Πολυδιάστατες Δομές Δεδομένων

ΘΕΜΑ 14 : Voronoi Clustering

Ονοματεπώνυμο : Αδαμόπουλος Κωνσταντίνος

ΑΜ : 236270 (1043760)

Έτος : 7ο

Σημείωση: Στο τέλος αναφέρονται **οδηγίες** σχετικά με τα modules που πρέπει να εγκατασταθούν πριν την εκτέλεση του προγράμματος καθώς και τον τρόπο με τον οποίο θα μπορείτε να εκτελέσετε το πρόγραμμα.

Υλοποίηση 2D Voronoi clustering /diagram

Για να δημιουργήσω το διάγραμμα ***Voronoi*** N σημείων στον δισδιάστατο χώρο υπολόγισα την τριγωνοποίηση ***Delaunay*** των σημείων χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο των ***Bowyer - Watson*** και έπειτα γνωρίζοντας ότι η τριγωνοποίηση ***Delaunay*** είναι ο δυϊκός γράφος του διαγράμματος ***Voronoi*** δημιουργώ το διάγραμμα με κορυφές τα κέντρα των τριγώνων και ακμές μεταξύ αυτών δημιουργούνται μόνο όταν κάποιο τρίγωνο μοιράζεται κάποια ακμή με κάποιο άλλο τρίγωνο(γειτονικά τρίγωνα). Παρακάτω παρουσιάζονται οι πηγαίοι κώδικες για την υλοποίηση του αλγορίθμου της τριγωνοποίησης ***Delaunay*** καθώς και της δημιουργίας των διαγραμμάτων ***Voronoi*** μαζί με τα απαραίτητα σχόλια .

