\cdot10^{-8}s$:

a) Calcular la intensidad del campo eléctrico
b) Calcular la velocidad del electrón cuando llega a la segunda placa
c) ¿Cuál es la diferencia de potencial que hay entre las placas?

RESOLUCIÓN:



a)

$$F = q\cdot E = m\cdot a \Rightarrow a = \frac{q}{m}E$$

$$v = v_{0x} + a\cdot t = a\cdot t$$

$$x = d = x_0 + v_{0x}\cdot t + \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\cdot E\cdot t^2$$

Despejando el campo de ésta última:

$$E = \frac{2\cdot m\cdot d}{q\cdot t^2} = \frac{2\cdot 9'1\cdot10^{-31}\cdot 2\cdot10^{-2}}{1'6\cdot10^{-19}\cdot\left(1'5\cdot10^{-8}\right)^2} = 1011\ \left(V/m\right)$$

b) $v = a\cdot t = \frac{q}{m}\cdot E\cdot t = \frac{1'6\cdot10^{-19}}{9'1\cdot10^{-31}}\cdot1011\cdot1'5\cdot10^{-8} = 2666374 \approx 2666\ \left(Km/s\right)$

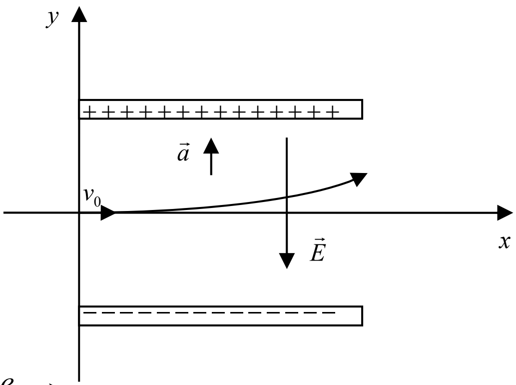
c) $V = E\cdot d = 1011\cdot2\cdot10^{-2} = 2022\cdot10^{-2} = 22'22\ V$

9 Un electrón de masa $m=9.1\cdot 10^{-31} kg$ y carga eléctrica $q=-1.6\cdot 10^{-19} C$ se proyecta en el interior de un campo eléctrico uniforme $E=2000N/C$ con una velocidad inicial $v_0=10^6 m/s$ perpendicular al campo.

a) Hallar las ecuaciones del movimiento del electrón

b) ¿Cuánto se habrá desviado el electrón si ha recorrido *1cm* sobre el eje *OX*? (*OX*: dirección de entrada del electrón)

RESOLUCIÓN:



a) Como la $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$:

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = q \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{-e}{m} \cdot \vec{E}$ siendo -*e*, la carga del electrón.

Eje x: $a_x = 0 \rightarrow v_x = cte = v_0; \;\; x = v_0 \cdot t$

Eje y: $a_y = \dfrac{e}{m} \cdot E \rightarrow v_y = v_{0y} + a \cdot t = a \cdot t; \;\; y = y_0 + v_{0y} + \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

b) Sustituimos la aceleración en *y*:

$$y = \frac{1}{2}\frac{e}{m} \cdot E \cdot t^2$$

Como necesitamos el tiempo, lo hallamos con *x*:

$$x = v_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} = \frac{10^{-2}}{10^6} = 10^{-8} s$$

Y lo llevamos a la *y*:

$$y = \frac{1}{2}\frac{1'6 \cdot 10^{-19}}{9'1 \cdot 10^{-31}} \cdot 2000 \cdot \left(10^{-8}\right)^2 = 0'0176 m = 1'8 \;\; cm$$

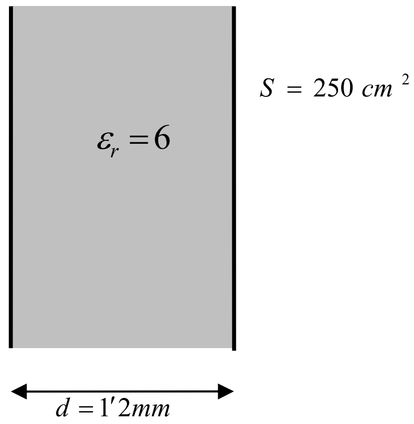
El ángulo que se ha desviado será:

$$\alpha = arctg \frac{y}{x} \approx 60°$$

Condensadores

10 Las armaduras de un condensador plano tienen una superficie de *250 cm²*. El dieléctrico situado entre las armaduras es mica de *1.2mm* de espesor y εr=6. Determinar:
a) La capacidad del condensador
b) La carga cuando la diferencia de potencial entre las armaduras es de *500V*
c) El campo eléctrico entre las armaduras
d) La energía almacenada en el condensador

