Fecha Máxima de entrega: Viernes 12 de Enero

Instrucciones: Resuelva c/u de los problemas propuestos usando Python. Envíe todos los archivos necesarios para reproducir sus resultados (archivos de datos, códigos .py, notebooks .ipynb, etc.) por email a `grubilar@udec.cl`.

1. Una predicción de la teoría electromagnética clásica es que una carga eléctrica q que realiza un movimiento armónico simple de la forma

$$\vec{x}(t) = a\cos(\omega_0 t)\hat{z}, \tag{1}$$

emite ondas electromagnéticas en todas direcciones, en frecuencias ω_m múltiplos de la frecuencia de oscilación ω_0. En particular, el cálculo predice que la potencia promedio radiada en la $m-$ésima frecuencia, $\omega_m = m\omega_0$, por unidad de ángulo sólido, es dada por la expresión

$$\left\langle \frac{dP_m}{d\Omega} \right\rangle = \frac{q^2\mu_0 c}{4\pi}\frac{\omega_0^2 m^2}{2\pi}\tan^2\theta\left[J_m\left(\frac{a\omega_0 m}{c}\cos\theta\right)\right]^2. \tag{2}$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de emisión y la dirección de oscilación de la carga (eje z) y $J_m(x)$ es la función de Bessel de primera especie y orden m.

(a) Confeccione un gráfico coordenadas polares (ver notebook de introducción a Matplotlib) que grafique la potencia promedio en función del ángulo θ, para distintos valores de m. El resultado debiese ser algo parecido a lo mostrado en la figura 1

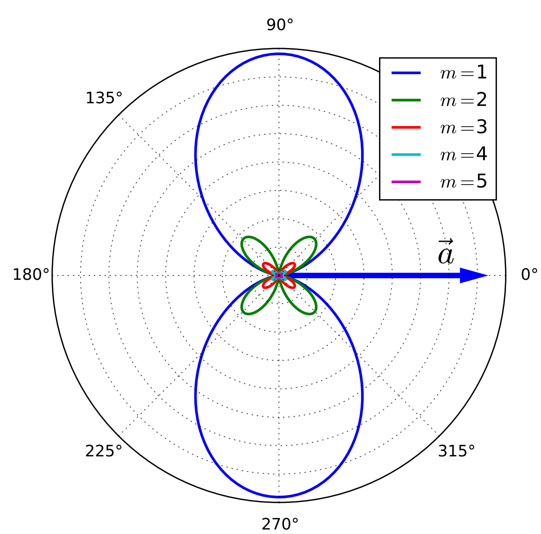

Figura 1: Lóbulo de radiación para $m = 1, \ldots, 5$ para $\beta = a\omega_0/c = 0.5$.

(b) Evalue (numéricamente), para $\beta = 0.1$ y $\beta = 0.5$ y $m = 1, 2, .., 5$, la potencia promedio total radiada, obtenida integrando la expresión anterior en todas las direcciones, es decir,

$$\langle P_m \rangle = \oint \left\langle \frac{dP_m}{d\Omega} \right\rangle d\Omega, \quad d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi. \tag{3}$$

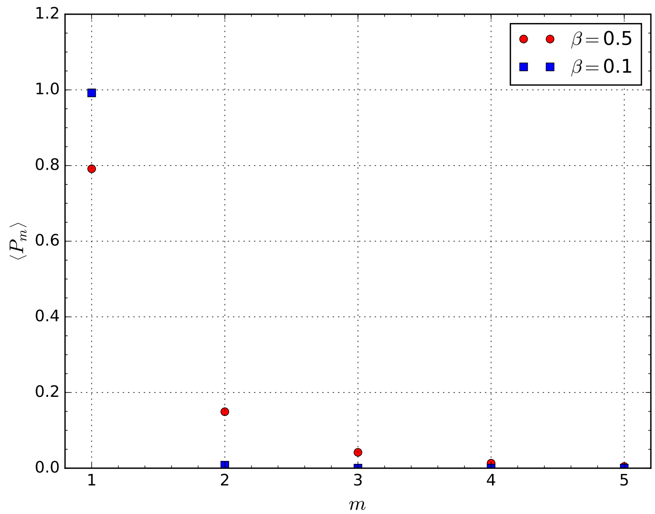

Figura 2: Potencia promedio radiada para $m = 1, \cdots, 5$, con parámetros de velocidad $\beta = 0.5$ y $\beta = 0.1$, normalizadas respecto a la potencia total.

Imprima los valores obtenidos y grafíquelos, para obtener un resultado similar al mostrado en la figura 2.

2. Desde el sitio del *Supernova Cosmology Project* (SCp, `http://supernova.lbl.gov/`), descargue el archivo de datos `http://supernova.lbl.gov/Union/figures/SCPUnion2.1_mu_vs_z.txt`. Este archivo compila la información del **redshift** (z, segunda columna) y el **módulo de distancia**, que es una medida de distancia usada en Astronomía, (tercera columna), junto con su respectivo error (cuarta columna) medidos para cientos de supernovas[1]. La relación entre el módulo de distancia (μ, también denotado como $m - M$) y el redshift (z) de estas supernovas muy distantes determina el modo en que el Universo evoluciona a escalas cosmológicas. En particular, el hecho que el módulo de distancia aumente con el redshift indica que el Universo está en expansión.

   (a) Grafique μ versus z en escala lineal, incluyendo el error en las medidas de μ, y exporte el resultado a un archivo .pdf. El resultado debiese ser similar a éste, sólo que su gráfico será aún más hermoso, ya que incluirá título, una grilla, así como marcadores y colores distintos.

   (b) Modifique su código anterior para que además exporte el gráfico de los mismos datos, pero en escala logarítmica para el redshift z (es decir, el eje horizontal). Este gráfico debiese ser una versión mejorada del disponible aquí.

   (c) De acuerdo al "modelo cosmológico estándar"[2], si la expansión se produce a una *tasa constante* entonces la relación entre el redshift z y el módulo de distancia $\mu = m - M$ debería ser de la forma

$$\mu = a \cdot \log(z) + b, \tag{4}$$

[1] La primera columna es el nombre o denominación de la supernova, las otras columnas no son relevantes en este problema.

[2] que asume bastantes hipótesis que simplifican el modelo.

donde a y b son constantes. A partir de esta información, realize un ajuste del modelo dado por la expresión (4) y encuentre los valores de a y b que mejor se ajustan a los datos.