Η τριγωνοποίηση βρίσκεται στο αρχείο ***triangulation.py*** και ο κώδικας παρουσιάζεται παρακάτω :

```
'''
Υλοποίηση του Bowyer-Watson incremental algorithm ωστε να
υπολογίζω την Delaunay Triangulation για N σημεία στον 2D χώρο

'''

import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib
from math import inf, sqrt
import numpy as np

class Delaunay:
        def __init__(self,center=(0,0),radius=1000000):
                center = np.asarray(center)
                self.coords = [center+radius*np.array((-1,-1)),
                                        center+radius*np.array((1,-
1)),
```

```
center+radius*np.array((1,1)),
                                                center+radius*np.array((-
1,1))]

                self.triangles = {}
                self.circles = {}

                # counter clock wise τριγωνα
                # δύο υπερ-τρίγωνα
                T1 = (0,1,3)
                T2 = (2,3,1)

                self.triangles[T1] = [T2,None,None]
                self.triangles[T2] = [T1,None,None]

                for triangle in self.triangles:
                        self.circles[triangle] =
self.circumcenter(triangle)

        def circumcenter(self,triangle):

                points = np.asarray([self.coords[v] for v in
triangle]) #3x2 μητρωο σημεια των κορυφών του τριγωνου

                # 3x3 μητρωο εσωτερικου γινομένου μεταξυ των κορυφών
η διαγωνιος δινει το μετρο και οι γραμμεσ,στηλεσ με i!=j δινουν τις
σχεσεις καθετοτητας ή μη των κορυφων.
                points2 = np.dot(points,points.T)

                A = np.bmat([[2*points2,[[1],

        [1],

        [1]]],
                                                        [[[1,1,1,0]]]])
# μπλοκ μητρωο του μητρωου εσωτερικου γινομένου και των κορυφών

                b = np.hstack((np.sum(points*points,axis=1),[1])) #
διανυσμα b που περιέχει το μέτρο και το 1 για την τελευταια προσθετη
στήλη στο μοκ μητρωο

                x = np.linalg.solve(A,b) # υπολογισμος βαρυκεντρων
συντεταγμένων λ .

                bcoords = x[:-1]
                center = np.dot(bcoords,points) # μετατροπή
βαρυκεντρων συντεταγμένων σε καρτεσιανές

                radius = np.linalg.norm(points[0] - center) # ακτινα

                return (center, radius)

        def inCircle(self,triangle,p):
                center, radius = self.circles[triangle]
                return np.linalg.norm(center - p) <= radius
```

```
        def addPoint(self,point):

                point = np.asarray(point)
                idx = len(self.coords)

                self.coords.append(point)

                bad_triangles = []
                for triangle in self.triangles: # αν υπαρχουν σημεια μεσα στον κυκλο τοτε είναι "κακό" τρίγωνο
                        if self.inCircle(triangle,point):
                                bad_triangles.append(triangle)


                boundary = []
                triangle = bad_triangles[0] # "τυχαίο τρίγωνο"
                if bad_triangles[0]==None:
                        triangle = bad_triangles[1]
                edge = 0 # "τυχαία" edge
                while True:
                        triangle_opposite = self.triangles[triangle][edge] # γειτονικο τρίγωνο
                        if triangle_opposite not in bad_triangles:
                                boundary.append((triangle[(edge+1) % 3],triangle[(edge-1) % 3],triangle_opposite)) # ακμη και το τριγωνο στο οποιο "συνορευει- είναι κοινή"

                                edge = (edge+1) % 3

                                if boundary[0][0] == boundary[-1][1]:
                                        break

                        else:
                                # Μετακινηση στην επόμενη CCW ακμή στο απέναντι τρίγωνο
                                edge = (self.triangles[triangle_opposite].index(triangle)+1) % 3
                                triangle = triangle_opposite # επόμενος γείτονας

                for triangle in bad_triangles:
                        del self.triangles[triangle]
                        del self.circles[triangle]

                new_triangles=[]
                for (e0, e1, triangle_opposite) in boundary:
                        triangle = (idx, e0, e1) # νεο τρίγωνο με το σημείο p και τις κορυφες της ακμής (e0,e1) που συνορεύουν με το triangle_opposite
                        self.circles[triangle] = self.circumcenter(triangle)
                        self.triangles[triangle] = [triangle_opposite, None, None] # θέτω το απέναντι τρίγωνο γειτονα του τριγώνου
                        # προσπαθω να θέσω γειτονα του απέναντι τριγωνου το νεο τρίγωνο
                        if triangle_opposite:
```

```
                                for i, neigh in
enumerate(self.triangles[triangle_opposite]):
                                        if neigh:
                                                if e1 in neigh and e0
in neigh:

        self.triangles[triangle_opposite][i] = triangle

                        new_triangles.append(triangle)


                # ενωνω τα τριγωνα μεταξυ τους (σχεση γειτνιασης)
                N = len(new_triangles)
                for i, triangle in enumerate(new_triangles):
                        self.triangles[triangle][1] =
new_triangles[(i+1) % N] # next
                        self.triangles[triangle][2] =
new_triangles[(i-1) % N] # prev

        def getInfo(self):

                return self.triangles, self.circles, self.coords

        def plotTriangles(self,points,triangles,radius):
                x, y = zip(*points)
                print(x)
                print(y)
                bounds = [min(x),max(x),min(y),max(y)]
                fig, ax = plt.subplots()
                ax.margins(0.1)
                ax.set_aspect('equal')
                plt.axis([bounds[0]-1, bounds[1]+1, bounds[2]-1,
bounds[3]+1])

        ax.triplot(matplotlib.tri.Triangulation(x,y,triangles),'bo--
')
                plt.show()
```