RESOLUCIÓN:



a) $C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \dfrac{S}{d} = 6 \cdot \dfrac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \dfrac{250 \cdot 10^{-4}}{1'2 \cdot 10^{-3}} = 1'1 \cdot 10^{-9}(F)$

b) $C = \dfrac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \cdot V = 1'1 \cdot 10^{-9} \cdot 500 = 0'55 \cdot 10^{-6}(C)$

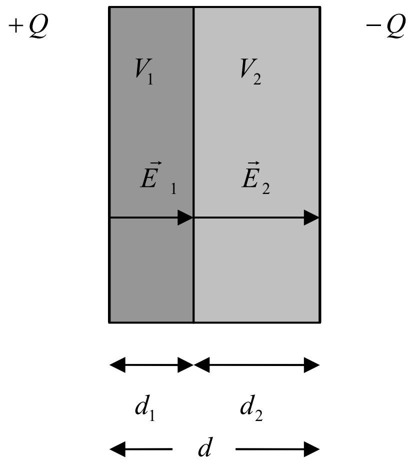
c) $V = E \cdot d \Rightarrow E = \dfrac{V}{d} = \dfrac{500}{1'2 \cdot 10^{-3}} = 416667\left(V/m\right)$

d) $U = \dfrac{1}{2} C \cdot V^2 = \dfrac{1}{2} \cdot 1'1 \cdot 10^{-9} (500)^2 = 1'38 \cdot 10^{-4}(J)$

11 Las láminas de un condensador plano están separadas *5mm* y tienen *2m²* de área. Entre ellas se introducen dos dieléctricos, uno con espesor *2mm* y permitividad relativa *5*, el otro de *3mm* y permitividad relativa *2*. El condensador se carga a $3'54 \cdot 10^{-5} C$. Calcular:

a) El campo eléctrico en cada dieléctrico
b) La diferencia de potencial entre las láminas del condensador
c) La capacidad del condensador

RESOLUCIÓN:



a) El campo eléctrico entre láminas de un condensador plano-paralelo con un dieléctrico de permitividad ε es:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon \cdot S} \quad \text{con} \quad \varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$$

de donde:

$$\left|\vec{E}_1\right| = \frac{Q}{\varepsilon_1 \cdot S_1} = \frac{Q}{\varepsilon_{r_1} \cdot \varepsilon_0 \cdot S_1} = \frac{3'54 \cdot 10^{-5}}{\frac{5}{4\pi 9 \cdot 10^9} \cdot 2} = 400365 \left(V/m \right)$$

$$\left|\vec{E}_2\right| = \frac{Q}{\varepsilon_2 \cdot S_2} = \frac{Q}{\varepsilon_{r_2} \cdot \varepsilon_0 \cdot S_2} = \frac{3'54 \cdot 10^{-5}}{\frac{2}{4\pi 9 \cdot 10^9} \cdot 2} = 1000911 \left(V/m \right)$$

b) La d.d.p entre las placas del condensador es:

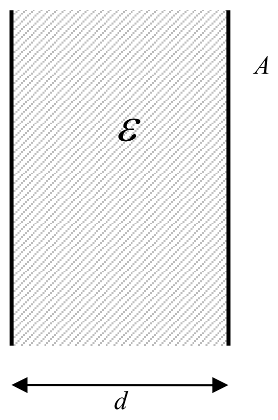
$$V = V_1 + V_2 = E_1 \cdot d_1 + E_2 \cdot d_2 = 400365 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 1000911 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 3803 (V)$$

c) La capacidad es:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{3'54 \cdot 10^{-5}}{3803} = 9'3 \cdot 10^{-9} = 9'3 (nF)$$

12 En un condensador de placas paralelas de área *A* y separación *d*, una batería carga las placas comunicándoles una diferencia de potencial V_0. Entonces se desconecta la batería y se introduce una placa de dieléctrico con espesor *d*. Calcúlese la energía almacenada antes y después de introducir el dieléctrico.

