

6. Übungsblatt

1. Aufgabe. Bestimmen Sie das jeweilige Interpolationspolynom von Newton durch die vorgegebenen Stützpunkte:

a) $A = (-4; 50,05)$, $B = (1; 7,8)$, $C = (2; -4,55)$, $D = (5; 91)$

b) $P_0 = (-4; 594)$, $P_1 = (-2; -252)$, $P_2 = (1; -96)$, $P_3 = (3; 48)$, $P_4 = (8; 198)$

2. Aufgabe. Von der logarithmischen Funktion $y = \ln(1 + x^2)$ sind im Intervall $1 \leq x \leq 2$ folgende fünf Werte bekannt:

k	0	1	2	3	4
x_k	1	1,25	1,5	1,75	2
y_k	0,693147	0,940983	1,178655	1,401799	1,609438

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom 4. Grades durch diese Punkte und berechnen Sie mit dieser Näherungsfunktion den Funktionswert an den Stellen $x_1 = 1,1$ und $x_2 = 1,62$. Vergleichen Sie die berechneten Werte mit den exakten Funktionswerten.

3. Aufgabe. Bestimmen Sie das Polynom, dessen Graph die Punkte

$$(-1; -10), (0; -4), (1; -2), (2; 14)$$

enthält, mit drei verschiedenen Methoden:

- a) Stellen Sie Gleichungen zur Bestimmung der Koeffizienten des Polynoms auf und lösen Sie das Gleichungssystem,
- b) Verwenden Sie die Interpolationsformel von Newton,
- c) Mit Hilfe der Interpolationsformel von Lagrange.

4. Aufgabe. Die Flugbahn eines Geschosses laute wie folgt:

$$y = -\frac{1}{58}(x^2 - 100x - 416) \quad (x, y \text{ in m})$$

(Abschussort: $x = 0$). Bestimmen Sie Flugweite W und Steighöhe (maximale Höhe) H .

5. Aufgabe. Kennlinie einer Glühlampe

Eine Glühlampe stellt einen nichtlinearen elektrischen Widerstand dar. Aus einer Messung sind die folgenden Strom-Spannung-Wertepaare bekannt (I: Stromstärke in Ampere; U: Spannung in Volt):

I	0	0,1	0,2	0,5
U	0	21,0	48,0	225,0

a) Bestimmen Sie aus diesen Messwerten ein Näherungspolynom 3. Grades für die unbekannte Kennlinie $U = f(I)$ der Glühlampe.

b) Welcher Spannungsabfall ist bei einer Stromstärke von $I = 0,3 \text{ A}$ zu erwarten?

Anleitung: Verwenden Sie die Interpolationsformel von Newton.

6. Aufgabe. Führen Sie für die folgenden Funktionen Partialbruchzerlegungen durch:

a)

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$$

b)

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^3 - x}$$

c)

$$f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 6}{(x-1)^3}$$

d)

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 3}{(x+1)(x+2)^2}$$

e)

$$f(x) = \frac{4x^2 + 25x + 45}{(x+1)(x^2 + 6x + 13)}$$

f)

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x + 5)}$$

g)

$$f(x) = \frac{x+4}{x^2 + 5x + 6}$$

h)

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)(x+2)(x+3)}$$

i)

$$f(x) = \frac{x^3}{(x+3)^4}$$

j)

$$f(x) = \frac{10x^3 + 20x^2 + x + 5}{(x+1)^2(x^2 + x - 2)}$$

k)

$$f(x) = \frac{1}{x^2(x+1)^2}$$

l)

$$f(x) = \frac{10}{(x+1)^2(x^2 + 8x + 17)}$$

m)

$$f(x) = \frac{x+5}{(x+1)(x^2+1)}$$

n)

$$f(x) = \frac{7x^2 - x + 12}{x^3 + x^2 + 3x + 3}$$