

Redes Neurais Artificiais

Prof. Gustavo Willam Pereira



INSTITUTO FEDERAL
Sudeste de Minas Gerais

Conteúdo

1. Introdução
2. Neurônio artificial e funções de ativação
3. Redes multicamadas
4. Algoritmo *backpropagation*
5. Gradient descente (descida do gradiente)
6. Avaliação das RNAs

Inteligência Artificial

Aprendizado de Máquina

Aprendizado Profundo (deep learning)

O que é inteligência



Na ficção...



Inteligência...

Normalmente, é definida como a capacidade de:

- Adquirir e aplicar conhecimento.
- Razão dedutiva.
- Criatividade.

O que é inteligência artificial?

- IA é a capacidade de realizar as funções que são tipicamente associados com a inteligência humana.

O que são redes neurais artificiais?

- São sistemas computacionais **massivos** e **paralelos**, com propensão de armazenar conhecimento experimental e torna-lo disponível para uso.
- As redes neurais artificiais tentam imitar o funcionamento do cérebro biológico representando-o artificialmente.

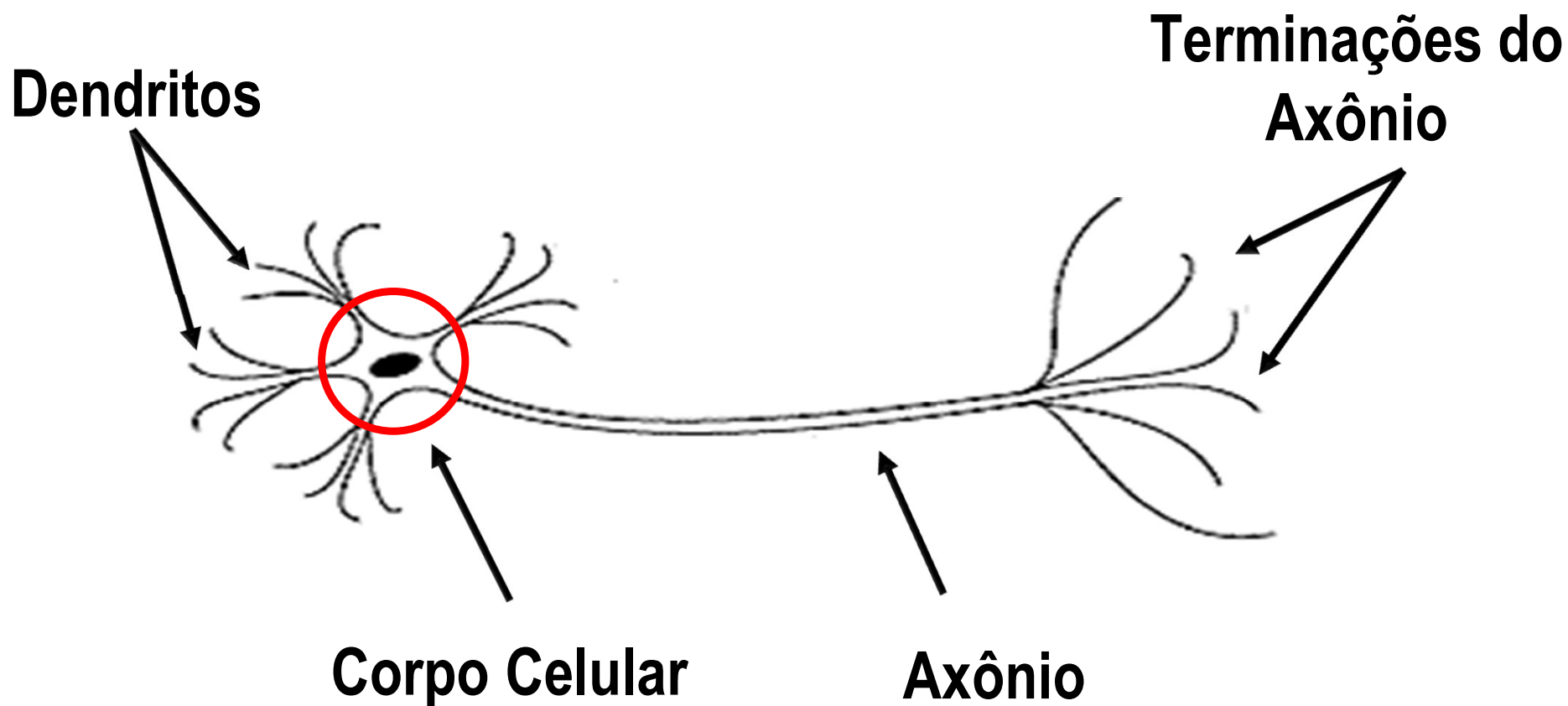
Por que aprender a aplicar RNA?

- Capacidade de aprendizado e generalização.
- Tolerância a falhas devido ao elevado número de conexões entre os neurônios artificiais.
- Tolerância a ruídos nos dados (dados viesados ou outliers)
- Superioridade em relação às estimativas de modelos de regressão.

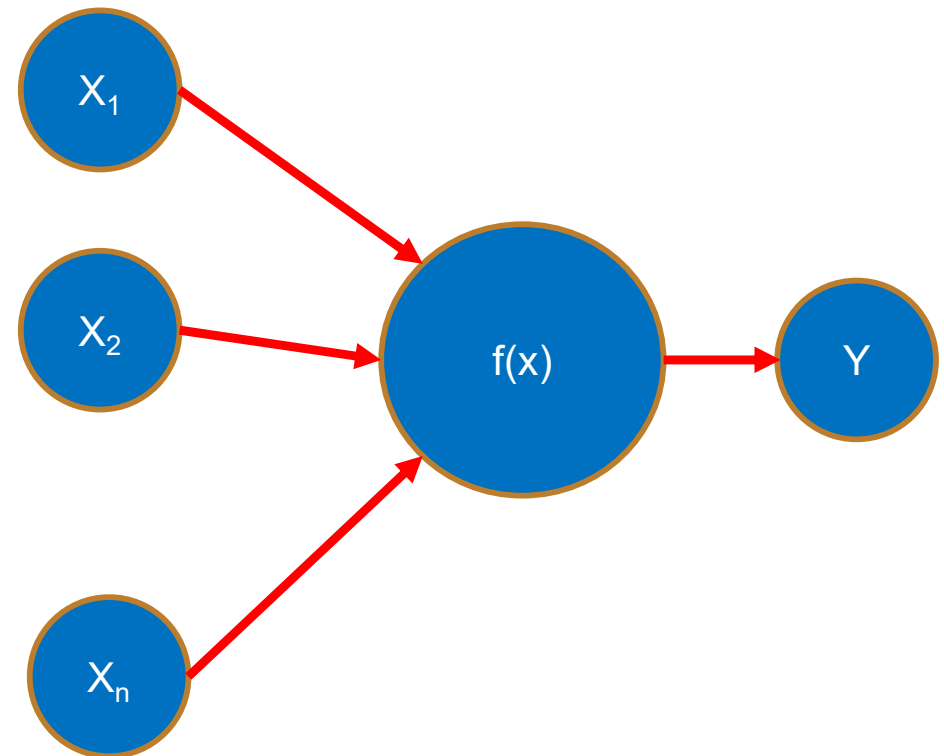
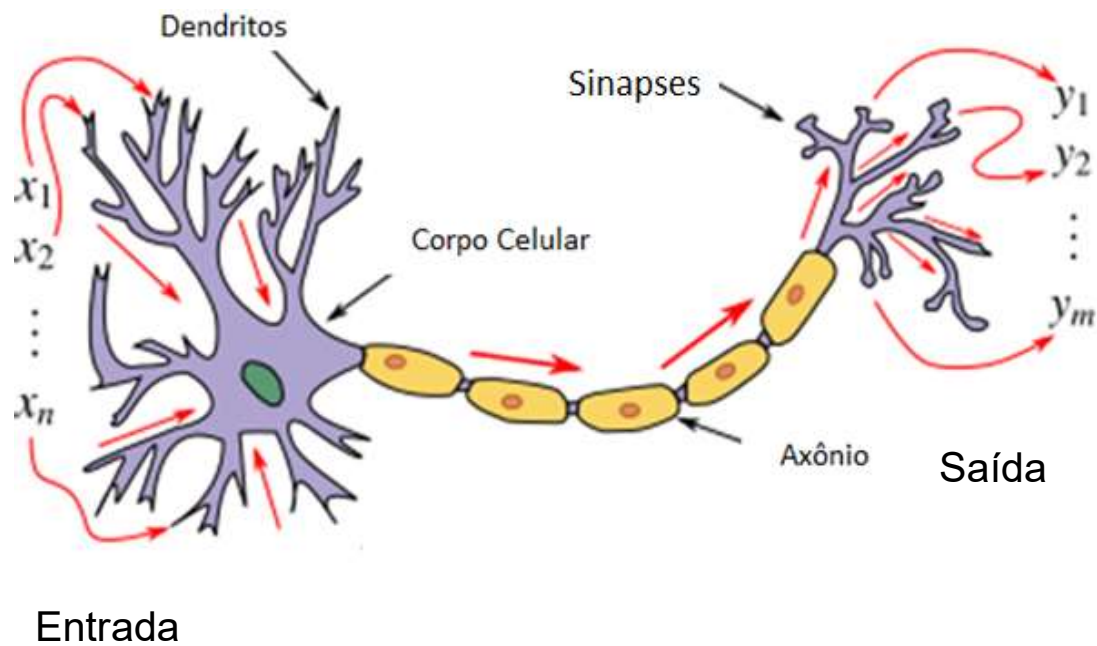
Características das RNA's

- Lógica de decisão baseada em pesos estatísticos.
- Conseguir distinguir características semelhantes após um processo de “aprendizado”.
- Capacidade de generalizar o que foi aprendido.

Inspiração biológica

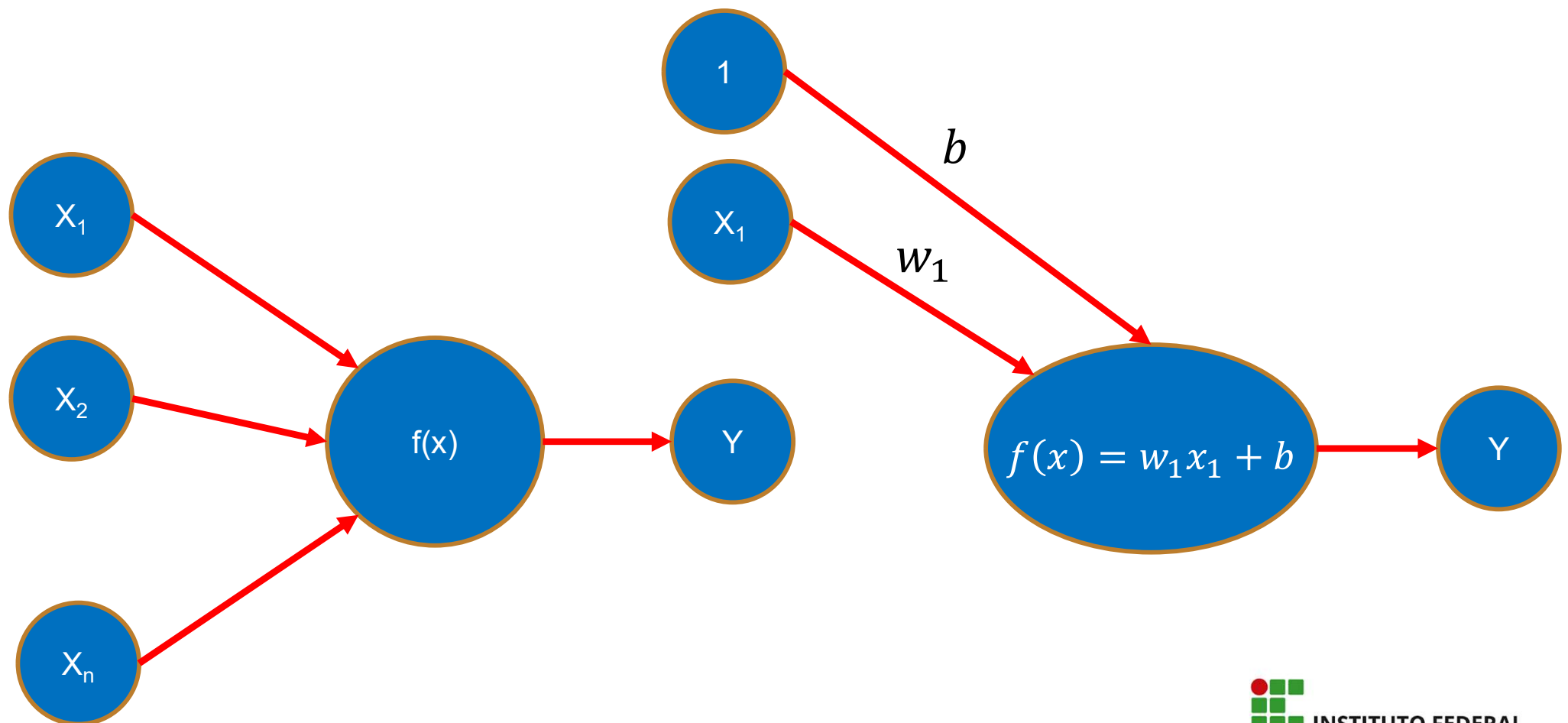


O Neurônio



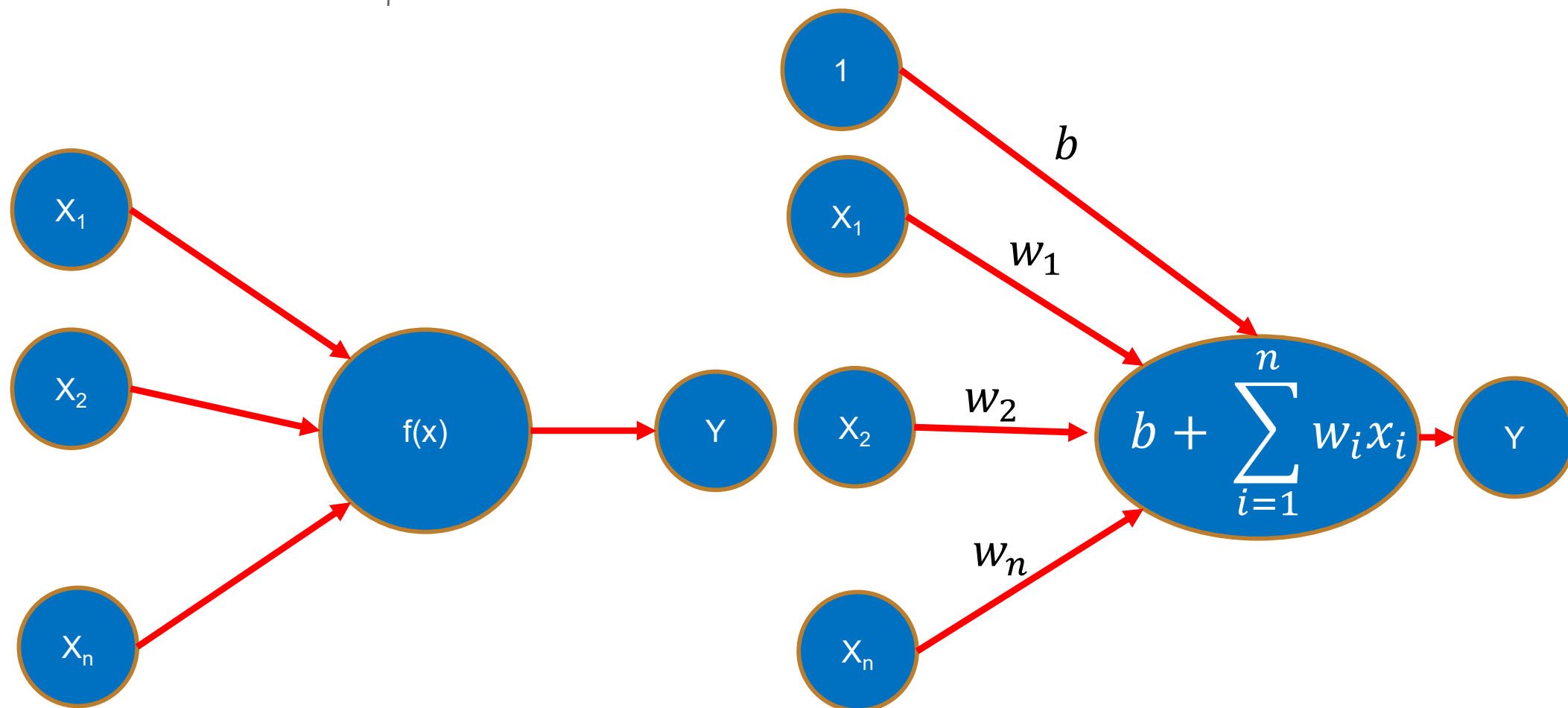
O Neurônio

Forma mais simples de uma rede neural

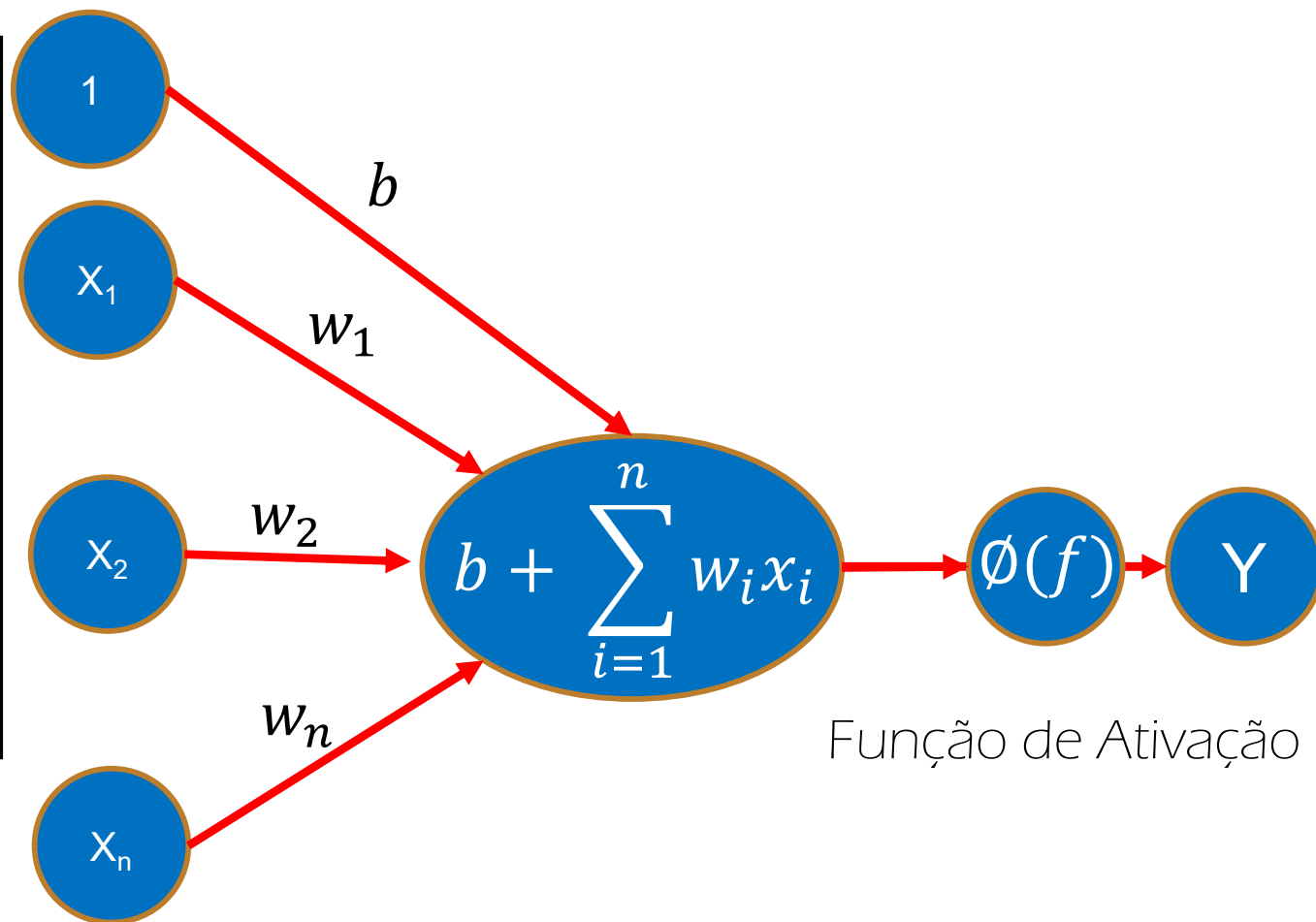
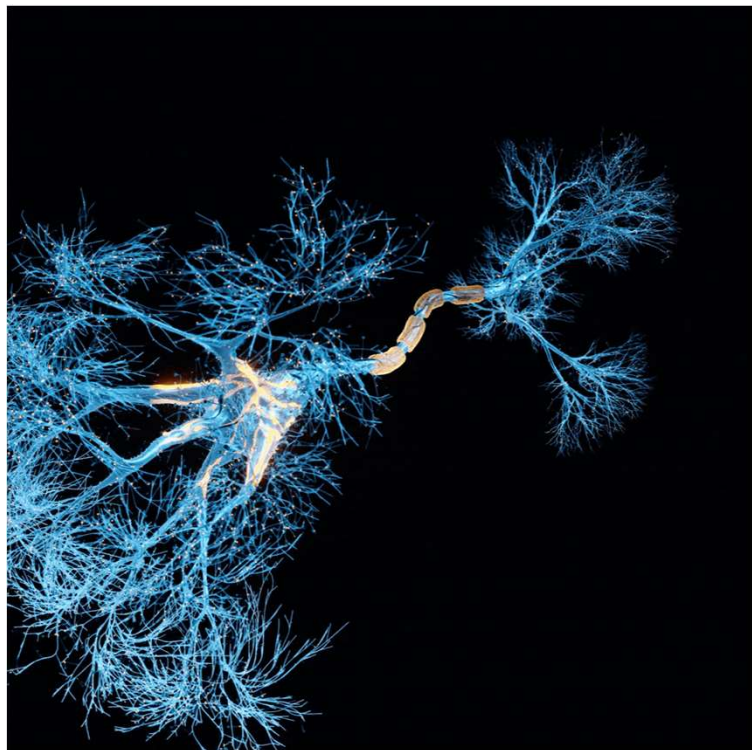


