

2. Übungsblatt

1. Aufgabe. Bestimmen Sie den Konvergenzradius und den Konvergenzbereich der folgenden Potenzreihen:

a) $\frac{x^1}{1^2} + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^2} + \dots$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^n}{n}$

c) $x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1} x^{n+1}$

f) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$

g) $\sum_{n=0}^{\infty} 10^n \cdot x^n$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}$

i) $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n + \sqrt{n}}$

2. Aufgabe. Bestimmen Sie eine Potenzreihendarstellung der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 6x + 9}, \quad x \neq 3$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ durch Koeffizientenvergleich.

3. Aufgabe. Stellen Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+2}$$

als eine Potenzreihe mithilfe des Ansatzes

$$x - 1 = (x^2 + 2) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

dar. Was ist der Konvergenzradius dieser Potenzreihe?

4. Aufgabe. Berechnen Sie eine Potenzreihendarstellung der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{1 + x^3}{2 - x}, \quad x \neq 2,$$

indem Sie die geometrische Reihe verwenden.

- a) mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 0$,
- b) mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.