RESOLUCIÓN:



La energía almacenada antes de introducir el dieléctrico es:

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2$$

donde $C_0 = \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$

por tanto:

$$U_0 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d} \cdot V_0^2 (J)$$

La energía almacenada después de introducir el dieléctrico es:

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

donde $C = \varepsilon_{r.} C_0 = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \dfrac{A}{d}$ y $V = \dfrac{V_0}{\varepsilon_r}$

por tanto:

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot \frac{V_0^2}{\varepsilon_r^2} = \frac{U_0}{\varepsilon_r}$$

Corrientes, resistencias y circuitos de corriente continua

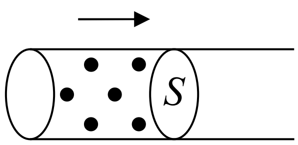
13 La intensidad de corriente en un hilo varía con el tiempo según la relación $I=3\cdot t^2+2$, en donde I se mide en amperios y t en segundos

a) ¿Cuántos culombios pasan por una sección transversal en el intervalo de tiempo comprendido entre $t=1s$ y $t=5s$

b) ¿Cuál es la intensidad media durante el mismo intervalo de tiempo?

RESOLUCIÓN:

La intensidad de corriente se define como la cantidad de carga dq que fluye a través del área transversal S en un tiempo dt.



Por tanto: $I = \frac{dq}{dt}$

a) La carga que pasa por la sección transversal en el intervalo de tiempo entre $t=1s$ y $t=5s$ es:

$$dq = I \cdot dt \Rightarrow \int dq = q = \int_{t=1s}^{t=5s} I \cdot dt = \int_1^5 \left(3t^2 + 2\right)dt = \left[\frac{3t^3}{3} + 2t\right]_1^5 = \left[\left(\frac{3 \cdot 5^3}{3} + 2 \cdot 5\right) - \left(\frac{3}{3} + 2\right)\right] =$$

$$= \left[(125 + 10) - (1 + 2)\right] = 132 \ (C)$$

b) La intensidad media es:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{132}{(5-1)} = \frac{132}{4} = 33 \ (A)$$

14 Por un conductor de $10m$ de longitud y una resistencia de 0.2Ω circula una corriente de $5A$.

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial en los extremos del conductor?

b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico del conductor?

RESOLUCIÓN:

a) La diferencia de potencial se calcula utilizando la ley de Ohm:

$$V = I \cdot R \Rightarrow V = 5 \cdot 0'2 = 1 \ (V)$$

b) El campo eléctrico del conductor es:

$$V = E \cdot l \Rightarrow E = \frac{V}{l} = \frac{1}{10} = 0'1 \ \left(V/m\right)$$

15 Una barra de carbono de radio *0.1mm* se utiliza para construir una resistencia. La resistividad de este material es $3.5\cdot 10^{-5}\Omega\cdot m$. ¿Qué longitud de la barra de carbono se necesita para obtener una resistencia de 10Ω?

RESOLUCIÓN:

La longitud se obtiene de acuerdo con los datos proporcionados en el enunciado, a partir de la siguiente expresión:

$$R = \rho \frac{L}{S} \Rightarrow l = \frac{R\cdot S}{\rho}$$

donde

$R = 10\ (\Omega)$

$\rho = 3'5\cdot 10^{-5}\ (\Omega\cdot m)$

$S = \pi\cdot r^2 = \pi\left(1\cdot 10^{-4}\right)^2 = \pi\cdot 10^{-8}\ \left(m^2\right)$

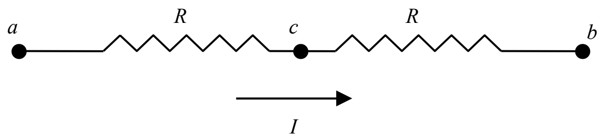
Sustituyendo valores:

$$l = \frac{10\cdot\pi\cdot 10^{-8}}{3'5\cdot 10^{-5}} = 0'9\cdot 10^{-2}\ (m) = 9\ (mm)$$

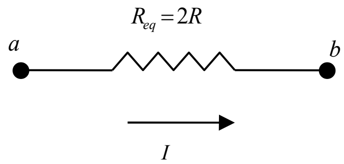
16 Dos resistencias iguales se conectan en serie a una tensión *V*. Posteriormente se montan en paralelo conectándolas a la misma tensión *V*. ¿En cuál de los montajes se disipa mayor potencia?

