

8. Übungsblatt

1. Aufgabe. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen mit getrennten Variablen bzw. die Lösungen der Anfangswertprobleme:

- a) $y' = -t^2/y^3$, $y(0) = 1$,
- b) $yt^2y' = e^y$,
- c) $(1+t)y' = t^2y$, $y(0) = 1$,
- d) $y(1-t)y' = 1 - y^2$.
- e) $ty' \cos y + \sin y = \sin^2 y$.
- f) $(y+2)y' = \sin(2t)$, $y(0) = 1$.

2. Aufgabe.

$$y' + 3y = e^t + 2 \cos(2t)$$

Lösen Sie diese Dgl. durch "Variation der Konstanten".

3. Aufgabe.

$$y' - 4y = e^{4t} + \cos(2t)$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Dgl. durch "Aufsuchen einer partikulären Lösung".

4. Aufgabe.

$$y' + y = 4e^t \cdot \sin(2t)$$

Lösen Sie diese Dgl.

- a) durch Variation der Konstanten,
- b) durch Aufsuchen einer partikulären Lösung.

5. Aufgabe. Wie lauten die allgemeine Lösungen der folgenden homogenen linearen Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten?

- a) $y' + 4y = 0$
- b) $2y' + 4y = 0$
- c) $-3y' = 8y$
- d) $ay' - by = 0$

6. Aufgabe. Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung

$$y' - 3y = t \cdot e^t$$

- a) durch Variation der Konstanten,

b) durch Aufsuchen einer partikulären Lösung.

7. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden inhomogenen Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten nach der Methode "Aufsuchen einer partikulären Lösung":

- a) $y' = 2t - y$
- b) $y' + 2y = 4e^{5t}$
- c) $y' + y = e^{-t}$
- d) $y' - 4y = 5 \sin t$
- e) $y' - 5y = \cos t + 4 \sin t$
- f) $y' - 6y = 3e^{6t}$

8. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen 1. Ordnung:

- a) $y' = x(y^2 + 1)$
- b) $y' = y \cdot \sin x$
- c) $y' = xy$
- d) $xy' + y = 2 \cdot \ln x$
- e) $y' = 5x^4(y + 1)$
- f) $y' - 5y = 2 \cos x - \sin(3x)$

9. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a) $y' + 4y = x^3 - x, \quad y(1) = 2$
- b) $y' - y = e^x, \quad y(0) = 1$
- c) $y' + 3y = -\cos x, \quad y(0) = 5$

10. Aufgabe. Zeigen Sie, dass sich die nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung

$$4yy' - y^2 = -(1 + x^2)$$

mit Hilfe der Substitution $u = y^2$ in eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung überführen lässt und bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung.