Diego Andrés Alonzo Medinilla
20172

# Laboratorio 8

1.)

for(K=1; K<=n ; k= K*2){ console.log(K) }

n=100

It 1: K=1 → $2^0$
It 2: K=2 → $2^1$
It 3: K=4 → $2^2$
It 4: K=8 → $2^3$
...
It 100: K=$2^{99}$ → $2^{100-1}$

$n = 2^{K-1}$
$\log_2(n) = \log_2(2^{K-1})$
$\log_2(n) = K-1$
$\log_2(n)+1 = K$
$O\log_2(n)$

n=100
for(J=1 ; J+n/2 <= n ; J++){ $O\log_2(n)$ }

Iteración
|1|2|3|4|5...|49|50|51|...|98|99|100|
→ se empieza a ejecutar

It 1: J=1 → $1+\frac{100}{2}$
It 2: J=2 → $2+\frac{100}{2}$
...
It 50: J=50 → $50+\frac{100}{2}$
$J+\frac{n}{2}$

$J<n/2 \Rightarrow O(\frac{n}{2})$

Por anidado se multiplica ⇒
$O(\frac{n}{2}) * O\log_2(n) = O(\frac{n}{2}\log_2(n))$

n=100
for( i=n/2 ; i<=n ; i++){ $O(\frac{n}{2}*(\log_2(n)))$ }
It 1: $i=\frac{100}{2}$ → $\frac{100}{2}+1$
It 2: $i=\frac{100}{2}+1$ → $\frac{100}{2}+1+1$
...
It 50: $i=\frac{100}{2}+1*49$ → $\frac{100}{2}+1*50$
$\frac{n}{2}+J$

$i=n/2 \Rightarrow O(n/2)$
Por anidado se * ⇒
$O(\frac{n}{2}) * O(\frac{n}{2}*((\log_2(n)) =$
$O(\frac{n^2}{4}(\log_2(n))$
$= O(\log_2 n^{\frac{n^2}{4}}) \approx$
$O(\log_2 n^{n^2})$

2.) for(j=1; j<=n; j++){break;}

n=1000

it=1 → 1 break ⇒ $O(1) = 1 = O(1)$

for(i=1; i<=n; i++){O(1)}

it=1 → 1+1=2

it=2 → 2+1=3

...

it=n → n+1=n+1 = $O(n)$ ⇒ $O(n) * O(1) = \underline{\underline{O(n)}}$

3.) for(j=1; j<=n; j+=4){something}

n=100

it=1 → 1+4=5

it=2 → 5+4=9 = (4*2)+1 = (4*(2-1)+1)+4

it=3 → 9+4=13 = (4*3)+1 = (4*(3-1)+1)+4

...

it=25 → (4*25)+1 = 101 = (4*(25-1)+1)+4

n+1 = 4*j+1

$\frac{n}{4} = j$ ⇒ $O\left(\frac{n}{4}\right)$

for(i=1; i<=n/3; i++){O(n/4)}

n=100

it=1 → 1+1

it=2 → (1*2)+1

...

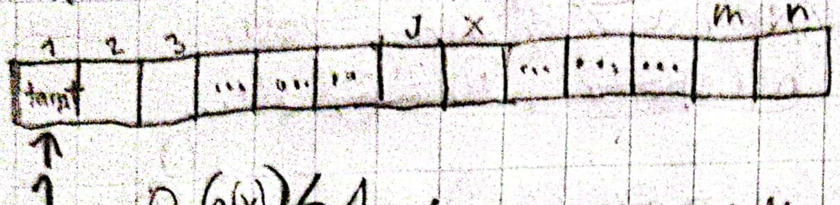
it=33 → (1*33) = 34 > $\frac{100}{4}$   $\frac{n}{3} = j$ ⇒ $O(n/3)$ ⇒

$O(n/4) * O(n/3) = \underline{\underline{O\left(\frac{n^2}{7}\right)}} \cong \underline{\underline{O(n^2)}}$

4.) Linear search consiste en la búsqueda de un objetivo dentro de 1 lista.

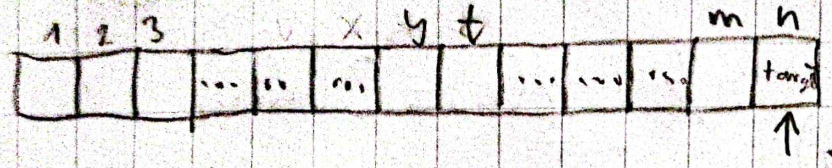
n elementos en una lista

Best case scenario:




$\Omega(g(x)) \leq 1$ de manera que en el best case scenario estará en la posición 1.

Worst case scenario:




ó no esta

$O(g(x)) \leq n$ de manera que en el worst case scenario en una lista de longitud n el target estará en la posición n o no estará.

Average case scenario

$\Omega(g(x)) = 1 < f(x) < O(g(x)) = n \Rightarrow$ average =

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=n} i}{n} = \frac{1+2+3+\ldots+(n-1)+n}{n}$$

$$\frac{1+2+3+4+\ldots+(n-4)+(n-3)+(n-2)+(n-1)+n}{n}$$

$$= \frac{\left(\frac{n}{2}\right)(n)}{n} = \frac{n}{2} \Rightarrow \text{Promedio} = \frac{n}{2} \quad \Theta\left(\frac{n}{2}\right) \cong \Theta(n)$$

5.) 1000000

a.) $f(n) = \Theta(g(n))$ & $g(n) = \Theta(h(n))$

$\Rightarrow h(n) = \Theta(f(n))$

Dado que $f(n) = \Theta(g(n)) \Longleftrightarrow g(n) = \Theta(f(n))$

Dado que $g(n) = \Theta(h(n)) \Longleftrightarrow h(n) = \Theta(g(n))$

$\Rightarrow$ por transitividad $h(n) = \Theta(g(n))$ ; $h(n) = \Theta(f(n))$ & $f(n) = \Theta(h(n))$ Por ende es verdadera

Por ende queda comprobado que $h(n) = \Theta(g(n))$

b.) $f(n) = O(g(n))$ & $g(n) = O(h(n))$

$\Rightarrow h(n) = \Omega(f(n))$

Dado que $f(n) = O(g(n))$ y $g(n) = O(h(n))$

$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{f(n)}{g(n)}\right| \leq c$ & $f(n) < g(n)$ $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{g(n)}{h(n)}\right| \leq j$ & $g(n) < h(n)$

Suponiendo que $h(n) = \Omega(f(n)) \Rightarrow$

$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{h(n)}{f(n)}\right| \geq d \Rightarrow h(n) > f(n)$ pero como vimos $f(n) < g(n) < h(n)$

Por ende es verdadero por $h(n) = \Omega(f(n))$

c.) ¿$f(n) = \Theta(n^2)$?

for(int j = i+1 ; j <= n ; j++){1op}

tiempo tot: $n + (n-1) + (n-2) + \ldots 3 + 2 + 1 =$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2} = O(n^2)$

for(int i = 0; i <= n; i++){ }

n+1 n tiempo tot $\Rightarrow$

$n+1 + \frac{n^2+n}{2} = O(n^2)$

$i = n \Rightarrow \Omega(1)$ $i = n \Rightarrow O(1)$

Best case scenario es $\Omega(1)$ Worst case scenario $O(n^2)$

$\Omega(1) \leq f(n) \leq O(n^2)$ Av case $\left(\frac{n}{2}\right) * \left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n^2}{2} \Rightarrow O(n^2)$ en el caso promedio

Por ende es verdadera