

**1. Aufgabe** (20 Punkte). Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ist die Matrix  $A$  diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

**2. Aufgabe** (25 Punkte). Für die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x + 2}$$

bestimmen Sie:

- Definitionsbereich,
- Nullstellen, Schnittpunkte mit der  $y$ -Achse,
- Pole, senkrechte Asymptoten (Polgeraden),
- Asymptotisches Verhalten der Funktion für  $x \rightarrow \pm\infty$ , Asymptoten im Unendlichen,
- relative Extremwerte (Maxima und Minima),
- Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.

**3. Aufgabe** (15 Punkte). Berechnen Sie das bestimmte Integral (Variablen-Substitution)

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

**4. Aufgabe** (15 Punkte). Berechnen Sie das unbestimmte Integral (Partielle Integration):

$$\int 2x \cdot e^{-7x} dx.$$

**5. Aufgabe** (15 Punkte). Führen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x-2}{(x-1)(x^2+4)}$$

Partialbruchzerlegung durch.

**6. Zusatzaufgabe** (15 Punkte). Wie müssen die Konstanten  $A$  und  $B$  gewählt werden, damit die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{Ax}-B}{x}, & x \neq 0, \\ 2, & x = 0. \end{cases}$$

überall auf  $\mathbb{R}$  stetig wird?