Provadis Hochschule

# pr@vadis

# Theoretische Informatik Übung 1

Aleksey Koschowoj

Teile der Aufgaben stammen von Prof. Dr. H. Peter Gumm sowie Prof. Dr. Jörg Daubert und André Bauer, Philipps-Universität Marburg und basieren auf den Aufgaben von Dr. Florian Volk.

# Aufgabe 1 - Worte und Sprachen

- a) Bestimmen Sie die Sprache  $L_1=\emptyset^*$  durch Angabe aller Worte.
- b) Wie viele Worte enthält die Sprache  $L_2 = \{w \mid w \in \Sigma_2^* \land |w| = 1\}$  über dem Alphabet  $\Sigma_2 = \emptyset$ ?
- c) Erläutern Sie den Unterschied zwischen  $\epsilon$ ,  $\emptyset$  und  $\{\emptyset\}$ .

#### Aufgabe 2 - Sprachen

Seien  $\Sigma$  ein Alphabet und  $L, L' \subseteq \Sigma^*$  beliebige Sprachen über  $\Sigma$ . Wir betrachten jeweils die beiden Gleichungen

- $L \circ L = L$  und
- $L \circ L' = L' \circ L$ .

Zeigen Sie durch Angabe jeweils eines Gegenbeispiels, dass die beiden Gleichungen im Allgemeinen nicht gelten.

#### Aufgabe 3 – Beweis für Längenerhalt bei Konkatenation

Beweisen Sie  $|u \circ v| = |u| + |v|$ . Nutzen Sie die Definitionen von Folie 01a.12.

# Aufgabe 4 - Reguläre Ausdrücke

Gegeben sei das Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Finden Sie je einen regulären Ausdruck für die folgenden Sprachen. (Knobelaufgabe!)

- a)  $L_1$ : Worte, in denen 010 als Teilwort vorkommt.
- b)  $L_2$ : Worte, mit ungerader Anzahl von 0en.
- c)  $L_3 = \Sigma^* \backslash L_1$  (Diese Spezifikation ist *nicht regulär*, es gibt jedoch einen regulären Ausdruck für diese Sprache.)

# Aufgabe 5 - Einhornbeweis

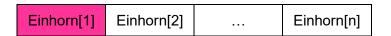
Finden Sie den Fehler im nachfolgenden Beweis und begründen Sie kurz.

**Behauptung/Annahme**: In einer Gruppe von n Einhörnern sind alle Einhörner rosa, falls sich unter den n Einhörnern ein rosa Einhorn befindet.

**Anfang**: Für n=1 stimmt die Behauptung offensichtlich. Es gibt insgesamt 1 Einhörner, davon ist eines rosa. Alle 1 Einhörner sind rosa.

**Schritt von**  $n \rightarrow (n+1)$ : Mit der Annahme existiert ein rosa Einhorn innerhalb der n+1 Einhörner.

Wir ordnen die Liste der Einhörner so, dass das rosa Einhorn an Position 1 steht und illustrieren die ersten 1 ... n Einhörner:



Mit der Annahme sind die ersten n Einhörner rosa:



Wir betrachten nun die Einhörner 2, ..., n+1. Offensichtlich existieren auch hier rosa Einhörner, womit nach Annahme auch die Einhörner 2, ..., n+1 rosa sein müssen:



Somit gilt, dass auch alle n + 1 Einhörner rosa sind, wenn eines der n + 1 Einhörner rosa ist.

**Schluss**: Damit ist die Aussage bewiesen und alle n Einhörner sind rosa, wenn ein Einhorn unter ihnen rosa ist.

#### Aufgabe 6 – Reguläre Ausdrücke

Gegeben sei das Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Finden Sie je einen regulären Ausdruck für die folgenden Sprachen.

- a)  $L_1$  über  $\Sigma$  ist die Sprache aller Worte, die mit c beginnen.
- b)  $L_2$  über  $\Sigma$  ist die Sprache aller Worte, die das Teilwort ac enthalten.
- c)  $L_3$  über  $\Sigma$  ist die Sprache aller Worte, die mit a beginnen und auf b enden.
- d)  $L_4$  über dem Alphabet  $\Sigma_4 = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$  ist die Sprache der natürlichen Zahlen (inkl. 0) ohne führende Nullen.