

RECUPERATORIO PARCIAL 2 - 23/06/2022

El código `python` utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con “►” se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características:

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre.py` o `apellido_nombre.ipynb`.
 - El archivo deberá contener las funciones `ejercicio1()`, `ejercicio2()`, etc., con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
 - Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.
-

Ejercicio 1: El siguiente código simula valores de una variable aleatoria X por el Método de la Urna.

```
from random import random

def UrnaX( A ) :
    I = int(random() * 128)
    return A[I]
```

A es un arreglo de dimensión 128 con las siguientes características: La mitad de sus elementos son iguales a 0, hay 32 elementos iguales a 1, hay 8 elementos iguales a 2 y los restantes elementos son iguales a 3.

- a) Dar la distribución de probabilidad de la variable X y calcular su valor esperado.
- b) Explicar el método de la transformada inversa para generar valores de esta variable.
- c) ► Escribir un programa `TInversaX(A)` cuyo argumento sea el arreglo A y genere valores de X por el método explicado en (b). Utilizar este programa para estimar $E[X]$ con 1000 simulaciones e imprimir este valor.

Ejercicio 2: La función de densidad de una variable aleatoria X está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} & \text{si } 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ 2x & \text{si } \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} & \text{si } \frac{2}{3} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso,} \end{cases}$$

- Describir cómo se aplica el método de la transformada inversa para generar valores de la variable aleatoria X .
- Escribir un programa `variableX()` en Python que genere valores de X utilizando el método explicado en (b). Utilizar este código para estimar $P(0.2 < X \leq 0.5)$ con 10000 simulaciones. Imprimir este valor.

Ejercicio 3: Considerar la variable aleatoria X con densidad f :

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 e^{-2x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Se pide aplicar el método de aceptación y rechazo para generar valores de X . Para esto:

- Indicar cuáles de las siguientes distribuciones exponenciales pueden ser utilizadas como variable de rechazo:

■ $Y \sim \mathcal{E}(1)$
■ $Y \sim \mathcal{E}(2)$
■ $Y \sim \mathcal{E}(3)$
- Seleccionar una distribución adecuada de las listadas en (a), y explicar cómo se obtiene un algoritmo por el método de aceptación y rechazo para generar valores de X rechazando con Y .
- Escribir un código en Python `rechazoX()` que genere valores de X usando el método descrito en (b). Utilizar este código para estimar $P(X > 1)$. Imprimir este valor.

Ejercicio 4: En un experimento se arroja sucesivamente una moneda, de modo que los resultados de las tiradas son independientes entre sí. En cada tirada, la probabilidad de que la moneda salga cara es p y de que salga cruz es $q = 1 - p$.

La variable aleatoria X representa el número de tiradas independientes adicionales que deben realizarse hasta obtener una tirada igual a la primera. Por ejemplo: $X(\text{cara, cruz, cruz, cruz, cara}) = 4$, $X(\text{cruz, cruz}) = 1$.

De esta manera, la probabilidad de masa de X está dada por:

$$P(X = n) = \frac{pq^{n-1} + qp^{n-1}}{2}, \quad n \geq 1.$$

Considerar $p = 0.25$ y para este valor de p :

- a) Escribir un programa `experimentoX()` en Python que simule el experimento. Utilizar este código para estimar $P(X = 4)$.
- b) Explicar cómo puede utilizarse el método de composición para generar valores de la variable X . Indicar qué variables intervienen en la composición.
- c) ► Escribir un programa `composicionX()` que simule valores de X utilizando el método descrito en (b). Utilizar este código para estimar $P(X = 4)$. Imprimir este valor.