

Enseignement Scientifique

Exercices page 198 à 201

Diego Van Overberghe

6 Mai 2020

1 La Gamme de Pythagore

1. Les notes d'une gamme doivent se situer dans l'intervalle d'un octave. Les notes en-dehors de l'octave ont une sonorité semblante.
2. La quinte est le deuxième intervalle le plus consonnant, après l'octave. La quinte est équivalente à 7 demi-tons, ou un rapport de fréquence de $\frac{3}{2}$.
3. $f_0 = \text{do}$; $f_1 = \frac{3}{2}$; $f_2 = f_1 \times \frac{3}{2} = \frac{3^2}{2^2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^\dagger = \frac{3^2}{2^3} = \frac{9}{8}$; $f_3 = f_2 \times \frac{3}{2} = \frac{3^3}{2^4} = \frac{27}{16}$
4. $f_{\text{sol}} = f_{\text{do}} \times \frac{3}{2} = 392,4 \text{ Hz}$; $f_{\text{ré}} = f_{\text{do}} \times \frac{9}{8} = 294,3 \text{ Hz}$; $f_{\text{la}} = f_{\text{do}} \times \frac{27}{9} = 441,5 \text{ Hz}$
5. $f_{\text{do cycle}} = f_{\text{do}} \times \frac{3^{12}}{2^{12}} \times \frac{1}{2^6} \approx 530,3 \text{ Hz} \neq f_{\text{do octave}} = 2f_{\text{do}} = 523,2 \text{ Hz}$
Le comma du pythagoricien vaut donc $\approx 7,138 \text{ Hz}$.
6. $\Delta F_{\text{do-ré}} = \frac{294,3}{261,6} = 1,125$; $\Delta F_{\text{ré-mi}} = \frac{331,1}{294,3} \approx 1,12504$; $\Delta F_{\text{mi-fa}} = \frac{372,5}{331,1} \approx 1,12504$
7. Le musicien peut choisir combien de quintes il utilise, aucun nombre de quintes ne retrouvera exactement la note d'octave supérieur.

2 Vers un découpage égal de l'octave

1. La gamme tempérée apparaît pendant l'époque Baroque (c. 1700). Sa particularité est que l'intervalle entre chaque note est identique.
2. Le rapport de fréquences d'un demi-ton est de $\sqrt[12]{2} = 2^{\frac{1}{12}} \approx 1,06 \text{ Hz}$. Le rapport des fréquences d'un ton est donc $\sqrt[12]{2^2} = 2^{\frac{2}{12}} \approx 1,12 \text{ Hz}$.
3. Fréquences des notes de la gamme à intervalles égaux :

Note	Fréquence (en Hz)
do	261,6
do \sharp	277,2
ré	293,7
ré \sharp	311,1
mi	329,6
fa	349,2
fa \sharp	370,0
sol	$f_{\text{sol}} = f_{\text{la}} \times \sqrt[12]{12}^{-2} \approx 392,0$
sol \sharp	$f_{\text{sol}\sharp} = f_{\text{la}} \times \sqrt[12]{12}^{-1} \approx 415,3$

†. L'intervalle serait supérieur à un octave, donc on le rabaisse d'un octave.

la	440,0
la [#]	$f_{\text{la}^\#} = f_{\text{la}} \times \sqrt[12]{12}^1 \approx 466,2$
si	$f_{\text{si}} = f_{\text{la}} \times \sqrt[12]{12}^2 \approx 493,9$
do	523,2

4. $\Delta f_{\text{do-sol}} = \frac{392,0}{261,6} \approx 1,4985$

Le rapport n'est pas exactement égal à $\frac{3}{2}$, la qualité du son est donc légèrement inférieure.

5. Le do devient un fa.

6. L'avantage de la gamme à intervalles égaux est la possibilité de transposer les morceaux. Ceci permet à des instruments accordés différemment de jouer ensemble.