Diego Oleiart

Ejercicio 1:

a) $P(X=0)=0,5$ $P(X=1)=0,25$ $P(X=2)=0,0625$ $P(X=3)=0,1875$

$$f(x)=\begin{cases}0,5 & si\ x=0\\ 0,25 & si\ x=1\\ 0,0625 & si\ x=2\\ 0,1875 & x=3\end{cases}$$

$E(x)=0*0,5+1*0,25+2*0,0625+3*0,1875$
$=0,9375$

b) Para el método de la Transformada Inversa, utilizo las probabilidades calculadas anteriormente para armar la acumulada, con el método optimizado

$$F(x)=\begin{cases}0 & si\ x\leq 0,5\\ 1 & si\ 0,5<x\leq 0,75\\ 3 & si\ 0,75<x\leq 0,9375\\ 2 & si\ 0,9375<x\leq 1\end{cases}$$

y genero una Uniforme $X\sim U(0,1)$, la cual comparo con lo mencionado anteriormente

Ejercicio 2:

a) $0\leq x<1/3$: $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\frac{2}{3}\int_{0}^{x}1\,dt=\frac{2}{3}x$ $F(1/3)=\frac{2}{9}$

$1/3\leq x<\frac{2}{3}$: $F(x)=\frac{2}{9}+\int_{1/3}^{x}2t\,dt=\frac{2}{9}+\left(x^2-\frac{1}{9}\right)$ $F(2/3)=\frac{2}{9}+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{1}{9}=\frac{5}{9}$
$=x^2+\frac{1}{9}$

$\frac{2}{3}\leq x\leq 1$: $F(x)=\frac{5}{9}+\frac{4}{3}\int_{2/3}^{x}1\,dt=\frac{4}{3}\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}x-\frac{8}{9}+\frac{5}{9}=\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$ $F(1)=\frac{4}{3}-\frac{1}{3}=1$

Calcular las inversas:

$0\leq x<1/3$: $U=\frac{2}{3}x \Rightarrow \frac{3}{2}U=x$

$1/3\leq x<2/3$: $U=x^2+\frac{1}{9} \Rightarrow \sqrt{U-\frac{1}{9}}=x$

$2/3\leq x\leq 1$: $U=\frac{4}{3}x-\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{4}\left(U+\frac{1}{3}\right)=x$

Ejercicio 3:

a) Siendo $g(x)$ una exponencial $Y \sim exp(\lambda)$ cuya funcion de probabilidad es $g(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$ calculo $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \leq C$

$x > 0$

$h(x) = \frac{4x^2 \cdot e^{-2x}}{\lambda e^{-\lambda x}} = \frac{4x^2 \cdot e^{-x}}{\lambda \cdot e^{\lambda}}$; con exp(1): $h(x) = \frac{4x^2 \cdot e^{-2x}}{e^{-x}} = 4x^2 \cdot e^{-x}$

exp(2): $h(x) = 2x^2$ creciente, no se puede usar ; exp(3): $h(x) = \frac{4x^2 \cdot e^{-2x}}{3 \cdot e^{-3x}} = \frac{4}{3} \cdot x^2 \cdot e^{x}$ → creciente

Utilizo exp(1) porque tiene maximo en $x=2$ (para $x<2$ es creciente y para $x>2$ es decreciente)

$h'(x) = -4(x-2) \times e^{-x}$ $\quad C = h(2) = 4 \times 4 \times exp(-2) = 2{,}1654$ luego $\frac{f(x)}{g(x) \cdot C} = \frac{4x^2}{e^{x} \cdot 2{,}1654}$

Ejercicio 4:

b) Escrito como comentario, codigo ejercicio 4