Clase Práctica # 10

Título: Ecuaciones diferenciales de 1er orden. Ecuaciones diferenciales de variables separables y reducibles a variables separables.

Bibliografía: Zill. Sección 1.1, 2.1, 2.2, 2.3 (pp. 1-12, 31- 50)

Objetivos:

- Clasificar las ecuaciones diferenciales según el tipo, el orden y la linealidad.
- Verificar si una función es solución de una ecuación diferencial.
- Demostrar la existencia y unicidad de la solución de un problema del valor inicial.
- Identificar y resolver ecuaciones diferenciales de variables separables y ecuaciones reducibles a estas.

1. Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales según su orden y linealidad:

    a. $(1-x)y'' - 4xy' + 5y = \cos(x)$

    b. $x\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$

    c. $yy' + 2y = 1 + x^2$

    d. $x^3y^{(4)} - x^2y'' + 4xy' - 3y = 0$

    e. $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = sen(y)$

2. Verifique si la función indicada es solución de la ecuación diferencial dada:

    a. $2y' + y = 0$; $y = e^{-\frac{x}{2}}$

    b. $y' = 25 + y^2$; $y = 5\tan(5x)$

    c. $y' + y = sen\ (x)$; $y = \frac{1}{2}sen(x) - \frac{1}{2}cos(x) + 10e^{-x}$

    d. $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$; $y = x^2 + x^2\ln(x)$ $x > 0$

3. Encuentre los valores de m, tales que la función dada sea una solución de la ecuación diferencial:

   a. $y'' - 5y' + 6y = 0$; $y = e^{mx}$

   b. $x^2y'' - y = 0$; $y = x^m$

4. Determine una región del plano xy en la cual la ecuación diferencial dada tenga una solución única para cada punto $(x_0;y_0)$ de la región:

   a. $\frac{dy}{dx} = y^{\frac{2}{3}}$

   b. $(4 - y^2)y' = x^2$

5. Determine si la ecuación diferencial $y' = \sqrt{y^2 - 9}$ tiene solución única para el punto (1;4)

6. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

   a. $\frac{dy}{dx} = xe^y$ $y(1) = 0$

   b. $\frac{dy}{dx} = xe^{x+y}$ $y(0) = 0$

   c. $ydx = 2(x + y)dy = 0$ *haga la sustitución* $y = ux$

   d. $(1 + x)dx = x^2y^2dy$

   e. $xydx + (x + 1)dy = 0$

   f. $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{x+y}$ *haga la sustitución* $y = ux$

7. El producto de la pendiente de la recta tangente a una curva en cualquier punto (x;y) por la ordenada del punto de tangencia es igual a la abscisa incrementada en 3. Halle su ecuación si la curva pasa por el punto (1; 1).

8. La población de una pequeña ciudad crece, en un instante de tiempo cualquiera, con una rapidez proporcional a la cantidad de habitantes en ese instante. Su población inicial de 500 habitantes aumenta un 15% en 10 años. ¿Cuál será su población dentro de 30 años?