RESOLUCIÓN:

Conexión en serie:



Será equivalente a:



- La diferencia de potencial entre los extremos de las 2 resistencias es $V_{ab}=V$, donde $V_{ab}=V_{ac}+V_{cb}$
- Por ambas resistencias pasa la misma intensidad *I*
- La resistencia equivalente es: $R_{eq}=R+R=2R$

La intensidad se calcula como:

$$V = R_{eq}\cdot I \Rightarrow I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{2R}$$

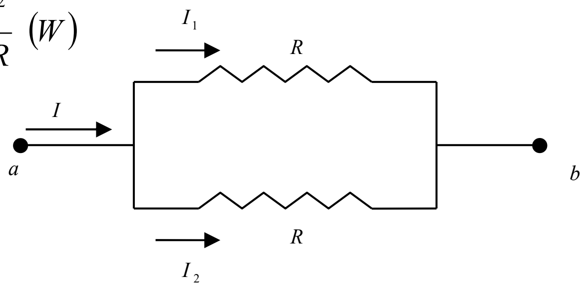
La potencia que se disipa en cada resistencia por efecto Joule es:

$$P = R\cdot I^2 = R\cdot\left(\frac{V}{2R}\right)^2 = \frac{R\cdot V^2}{4\cdot R^2} = \frac{V^2}{4R}\ (W)$$

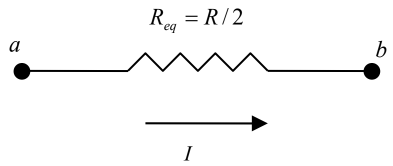
La potencia total disipada podemos hallarla como la suma de las 2 potencias disipadas:

$$P_{total} = P + P = 2P = 2\frac{V^2}{4R} = \frac{V^2}{2R}\ (W)$$

Conexión en paralelo:



Será equivalente a:



Ambas resistencias tienen la misma diferencia de potencial, $V_{ab}=V$, entre sus extremos.
Por cada una de ellas circula una intensidad cuya suma es: $I=I_1+I_2$
Y la resistencia equivalente es:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}\ (\Omega)$$

La potencia que se disipa en cada resistencia por efecto Joule es:

$P_1 = R \cdot I_1^{\,2}$ donde $I_1 = \frac{V}{R} \Rightarrow P_1 = R\frac{V^2}{R^2} = \frac{V^2}{R}\ (W)$, e igual para I_2.

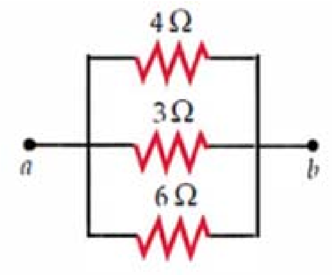
La potencia total disipada se halla como la suma de las 2 potencias disipadas:

$$P_{total} = P_1 + P_2 = 2\frac{V^2}{R}\ (W)$$

O bien, con la R_{eq}:

$$P_{total} = R_{eq} \cdot I^2 = R_{eq} \cdot (I_1 + I_2)^2 = \frac{R}{2} \cdot \left(2\frac{V}{R}\right)^2 = 2\frac{V^2}{R}\ (W)$$

Comparando ambos resultados se puede concluir que en la conexión en paralelo se disipa más potencia.



17 a) Encuentra la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*.
b) Si la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* es de *12 V*, encuentra la corriente que circula por cada una de las tres resistencias.

RESOLUCIÓN:

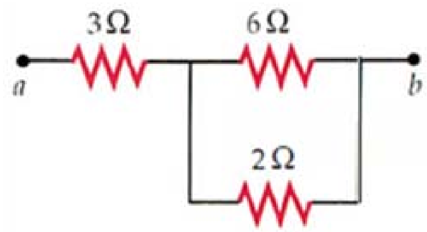
a) Dado que están en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega} \rightarrow \boldsymbol{R_{eq}} = \boxed{1.33\Omega}$$

b) Aplicando la Ley de Ohm para cada una de las resistencias:

$$I_4 = \frac{V}{4\Omega} = \frac{12\,\text{V}}{4\Omega} = \boxed{3.00\,\text{A}}, \quad I_3 = \frac{V}{3\Omega} = \frac{12\,\text{V}}{3\Omega} = \boxed{4.00\,\text{A}}, \quad I_6 = \frac{V}{6\Omega} = \frac{12\,\text{V}}{6\Omega} = \boxed{2.00\,\text{A}}$$

A modo de comprobación tenemos que la intensidad total es $I_T = 3+4+2=9A$, y si tenemos en cuenta la resistencia equivalente obtenemos: $I_T = 12\ V/1.33\ \Omega = 9\ A$. Por tanto, queda comprobado que los resultados son los mismos.