O Neurônio

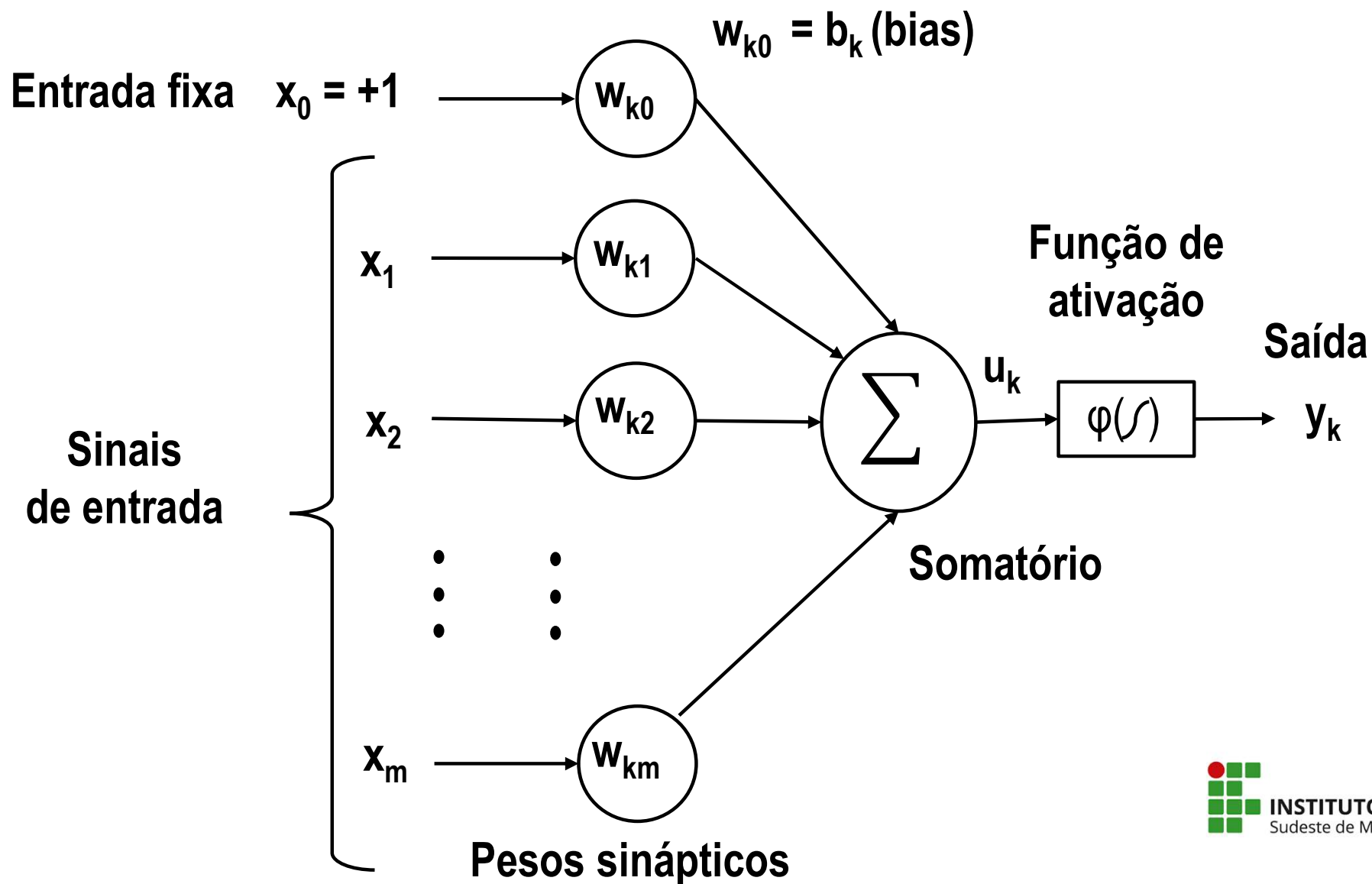
Forma mais simples de uma rede neural



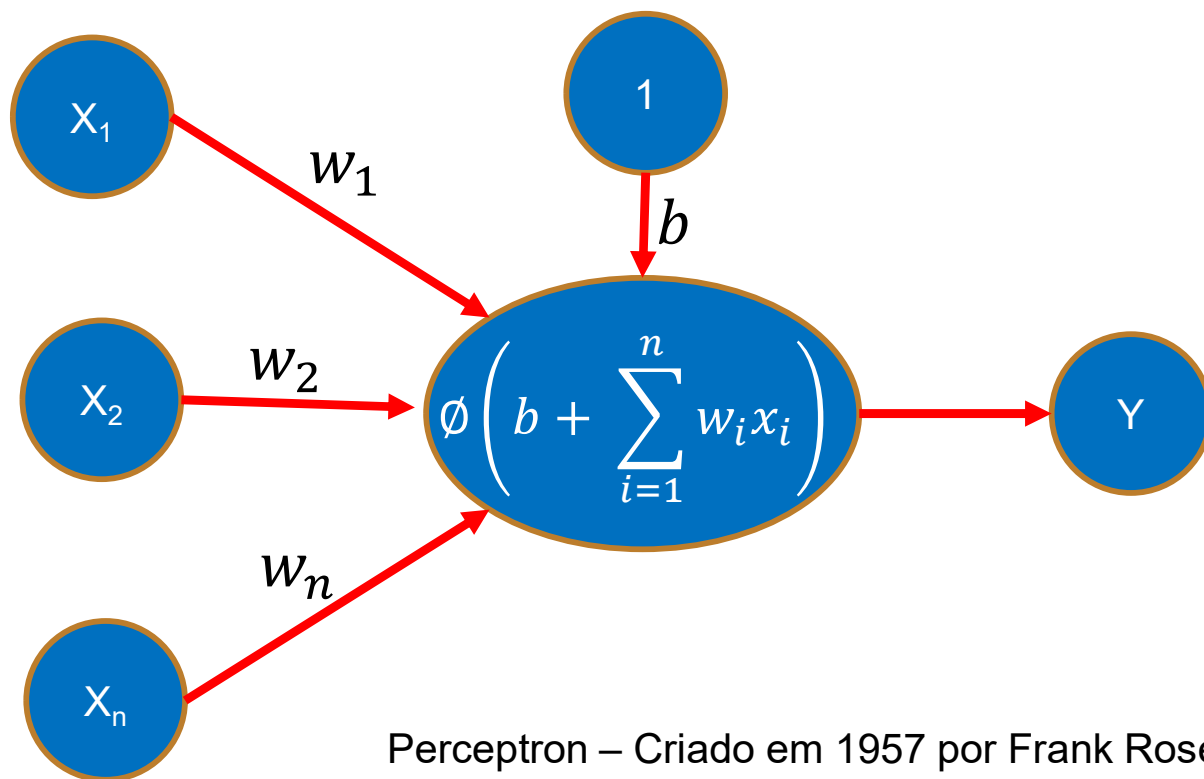
O Neurônio



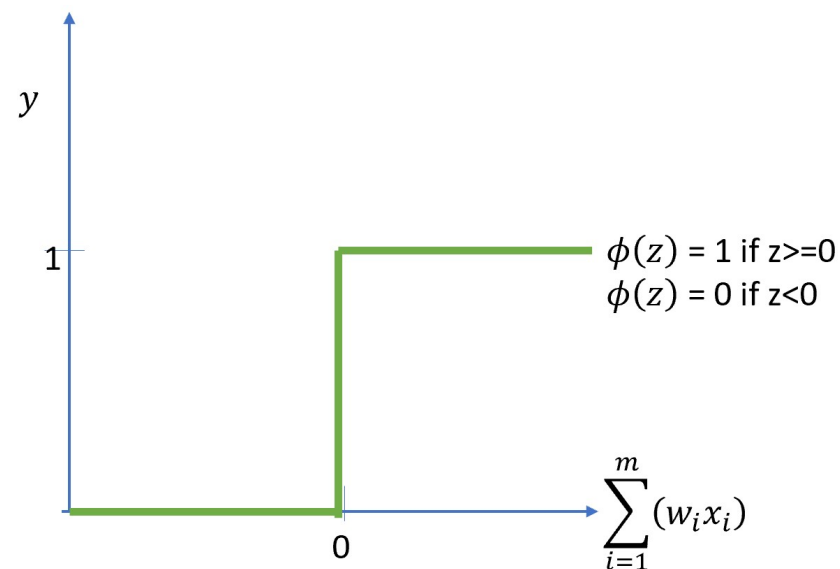
Neurônio Artificial



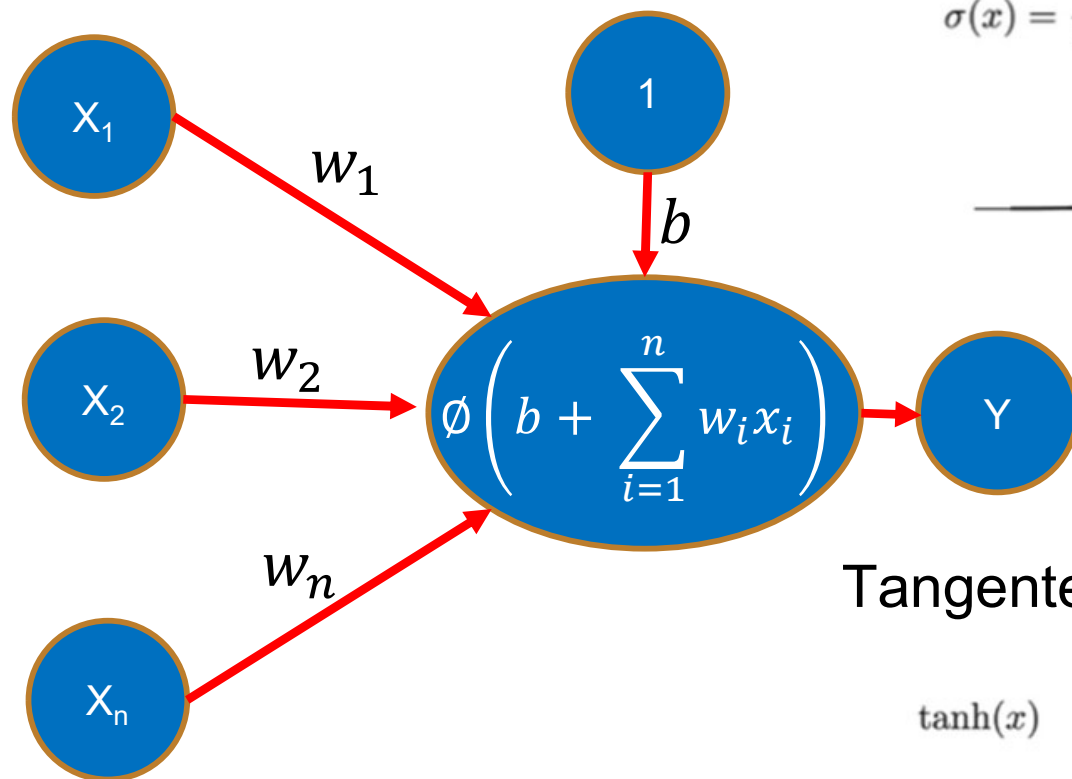
Função de Ativação



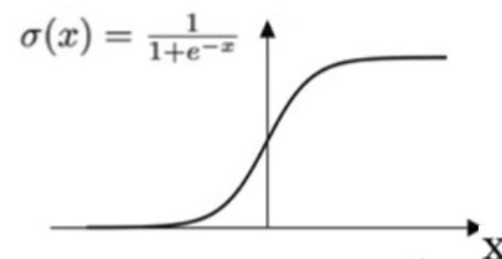
Perceptron – Criado em 1957 por Frank Rosenblatt



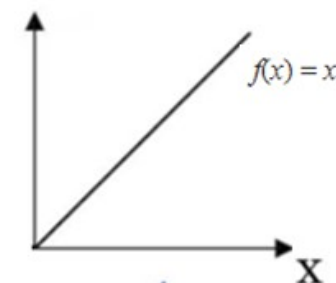
Função de Ativação



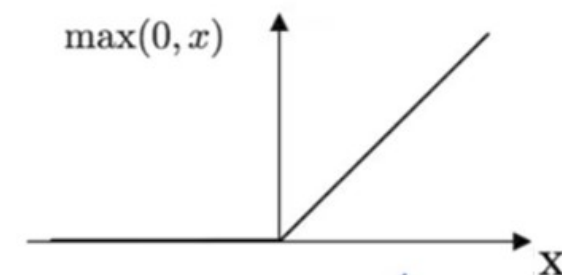
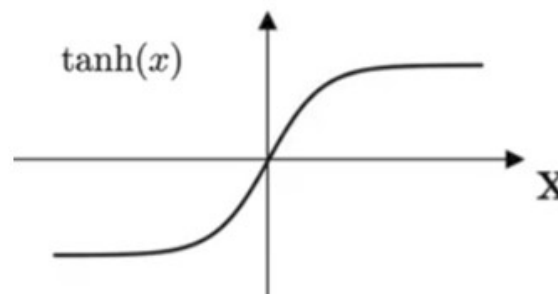
Sigmoide (logística)



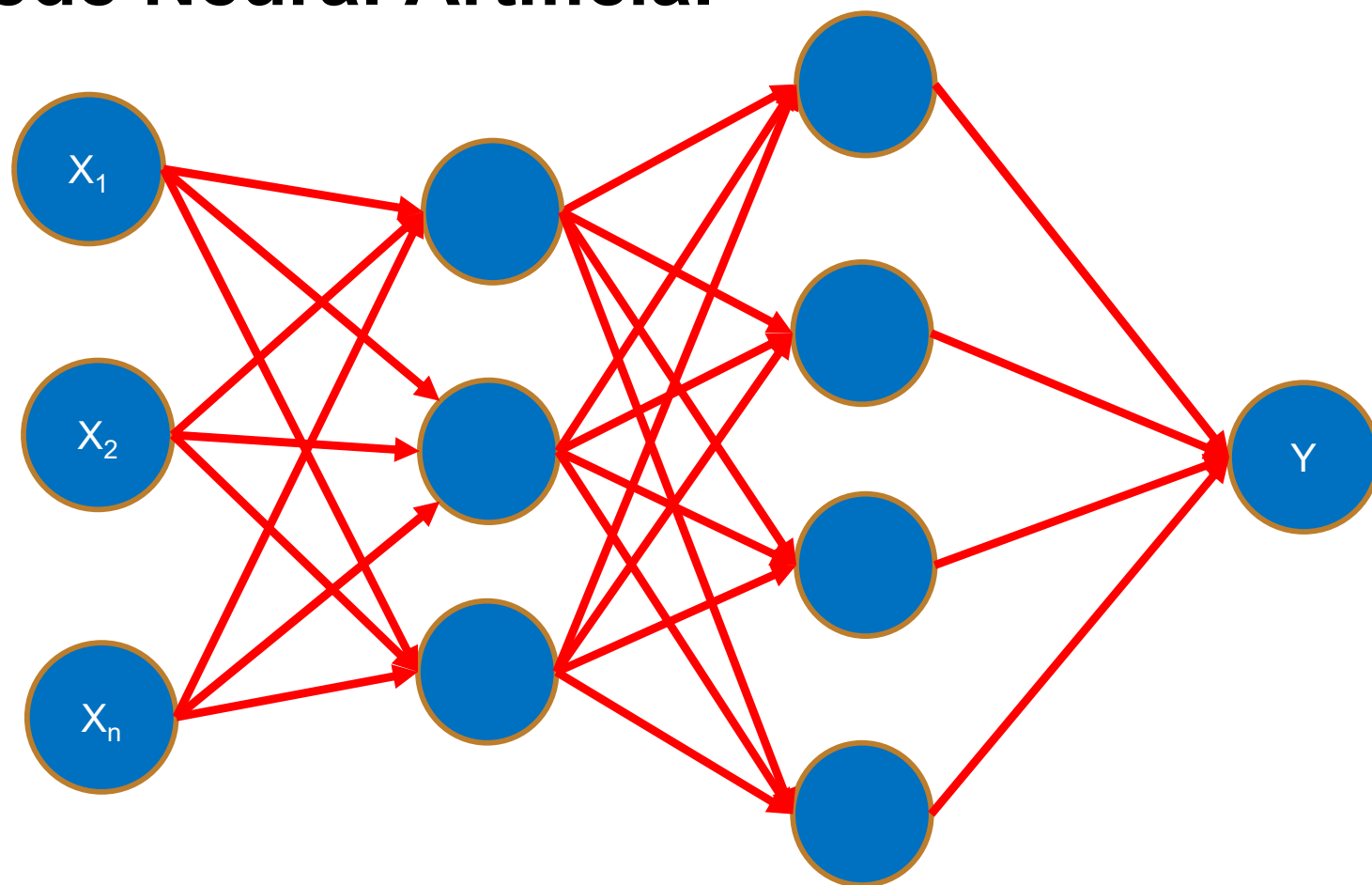
Linear



Tangente Hiperbólica Linear retificada (ReLU)



Rede Neural Artificial

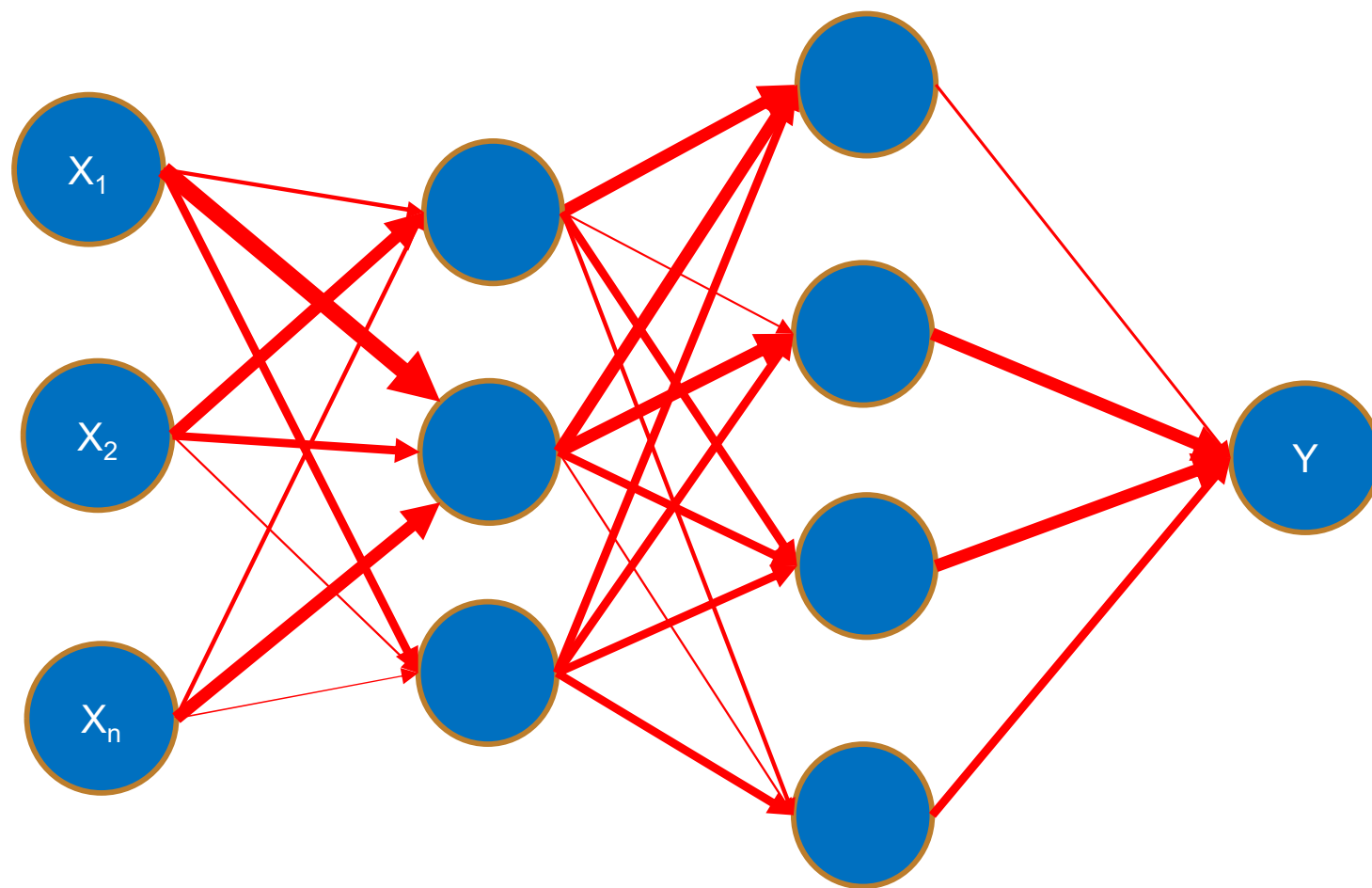


Camada de
Entrada

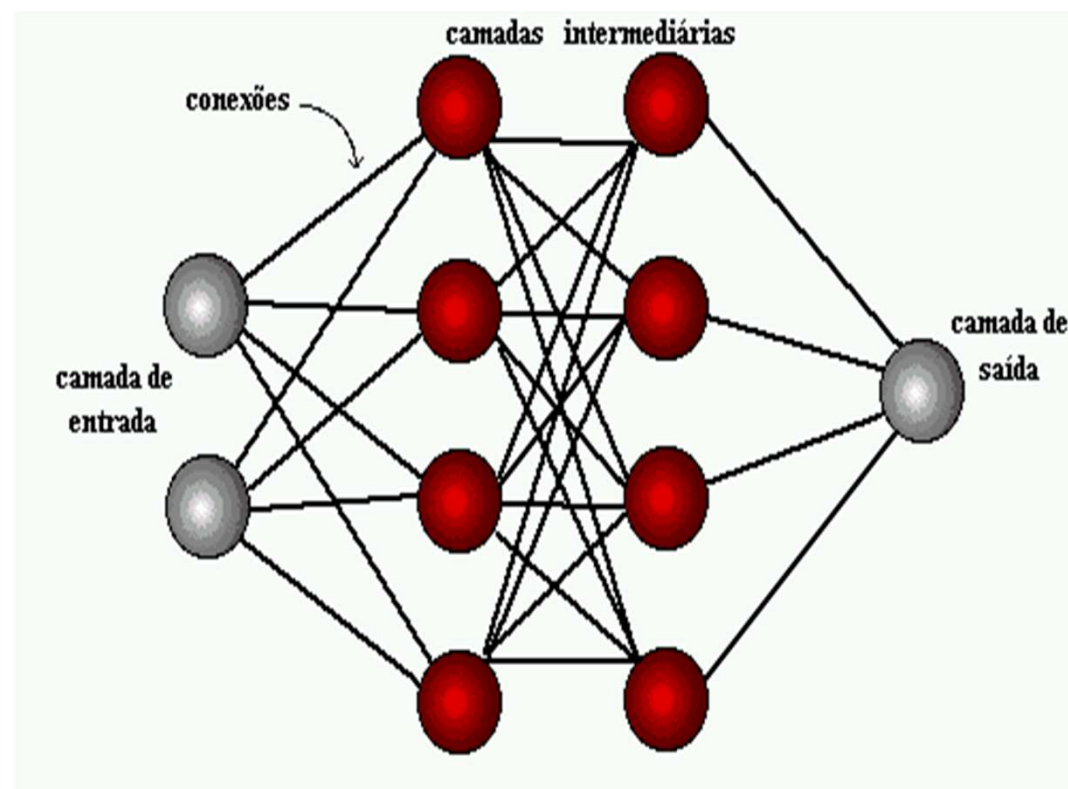
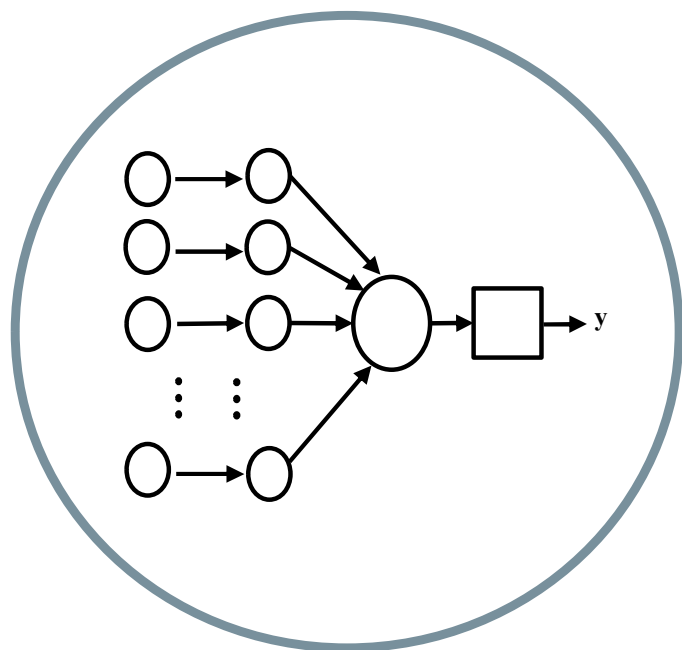
Camadas
escondida

Camada de
Saída

Rede Neural Artificial



Rede Neural Artificial



<https://icmc.usp.br>

Princípio de funcionamento

A operação de um neurônio artificial resume em:

- Sinais são apresentados à entrada (x_1 a x_m);
- Cada sinal é multiplicado por um peso que indica sua influência na saída da unidade (w_k);
- É feita a soma ponderada dos sinais que produz um nível de atividade (u_k);
- A função de ativação $f(u_k)$ tem a função de limitar a saída e introduzir não-linearidade ao modelo;
- O bias b_k tem o papel de aumentar ou diminuir a influência dos valores de entrada.

Princípio de funcionamento

- Matematicamente a saída é expressa por:

$$y_k = f(u_k) = f\left(\sum_{j=1}^m w_{kj}x_j\right)$$

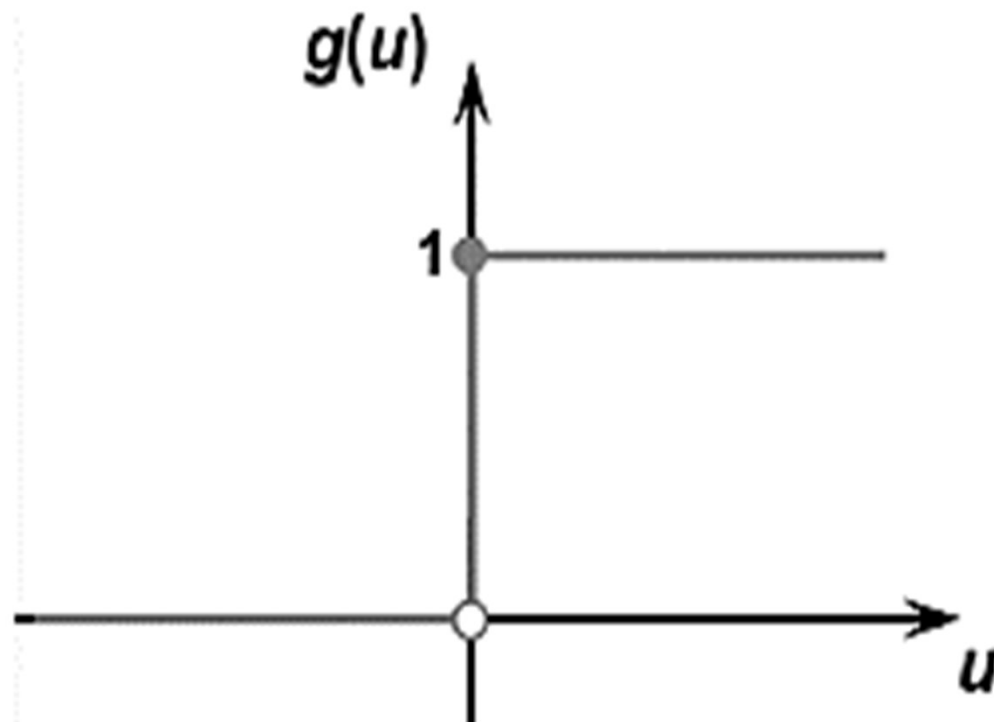
- Ou considerando o bias como entrada de valor $x_0=1$ e peso $w_{k0}=b_k$

$$y_k = f(u_k) = f\left(\sum_{j=1}^m x_j w_{kj} + b_k\right)$$

FUNÇÃO DE ATIVAÇÃO

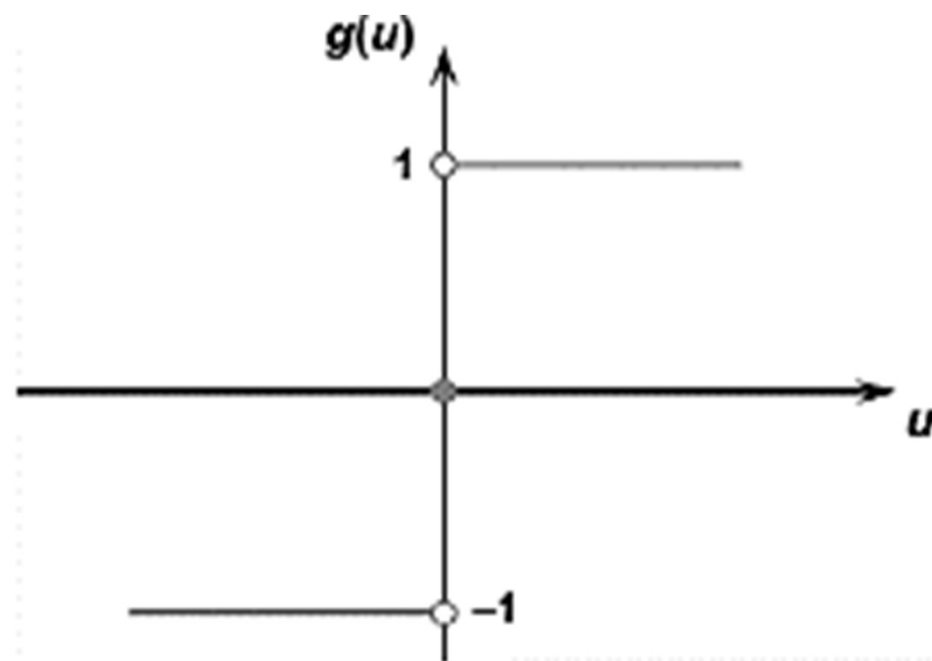
Função degrau

$$f(u) = \begin{cases} 1, & \text{se } u \geq 0 \\ 0, & \text{se } u < 0 \end{cases}$$



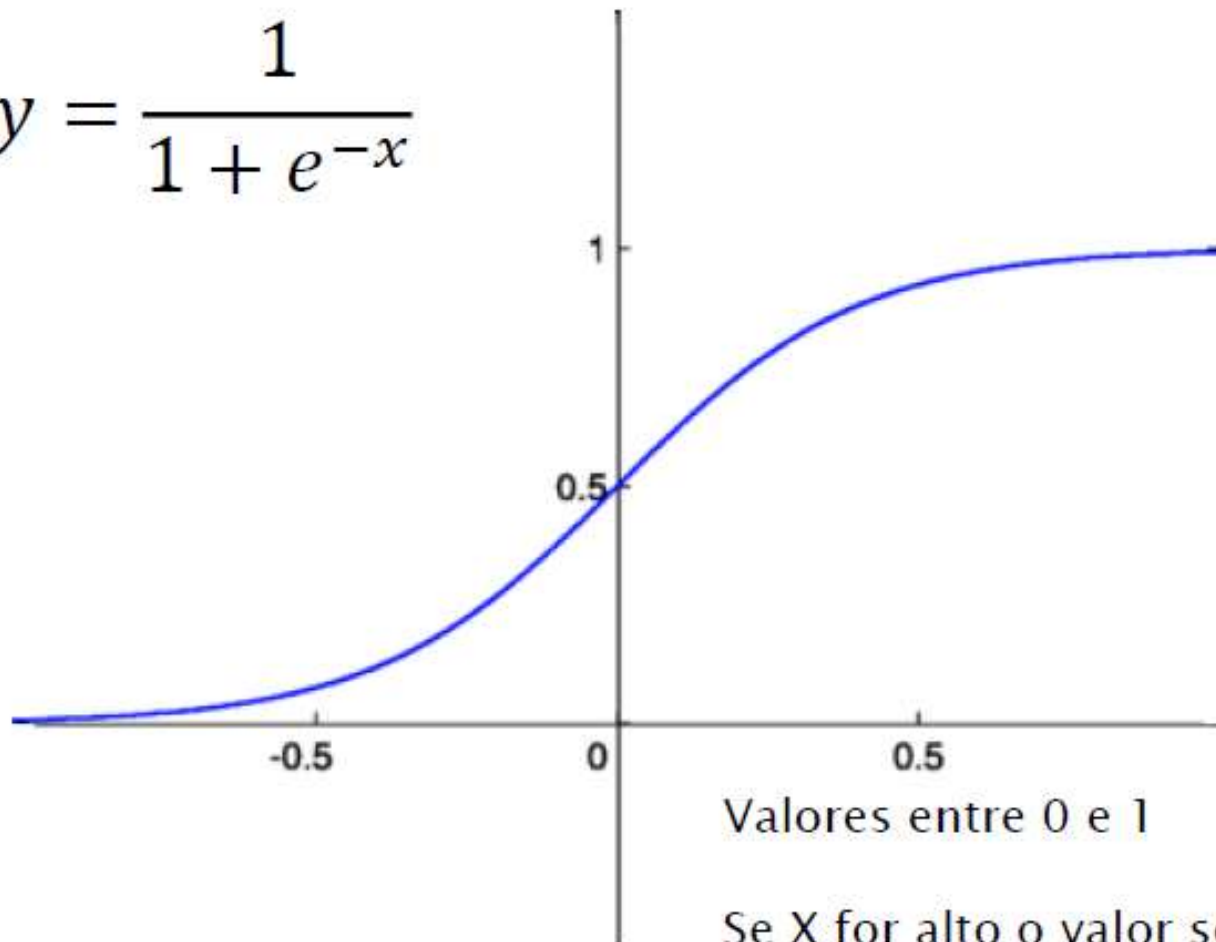
Função degrau bipolar

$$f(u) = \begin{cases} 1, & \text{se } u > 0 \\ 0, & \text{se } u = 0 \\ -1, & \text{se } u < 0 \end{cases}$$