Και ο κώδικας για την δημιουργία του Voronoi διαγράμματος βρίσκεται στο αρχείο ***Voronoi2D.py*** και παρουσιάζεται παρακάτω .

```
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib
from matplotlib.patches import Polygon
from matplotlib.collections import PatchCollection
import numpy as np

from core.triangulation import Delaunay


class Voronoi2D:
        def __init__(self,points):
                x, y = zip(*points)
                self.bounds = [min(x),max(x),min(y),max(y)]
                center = np.mean(points,axis=0)
```

```
                self.d = Delaunay(center) # Αρχικοποιώ την
τριγωνοποίηση (δημιουργία super triangles)
                self.triangles = []
                self.points = points
                self.voronoiPoints = []
                self.centers = []
                self.voronoiRegions = {}
                self.coords = []

        def start(self):
                # τριγωνοποιηση για κάθε νέο σημείο που εισάγεται
(incremental εκτέλεση του αλγορίθμου τριγωνοποιησης)
                for point in self.points:
                        self.d.addPoint(point)

                self.triangles, self.centers, self.coords =
self.d.getInfo() # παιρνω τα τριγωνα, τους κυκλους και στα σημεία απο
την τριγωνοποίηση
                triangleUseVertex = {i:[] for i in
range(len(self.coords))}
                triangleIndex = {}
                for tidx, (a,b,c) in
enumerate(sorted(self.triangles)):

        self.voronoiPoints.append(self.centers[(a,b,c)][0])

                        # Περιστρέφω το υπαρχων τρίγωνο CCW ανάλογα με
την κορυφή αναφοράς/ με την κορυφή που θέλουμε να είναι τελευταία .
                        # Αυτό γίνεται ωστε να έχω την σωστή σειρά
αναφοράς των κορυφών του τριγώνου ανάλογα με το σημείο που
χρησιμοποιείται εκείνη την στιγμή .
                        # Καποια κορυφή μπορεί να είναι και σε
παραπάνω απο 1 τρίγωνα -> αρα το σημείο θα είναι κοινό για
τουλάχιστον 2 τρίγωνα .

                        triangleUseVertex[a] += [(b,c,a)]
                        triangleUseVertex[b] += [(c,a,b)]
                        triangleUseVertex[c] += [(a,b,c)]

                        # Εδώ ορίζονται τα παραπάνω τρίγωνα με ένα id
το οποίο είναι το ίδιο με το id της του τριγώνου που χρησιμοποιύμε .
                        # Οπότε με αυτο τον τρόπο δείχνω οτι τα
παραπάνω τρίγωνα είναι ουσιαστικά τα ίδια αλλα περιστραμένα ανάλογα
του σημείου με CCW φορά.
                        triangleIndex[(a,b,c)] = tidx
                        triangleIndex[(c,a,b)] = tidx
                        triangleIndex[(b,c,a)] = tidx

                for point_idx in range(4,len(self.coords)):
                        vertex = triangleUseVertex[point_idx][0][0]
                        r = []
                        for _ in
range(len(triangleUseVertex[point_idx])):
                                t = [t for t in
triangleUseVertex[point_idx] if t[0]==vertex][0] # Τρίγωνο που
ξεκινάει με την κορυφή vertex και περιέχει και το σημειο αρα έχουν