18 a) Encuentra la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*.
b) Si la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* es de *12 V*, encuentra la corriente que circula por cada una de las tres resistencias.

RESOLUCIÓN:

a) Inicialmente obtenemos el valor de las dos resistencias que están en paralelo y luego tenemos en cuenta la resistencia restante que se encuentra en serie:

$$\frac{1}{R_{eq,1}} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{2\Omega} \rightarrow R_{eq,1} = 1.50\Omega$$

$$R_{eq} = R_3 + R_{eq,1} = 3\Omega + 1.5\Omega = \boxed{4.50\Omega}$$

b) Primero calculamos la intensidad total teniendo en cuenta la resistencia equivalente hallada en el apartado anterior. Esta intensidad total es también la que pasa por la resistencia de 3 Ω:

$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_{eq}} = \frac{12\,\text{V}}{4.5\Omega} = \boxed{2.67\,\text{A}}$$

Y ahora ya podemos encontrar la intensidad a través de las dos resistencias en paralelo:

$$V_{6\,\&\,2} = V_{ab} - V_3 = 12\,\text{V} - (2.67\,\text{A})(3\Omega) = 4\,\text{V}$$

$$I_6 = \frac{V_6}{R_6} = \frac{4\,\text{V}}{6\Omega} = \boxed{0.667\,\text{A}}, \quad I_2 = \frac{V_{6\&2}}{R_2} = \frac{4\,\text{V}}{2\Omega} = \boxed{2.00\,\text{A}}$$

19 Cada uno de los dos cables de las pinzas para cargar la batería de un coche tiene una longitud de 3 m y la sección de cobre es de 10 mm^2. Toma la resistividad del cobre como $1.7 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$.
a) ¿Qué resistencia tiene el conjunto de los dos cables? b) Cuando se utiliza para arrancar un coche, los cables llevan una intensidad de corriente de *90 A*. ¿Qué caída de tensión se produce en los cables? c) ¿Qué potencia se disipa?

RESOLUCIÓN:

a) Teniendo en cuenta la definición de resistividad y resistencia tenemos que:

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \quad R = \left(1.7 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m}\right) \frac{6\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{mm}^2} = \boxed{0.0102\,\Omega}$$

b) Aplicando la Ley de Ohm:

$$V = IR = (90\,\mathrm{A})(0.0102\,\Omega) = \boxed{0.918\,\mathrm{V}}$$

c) Aplicando la expresión para la potencia que se disipa en una resistencia obtenemos:

$$P = IV = (90\,\mathrm{A})(0.918\,\mathrm{V}) = \boxed{82.6\,\mathrm{W}}$$

20 Una batería tiene una f.e.m. ε y una resistencia interna r. Cuando entre los bornes de la batería se conecta una resistencia de $5\ \Omega$ se tiene una intensidad de corriente circulando de *0.5 A*. Cuando se cambia esta resistencia por una de $11\ \Omega$ la corriente es de *0.25 A*. Calcula el valor de la f.e.m. y de la resistencia interna.

RESOLUCIÓN:

Se tiene un circuito de una sola malla. Aplicamos la ley de las mallas para cada una de las dos situaciones:

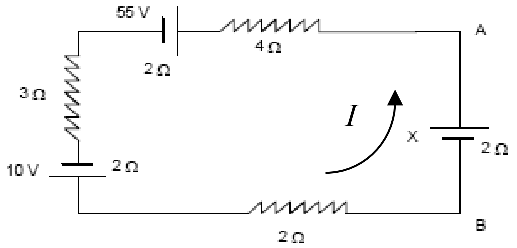
$$\varepsilon - I_1 r - I_1 R_5 = 0 \rightarrow \quad \varepsilon - (0.5\,\mathrm{A})r - (0.5\,\mathrm{A})(5\,\Omega) = 0$$

$$\varepsilon - I_2 r - I_2 R_{11} = 0 \rightarrow \quad \varepsilon - (0.25\,\mathrm{A})r - (0.25\,\mathrm{A})(11\,\Omega) = 0$$