Função sigmoide

$$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



Valores entre 0 e 1

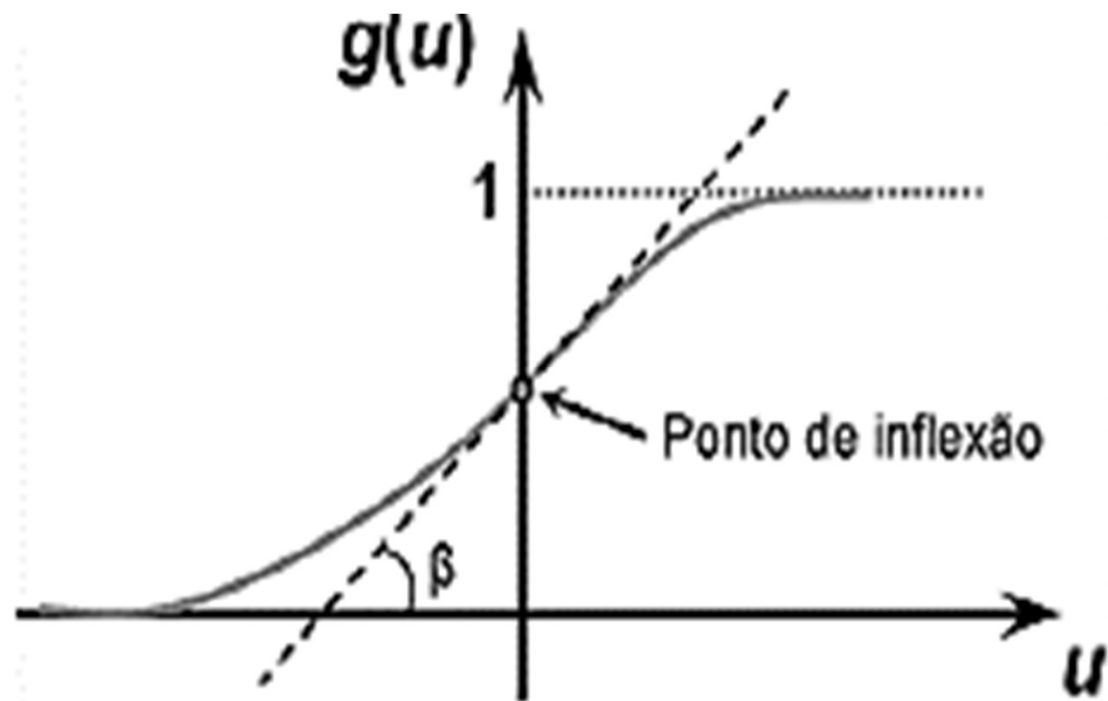
Se X for alto o valor será aproximadamente 1

Se X for pequeno o valor será aproximadamente 0

Não retorna valores negativos

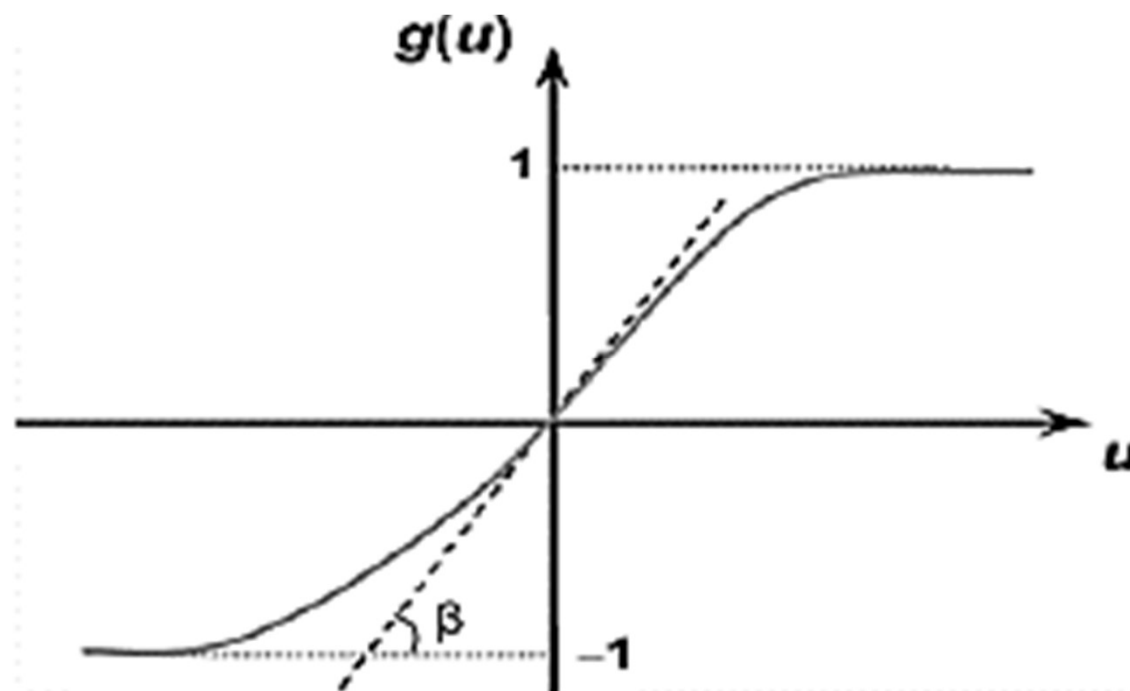
Função logística

$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$



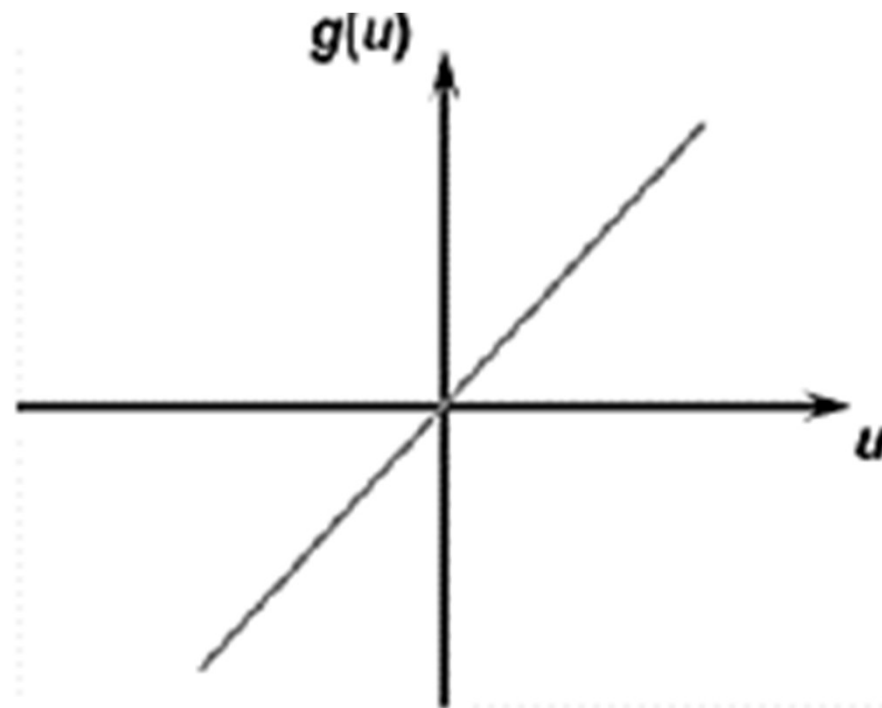
Função tangente hiperbólica

$$f(u) = \frac{1 - e^{-u}}{1 + e^{-u}}$$



Função linear

$$f(u) = u$$



ARQUITETURA

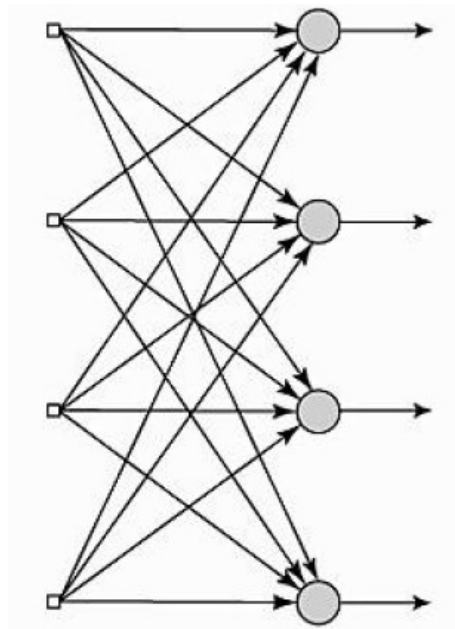
Principais arquiteturas

Em geral, podemos identificar três tipos de arquiteturas de rede fundamentalmente diferentes:

- Redes alimentadas adiante com **Camada Única**.
- Redes alimentadas diretamente com **Múltiplas Camadas**.
- Redes **Recorrentes**.

Arquitetura – Camada Única

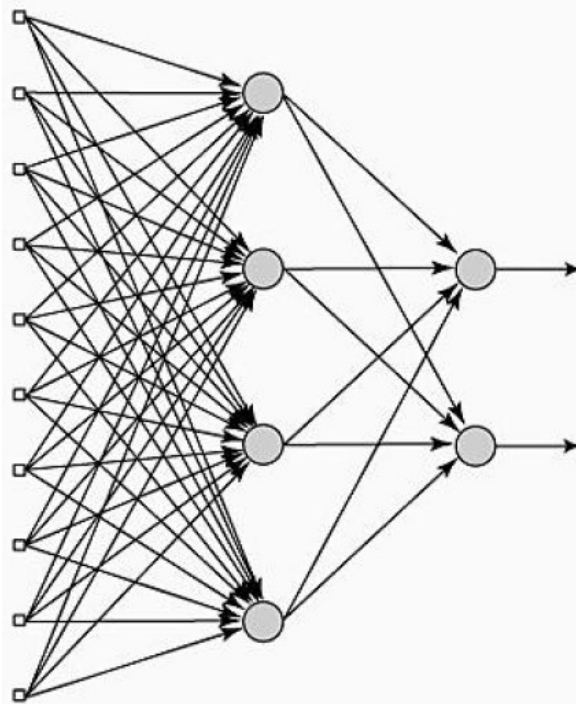
- Há somente uma camada de ligações com pesos. As unidades podem ser distinguidas como unidades de entrada e saída.



Fonte: Haykin, 2001.

Arquitetura – Camada Múltipla

- Uma ou mais camadas de nós intermediários às unidades de entrada e saída, chamadas unidades ocultas (*hidden*). (ex: Multilayer Perceptron).

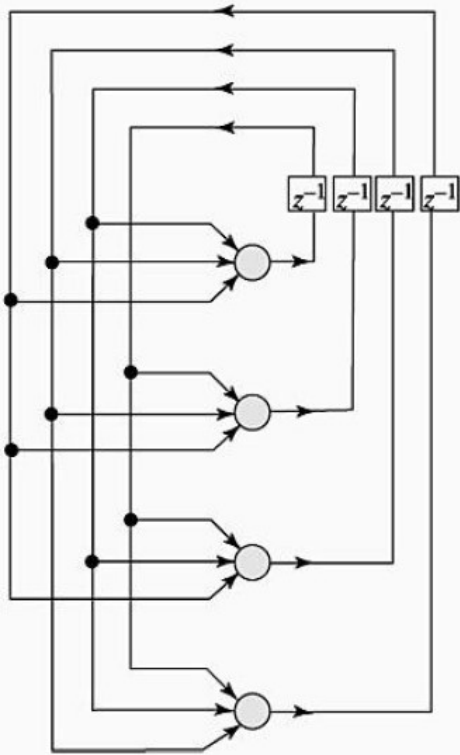


Fonte: Haykin, 2001.

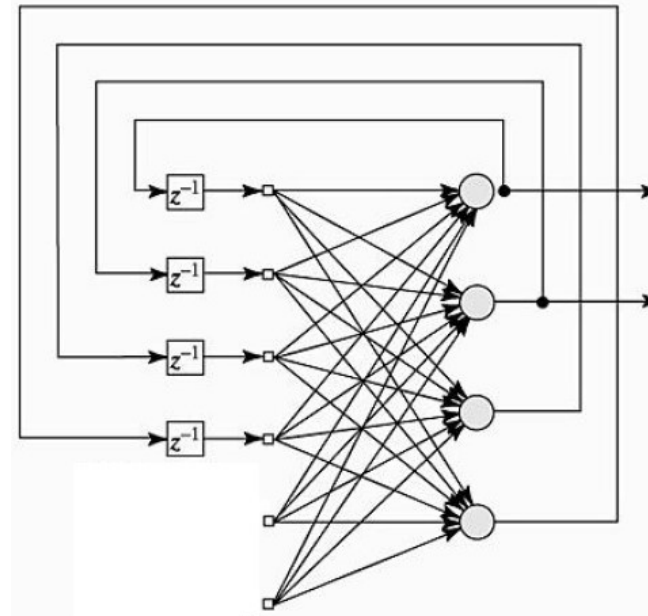
Arquitetura – Recorrentes

- Se distingue de uma rede neural alimentada adiante por ter pelo menos um laço realimentação.

Sem neurônios ocultos



Com neurônios ocultos



TREINAMENTO

Como uma RNA aprende?

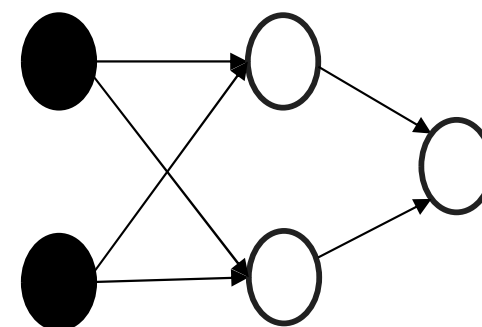
Exemplos

(entrada – saída)

F	G	H	K
ARVORE	DAP	HT	V4cc
427	7,1	12,7	0,023337981
69	15,75	20,24	0,155035661
323	21,45	24,8	0,351773156
85	6,3	12,3	0,01276902
451	10,1	15,65	0,059425801
504	18,5	26	0,297424335
395	16,1	18,3	0,159896019
497	20,6	28,3	0,425194194
36	5,2	11,24	0,007017407



Configuração



Resposta



Saída desejada



Avaliação



Erro

Como uma RNA aprende?

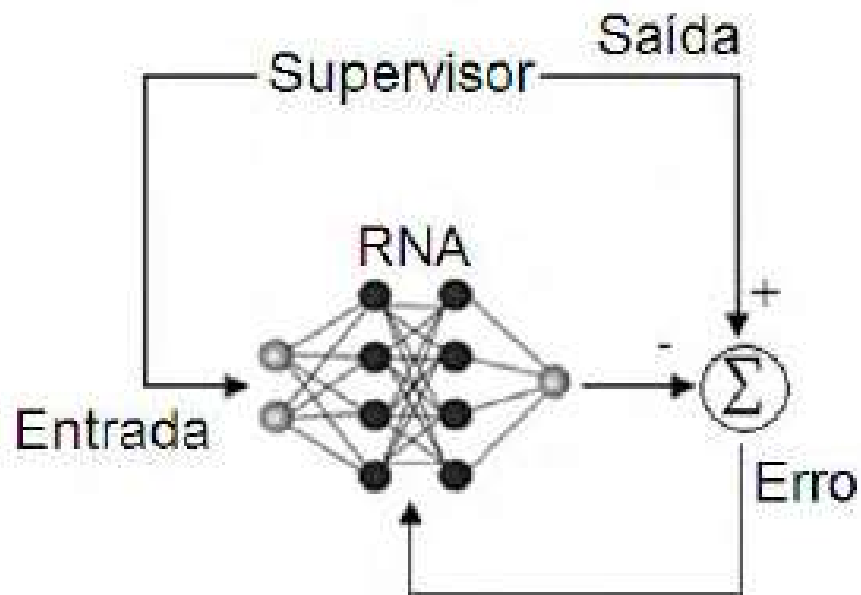
- Processo iterativo de ajuste dos parâmetros da rede
- Os **pesos** armazenam o conhecimento adquirido pela rede
- Os algoritmos são agrupados em dois paradigmas principais: **aprendizado supervisionado** e **aprendizado não supervisionado**

Aprendizado Supervisionado

O método mais comum de treinamento das RNAs

- As entradas e saídas são fornecidas por um supervisor (professor) externo.
- Ajusta-se os parâmetros da rede, encontrando alguma ligação entre os pares de entrada e saída.
- O professor indica um comportamento bom ou ruim da rede.

Aprendizado Supervisionado



A rede tem uma resposta (saída) que é comparada com a saída desejada, recebendo informações do supervisor sobre o erro da resposta atual.

Aprendizado Supervisionado

O método mais comum de treinamento das RNAs

- As entradas e saídas são fornecidas por um supervisor (professor) externo.
- Ajusta-se os parâmetros da rede, encontrando alguma ligação entre os pares de entrada e saída.
- O professor indica um comportamento bom ou ruim da rede.

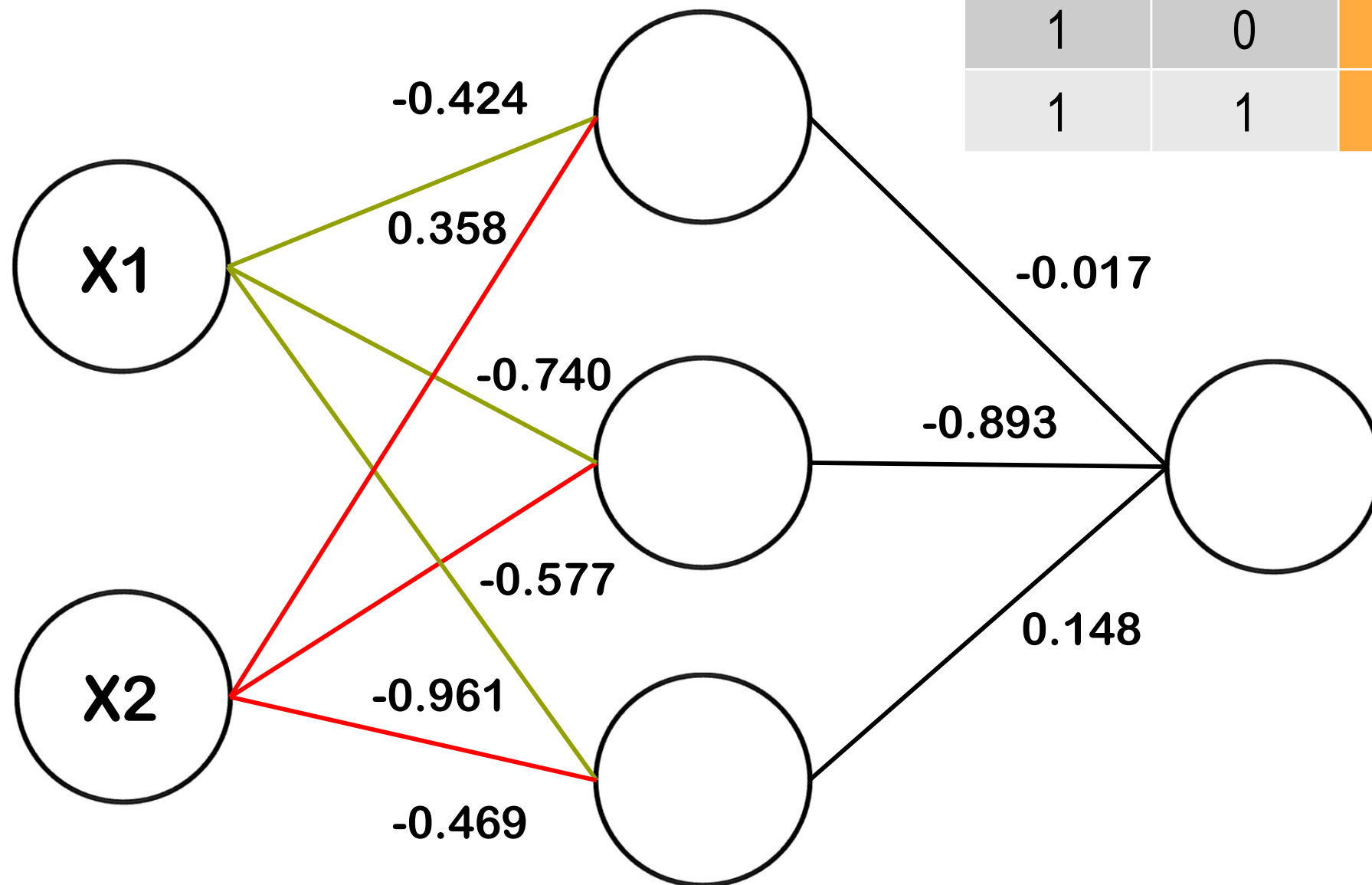
DEMONSTRAÇÃO

Operador XOR

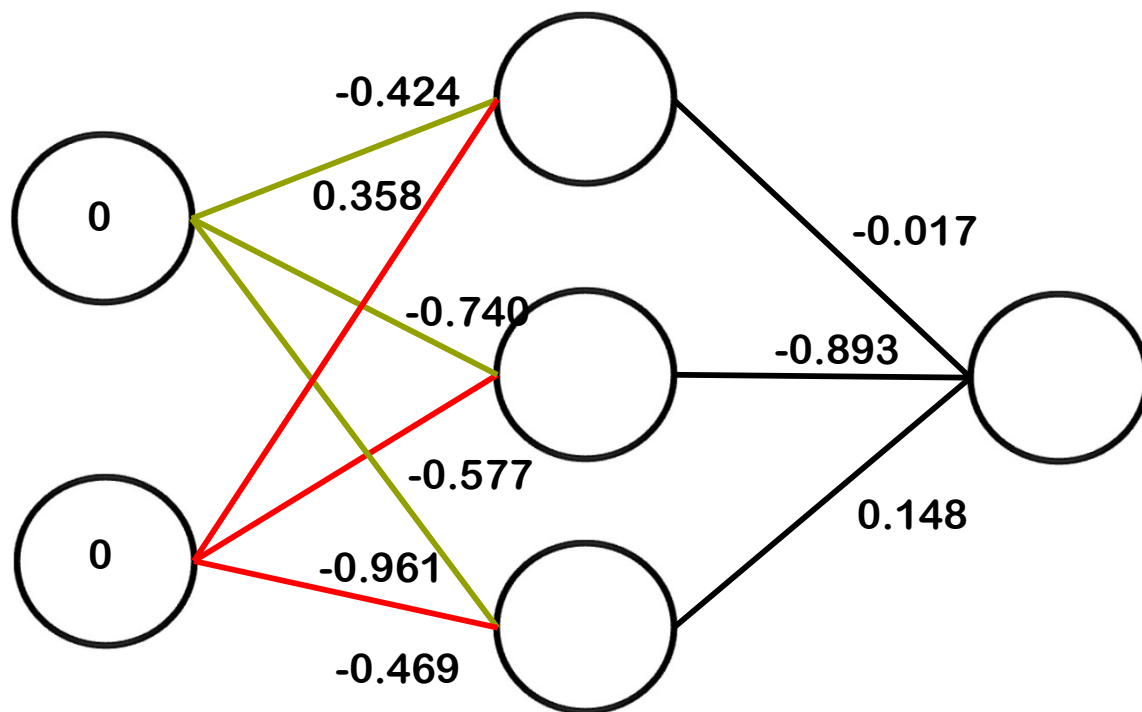
X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ativação camada oculta

X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



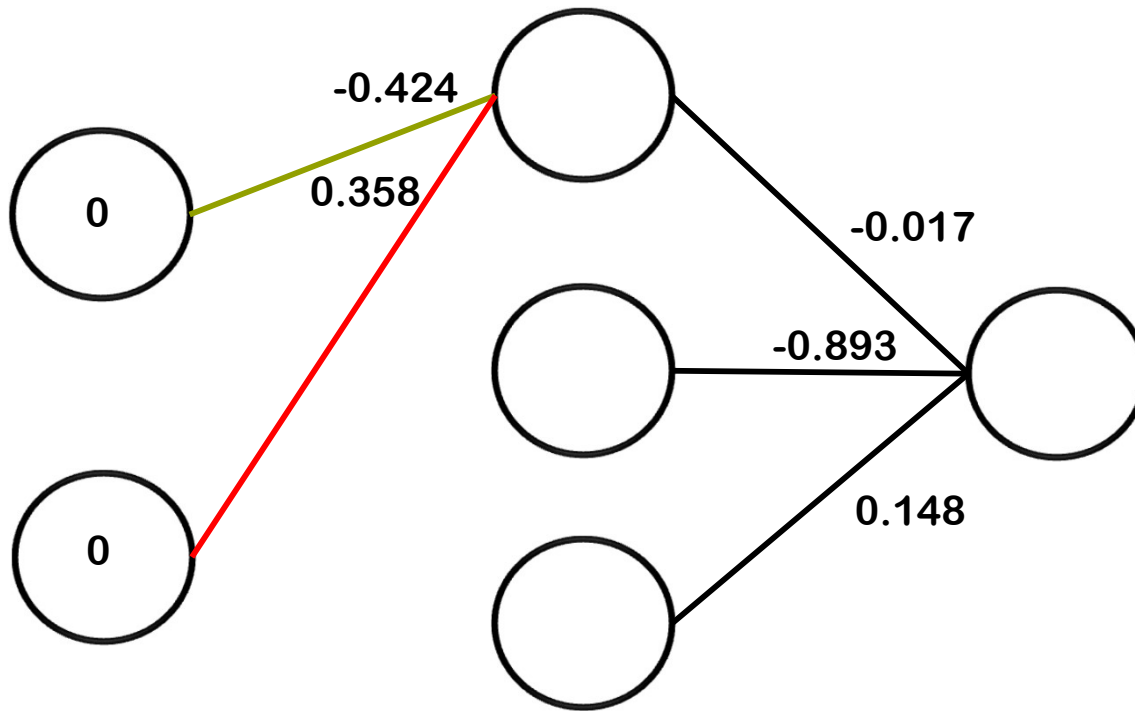
1º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Soma = \sum_{i=1}^n x_i * w_i$$

1º Registro

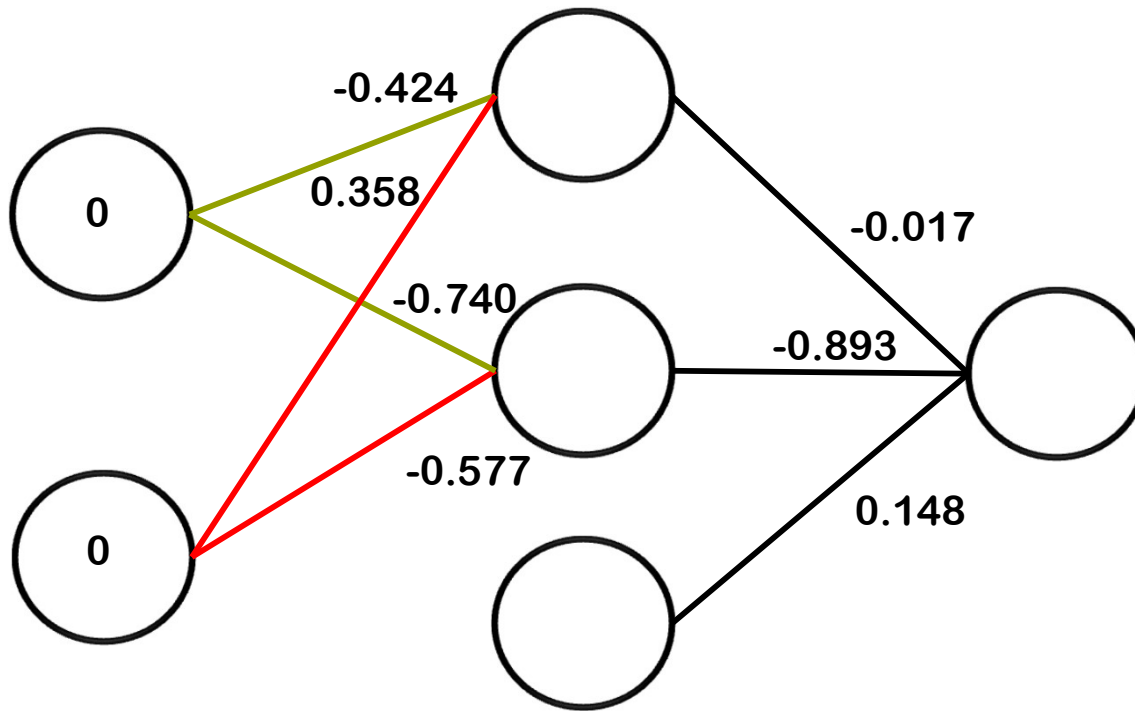


$$u1 = 0 * (-0.424) + 0 * 0.358 = 0$$

X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Soma = \sum_{i=1}^n x_i * w_i$$

1º Registro



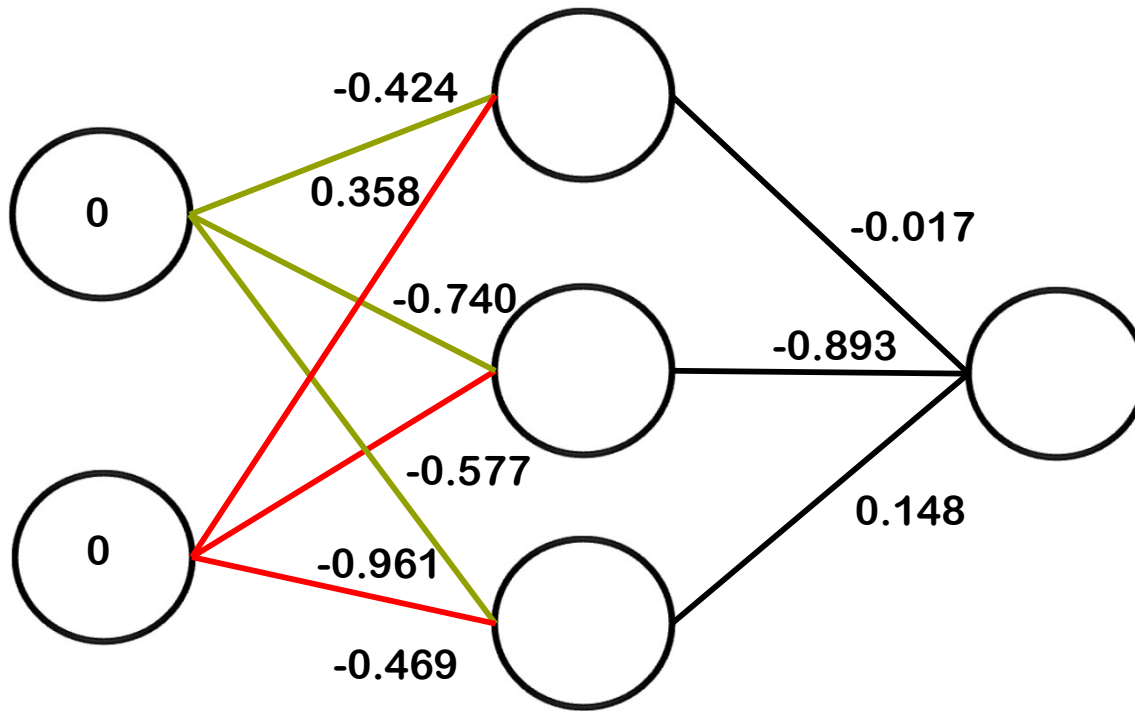
X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Soma = \sum_{i=1}^n x_i * w_i$$

$$u1 = 0 * (-0.424) + 0 * 0.358 = 0$$

$$u2 = 0 * (-0.740) + 0 * (-0.577) = 0$$

1º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Soma = \sum_{i=1}^n x_i * w_i$$

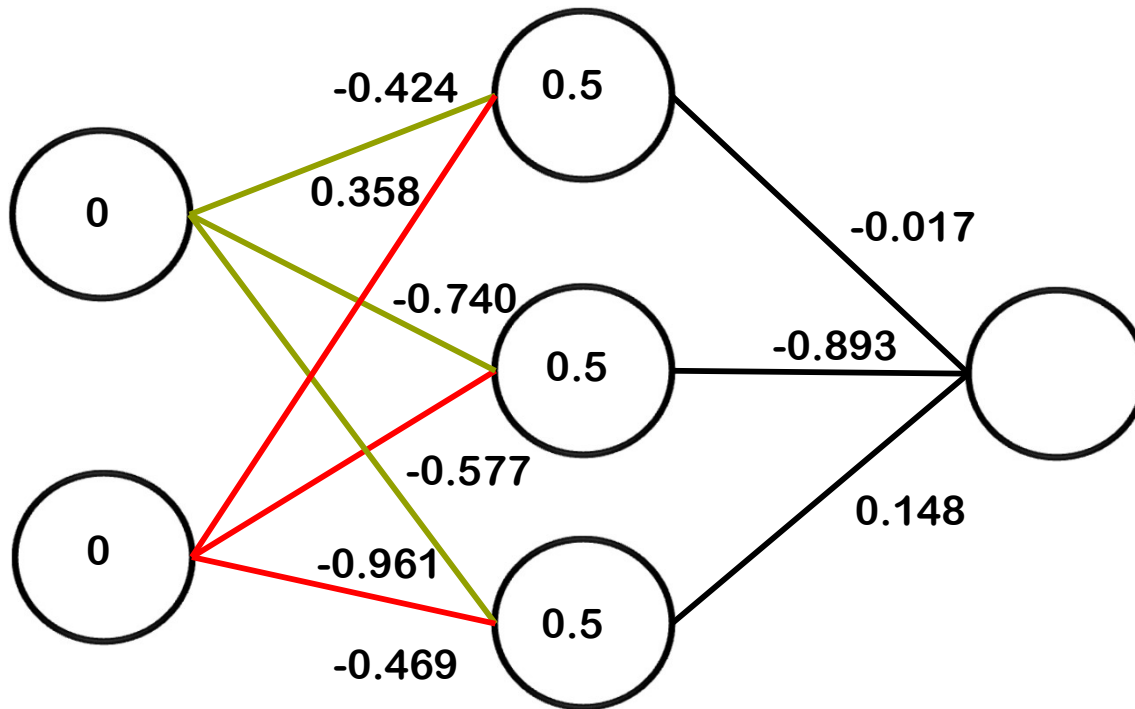
$$u1 = 0 * (-0.424) + 0 * 0.358 = 0$$

$$u2 = 0 * (-0.740) + 0 * (-0.577) = 0$$

$$u3 = 0 * (-0.961) + 0 * (-0.469) = 0$$

$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

1º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Soma = \sum_{i=1}^n x_i * w_i$$

$$u1 = 0 * (-0.424) + 0 * (0.358) = 0$$

→ Ativação = 0.5

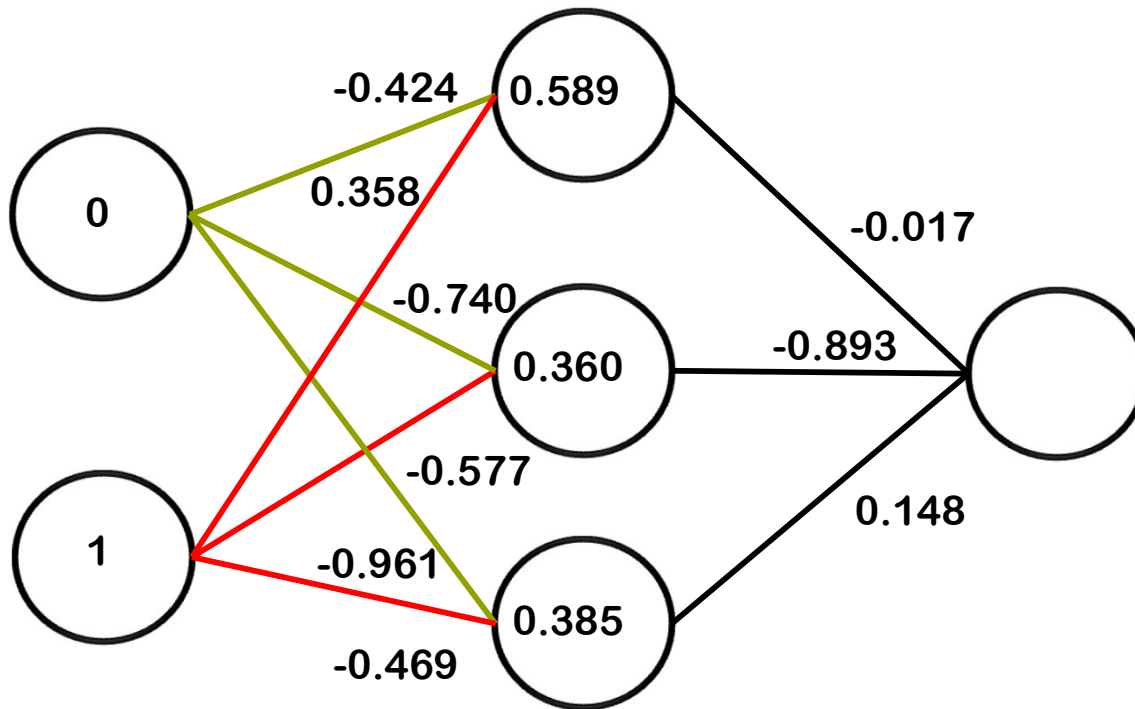
$$u2 = 0 * (-0.740) + 0 * (-0.577) = 0$$

→ Ativação = 0.5

$$u3 = 0 * (-0.961) + 0 * (-0.469) = 0$$

→ Ativação = 0.5

2° Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

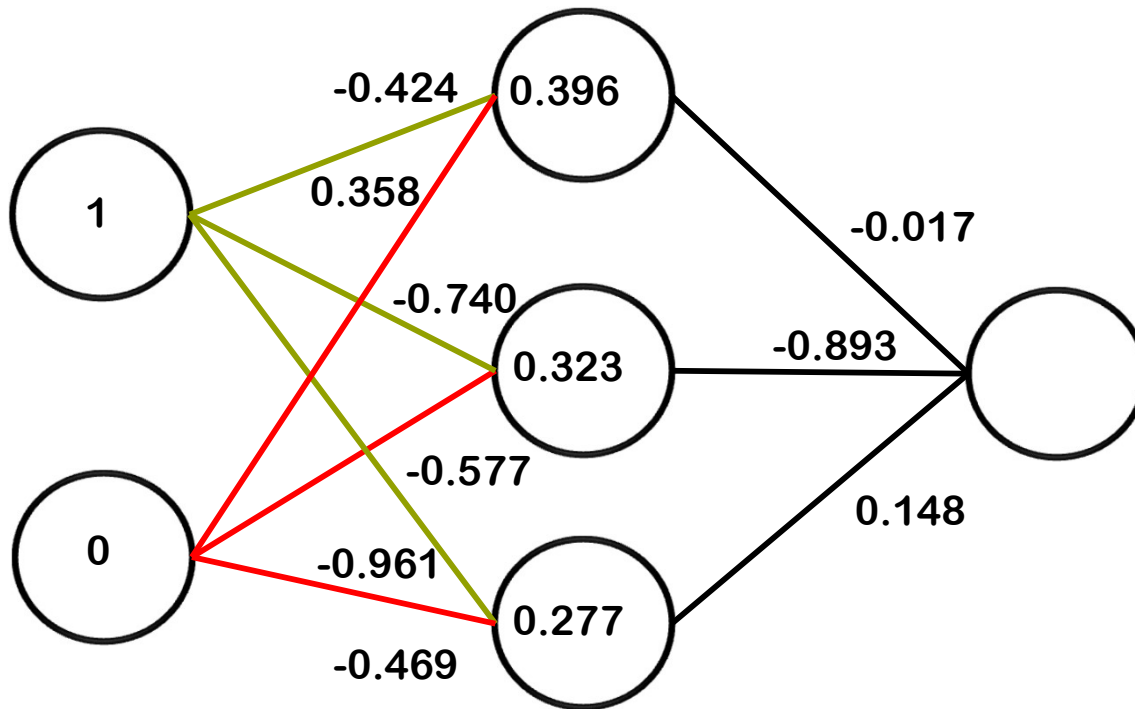
$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u1 = 0 * (-0.424) + 1 * 0.358 = 0.358$$

$$u2 = 0 * (-0.740) + 1 * (-0.577) = -0.577$$

$$u3 = 0 * (-0.961) + 1 * (-0.469) = -0.469$$

3° Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

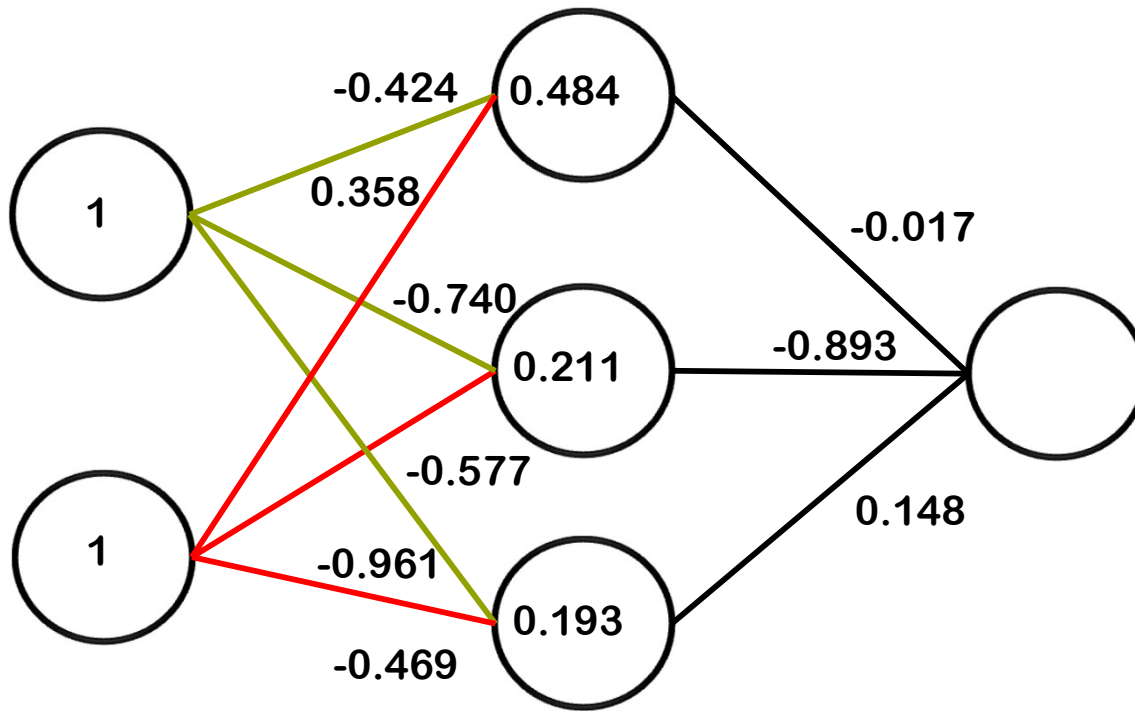
$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u1 = 1 * (-0.424) + 0 * 0.358 = -0.424$$

$$u2 = 1 * (-0.740) + 0 * (-0.577) = -0.740$$

$$u3 = 1 * (-0.961) + 0 * (-0.469) = -0.961$$

4° Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

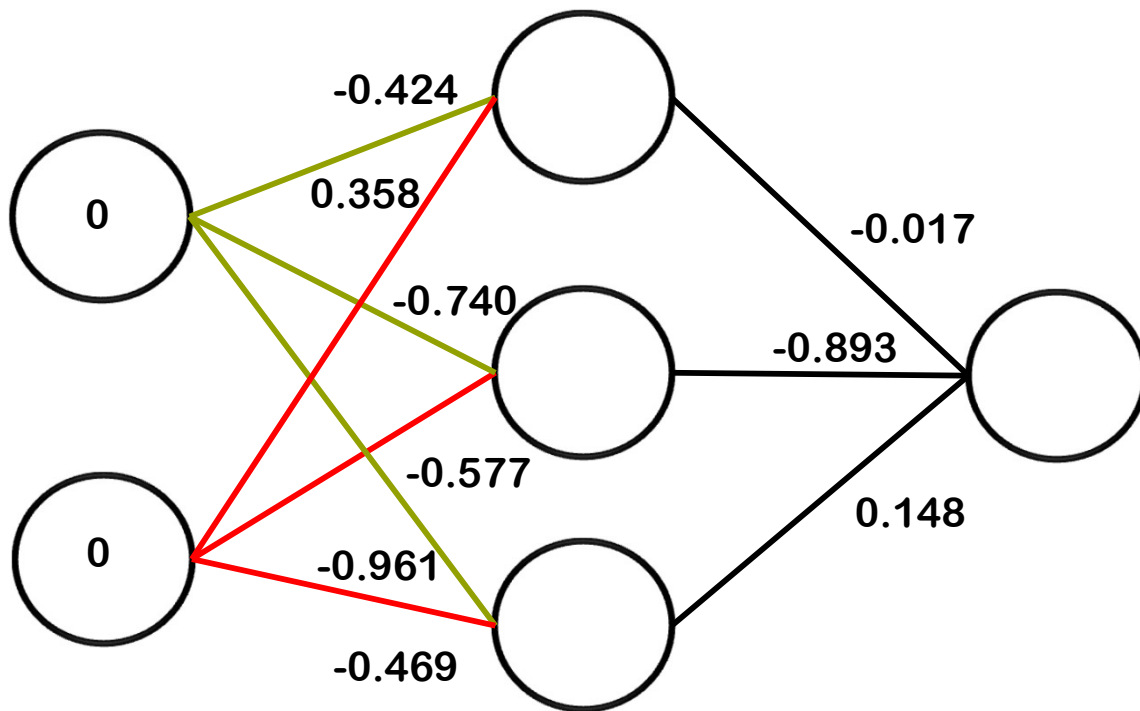
$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u1 = 1 * (-0.424) + 1 * 0.358 = -0.066$$

$$u2 = 1 * (-0.740) + 1 * (-0.577) = -1.317$$

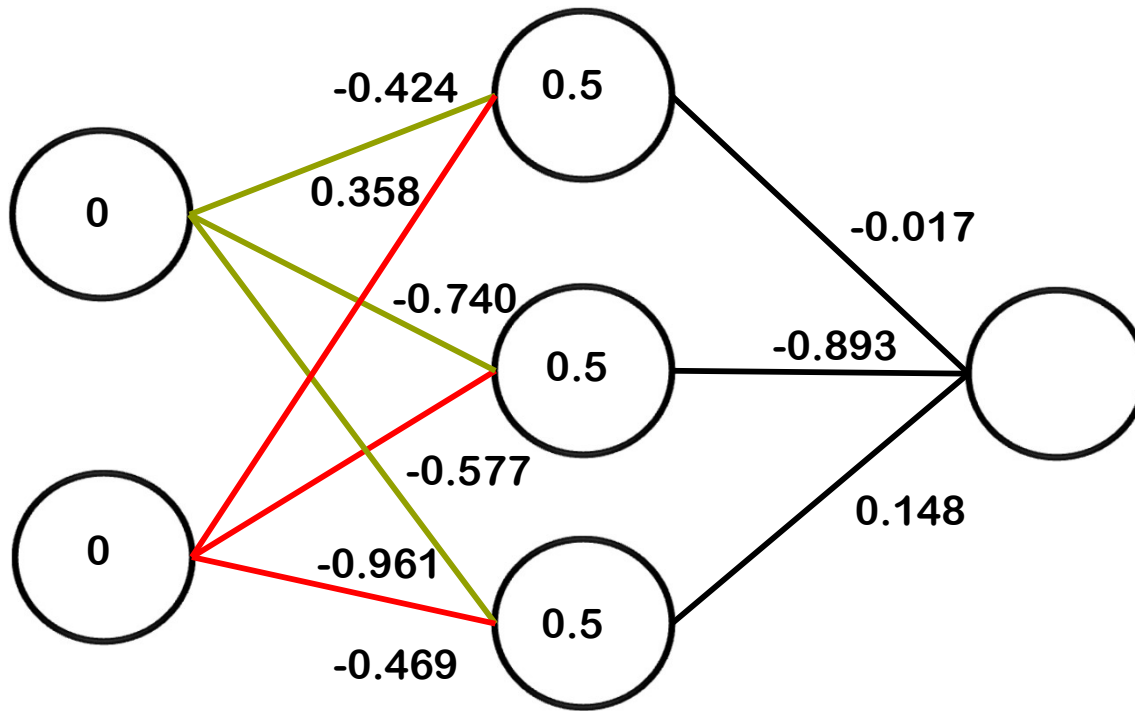
$$u3 = 1 * (-0.961) + 1 * (-0.469) = -1.430$$

Ativação camada saída



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1º Registro



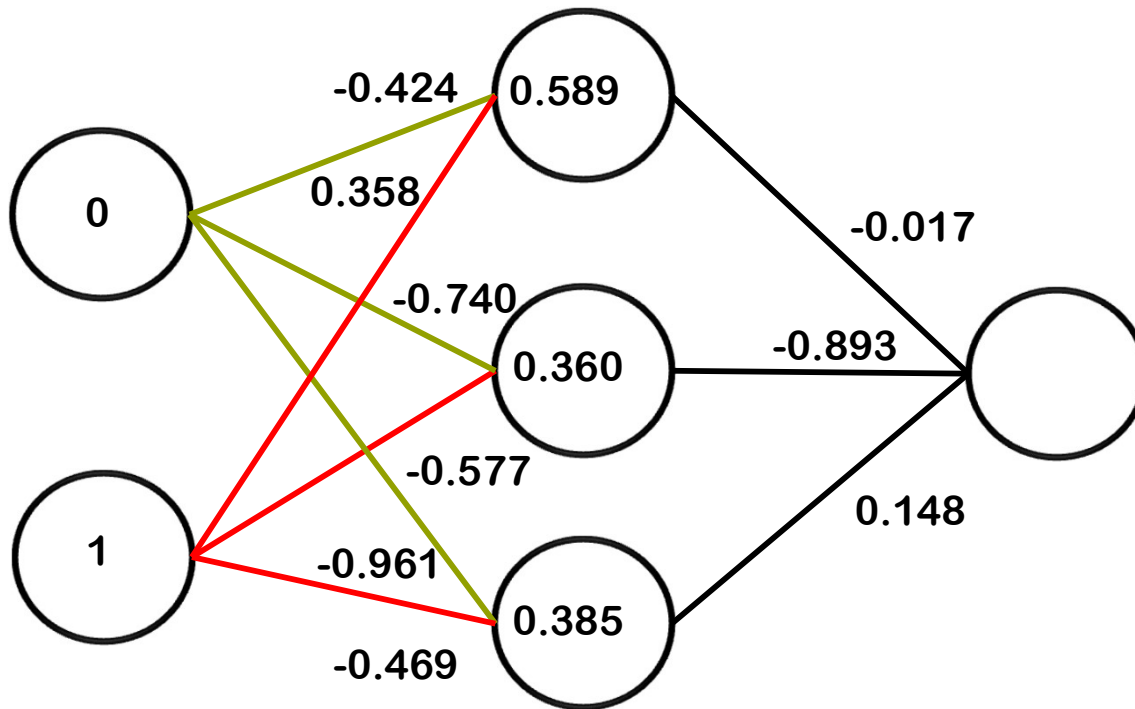
X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u = 0.5 * (-0.017) + 0.5 * (-0.893) + 0.5 * (0.148) = -0.381$$

$$\text{Ativação} = \mathbf{0.406}$$

2º Registro



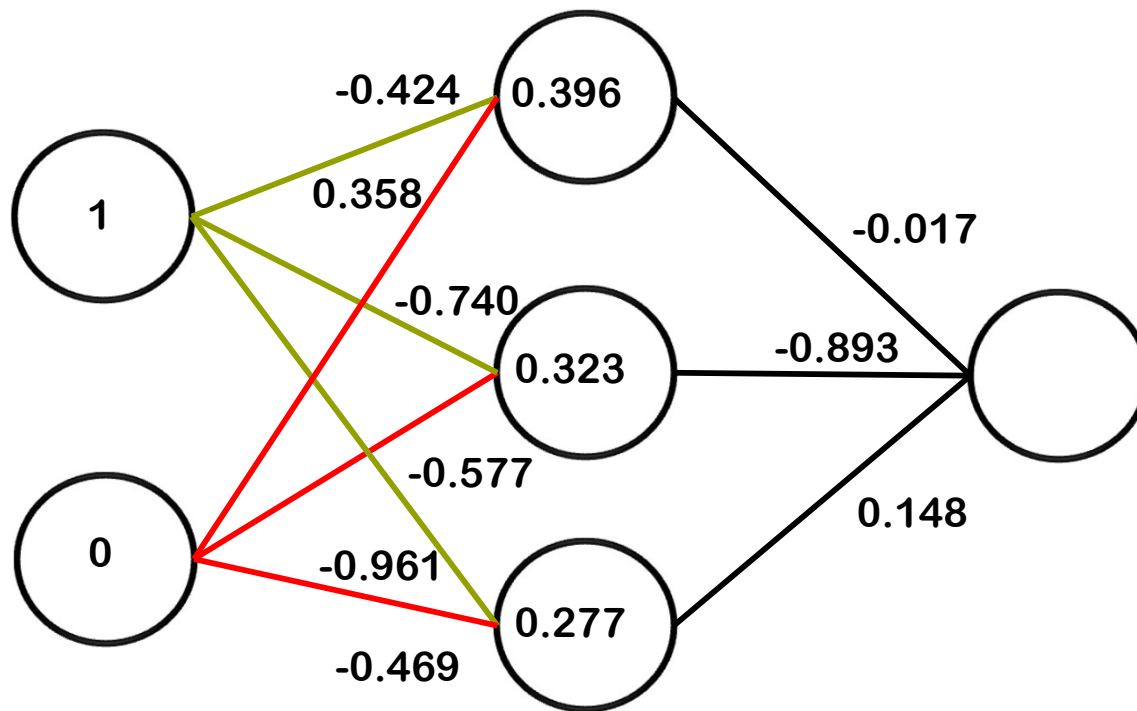
X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u = 0.589 * (-0.017) + 0.360 * (-0.893) + 0.385 * (0.148) = -0.275$$

Ativação = **0.432**

3º Registro



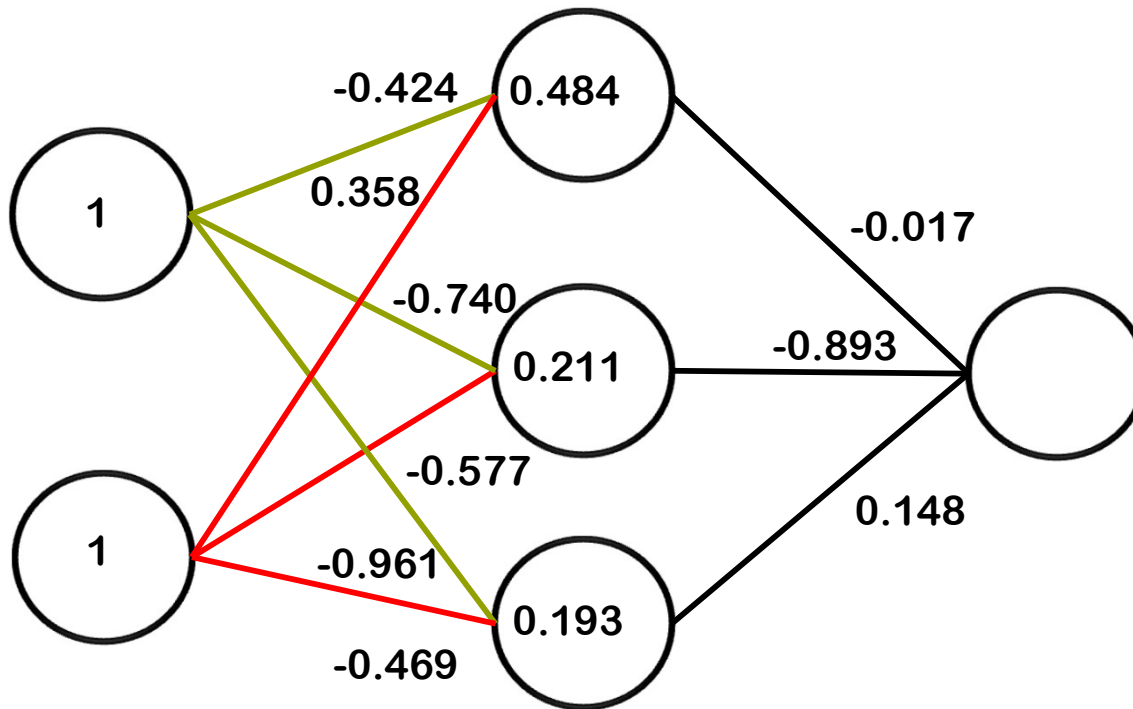
X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u = 0.396 * (-0.017) + 0.323 * (-0.893) + 0.277 * (0.148) = -0.254$$

$$\text{Ativação} = \mathbf{0.437}$$

4º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$u = 0.484 * (-0.017) + 0.211 * (-0.893) + 0.193 * (0.148) = -0.168$$

