

# Protokoll Übung 5

Elektrische Messtechnik Gruppe K  
06.01.2020

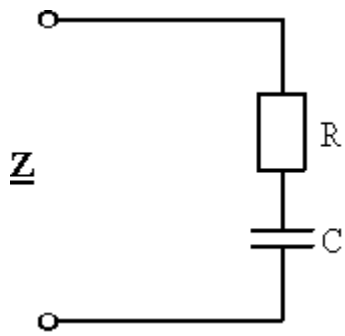
Dennis Claußner | Matrikelnr: 890270

Alexander Alekseev | Matrikelnr: 891165

Paul Opitz | Matrikelnr: 893933

Moez Rjiba | Matrikelnr: 837903

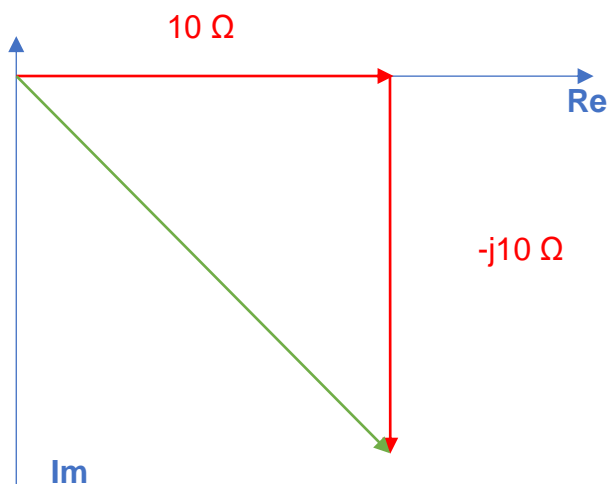
## Aufgabe 1 – Impedanz



$$R = 10 \, \Omega, C = 318 \, \mu\text{F}, f = 50\text{Hz}$$

*Bestimmung Scheinwiderstand:*

*a) mit Hilfe eines Zeigerdiagramms (zeichnerisch)*



$$\underline{Z} = a + jb = 10\Omega - j10\Omega$$

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| e^{j\varphi} = 14.14\Omega e^{-j45^\circ}$$

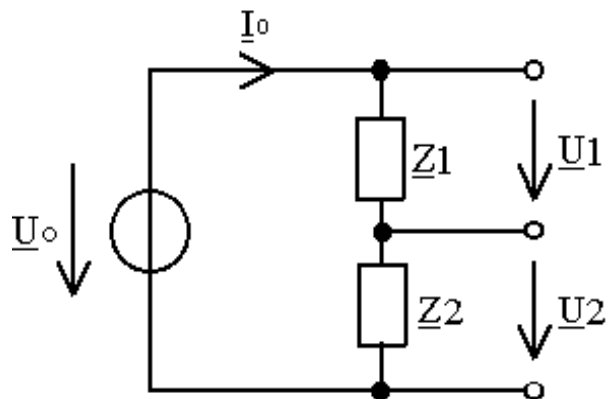
Der Scheinwiderstand und Winkel lassen sich graphisch durch den Betrag  $|\underline{Z}|$  berechnen.

*b) rechnerisch in Komponenten- und Exponentialform*

$$\underline{Z} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{j \cdot \arctan\left(\frac{a}{b}\right)} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z} = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \varphi = \arctan\left(-\frac{1}{\omega RC}\right)$$

## Aufgabe 2 – Komplexer Spannungsteiler



$$\underline{Z}_1 = 100\Omega + j50\Omega$$

$$\underline{Z}_2 = 80\Omega - j110\Omega$$

$$f = 50\text{Hz}$$

$$\underline{U}_0 = 220\text{V} \cdot e^{j0^\circ}$$

*Berechnung Teilspannung*

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_0 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

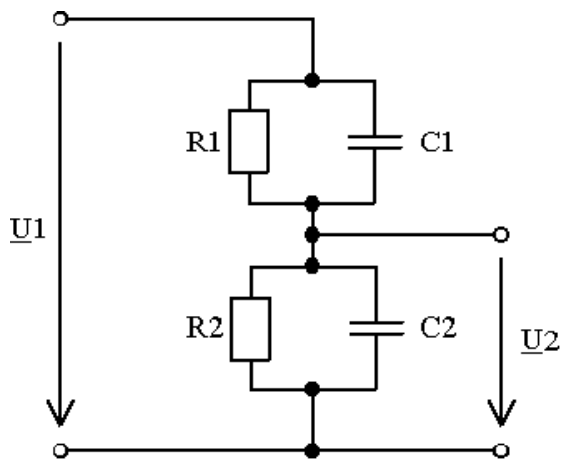
$$\text{Nach } \underline{Z} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{j \cdot \arctan(\frac{a}{b})} = |\underline{Z}| \cdot e^{j\varphi_z}$$