κοινη ακμή .
```

```
                                r.append(triangleIndex[t]) # προσθέτω
το id του τριγωνου που ξεκινά με την κορυφη vertex, γειτονικα τριγωνα
                                # η λιστα r θα περιέχει τα indexes των
τριγωνων που περιέχουν το σημείο αλλα και που έχουν κοινή ακμή με
αυτο .
                                vertex = t[1] # επομενη κορυφη
                        self.voronoiRegions[point_idx-4] = r

                return self.voronoiPoints, self.voronoiRegions


        def plotVoronoi(self,fill=True,city=None):
                '''
                fill : Αν True τοτε τα πολύγωνα θα είναι με χρώμα
(default), αλλιως θα είναι μόνο οι γραμμές των πολυγώνων .
                city : None τιμη αν θες να έχει μόνο τα σημεία στο
plot(default), αλλιως μεταβλητη η οποία θα έχει σχέση με τα δεδομένα
που έχουν εισαχθέι
                (χρησιμοποιειται μονο στα γεωγραφικα δεδομενα)

                '''

                fig, ax = plt.subplots(num="Voronoi Diagram")
                ax.margins(0.1)
                ax.set_aspect('equal')
                plt.axis([self.bounds[0]-1, self.bounds[1]+1,
self.bounds[2]-1, self.bounds[3]+1])

                if city is None:
                        if not fill:
                                for point in self.points:

        plt.plot(point[0],point[1],'rx')
                                for region in self.voronoiRegions:
                                        poly = [self.voronoiPoints[i]
for i in self.voronoiRegions[region]]

        plt.plot(*zip(*poly),color='black')

                        else:
                                for point in self.points:

        plt.plot(point[0],point[1],'kx')

                                for region in self.voronoiRegions:
                                        poly = [self.voronoiPoints[i]
for i in self.voronoiRegions[region]]
                                        plt.fill(*zip(*poly),alpha=0.5)

                if city is not None:
                        if not fill:
                                for point in self.points:

        plt.plot(point[0],point[1],'rx')

                                for region in self.voronoiRegions:
```

```
                                        poly = [self.voronoiPoints[i]
for i in self.voronoiRegions[region]]

        plt.plot(*zip(*poly),color='black')

                                    city.plot(ax=ax,alpha=0.3,
edgecolor="black", facecolor="white")
                            else:
                                    for point in self.points:

        plt.plot(point[0],point[1],'kx')

                                    for region in self.voronoiRegions:
                                        poly = [self.voronoiPoints[i]
for i in self.voronoiRegions[region]]
                                        plt.fill(*zip(*poly),alpha=0.5)

                                    city.plot(ax=ax,alpha=0.6,
edgecolor="black", facecolor="white")

                plt.show()
```