Ativação = **0.458**

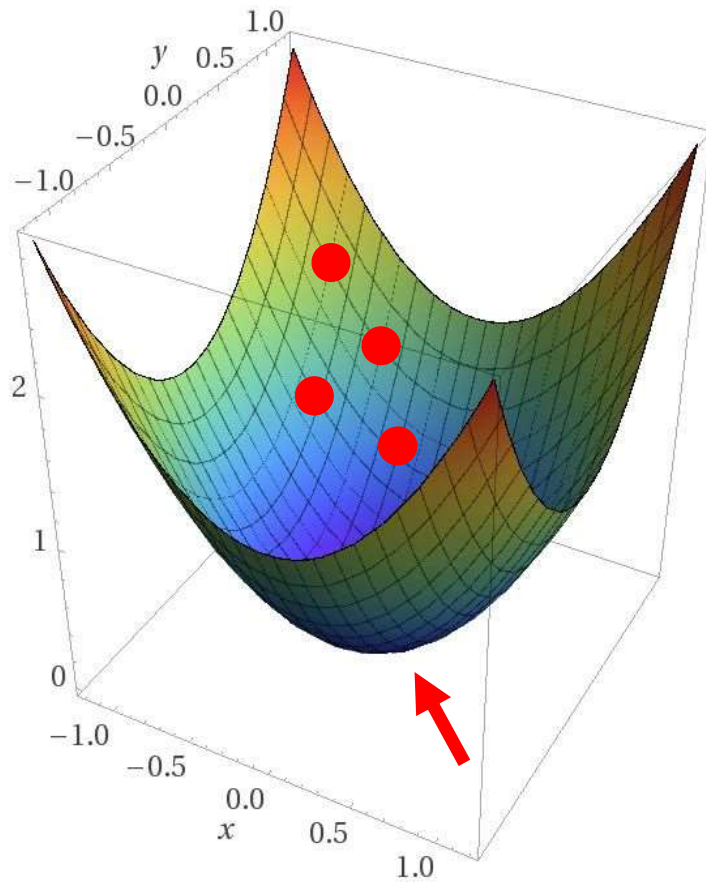
Cálculo do erro

Erro = Resposta correta – Resposta calculada

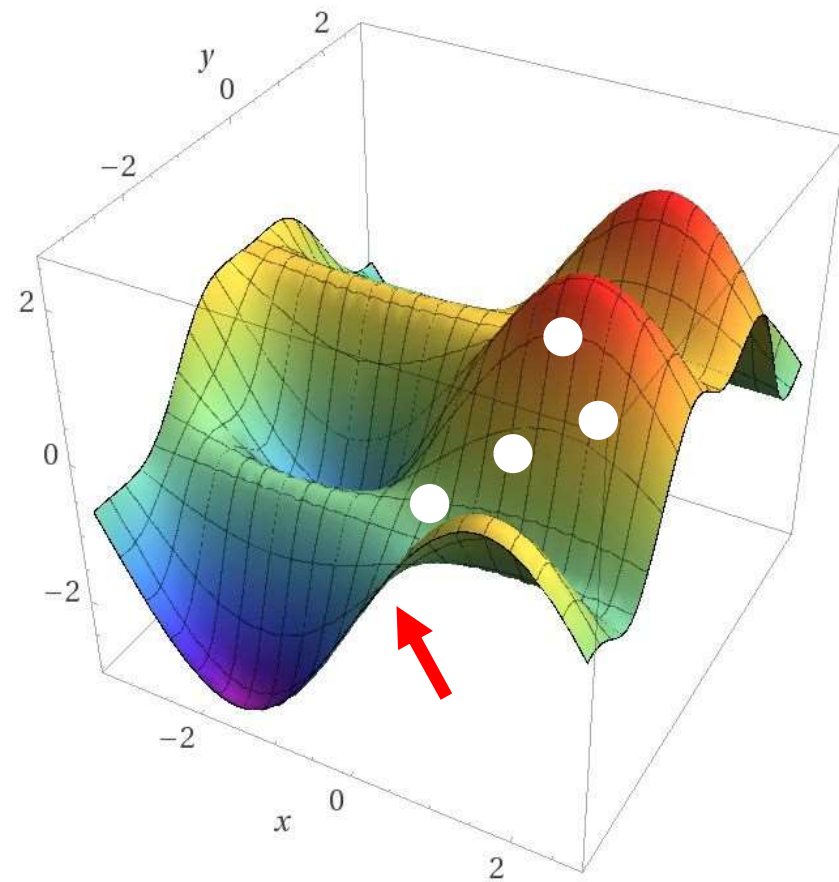
X1	X2	CLASSE	CALCULADO	ERRO
0	0	0	0.406	-0.406
0	1	1	0.432	0.568
1	0	1	0.437	0.563
1	1	0	0.458	-0.458

Média absoluta = 0.49

Descida do gradiente (*gradient descent*)

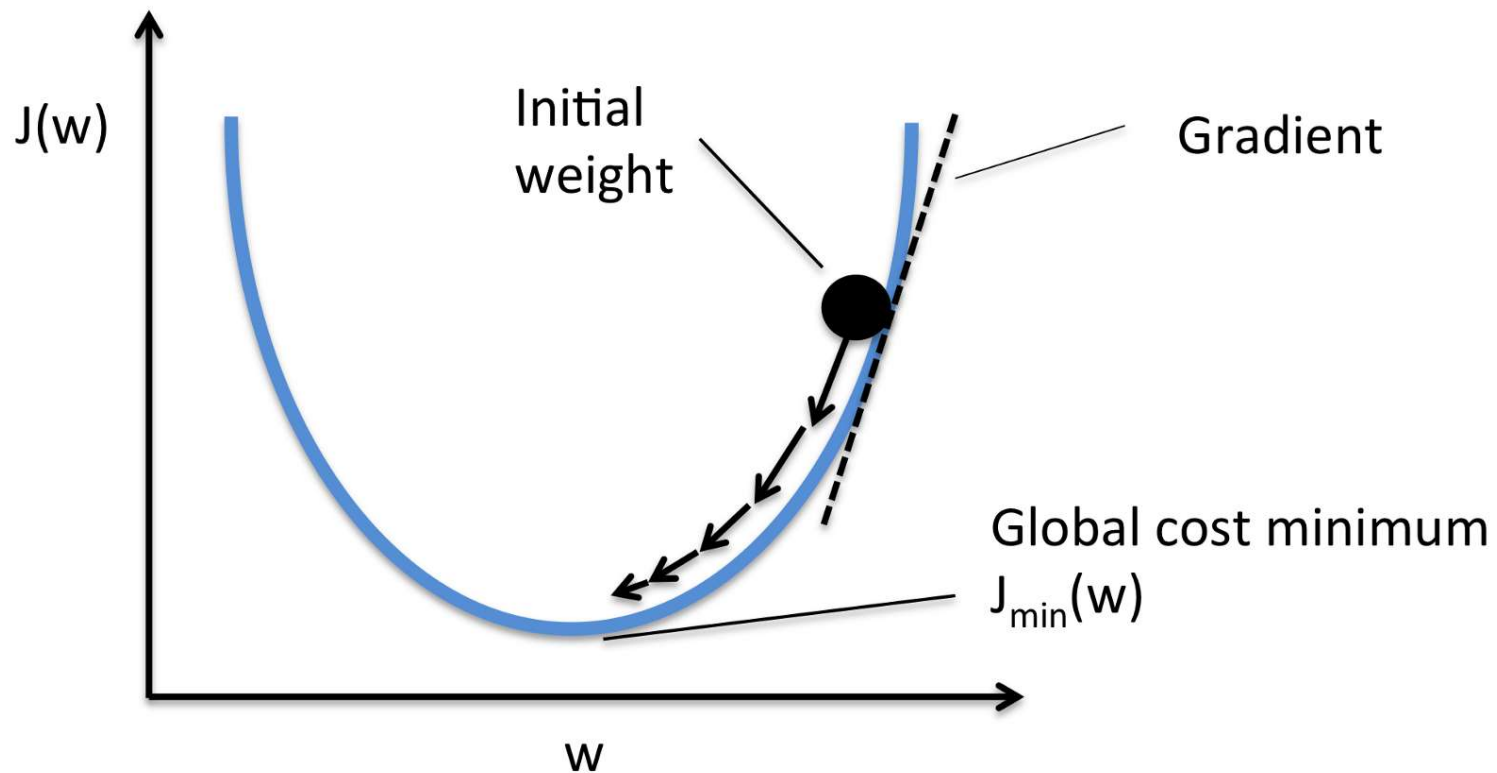


Computed by Wolfram|Alpha



Computed by Wolfram|Alpha

Descida do gradiente (*gradient descent*)

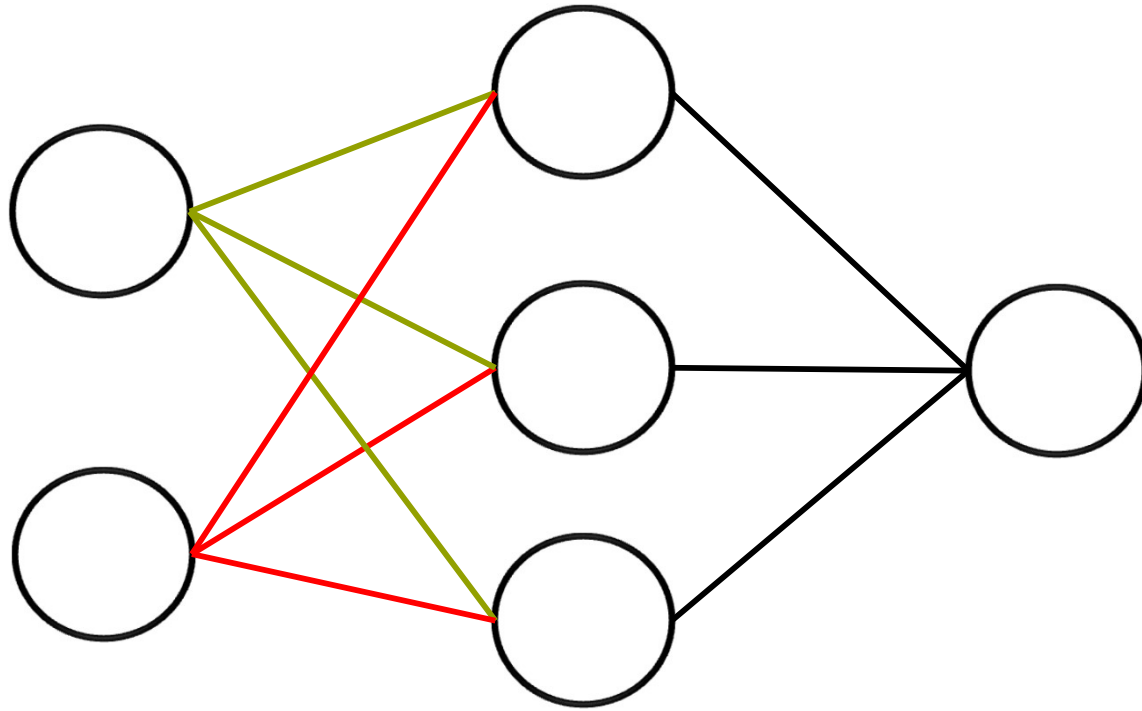


Descida do gradiente (*gradient descent*)

$$y = \frac{1}{1+e^{-u}} \longrightarrow y' = y * (1 - y)$$

Derivada função de ativação

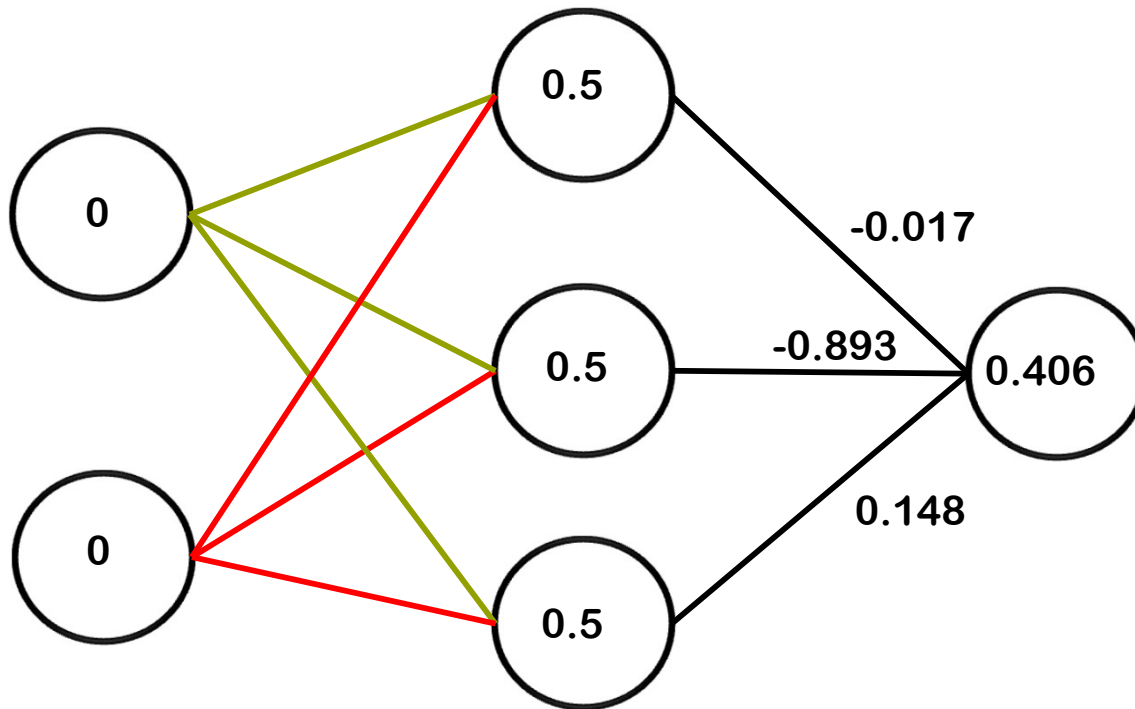
Delta camada saída



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta saída = Erro * Derivada ativação

1º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta saída = Erro * Derivada ativação

Soma = -0.381

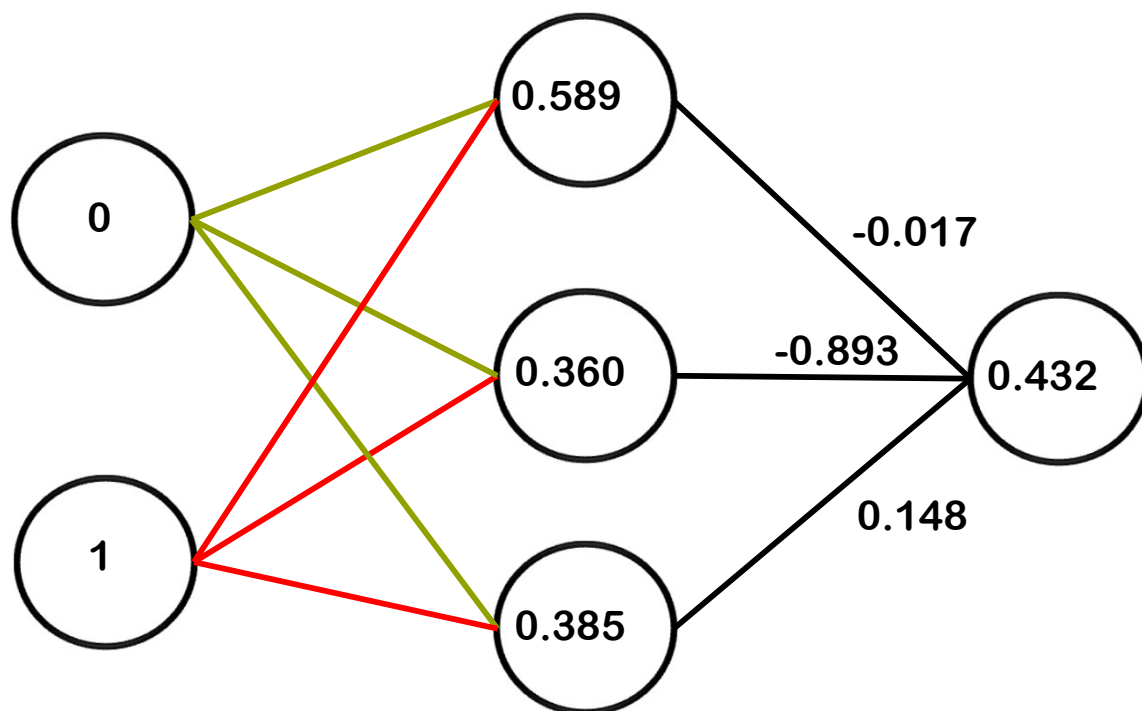
Erro = $0 - 0.406 = -0.406$

Ativação = 0.406

Derivada ativação = 0.241

Delta saída = $-0.406 * 0.241 = -0.098$
(indica a melhor direção para atualizar os pesos)

2º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta saída = Erro * Derivada ativação

Soma = -0.274

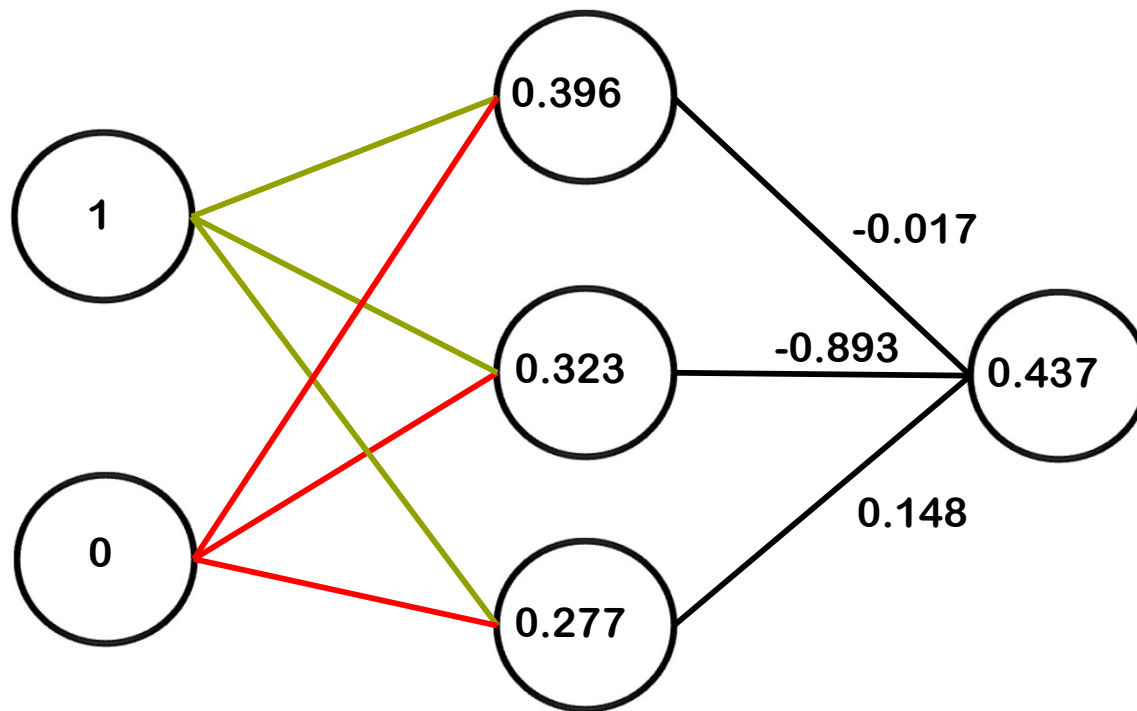
Erro = $1 - 0.432 = 0.568$

Ativação = 0.432

Derivada ativação = 0.245

Delta saída = $0.568 * 0.245 = \mathbf{0.139}$

3º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta saída = Erro * Derivada ativação

Soma = -0.254

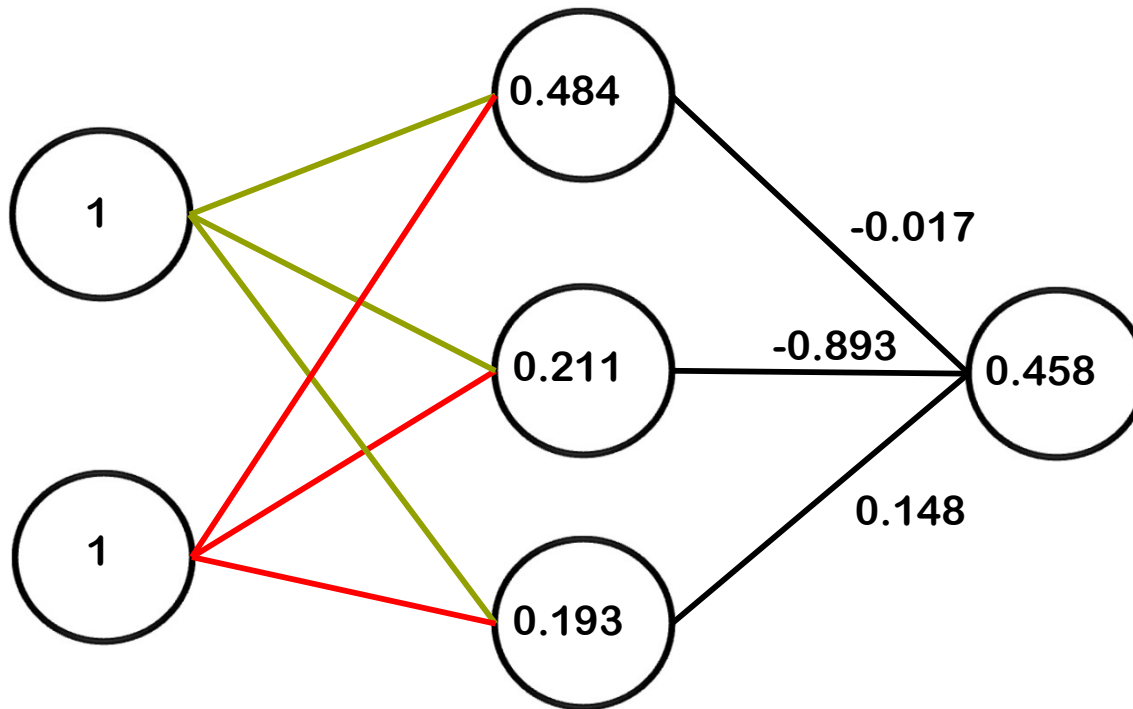
Erro = $1 - 0.437 = 0.563$

Ativação = 0.437

Derivada ativação = 0.246

Delta saída = $0.563 * 0.246 = \mathbf{0.139}$

4º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta saída = Erro * Derivada ativação

Soma = -0.168

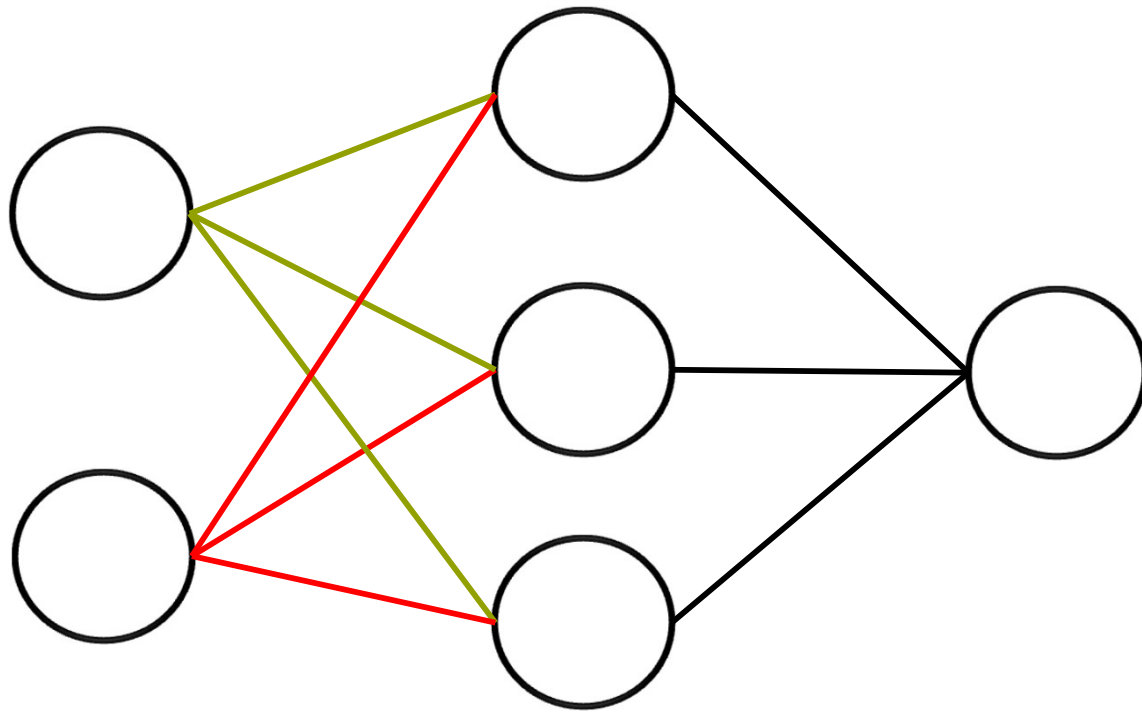
Erro = 0 - 0.458 = -0.458

Ativação = 0.458

Derivada ativação = 0.248

Delta saída = -0.458 * 0.248 = **-0.114**

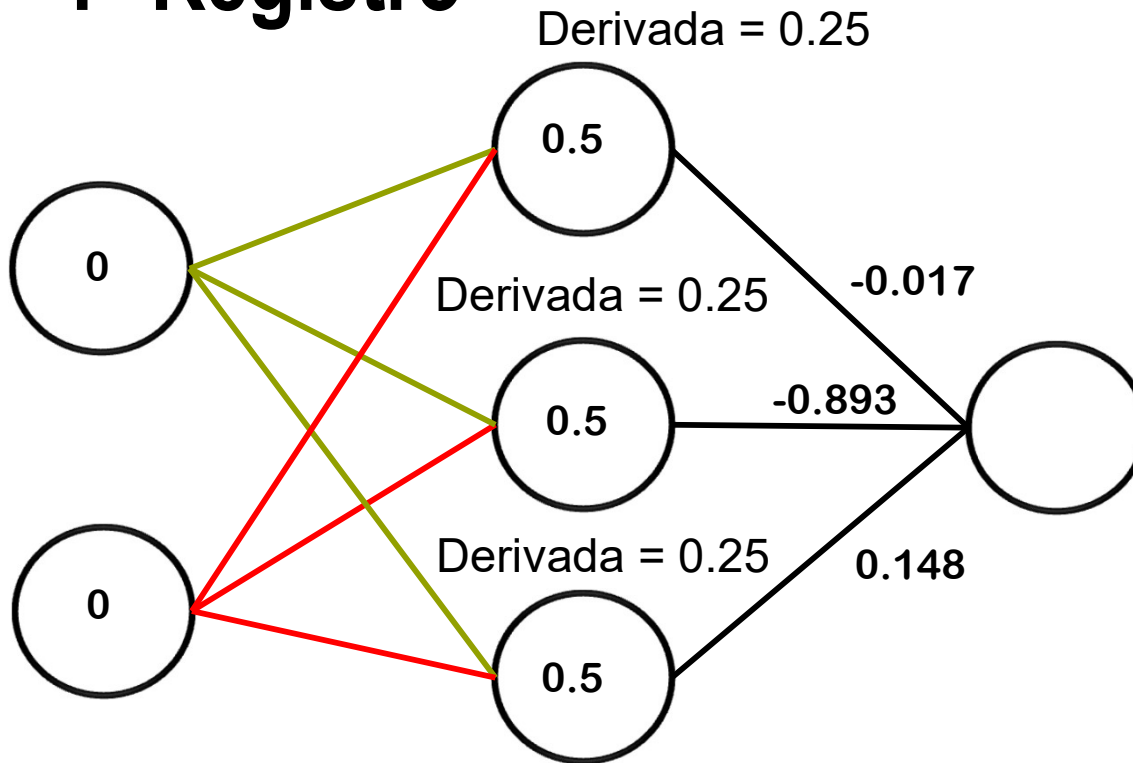
Delta camada oculta



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta oculta = Derivada ativação * peso * Delta saída