Al resolver estas ecuaciones se obtiene:

$$\varepsilon = \boxed{3.00\,\mathrm{V}} \quad r = \boxed{1.00\,\Omega}$$

21 La d.d.p entre los puntos *A* y *B* del circuito de la figura es *10V*. Calcular la f.e.m de la batería *X*.



RESOLUCIÓN:

Como se desconoce *X*, suponemos que la intensidad *I* recorre el circuito en el sentido dibujado. Su valor lo obtenemos aplicando la expresión del cálculo de la d.d.p entre dos puntos.

$$V_A - V_B = \sum_i I_i \cdot R_i - \sum_j \varepsilon_j$$

Por la izquierda:

$$V_{AB} = 10 = I(4+2+3+2+2) - (-55+10) \Rightarrow 10 = I \cdot 13 + 45 \Rightarrow I = \frac{10-45}{13} = \frac{-35}{13} = -2'7 \ (A)$$

(la corriente por tanto circula en el sentido opuesto al inicialmente considerado)

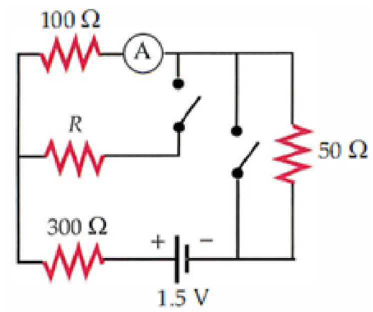
Por la derecha:

$$V_{AB} = 10 = -I \cdot 2 - (-X)$$

Si sustituimos el valor de la intensidad obtenida:

$$10 = 2'7 \cdot 2 + X \Rightarrow X = 10 - 5'4 = 4'6 \ (V)$$

22 En el circuito de la figura se tiene que el amperímetro mide la misma intensidad de corriente tanto cuando los dos interruptores están abiertos como cuando los dos se encuentran cerrados. Calcula el valor de la resistencia *R*.



RESOLUCIÓN:

Interruptores abiertos.

Circuito de una sola malla en el que la resistencia *R* no interviene y con la ley de las mallas:

$$\varepsilon - (300\,\Omega)I - (100\,\Omega)I - (50\,\Omega)I = 0 \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{450\,\Omega} = \frac{1.5\,V}{450\,\Omega} = 3.33\,mA$$

Interruptores cerrados.

Esta será por tanto la corriente que circule por la resistencia de *100 Ω* cuando los interruptores estén cerrados. La resistencia de *50 Ω* se halla cortocircuitada y las resistencias *R* y *100 Ω* están en paralelo con lo que las caídas de tensión son iguales:

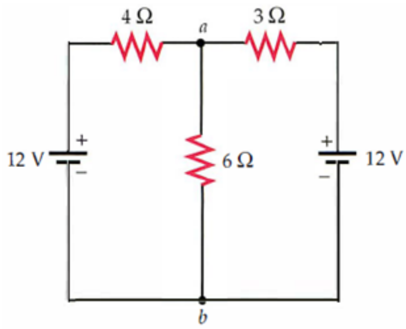
$$(100\,\Omega)I_{100} = RI_R \rightarrow I_R = I_{tot} - I_{100} \rightarrow (100\,\Omega)I_{100} = R(I_{tot} - I_{100})$$

Sólo nos queda encontrar el valor de I_{tot}, para lo que primero vamos a calcular la resistencia equivalente entre los bornes de la batería:

$$R_{eq} = \frac{(100\,\Omega)R}{R+100\,\Omega} + 300\,\Omega \rightarrow I_{tot} = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \rightarrow I_{tot} = \frac{1.5\,V}{\frac{(100\,\Omega)R}{R+100\,\Omega} + 300\,\Omega}$$

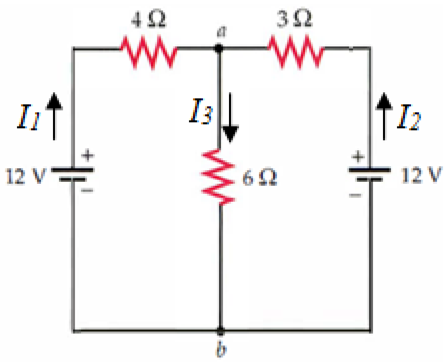
Y sustituyendo más arriba y despejando *R* obtenemos: $R = \boxed{600\,\Omega}$

23 Considera el circuito de la figura. Calcular: a) la intensidad de corriente en cada resistencia, b) la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*, y c) la potencia suministrada por cada batería.



