Lösungen zum 7. Übungsblatt

1. Aufgabe.

- a) a_n ist nicht monoton, $-1 \le a_n \le 1$ b) a_n ist monoton fallend, $\sqrt{2} \le a_n \le \sqrt{3}$

2. Aufgabe.

$$\lim_{n\to\infty}u_n=1.$$

3. Aufgabe.

$$\lim_{n \to \infty} a_n = \frac{4}{3}$$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{4(n+1)^2 + 1}{3(n+1)^2 + 2} - \frac{4n^2 + 1}{3n^2 + 2} = \frac{10n + 5}{(3n^2 + 6n + 5)(3n^2 + 2)} > 0 \Rightarrow$$

monoton wachsende Folge.

4. Aufgabe.

$$a_{2n} \to 2; \ a_{2n-1} \to 0$$

5. Aufgabe.

Nein

6. Aufgabe.

a)
$$\lim_{n \to \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2} = 3$$

b)
$$\lim_{n \to \infty} \frac{(2n+1)^4 - (n-1)^4}{(2n+1)^4 + (n-1)^4} = \frac{15}{17}$$

c)
$$\lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 2n - 1}}{n + 2} = 1$$

$$d) \lim_{n \to \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 1} + n)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1}} = 4$$

e)
$$\lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt[4]{n^5 + 2} - \sqrt[3]{n^2 + 1}}{\sqrt[5]{n^4 + 2} - \sqrt{n^3 + 1}} = 0$$

f)
$$\lim_{n \to \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!} = 0$$

$$g) \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n + 2} - \frac{n}{2} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$h) \ \lim_{n \to \infty} \Bigl(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{(n-1)n}\Bigr) = 1$$