1º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta oculta = Derivada ativação * peso * Delta saída

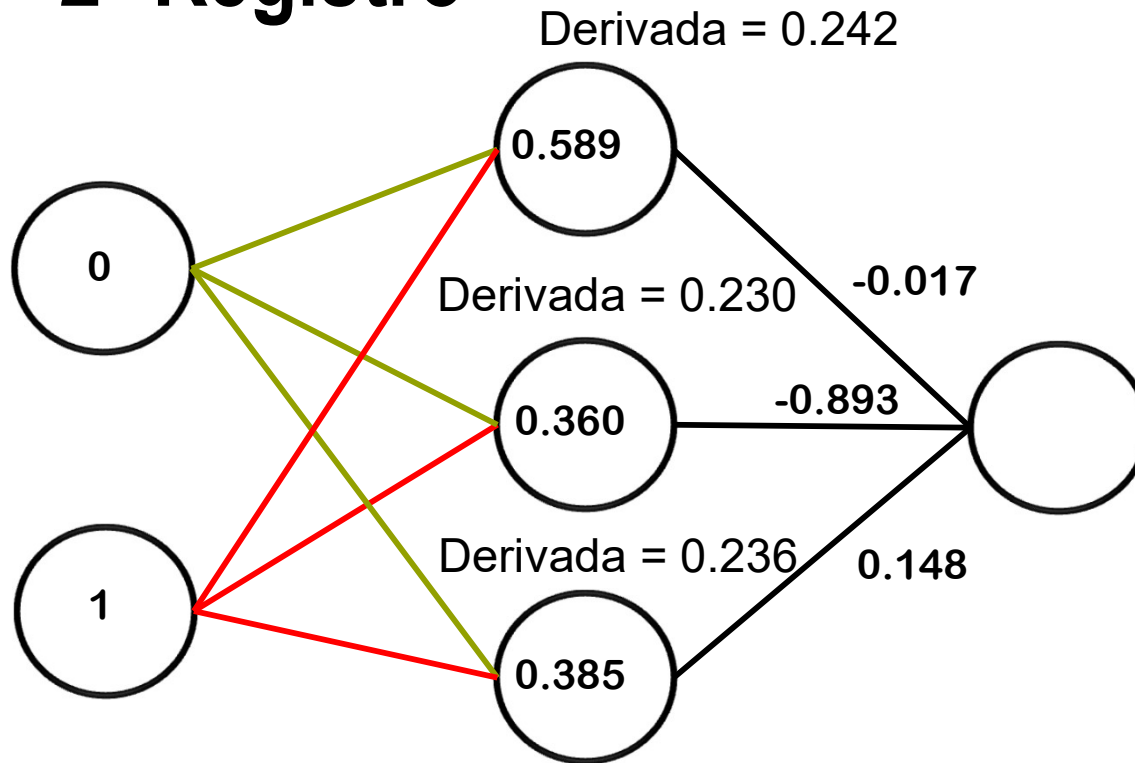
Delta saída = -0.098

Delta oculta 1 = $0.25 * (-0.017) * (-0.098) = \mathbf{0.000}$

Delta oculta 2 = $0.25 * (-0.893) * (-0.098) = \mathbf{0.022}$

Delta oculta 3 = $0.25 * 0.148 * (-0.098) = \mathbf{-0.004}$

2º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta oculta = Derivada ativação * peso * Delta saída

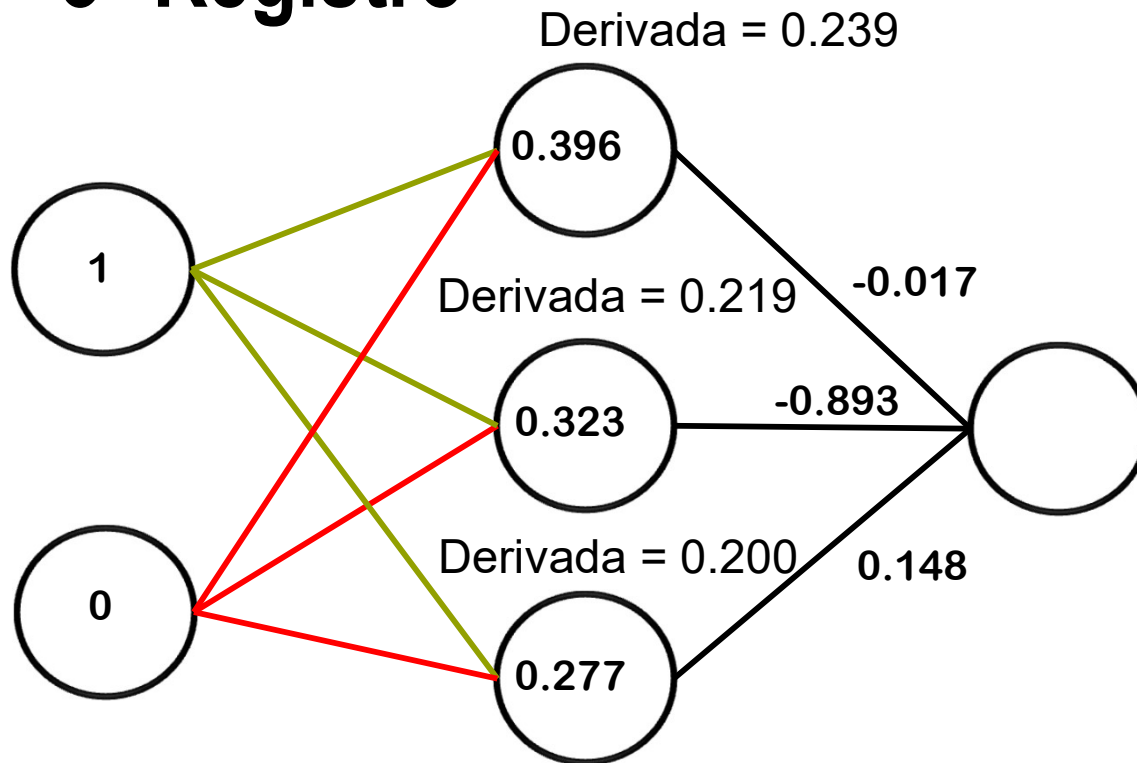
Delta saída = 0.139

Delta oculta 1 = $0.242 * (-0.017) * 0.139 = -0.001$

Delta oculta 2 = $0.230 * (-0.893) * 0.139 = -0.029$

Delta oculta 3 = $0.236 * 0.148 * 0.139 = 0.005$

3º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta oculta = Derivada ativação * peso * Delta saída

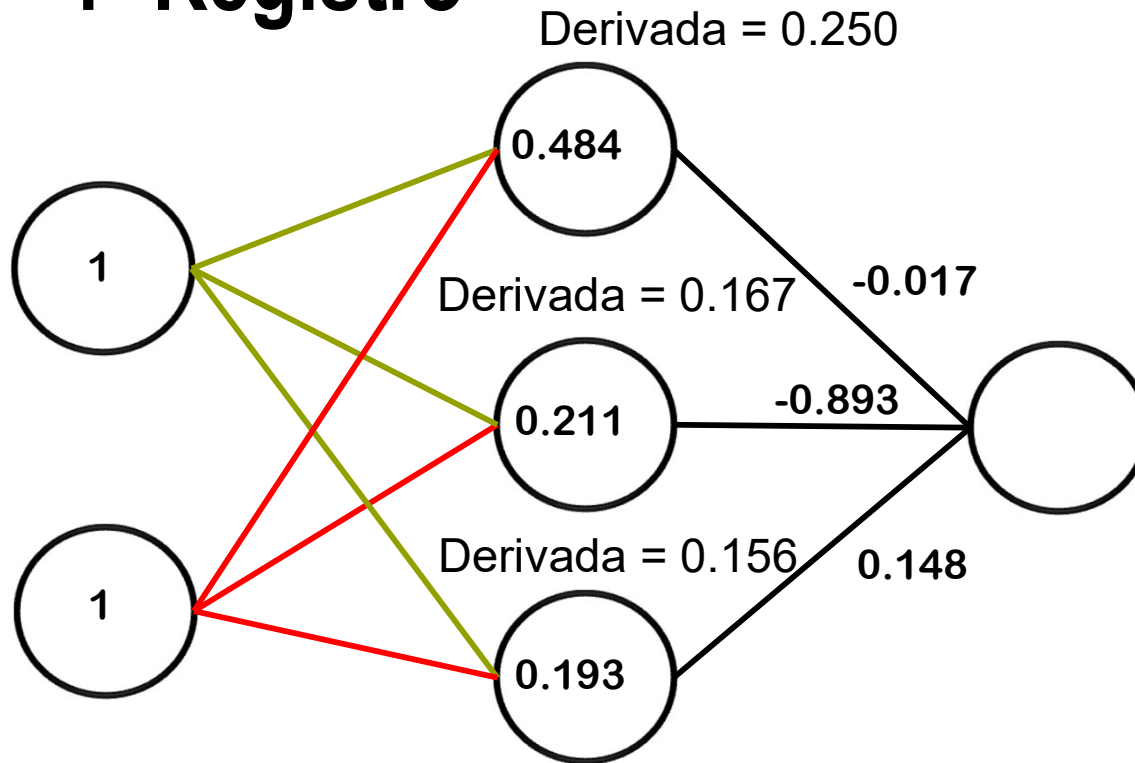
Delta saída = 0.139

Delta oculta 1 = $0.239 * (-0.017) * 0.139 = -0.001$

Delta oculta 2 = $0.219 * (-0.893) * 0.139 = -0.027$

Delta oculta 3 = $0.200 * 0.148 * 0.139 = 0.004$

4º Registro



X1	X2	CLASSE
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Delta oculta = Derivada ativação * peso * Delta saída

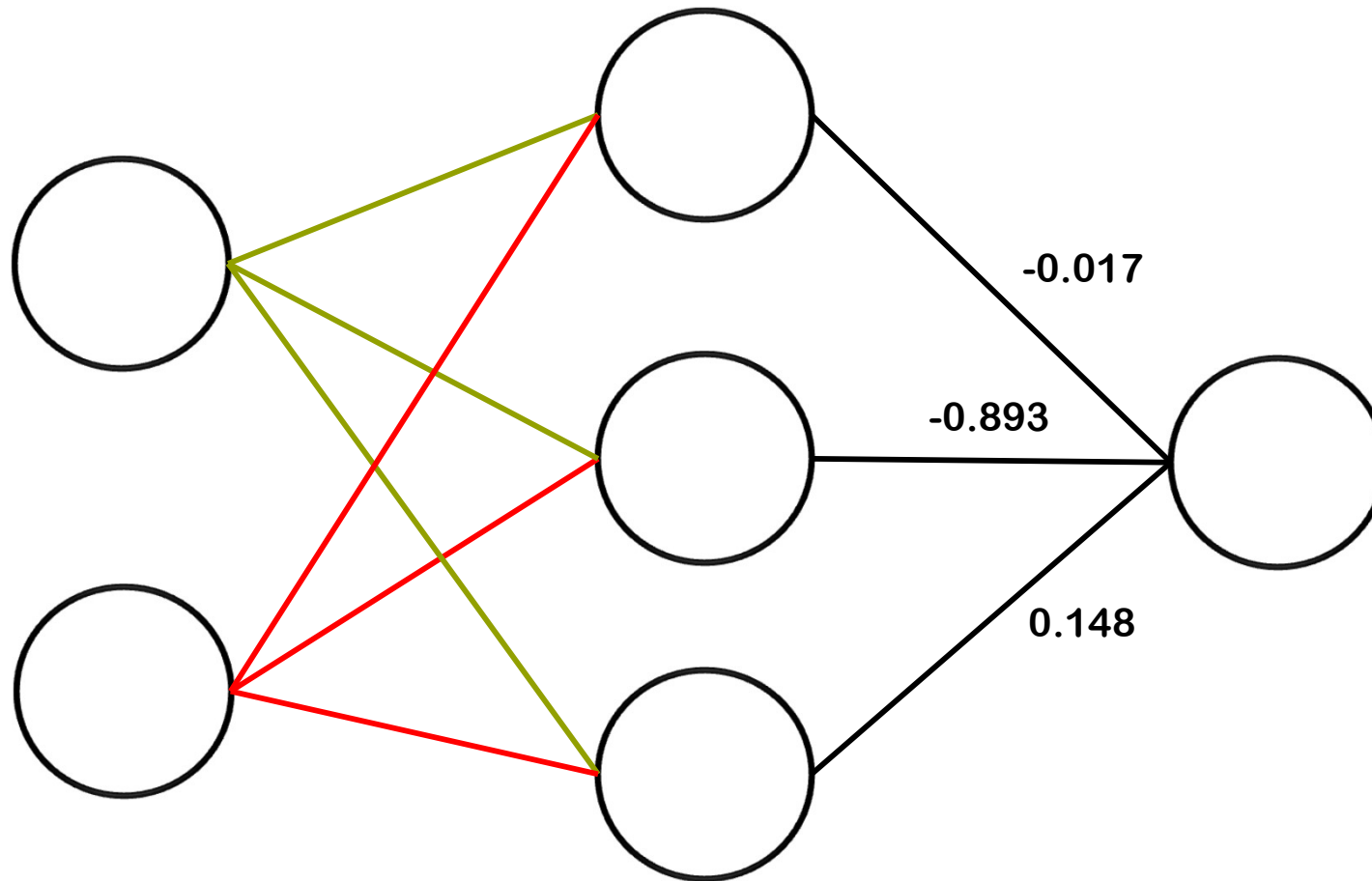
Delta saída = -0.114

Delta oculta 1 = $0.250 * (-0.017) * (-0.114) = \mathbf{0.000}$

Delta oculta 2 = $0.167 * (-0.893) * (-0.114) = \mathbf{0.017}$

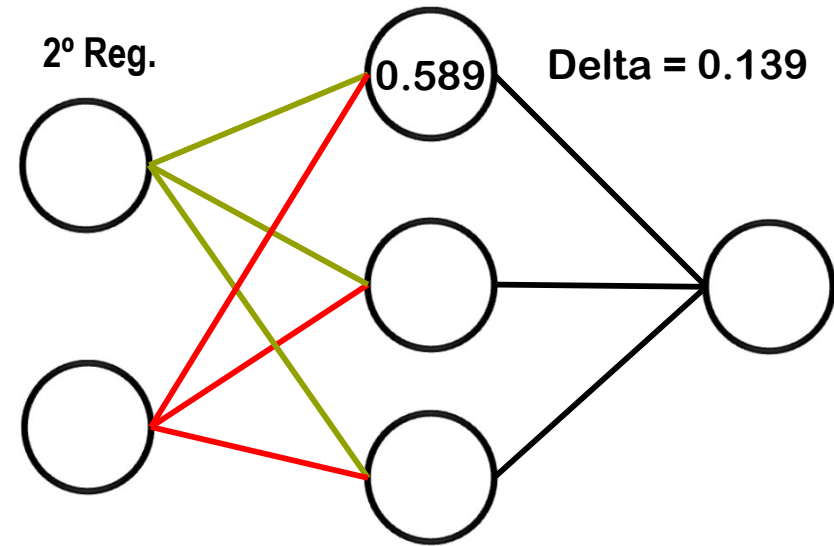
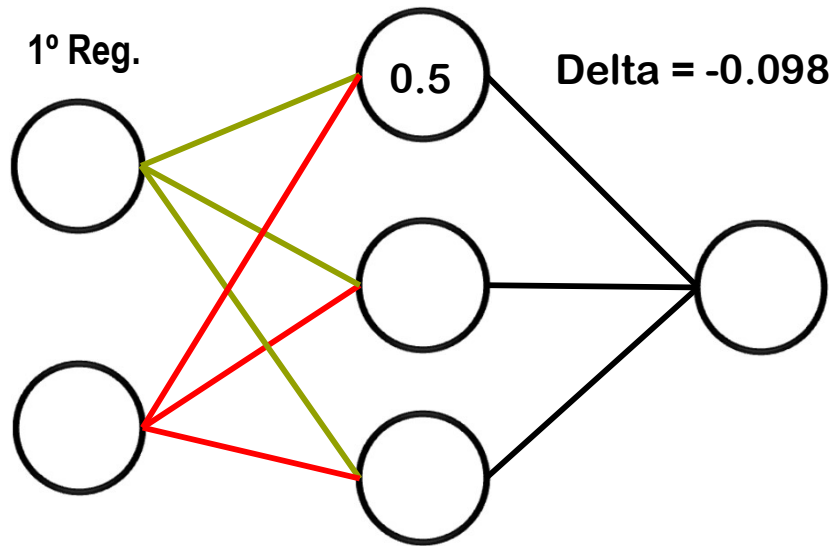
Delta oculta 3 = $0.156 * 0.148 * (-0.114) = \mathbf{-0.003}$

Atualização dos pesos (*backpropagation*)

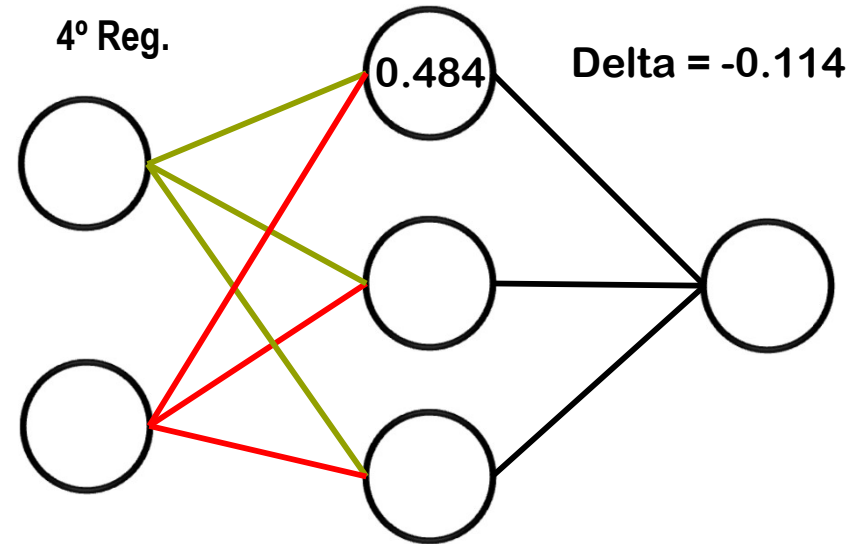
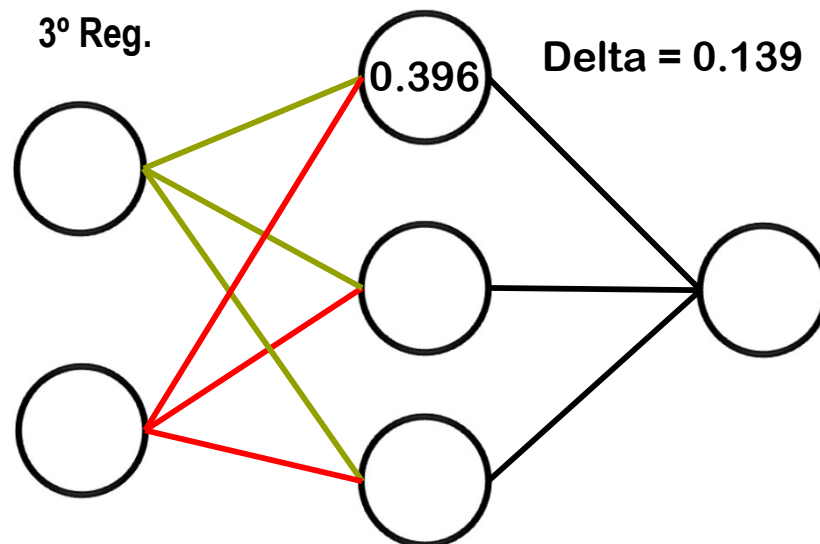


$$\text{Peso}_{n+1} = (\text{Peso}_n * \text{momento}) + (\text{entrada} * \text{Delta saída} * \text{taxa de aprendizagem})$$

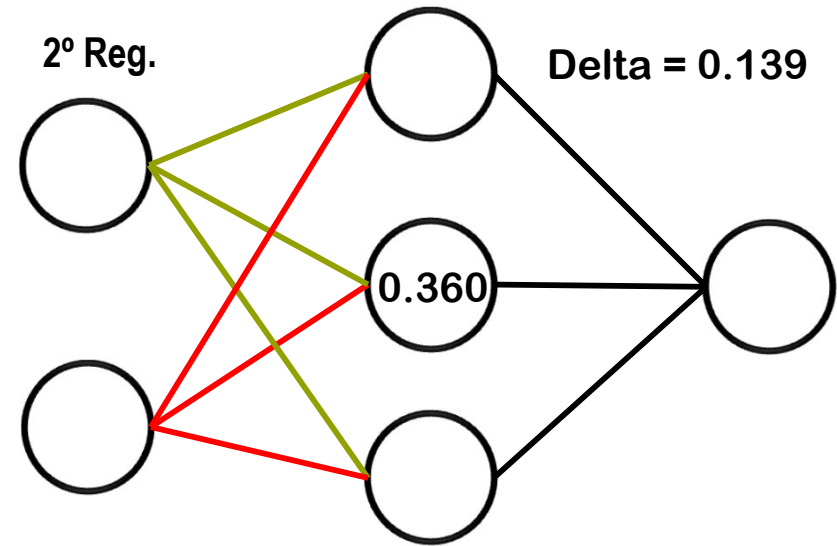
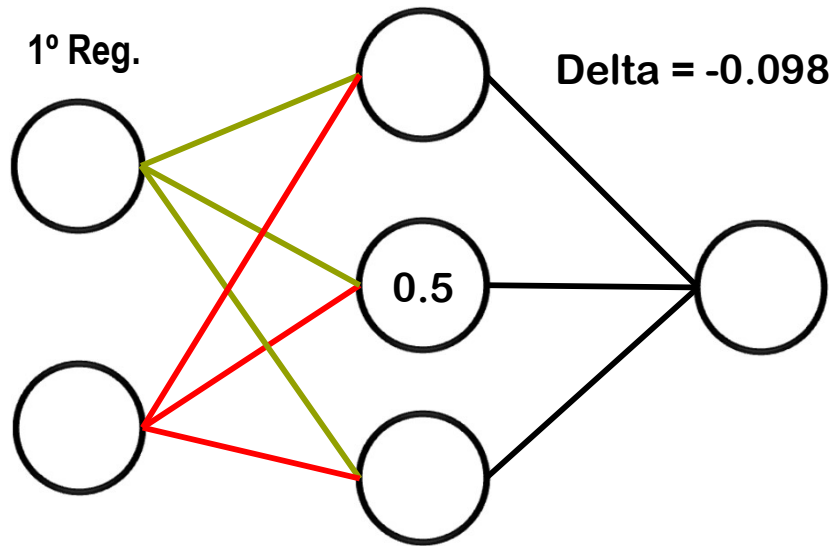
Entrada * Delta saída



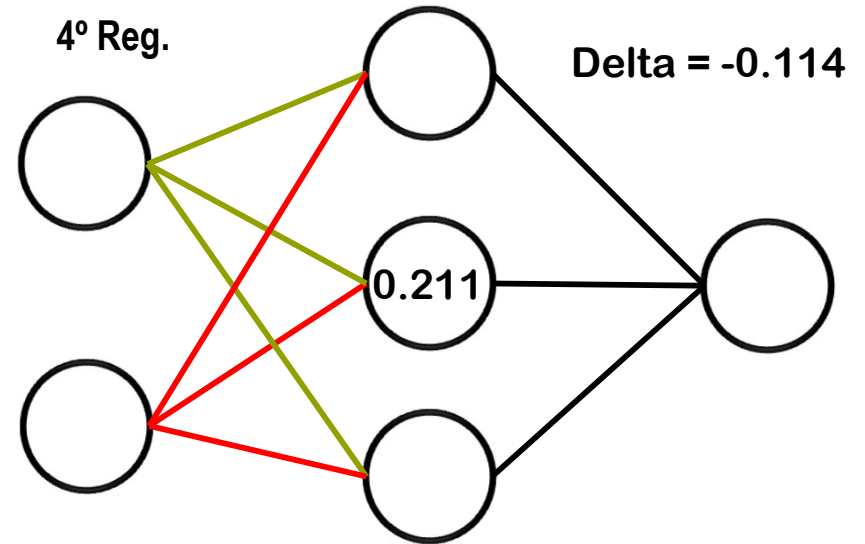
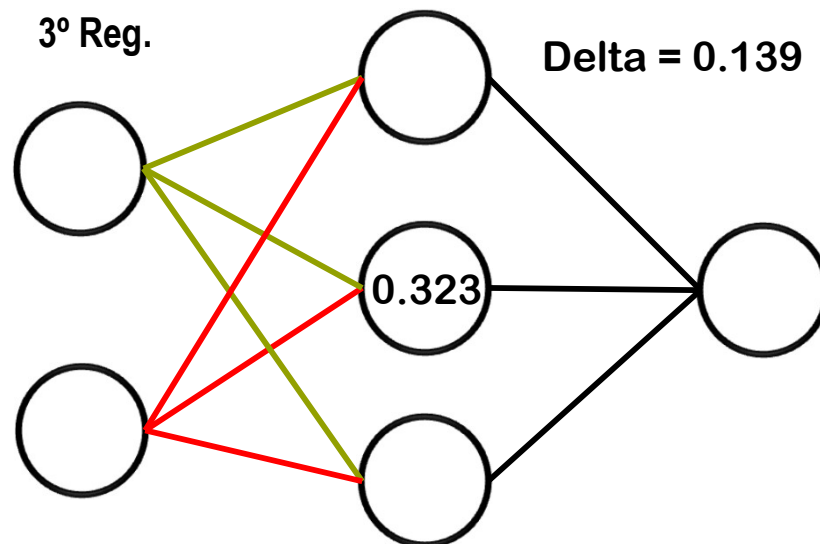
$$\text{Entrada} * \text{delta } 1 = 0.5 * (-0.098) + 0.589 * 0.139 + 0.396 * 0.139 + 0.484 * (-0.114) = \mathbf{0.032}$$