$$\underline{Z}_2 = 80\Omega - j \cdot 110\Omega = \frac{136\Omega}{-54,0^\circ}$$

$$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 180\Omega - j \cdot 60\Omega = \frac{189,7\Omega}{-18,43^\circ}$$

$$\underline{U}_2 = 157,7\text{V} \cdot e^{-j35,6^\circ}$$

### Aufgabe 3 – Bodediagramm



$$R1 = 10 \text{ k}\Omega, R2 = 2,2 \text{ k}\Omega$$

$$C1 = 2,2 \text{ nF}, C2 = 68 \text{ nF}$$

$$f = 1 \text{ kHz}, U1 = 4V \cdot e^{j0^\circ}$$

a) Berechnung von  $\underline{U2}$  nach Betrag und Phase

$$\underline{U2} = \underline{U1} \cdot \frac{\underline{Z2}}{\underline{Z1} + \underline{Z2}}$$

$$\underline{Z1} = \frac{R1 \cdot \frac{1}{j\omega C1}}{R1 + \frac{1}{j\omega C1}} = \frac{R1}{1 + j\omega\tau1} = \frac{R1}{1 + (\omega\tau1)^2} - j \cdot \frac{\omega\tau1}{1 + (\omega\tau1)^2} \text{ mit } \tau1 = R1 \cdot C1$$

$$\underline{Z1} = 9,818\Omega - j \cdot 1,356\Omega; \tau1 = 22 \mu s$$

$$\underline{Z2} = 1,168\Omega - j \cdot 1,098\Omega; \tau2 = 150 \mu s$$

$$\frac{\underline{Z2}}{\underline{Z1} + \underline{Z2}} = \frac{1,168\Omega - j \cdot 1,098\Omega}{10,891\Omega - j \cdot 2,454\Omega} = \frac{1,603/-43,2^\circ}{11,252/-12,6^\circ}$$

$$\underline{U2} = \underline{U1} \cdot \frac{\underline{Z2}}{\underline{Z1} + \underline{Z2}} = 4V \cdot \frac{1,603/-43,2^\circ}{11,252/-12,6^\circ} = 0,57V \cdot e^{-j \cdot 31^\circ}$$

b)

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \text{ mit } \underline{Z}_1 = \frac{R_1 * \frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{R_1}{1 + j\omega\tau_1}$$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = 1 + \frac{\frac{R_1}{1 + j\omega\tau_1}}{\frac{R_2}{1 + j\omega\tau_2'}} = 1 + \frac{R_1 \cdot (1 + j\omega\tau_2')}{R_2 \cdot (1 + j\omega\tau_1)} \text{ mit } \tau_2' = R_2 \cdot C_2'$$

Frequenzunabhängig wenn  $\tau_1 = \tau_2' \Rightarrow \frac{C_2'}{C_1} = (R_1 \cdot R_2) \Rightarrow C_2' = 10 \text{ nF}$

$$R_1 = \frac{10k}{C_1} = 2,2 \text{ nF} \Rightarrow \tau = 22 \mu s$$

$$R_2 = \frac{2,2k}{C_2} = 10 \text{ nF} \Rightarrow \tau = 22 \mu s$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega\tau_2}}{\frac{R_1}{1 + j\omega\tau_1} + \frac{R_2}{1 + j\omega\tau_2}}$$