Τα δεδομένα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία του διαγράμματος Voronoi είναι 2 Datasets με πραγματικά γεωγραφικά δεδομένα καθώς και μια γεννήτρια τυχαίων σημείων , περισσότερα στο αρχείο ***main.py .*** Παρακάτω παρουσιάζεται ο κώδικας που υπάρχει στο αρχείο με πλήρη σχολιασμό σχετικά με τα δεδομένα που χρησιμοποιώ καθώς και τις συναρτήσεις που διαχειρίζονται αυτά τα δεδομένα . By-default το πρόγραμμα θα τρέξει το δεύτερο dataset αλλά μπορείτε να το αλλάξετε εφόσον βγάλετε από τα σχόλια κάποια άλλη από τις συναρτήσεις .

```
'''

Author : Κωνσταντίνος Αδαμόπουλος
AM: 236270 (1043750)
Ετος: 7ο

'''

import random
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import geopandas as gpd

from core.Voronoi2D import Voronoi2D


def generatePoints(numSeeds):
        '''
                Η συνάρτηση αυτή παράγει τυχαία 2D σημεία
                το όρισμα numSeeds αφορά τόν αριθμό των σημείων .
        '''
        radius = 100
        seeds = radius * np.random.random((numSeeds, 2))
```

```
        return seeds


def loadGeoDataset1(size):
        '''
                Η συναρτηση αυτη φορτώνει την πολιτεια της Νεας Υορκης
                και καποια σημεια ενδιαφέροντος και τα χρησιμοποιώ ωστε να αναπαράγω το δίαγραμμα
                Voronoi των σημείων αυτων .

                Πηγες:
                        Το αρχείο της μεταβλητής gmap το πήρα απο :
                        https://tapiquen-sig.jimdofree.com/english-version/free-downloads/united-states/

                        Το αρχείο της μεταβλητής file το πήρα απο :
                        https://www1.nyc.gov/site/doitt/residents/gis-2d-data.page

        '''
        file = "data/dataset1/Points Of Interest/geo_export_d771d7a5-ef72-43f8-8b2c-67a3549235c5.shp"
        gmap = "data/USA_States/USA_States.shp"
        points = gpd.read_file(file)
        points = points.to_crs({"init": "EPSG:4326"}) # μετατρέπω τις συντεταγμένες του αρχείου σε WGS 84
        city = gpd.read_file(gmap)
        city = city.to_crs(points.crs) # μετατρέπω τις συντεταγμένες του αρχείου στο ιδιο format με αυτο της μεταβλητης points
        city = city[city["STATE_NAME"] == "New York"] # παιρνω την γραμμή του dataframe οπου το STATE_NAME ειναι ισο με New York
        points = gpd.sjoin(points,city,how="left") # ενωνω τους πινακες και κραταω τα σημεία που αφορουν την τιμή New York
        points = points.dropna(subset=["index_right"])
        numOfPoints = points.shape[0]

        dataSize = points.shape[0]
        if dataSize > size:

                x = points.geometry.x[0:size]
                y = points.geometry.y[0:size]

                intrest_points_nparr = np.array([[i,j] for i,j in zip(x,y)])

                return intrest_points_nparr[0:size,:], city, size
        else:
                return [],[],[],[]


def loadGeoDataset2():
        '''
                Η συναρτηση αυτη φορτώνει την πρωτεύουσα που έχει η κάθε πολιτεία
                και τις πολιτείες της Αμερικής.
```