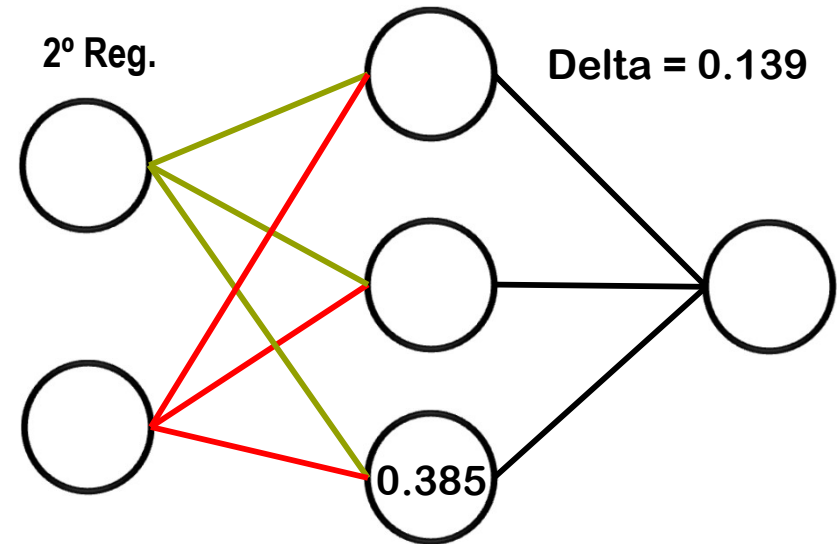
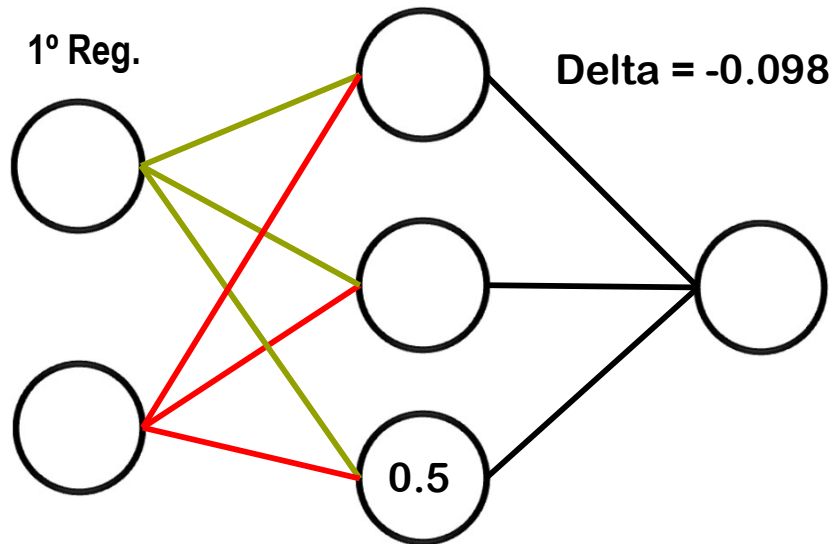
Entrada * Delta saída



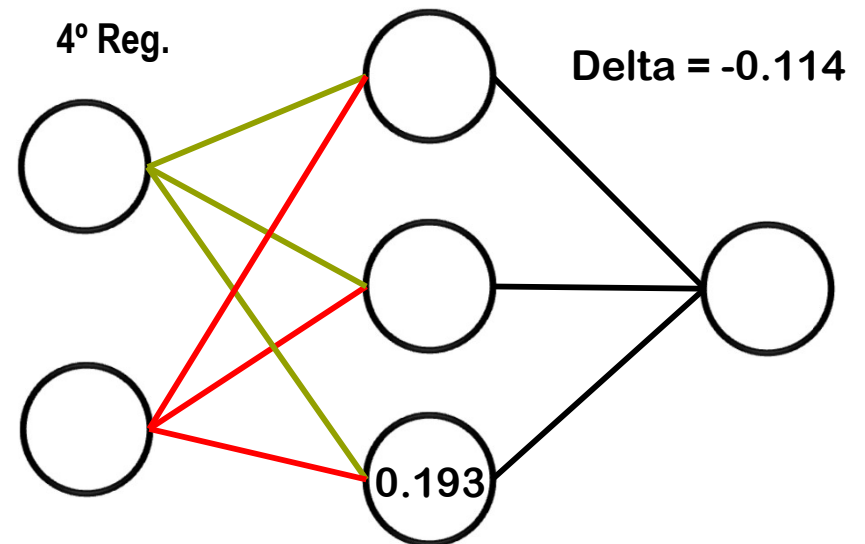
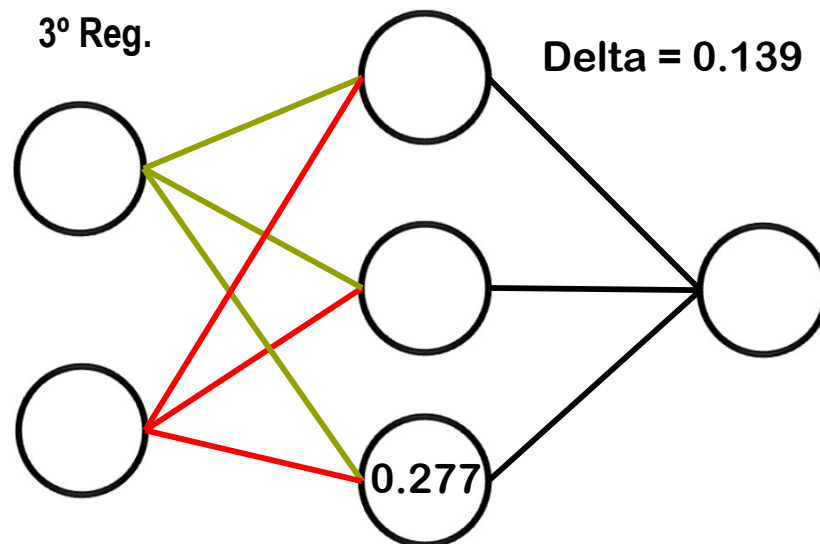
$$\text{Entrada} * \text{delta 2} = 0.5 * (-0.098) + 0.360 * 0.139 + 0.323 * 0.139 + 0.211 * (-0.114) = \mathbf{0.022}$$



Entrada * Delta saída



$$\text{Entrada} * \text{delta } 3 = 0.5 * (-0.098) + 0.385 * 0.139 + 0.277 * 0.139 + 0.193 * (-0.114) = \mathbf{0.021}$$



Atualização dos pesos

$$\text{Peso}_{n+1} = (\text{Peso}_n * \text{momento}) + (\text{entrada} * \text{Delta saída} * \text{taxa de aprendizagem})$$

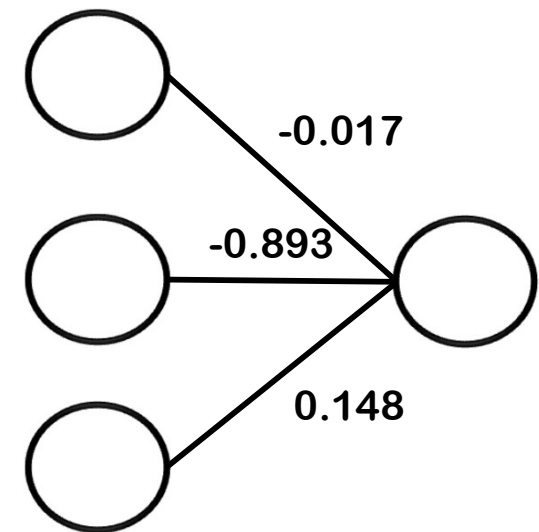
Taxa de aprendizagem = 0.3

Momento = 1

Entrada*delta 1 = 0.032

Entrada*delta 2 = 0.022

Entrada*delta 3 = 0.021

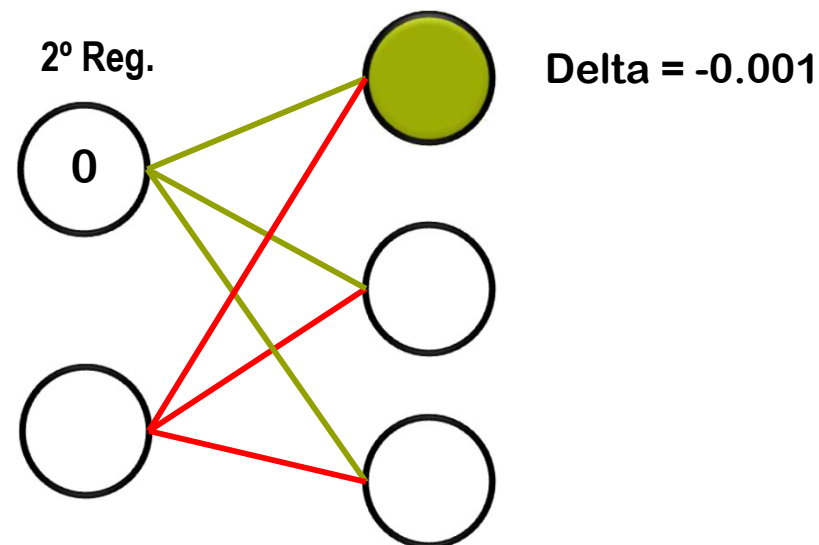
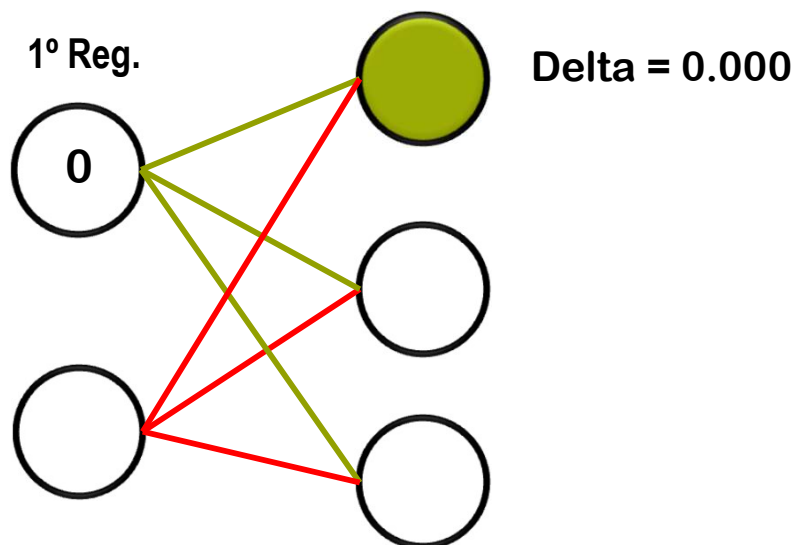


$$W_1 = (-0.017 * 1) + 0.032 * 0.3 = -0.007$$

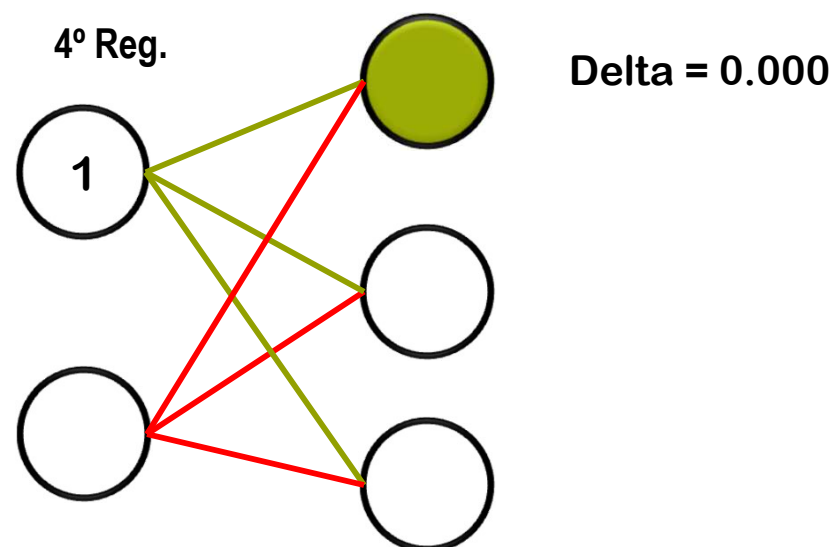
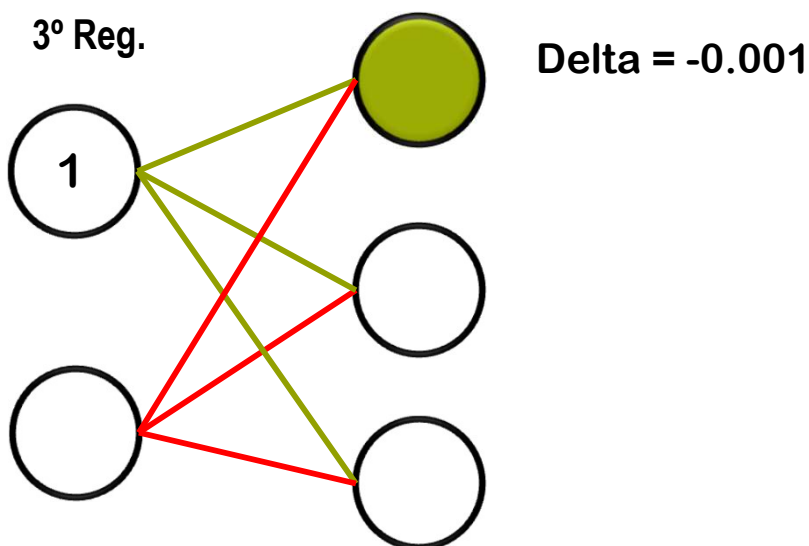
$$W_2 = (-0.893 * 1) + 0.022 * 0.3 = -0.886$$

$$W_3 = (0.148 * 1) + 0.021 * 0.3 = 0.154$$

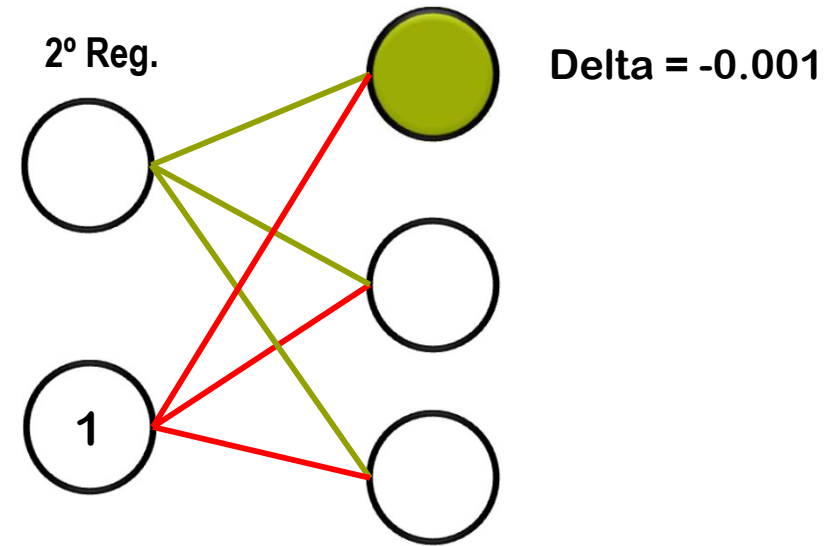
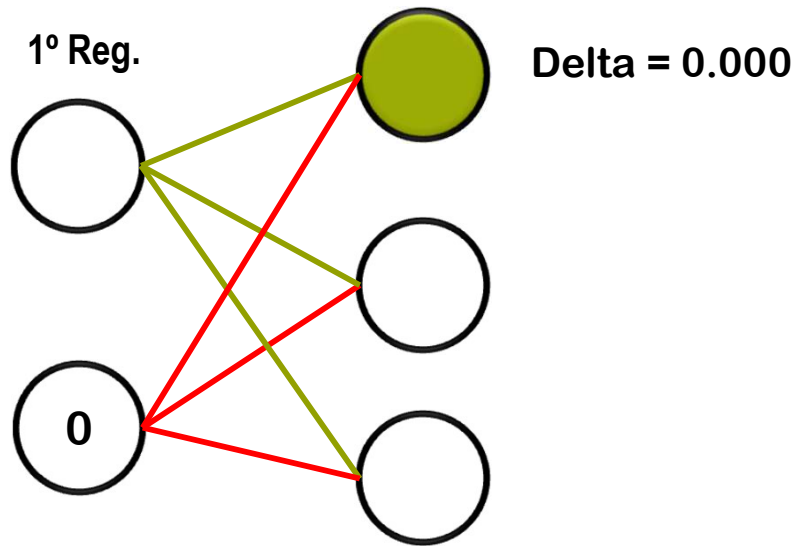
Entrada * Delta oculta (da 1ª Entrada para o 1º neurônio da camada oculta)



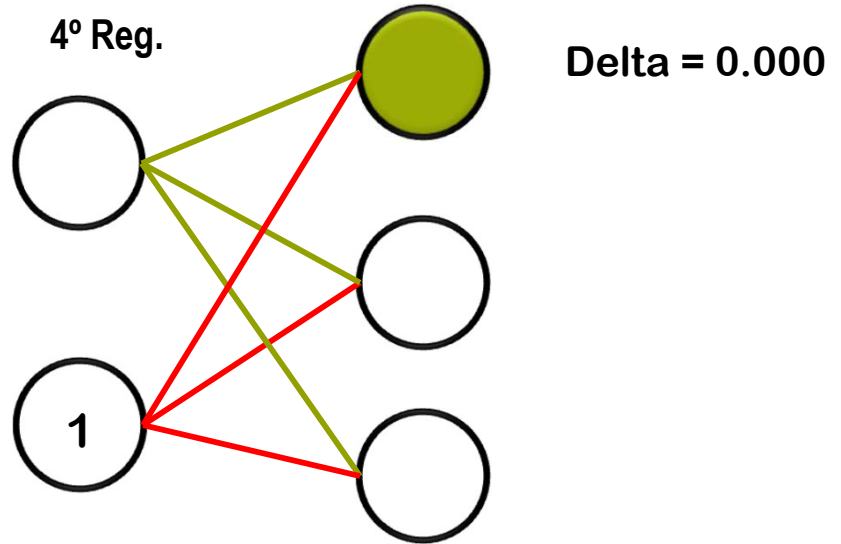
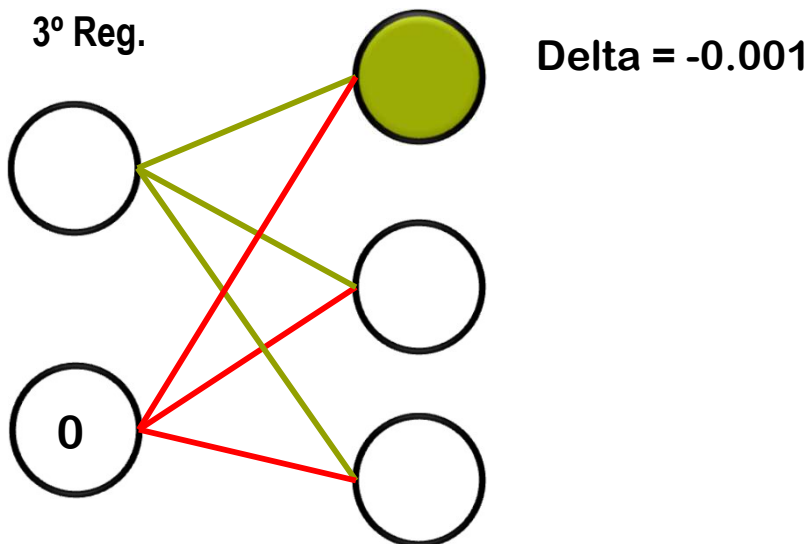
$$\text{Entrada} * \text{delta } 1 = 0 * 0.000 + 0 * (-0.001) + 1 * (-0.001) + 1 * 0.000 = -\mathbf{0.001}$$



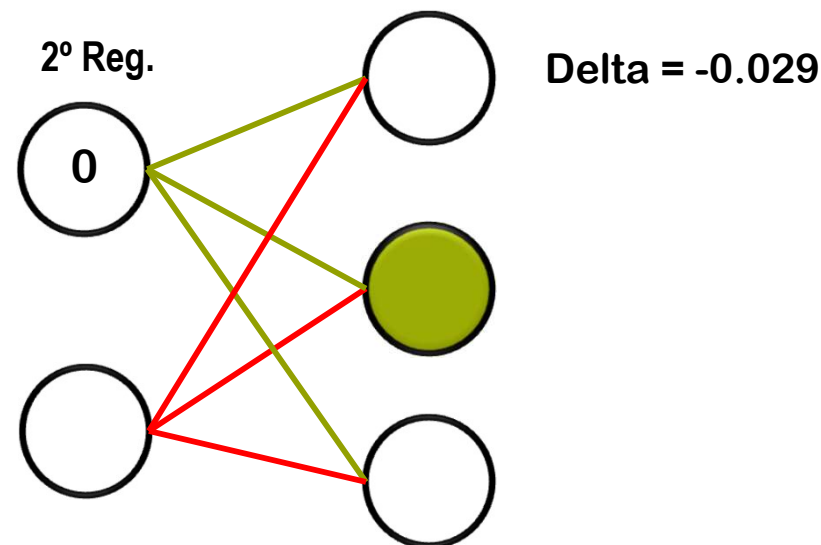
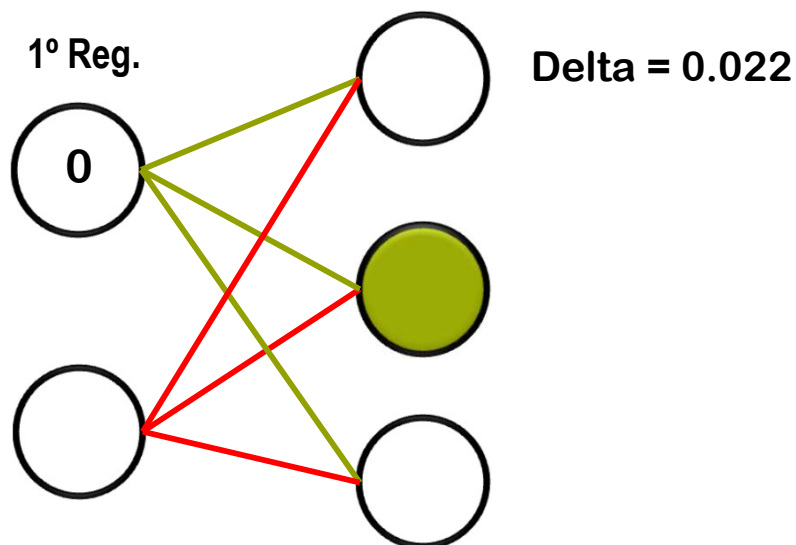
Entrada * Delta oculta (da 2ª Entrada para o 1º neurônio da camada oculta)



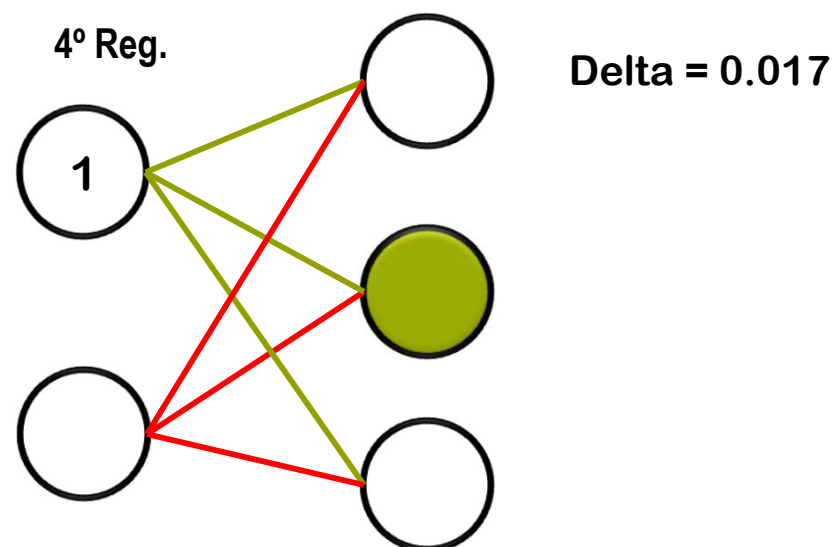
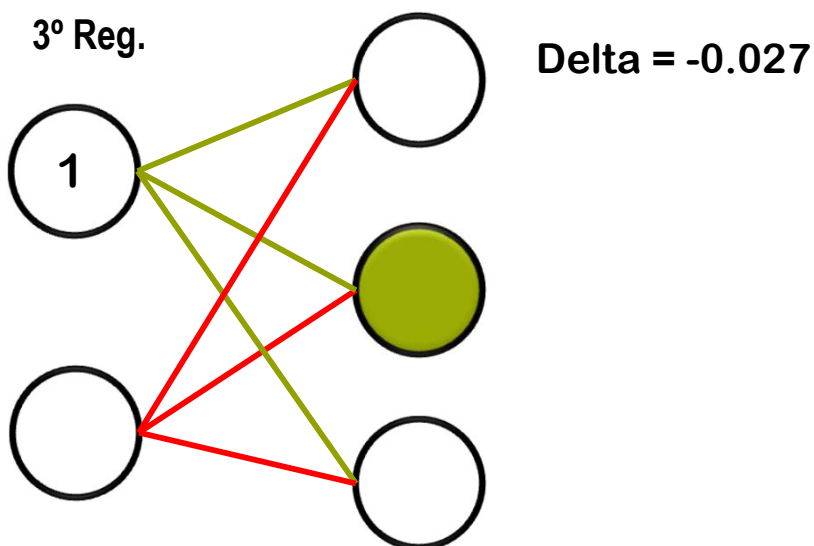
$$\text{Entrada} * \text{delta } 1 = 0 * 0.000 + 1 * (-0.001) + 0 * (-0.001) + 1 * 0.000 = -\mathbf{0.001}$$



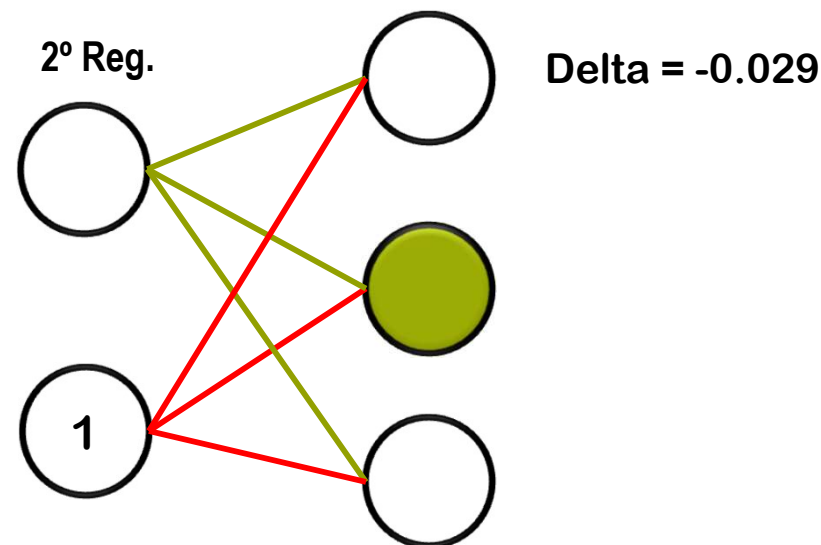
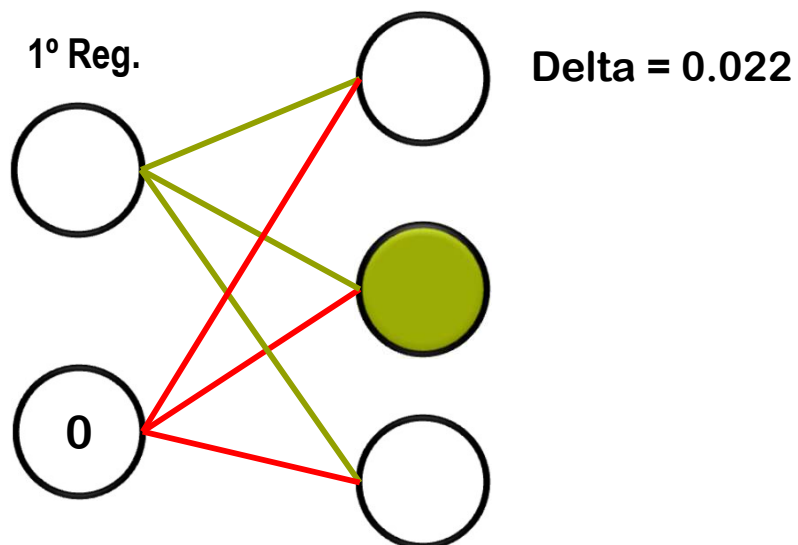
Entrada * Delta oculta (da 1ª Entrada para o 2º neurônio da camada oculta)



