

1. Verifique usando SymPy las siguientes identidades

(a)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e = 2.71828182845905 \dots \quad (1)$$

(b)

$$e^{i\vec{x} \cdot \vec{\sigma}} \equiv I \cos(r) + i(\hat{r} \cdot \sigma) \sin(r), \quad (2)$$

donde  $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  son las **matrices de Pauli**, y  $\vec{x} = r\hat{r}$  es un vector, con módulo  $r = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}}$ , y vector unitario correspondiente  $\hat{r}$ . Las matrices de Pauli están predefinidas en el submódulo `physics.matrices` con el nombre `msigma(i)`,  $i = 1, 2, 3$ . Ver la documentación correspondiente [aquí](#).

(c)

$$\sum_{n=0}^N n = 1 + 2 + \dots + (N-1) + N = \frac{N(N+1)}{2} \quad (3)$$

**Sugerencia:** Use la función `Sum` de SymPy. Ver el [notebook de SymPy](#) de nuestro curso.

2. Usando SymPy implemente una función que calcule los **polinomios de Hermite**  $H_n(x)$ , calculándolos con la siguiente relación de recurrencia:

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - H'_n(x), \quad (4)$$

con  $H_0(x) = 1$  Compare su resultado con las funciones que ya vienen incorporadas en SymPy: `hermite(n, x)`.

3. Resuelva la siguiente EDO usando SymPy:

$$y''(x) + y(x) = (1 + a \cos(x))^2 \quad (5)$$

y determine las constantes de integración que satisfacen las condiciones

$$y(0) = y'(0) = 0. \quad (6)$$