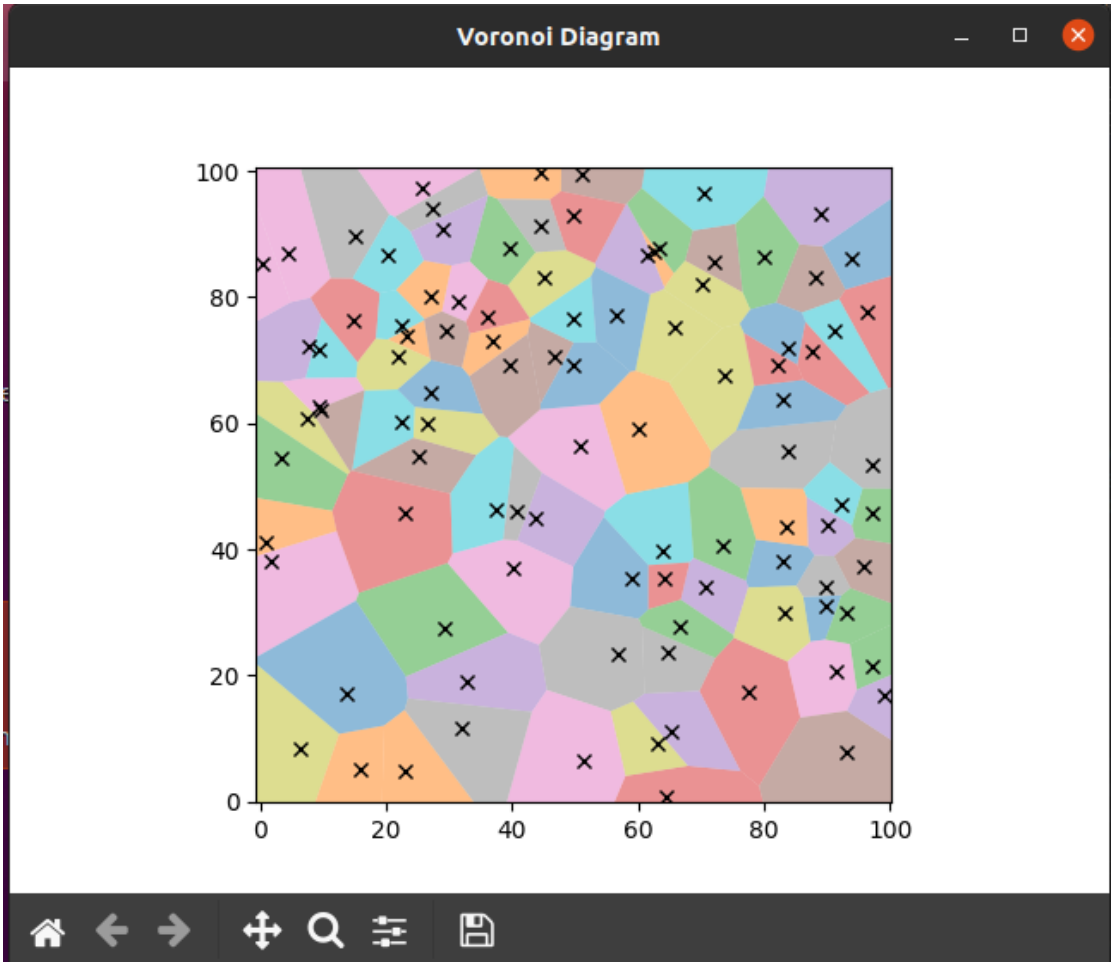
```
                Πηγες:
                        Το αρχείο της μεταβλητής gmap το πήρα απο :
                        https://tapiquen-sig.jimdofree.com/english-
version/free-downloads/united-states/

                        Το αρχείο της μεταβλητής file το πήρα απο :
                        https://tapiquen-sig.jimdofree.com/english-
version/free-downloads/united-states/

        '''
        file = "data/dataset2/USA_Capitals/USA_Capitals.shp"
        gmap = "data/USA_States/USA_States.shp"
        points = gpd.read_file(file)
        points = points.to_crs({"init": "EPSG:4326"}) # μετατρέπω τις
συντεταγμένες του αρχείου σε WGS 84
        x = points.geometry.x
        y = points.geometry.y
        capital_points_nparr = np.array([[i,j] for i,j in zip(x,y)])

        states = gpd.read_file(gmap,header=None)
        states = states.to_crs(points.crs) # μετατρέπω τις
συντεταγμένες του αρχείου στο ιδιο format με αυτο της μεταβλητης
points

        return capital_points_nparr, states.geometry

if __name__=="__main__":

        # Παραγωγή διαγράμματος Voronoi τυχαίων σημείων
        '''
        points = generatePoints(100)
        vor = Voronoi2D(points)
        vor.start()
        vor.plotVoronoi()
        '''


        # Παραγωγή διαγράμματος Voronoi ενος συνόλου των σημείων
ενδιαφέροντος που υπάρχουν στην Νεα Υορκη .
        '''
        points, city, totalSize = loadGeoDataset1(100) # συναρτηση
που διαβάζει και επιστρέφει καταλλήλως τα δεδομένα του 1ου dataset
        #print('Number of Points:',totalSize)


        if len(points)>0:
                vor = Voronoi2D(points)
                vor.start()
                vor.plotVoronoi(city=city)
        else:
                print('Εχείς εισάγει παραπάνω σημεια απο ότι
περιέχονται στο Dataset.')
        '''

        # Παραγωγή διαγράμματος Voronoi των πρωτευουσών των πολιτειών
της Αμερικής.
```

```
        points, states = loadGeoDataset2() # συναρτηση που διαβάζει
και επιστρέφει καταλλήλως τα δεδομένα του 2ου dataset
        vor = Voronoi2D(points)
        vor.start()
        vor.plotVoronoi(city=states)
```