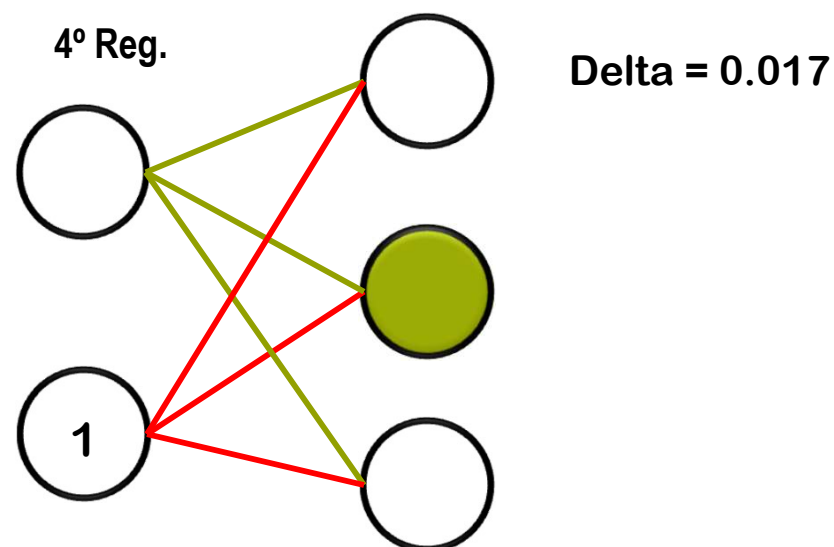
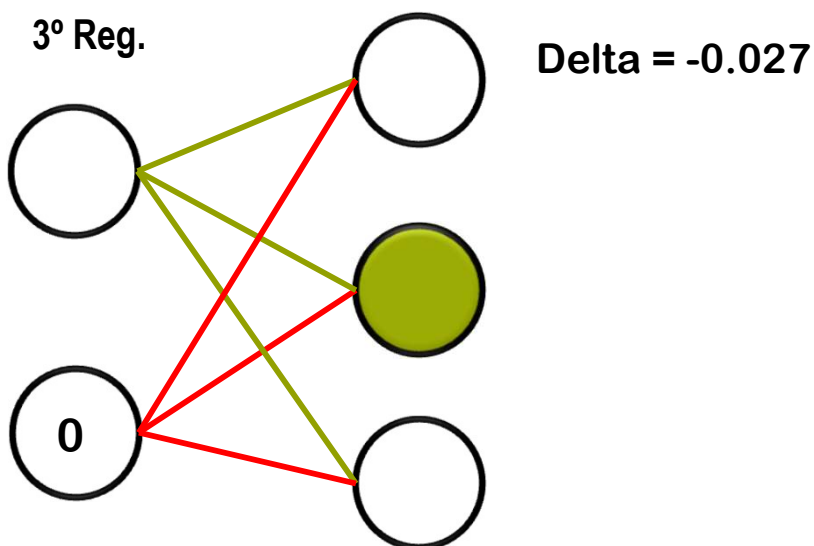
$$\text{Entrada} * \text{delta } 2 = 0 * 0.022 + 0 * (-0.029) + 1 * (-0.027) + 1 * 0.017 = -0.010$$



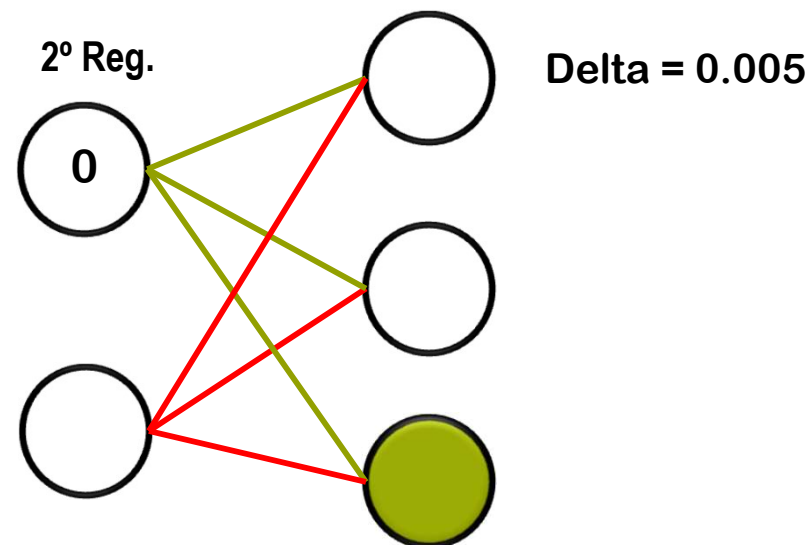
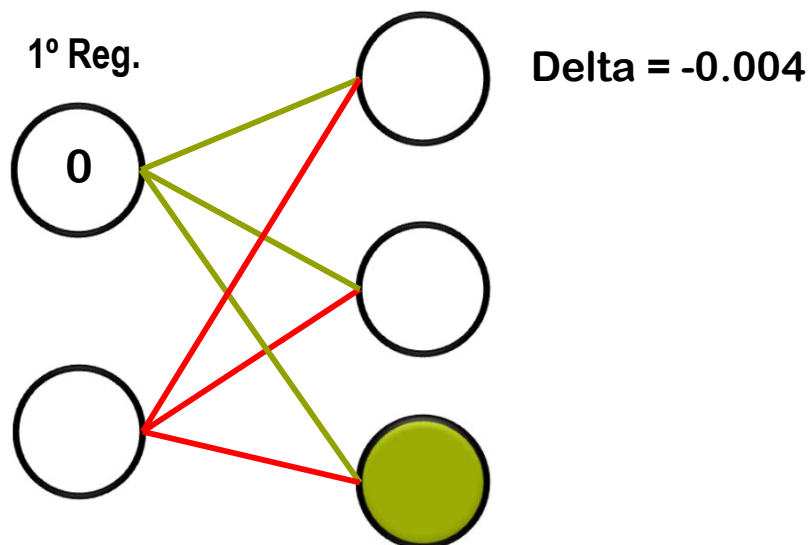
Entrada * Delta oculta (da 2ª Entrada para o 2º neurônio da camada oculta)



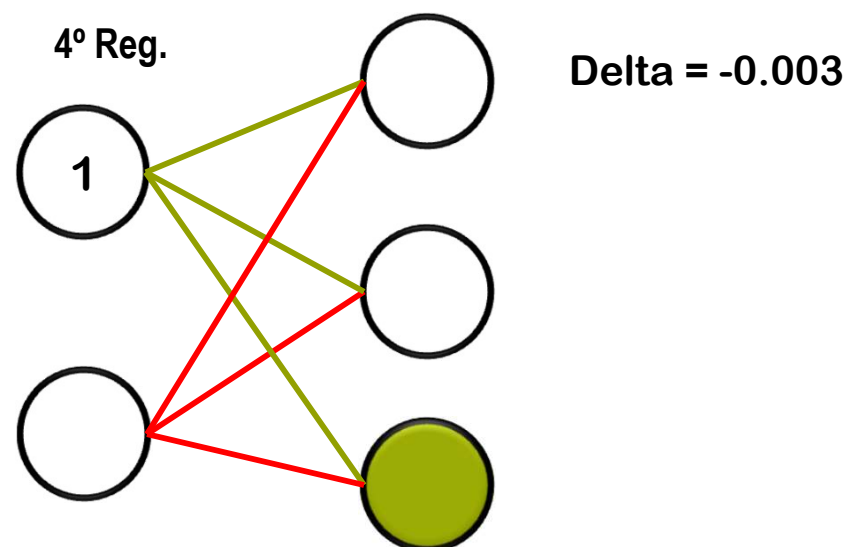
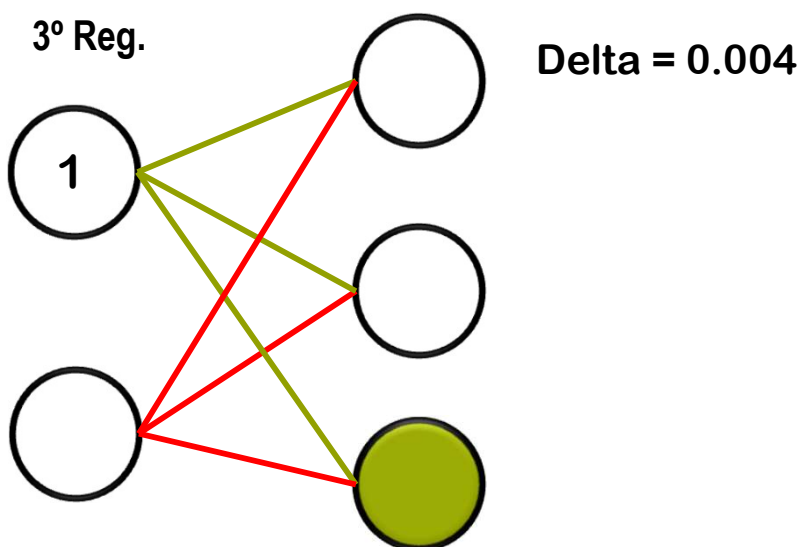
$$\text{Entrada} * \text{delta } 2 = 0 * 0.022 + 1 * (-0.029) + 0 * (-0.027) + 1 * 0.017 = -0.012$$



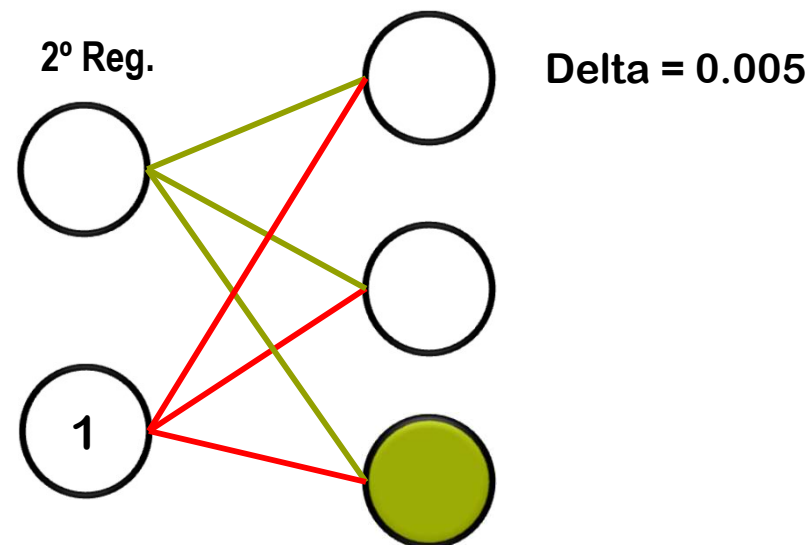
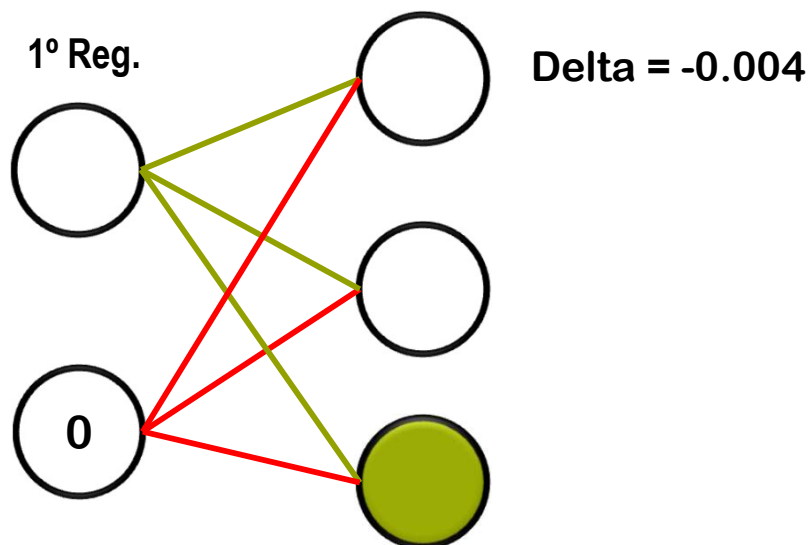
Entrada * Delta oculta (da 1ª Entrada para o 3º neurônio da camada oculta)



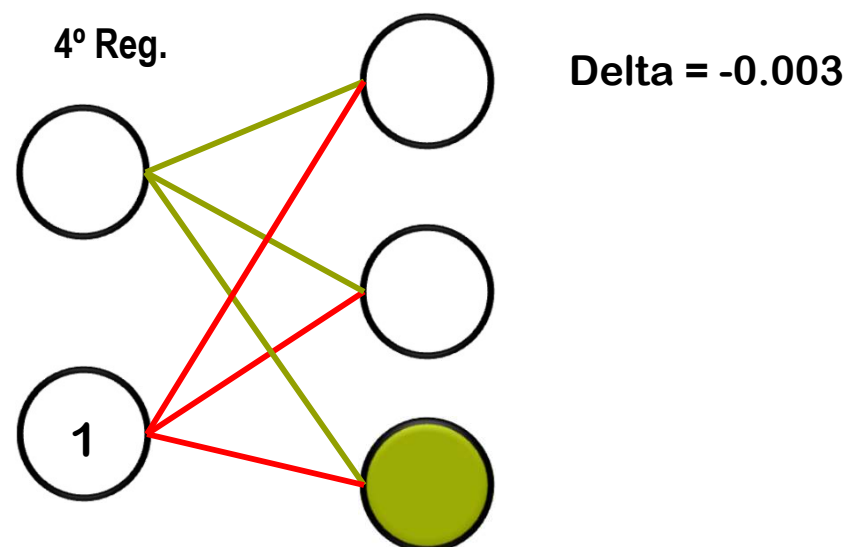
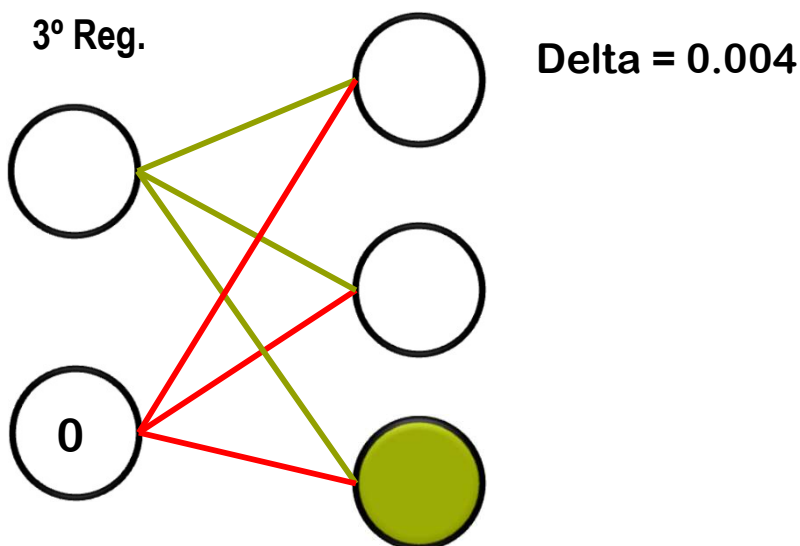
$$\text{Entrada} * \text{delta } 3 = 0 * (-0.004) + 0 * 0.005 + 1 * (0.004) + 1 * (-0.003) = \mathbf{0.001}$$



Entrada * Delta oculta (da 2ª Entrada para o 3º neurônio da camada oculta)



$$\text{Entrada} * \text{delta } 3 = 0 * (-0.004) + 1 * 0.005 + 0 * (0.004) + 1 * (-0.003) = \mathbf{0.002}$$



Atualização dos pesos

$$\text{Peso}_{n+1} = (\text{Peso}_n * \text{momento}) + (\text{entrada} * \text{Delta saída} * \text{taxa de aprendizagem})$$

Taxa de aprendizagem = 0.3

Momento = 1

Entrada*delta n1 = -0.000; -0.000

Entrada*delta n2 = -0.010; -0.012

Entrada*delta n3 = 0.001; 0.002

$$W_1 = (-0.424 * 1) + (-0.001 * 0.3) = \mathbf{-0.4243}$$

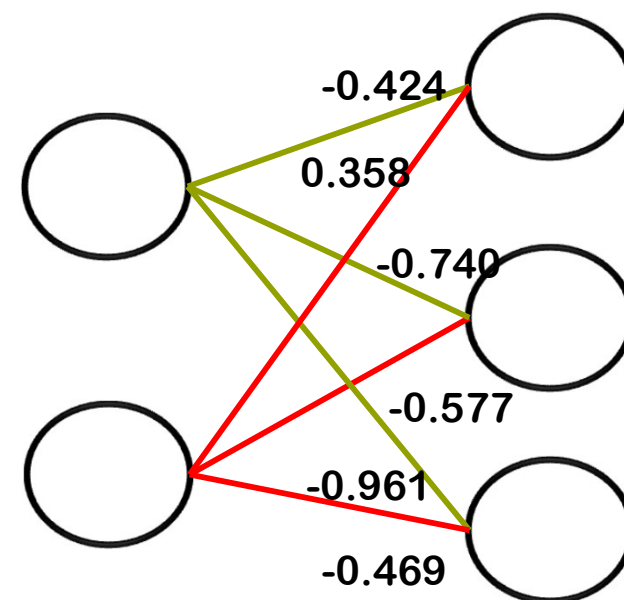
$$W_2 = (0.358 * 1) + (-0.001 * 0.3) = \mathbf{0.3577}$$

$$W_3 = (-0.740 * 1) + (-0.010 * 0.3) = \mathbf{-0.743}$$

$$W_4 = (-0.577 * 1) + (-0.012 * 0.3) = \mathbf{-0.581}$$

$$W_5 = (-0.961 * 1) + (0.001 * 0.3) = \mathbf{-0.961}$$

$$W_6 = (-0.469 * 1) + (0.002 * 0.3) = \mathbf{-0.468}$$



Taxa de aprendizagem e momento

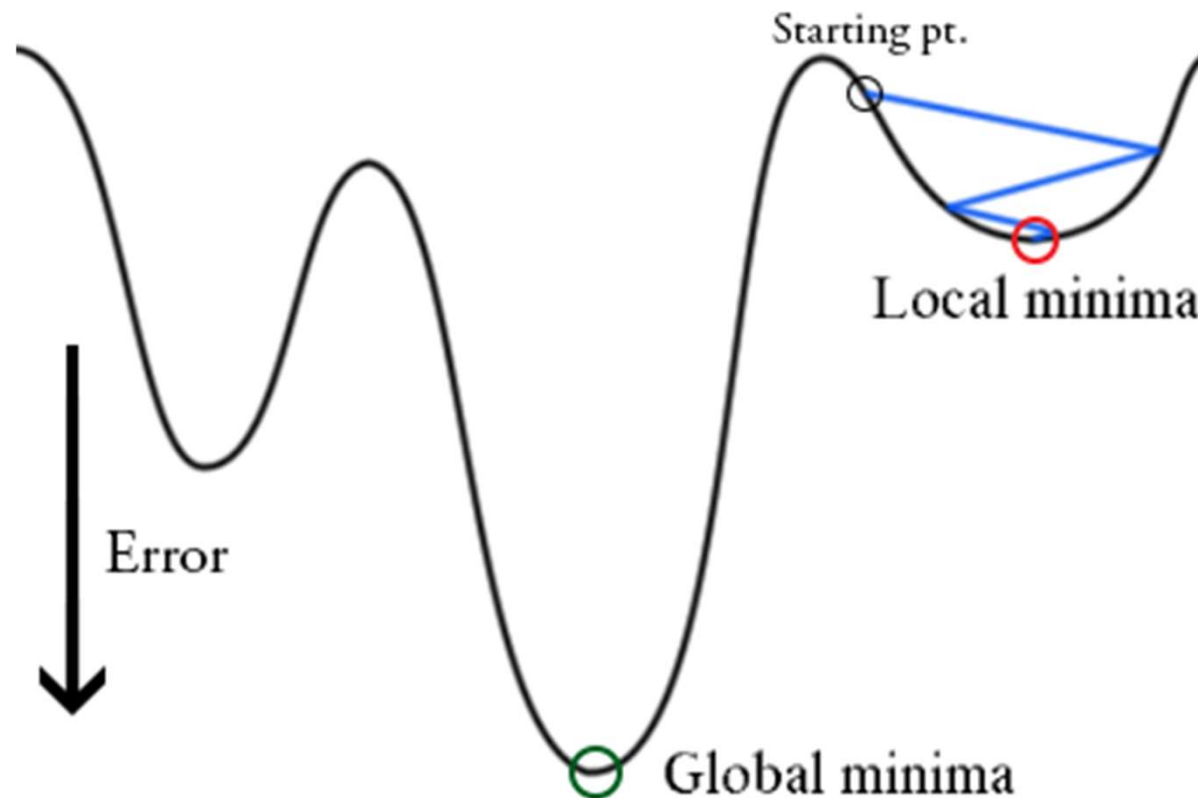
Taxa de aprendizagem:

- Define o quão rápido o algoritmo vai aprender.
- Alto: convergência é mais rápida mas pode perder um mínimo global.
- Baixo: o processo será mais lento mas tem mais chances de chegar no mínimo global.

Momento

- Escapar de mínimos locais.
- Define o quão confiável foi a última alteração.

Momento e taxa de aprendizagem



Etapas para desenvolver uma RNA

1 – Coleta de dados

- Os dados devem ser significativos e cobrir amplamente o domínio do problema e também as exceções.

2 – Separação em conjuntos

- Dados treinamento, dados de teste e dados de validação (verificar a performance sob condições reais de utilização).

Etapas para desenvolver uma RNA

3 – Configuração da rede

- Seleção do paradigma neural (Supervisionado ou Não-Supervisionado)
- Definição da topologia da rede
- Definição de parâmetros do algoritmo de treinamento e funções de ativação

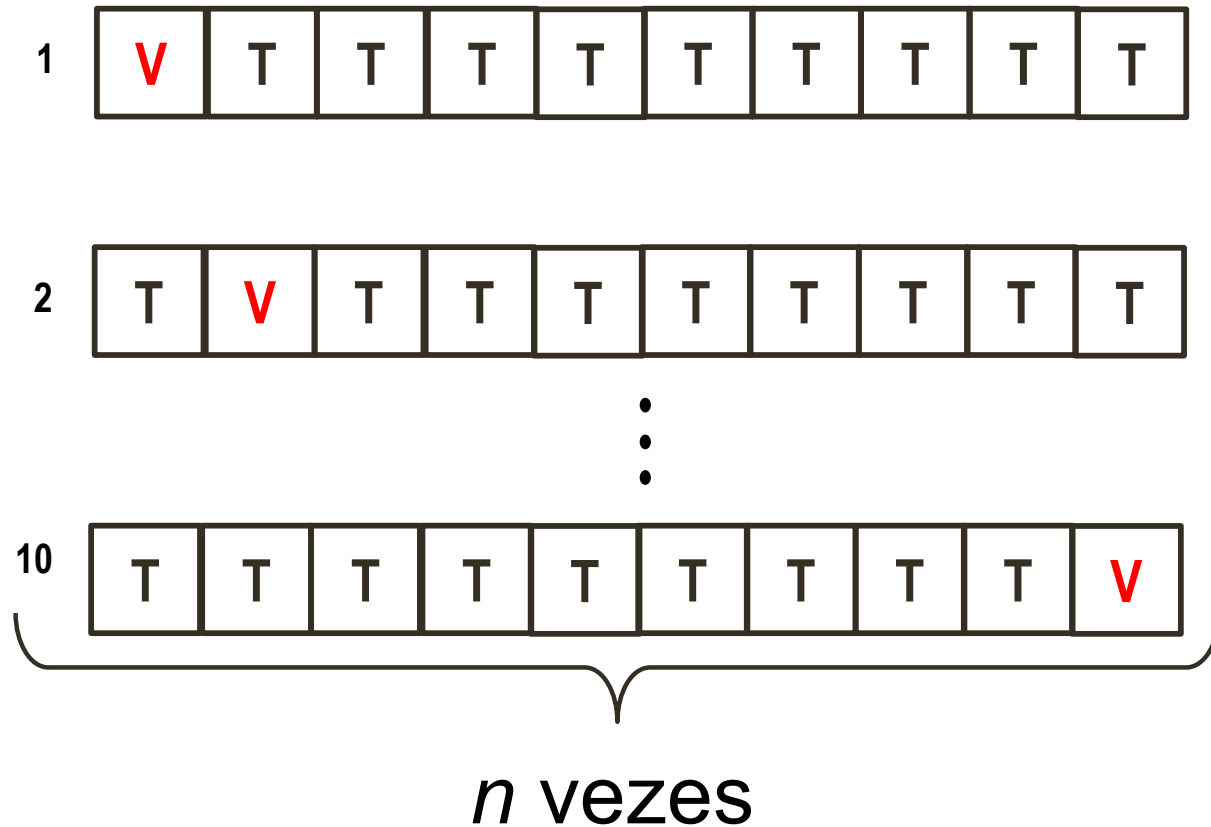
4 – Treinamento

- Emprego do algoritmo de treinamento
- Ajuste do peso das conexões

5 – Validação ou teste

- Determinar a performance da rede, medida nessa fase, é uma boa indicação de sua performance real.

VALIDAÇÃO CRUZADA



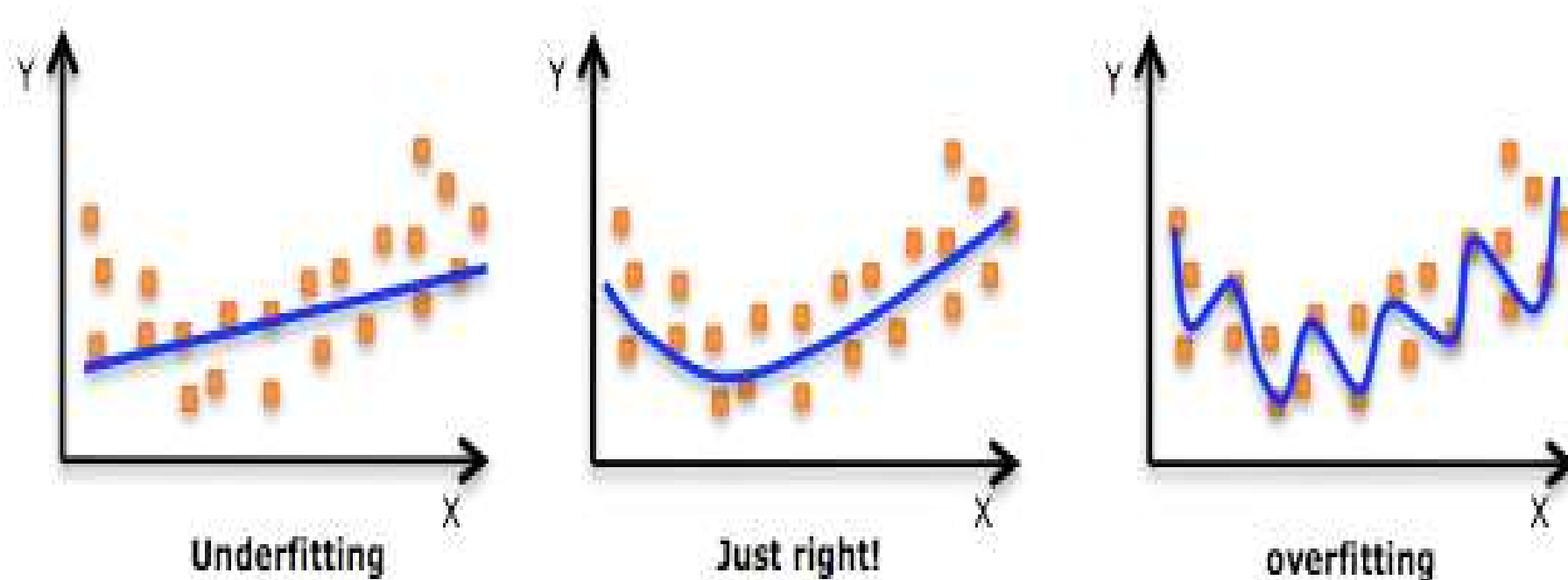
MATRIZ DE CONFUSÃO

	Doente positivo	Doente negativo
Doente positivo	Verdadeiro positivo	Falso negativo
Doente negativo	Falso positivo	Verdadeiro negativo

PROBLEMAS

Principais problemas

- Sobre ajuste (*overfitting*).
- Falta de ajuste (*underfitting*).



- Para simular graficamente as redes neurais você poderá acessar o seguinte link (<http://playground.tensorflow.org/>). Veja o que acontece quando você adicionar mais camadas (layers), neurônios, dados de entrada, etc.



INSTITUTO FEDERAL
Sudeste de Minas Gerais