Correction Bac 2021 Sujet 0

N. Sibert

6 février 2021

Exercice 1

1. b. C'est le théorème des gendarmes. Comme $0 < \frac{1}{4} < 1$, $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$
2. c. $f'(x) = e^{x^2} + x \times 2xe^{x^2} = \left(1 + 2x^2\right) e^{x^2}$
3. c. $f(x) = \dfrac{1 - \frac{1}{x^2}}{2 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}$
4. c. C'est le théorème des valeurs intermédiaires (cas général, on n'a pas d'information sur la monotonie de h)
5. c. g' est croissante sur $[1;2]$ donc g convexe sur $[1;2]$

Exercice 2

1. a) $\mathrm{I}\left(\frac{1}{2};0;1\right)$ et $\mathrm{J}\,(2;0;1)$

   b) $\mathrm{D}\,(0;1;1)$ donc $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ $\mathrm{B}\,(1;0;0)$ $\overrightarrow{\mathrm{BI}}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BG}}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

   c) $\overrightarrow{\mathrm{BI}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BG}}$ sont deux vecteurs **non colinéaires** de (BGI)
   $\overrightarrow{\mathrm{DJ}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BI}} = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) \times 0 + 1 \times 1 = 0$ donc $\overrightarrow{\mathrm{DJ}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BI}}$
   $\overrightarrow{\mathrm{DJ}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BG}} = 2 \times 0 + (-1) \times 1 + 1 \times 1 = 0$ donc $\overrightarrow{\mathrm{DJ}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BG}}$
   donc, $\overrightarrow{\mathrm{DJ}} \perp$ (BGI), $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}$ vecteur normal à (BGI)

   d) $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}$ étant un vecteur normal de (BGI), tout point $\mathrm{M}(x;y;z) \in$ (BGI) vérifie $\overrightarrow{\mathrm{BM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DJ}} = 0$ où $\overrightarrow{\mathrm{BM}}\begin{pmatrix}x-1\\y\\z\end{pmatrix}$ donc $2(x-1) - y + z = 0$
   (BGI) : $2x - y + z - 2 = 0$

2. a) d passe par $\mathrm{F}(1;0;1)$ et admet $\overrightarrow{\mathrm{DJ}}$ comme vecteur directeur. Donc :

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

b) On peut vérifier que $L \in d$ et $L \in (BGI)$, ou trouver L dont les coordonnées vérifient 1d) et 2a), on peut trouver t tel que :

$$2(1+2t)-(-t)+1+t-2=0 \iff t=-\frac{1}{6}$$

$$\text{et :} \begin{cases} x = 1-\frac{2}{6}=\frac{2}{3} \\ y=\frac{1}{6} \\ z=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6} \end{cases}$$

On retrouve $L\left(\frac{2}{3};\frac{1}{6};\frac{5}{6}\right)$, qui est bien $d \cap (BGI)$

3. a) On prend pour base FBG et pour hauteur FI.

$$V=\frac{1}{3}\times\frac{1\times 1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$$

b) Si on prend pour base BGI, la hauteur est alors FL car L est le projeté orthogonal de F sur (BGI) et :

$$FL=\sqrt{\left(\frac{2}{3}-1\right)^2+\left(\frac{1}{6}-0\right)^2+\left(\frac{5}{6}-1\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Donc, } \frac{1}{12}=V=\frac{1}{3}\times\mathscr{A}_{BGI}\times\frac{\sqrt{6}}{6}, \quad \text{d'où} \quad \mathscr{A}_{BGI}=\frac{\sqrt{6}}{4}$$

Exercice 3

Exercice A

Exercice B