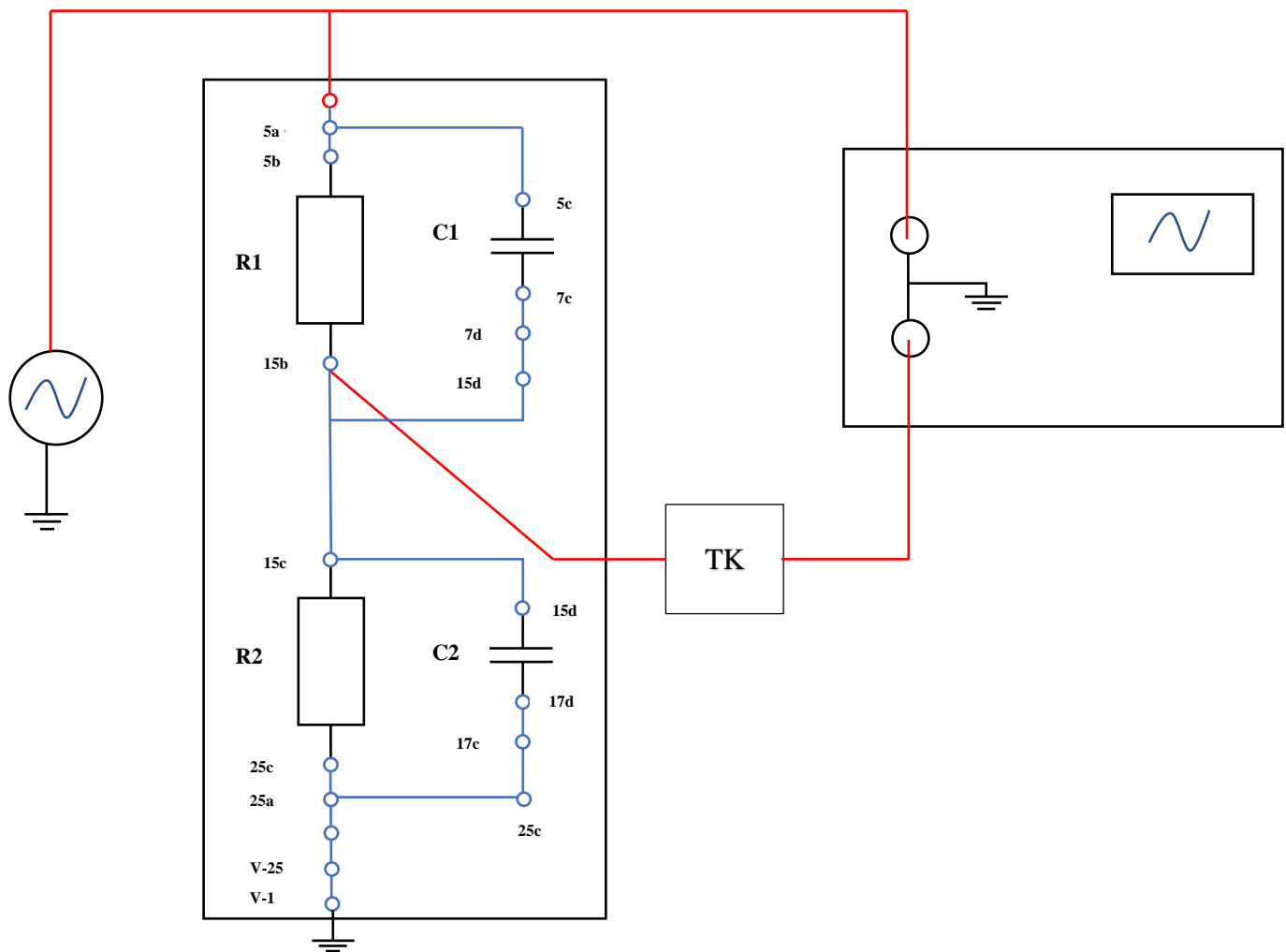
$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R_2 \cdot (1 + j\omega\tau_1)}{R_1 \cdot (1 + j\omega\tau_2) + R_2 \cdot (1 + j\omega\tau_1)}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R_2 \cdot (1 + j\omega\tau_1)}{R_1 + R_2 + j\omega\tau_2 R_1 + j\omega\tau_1 R_2}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} * \frac{1 + j\omega\tau_1}{j\omega * \frac{\tau_2 R_1 + \tau_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$\tau_1 = 22 \mu s = 7,23 \text{ kHz und } \frac{\tau_2 R_1 + \tau_1 R_2}{R_1 + R_2} = 126 \mu s = 1,26 \text{ kHz}$$

Messschaltung:



d) Messwerte

$C2 = 68 \text{ nF}$

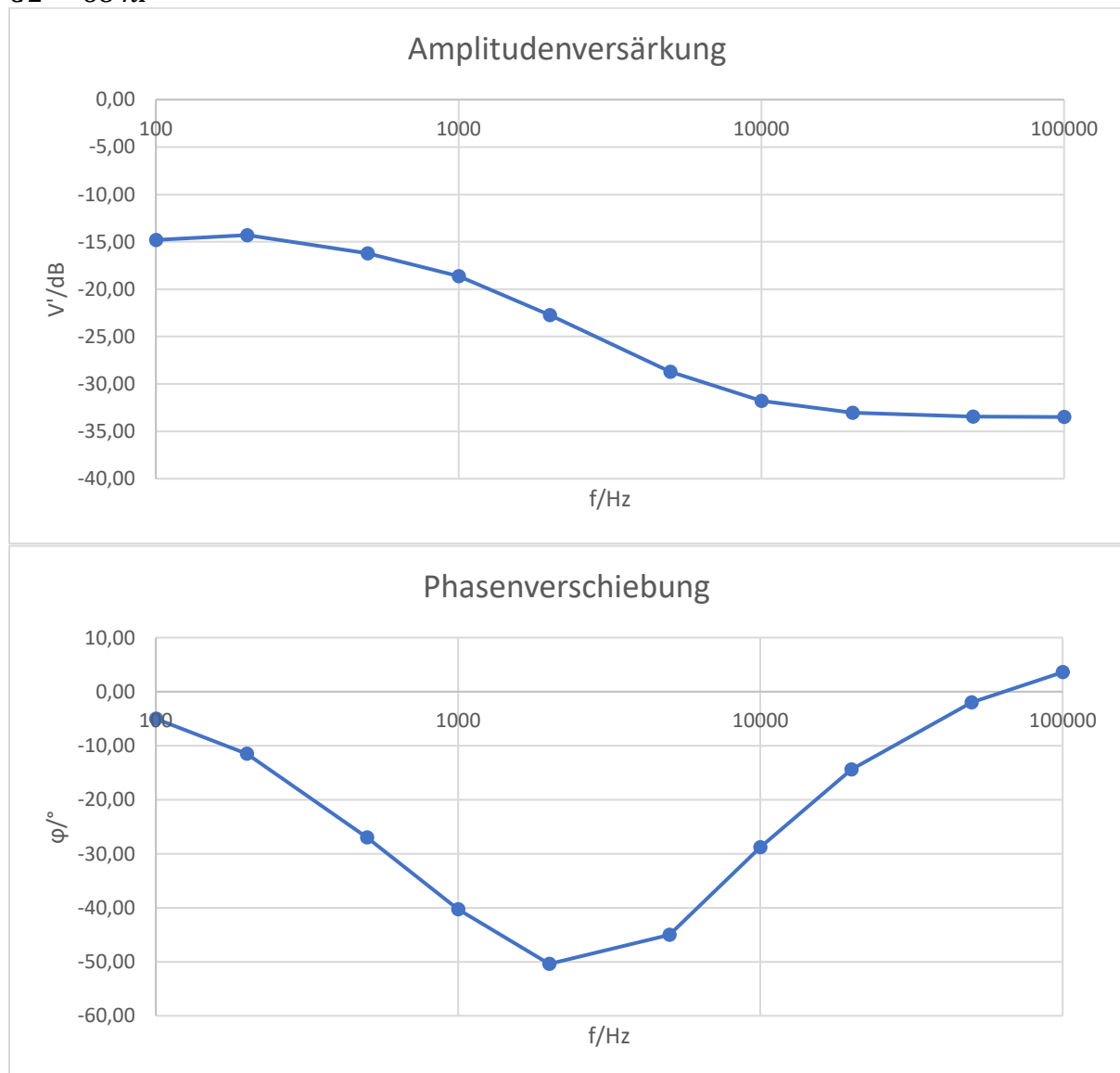
f/Hz	T/ $\mu\text{s}$	Tdiv/ $\mu\text{s}$	Ue/mV	Ua/mV	V	V'/dB	$\Delta t/\mu\text{s}$	$\varphi/^\circ$
100	10000	1000	3894	707	0,18	-14,82	-140	-5,04
200	5000	500	3566	688	0,19	-14,29	-160	-11,52
500	2000	200	3897	603	0,15	-16,21	-150	-27,00
1000	1000	100	3863	453	0,12	-18,62	-112	-40,32
2000	500	50	3895	284	0,07	-22,74	-70	-50,40
5000	200	20	3955	145	0,04	-28,72	-25	-45,00
10000	100	10	3884	100	0,03	-31,79	-8	-28,80
20000	50	5	3900	87	0,02	-33,03	-2	-14,40
50000	20	2	3901	83	0,02	-33,44	-0,112	-2,02
100000	10	1	3969	84	0,02	-33,49	0,1	3,60

$C2 = 10\text{ nF}$

f/Hz	T/ $\mu$ s	Tdiv/ $\mu$ s	Ue/mV	Ua/mV	V	V'/dB	$\Delta t/\mu$ s	$\varphi/^\circ$
100	10000	1000	3922	717	0,18	-14,76	48	1,73
200	5000	500	3901	703	0,18	-14,88	20	1,44
500	2000	200	3895	698	0,18	-14,93	22	3,96
1000	1000	100	3863	696	0,18	-14,89	0	0,00
2000	500	50	3908	699	0,18	-14,95	-0,6	-0,43
5000	200	20	3922	679	0,17	-15,23	-0,8	-1,44
10000	100	10	3909	654	0,17	-15,53	-0,3	-1,08
20000	50	5	3927	640	0,16	-15,76	0	0,00
50000	20	2	3937	638	0,16	-15,81	0,07	1,26
100000	10	1	3981	652	0,16	-15,71	0,05	1,80

### e) Graphische Darstellung der Bodediagramme

$C2 = 68\text{ nF}$



$C2 = 10\text{ nF}$