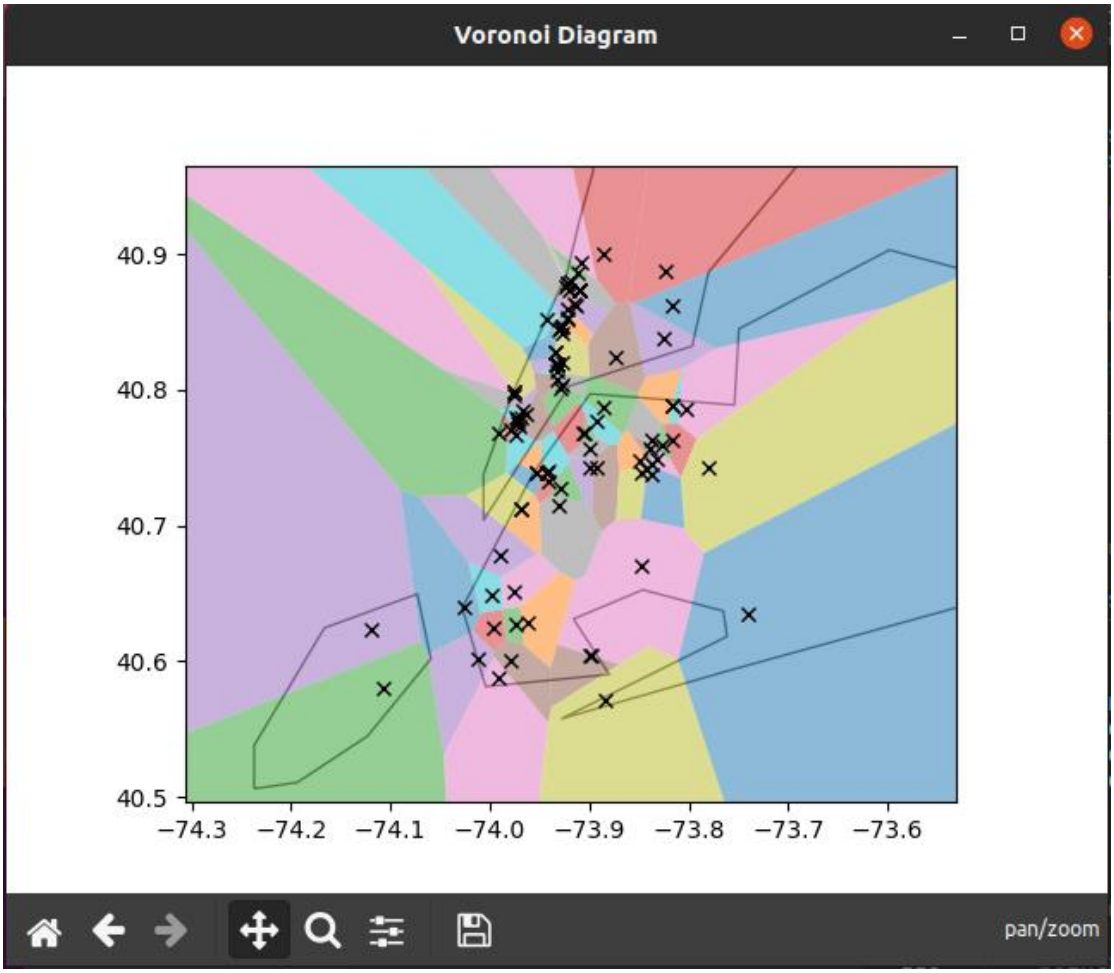
Αποτελέσματα

Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια screenshots από την εκτέλεση του προγράμματος για τα datasets και τα τυχαία σημεία. Έχουμε:

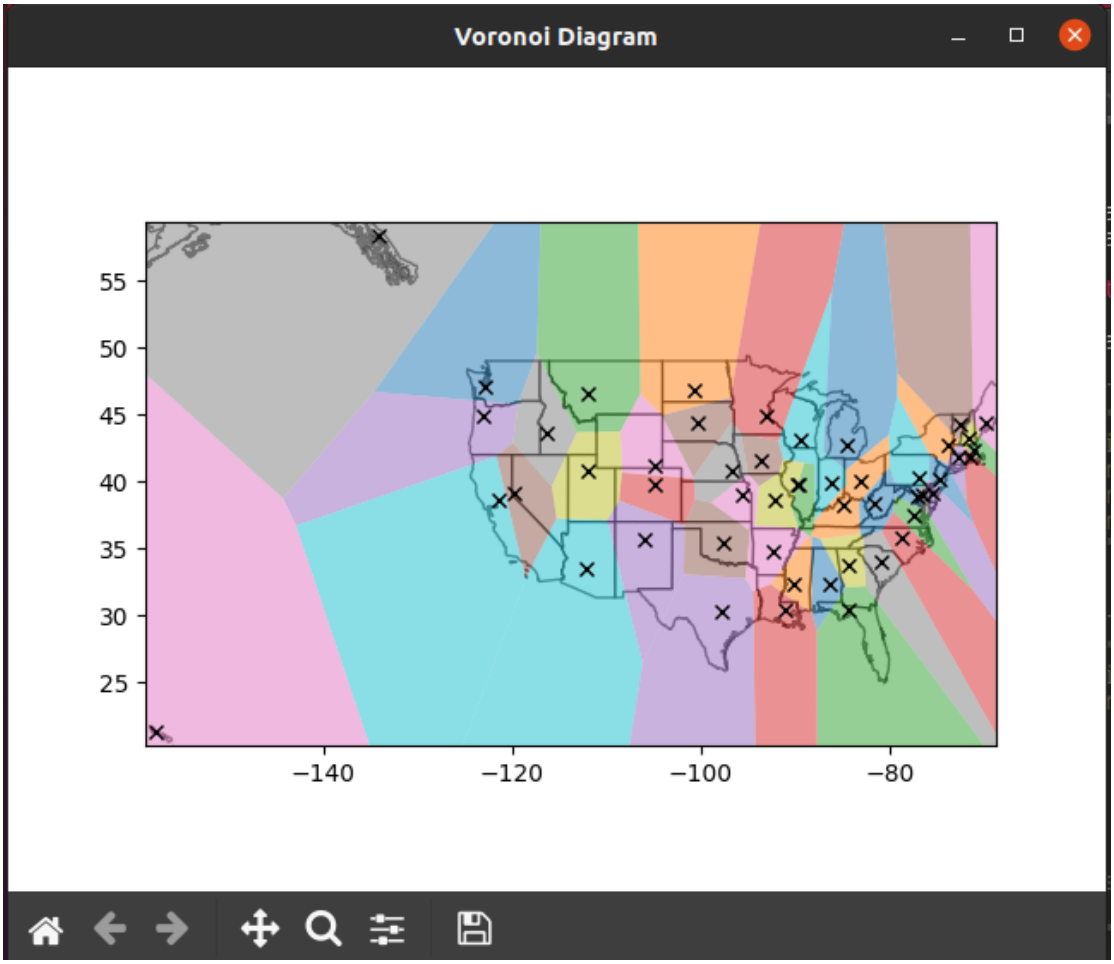
1. Screenshot για 100 τυχαία σημεία



2. Screenshot για το πρώτο dataset για 100 σημεία



3. Screenshot για το δεύτερο dataset(όλα τα σημεία)



Οδηγίες

***Σημείωση**: Προτείνεται η χρήση λειτουργικού **Linux** για την εκτέλεση της εφαρμογής .*

Για να εκτελεστεί σωστά η εφαρμογή θα πρέπει να έχουν εγκατασταθεί τα απαραίτητα modules τα οποία είναι:

- *numpy*
- *geopandas*
- *matplotlib*

Τα οποία μπορείτε να τα εγκαταστήσετε χρησιμοποιώντας την εντολή ***pip install numpy geopandas matplotlib*** ή ***python -m pip install numpy geopandas matplotlib*** και να έχετε μια έκδοση της ***python*** στον υπολογιστή σας η οποία να είναι από έκδοση ***3.6*** και άνω . Για να τρέξετε το πρόγραμμα εκτελέστε το αρχείο **main.py** με την εντολή ***python3 main.py*** .