RESOLUCIÓN:

Consideramos las tres corrientes de rama tal como se muestran en la figura.



a) Por un lado, aplicamos la ley de los nudos y por otro la ley de las mallas a la malla exterior y a la de la izquierda. Así tendremos tres relaciones con las que obtener el valor de las tres incógnitas de las corrientes de rama.

Ley de los nudos: $I_1 + I_2 = I_3$

Ley de las mallas a la malla exterior: (sentido antihorario) $-(4\Omega)I_1 + (3\Omega)I_2 = 0$

Ley de las mallas a la malla izqda.: (sentido antihorario) $12\,\text{V} - (4\Omega)I_1 - (6\Omega)I_3 = 0$

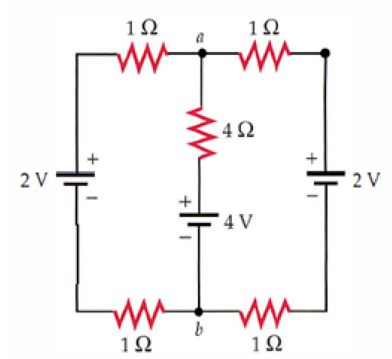
Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos: $I_1 = \boxed{0.667\,\text{A}}$ $I_2 = \boxed{0.889\,\text{A}}$ $I_3 = \boxed{1.56\,\text{A}}$

b) Aplicamos la ley de Ohm en la rama intermedia: $V_{ab} = (6\Omega)I_3 = (6\Omega)(1.56\,\text{A}) = \boxed{9.36\,\text{V}}$

c) Potencia aportada por la batería de la izquierda: $P_{\text{left}} = \mathcal{E}I_1 = (12\,\text{V})(0.667\,\text{A}) = \boxed{8.00\,\text{W}}$

Potencia aportada por la batería de la derecha: $P_{\text{right}} = \mathcal{E}I_2 = (12\,\text{V})(0.889\,\text{A}) = \boxed{10.7\,\text{W}}$

24 Considera el circuito de la figura. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b*.

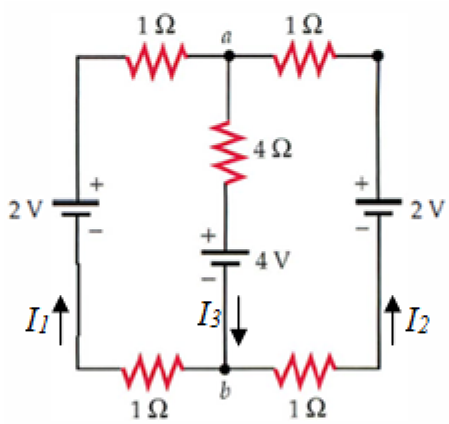


RESOLUCIÓN:

Consideramos las tres corrientes de rama tal como se muestran en la figura.

La diferencia de potencial entre los puntos *a* y *b* viene dada por:

$$V_a - V_b = R_4 I_3 + 4\,\mathrm{V}$$



Por tanto, debemos encontrar I_3 y para ello tenemos que resolver el circuito.

Por un lado, aplicamos la ley de los nudos y por otro la ley de las mallas a la malla exterior y a la de la izquierda. Así tendremos tres relaciones con las que obtener el valor de las corrientes de rama.

Ley de los nudos: $I_1 + I_2 = I_3$

Ley de las mallas a la malla exterior: $I_1 - I_2 = 0$ (sentido horario)

Ley de las mallas a la malla izqda.: $-(1\,\Omega)I_1 - (2\,\Omega)I_3 = 1\,\mathrm{V}$ (sentido antihorario)

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos: $I_1 = -0.200\,\mathrm{A}$ $I_2 = -0.200\,\mathrm{A}$ $I_3 = -0.400\,\mathrm{A}$
(el signo negativo indica que el sentido correcto de las corrientes era el opuesto)

Y ahora ya podemos sustituir el valor de I_3 con lo que: $V_a - V_b = (4\,\Omega)(-0.4\,\mathrm{A}) + 4\,\mathrm{V} = \boxed{2.40\,\mathrm{V}}$
(vemos que el punto *a* está por tanto a mayor potencial)