

5. Übungsblatt

1. Aufgabe. Zeigen Sie, dass Addition auf der Menge \mathcal{C} der komplexen Zahlen kommutativ ist, d.h., dass die Gleichung $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$ für beliebige $z_1, z_2 \in \mathcal{C}$ gilt.

2. Aufgabe. Welche komplexe Zahl spielt die Rolle des neutralen Elements in Bezug auf die Multiplikation auf der Menge der komplexen Zahlen \mathcal{C} , d.h., für welche komplexe Zahl z_0 die Gleichungen $z_0 \cdot z = z \cdot z_0 = z$ für jede beliebige komplexe Zahl z gelten?

3. Aufgabe. Lösen Sie folgende lineare Gleichungen:

- a) $2x - 4 = 5x + 2$,
- b) $3x + 15 = 3x - 12$,
- c) $-x + 2x + 3 = 2 + x + 1$.

4. Aufgabe. Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen:

- a) $2x^2 + 2x - 4 = 0$,
- b) $-4x^2 + 6x - 9 = 0$,
- c) $x^2 + 2x + 3 = 0$,
- d) $x^2 + 5x + 4 = 0$,
- e) $-x^2 + 3x - 2 = 0$,
- f) $x^2 - 6x + 9 = 0$,
- g) $-x^2 + 4x - 5 = 0$.

5. Aufgabe. Führen Sie quadratische Ergänzungen für folgende quadratische Ausdrücke durch:

- a) $x^2 + 5x + 3$
- b) $x^2 - 2x + 3$
- c) $-x^2 + 3x - 2$
- d) $2x^2 + 6x - 3$

6. Aufgabe. Lösen Sie folgende algebraische Gleichungen 3. und 4. Ordnung:

- a) $x^3 + x = 0$,

b) $-x^3 + 6x^2 - 9x = 0$,

c) $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$,

d) $-x^4 + 3x^2 - 2 = 0$.

Hinweis: Um diese Gleichungen lösen zu können, sollten sie in Verbindung mit quadratischen Gleichungen gebracht werden.

7. Aufgabe. Lösen Sie die Gleichungen

a) $\frac{x-2}{2x+1} = -x - 1$,

b) $\sqrt{x-1} = x + 2$,

c) $\sqrt{x-7} + \sqrt{x-3} = 2$,

d) $|1-x| = |x+2|$,

e) $-|x+1| + |2-x| = |x| - 6$,

f) $|x^2 - 6x| = -8$.

8. Aufgabe. Lösen Sie die Ungleichungen

a) $x^2 - 2x + 1 < 0$,

b) $x^2 + 4x + 5 > 0$,

c) $x^2 - x - 6 \leq 0$,

d) $-3x^2 + 5x + 2 > 0$,

e) $\frac{x-1}{x+2} < 0$,

f) $\frac{2x+2}{x-2} \leq 1$,

g) $|x+3| + |-2x-1| > 1$,

h) $|2|x| - 6| - |2x - 6| + 2x - 6 > 0$,

i) $|x^2 - 3x| \geq -2$.