

Fecha Máxima de entrega: Viernes 12 de Enero

Instrucciones: Resuelva el problema propuesto usando Python. Envíe todos los archivos necesarios para reproducir sus resultados (archivos de datos, códigos .py, notebooks .ipynb, etc.) por email a grubilar@udec.cl.

Una predicción de la teoría electromagnética clásica es que una carga eléctrica q que realiza un movimiento armónico simple de la forma

$$\vec{x}(t) = a \cos(\omega_0 t) \hat{z}, \quad (1)$$

emite ondas electromagnéticas en todas direcciones, en frecuencias ω_m múltiplos de la frecuencia de oscilación ω_0 . En particular, el cálculo predice que la potencia promedio radiada en la m -ésima frecuencia, $\omega_m = m\omega_0$, por unidad de ángulo sólido, es dada por la expresión

$$\left\langle \frac{dP_m}{d\Omega} \right\rangle = \frac{q^2 \mu_0 c \omega_0^2 m^2}{4\pi} \tan^2 \theta \left[J_m \left(\frac{a\omega_0 m}{c} \cos \theta \right) \right]^2. \quad (2)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de emisión y la dirección de oscilación de la carga (eje z) y $J_m(x)$ es la función de Bessel de primera especie y orden m .

- (a) Confeccione un gráfico coordenadas polares (ver notebook de introducción a Matplotlib) que grafique la potencia promedio en función del ángulo θ , para distintos valores de m . El resultado debiese ser algo parecido a lo mostrado en la figura 1

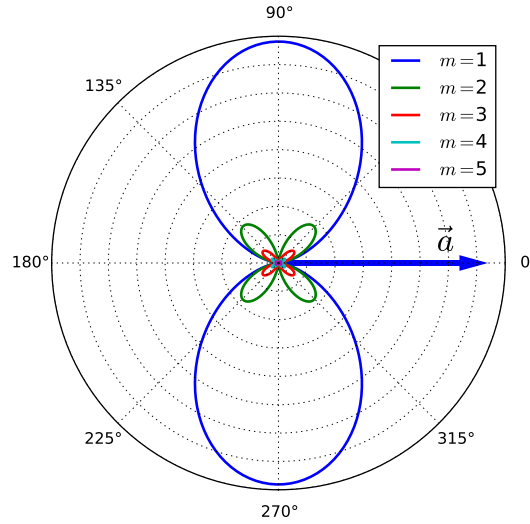


Figura 1: Lóbulo de radiación para $m = 1, \dots, 5$ para $\beta = a\omega_0/c = 0.5$.

- (b) Evalúe (numéricamente), para $\beta = 0.1$ y $\beta = 0.5$ y $m = 1, 2, \dots, 5$, la potencia promedio total radiada, obtenida integrando la expresión anterior en todas las direcciones, es decir,

$$\langle P_m \rangle = \oint \left\langle \frac{dP_m}{d\Omega} \right\rangle d\Omega, \quad d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (3)$$

Imprima los valores obtenidos y gráfíquelos, para obtener un resultado similar al mostrado en la figura 2.

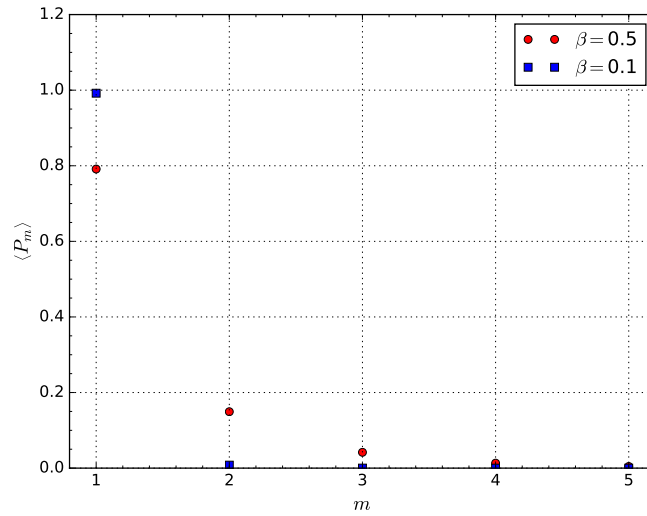


Figura 2: Potencia promedio radiada para $m = 1, \dots, 5$, con parámetros de velocidad $\beta = 0.5$ y $\beta = 0.1$, normalizadas respecto a la potencia total.