BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik 3

1. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie den Summenwert der folgenden geometrischen Reihen:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^{n-1} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} 0,3^{n-1} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty} 4\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

2. Aufgabe.Welchem allgemeinen Bildungsgesetz unterliegen die folgenden Reihen? Untersuchen Sie diese Reihen mit Hilfe des Quotientenkriteriums auf Konvergenz bzw. Divergenz:

$$a)\ 1+\frac{10}{1!}+\frac{100}{2!}+\frac{1000}{3!}+\cdots$$

$$b)\ \frac{1}{1\cdot 2^1}+\frac{1}{3\cdot 2^3}+\frac{1}{5\cdot 2^5}+\frac{1}{7\cdot 2^7}+\cdots$$

$$c)\ \frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\frac{7}{2^4}+\cdots$$

$$d)\ \frac{\ln 2}{1!}+\frac{(\ln 2)^2}{2!}+\frac{(\ln 2)^3}{3!}+\cdots$$

3. Aufgabe. Zeigen Sie die Konvergenz der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

Welchen Summenwert hat die Reihe?
Hinweis: Das allgemeine Glied zunächst durch Partialbruchzerlegung in Teilbrüche zerlegen, dann die Partialsumme s_n bestimmen.

4. Aufgabe. Bestimmen Sie das Konvergenzverhalten der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{1}{n}+1\right).$$

Hinweis: Zunächst das allgemeine Reihenglied umformen (Rechenregeln für Logarithmen anwenden), dann die Partialsumme s_n bestimmen.

5. Aufgabe. Zeigen Sie: Die folgenden Reihen erfüllen nicht das (bekannte) notwendige Konvergenzkriterium und sind somit divergent.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n} \qquad b)\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(3+\frac{1}{2n}\right).$$

6. Aufgabe. Zeigen Sie mit Hilfe einer geeigneten konvergenten Vergleichsreihe (Majorante) die Konvergenz der folgenden Reihen :

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} 0,5^n \cdot \cos(2n) \qquad b)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(n+3)^2}$$

7. Aufgabe. Zeigen Sie mit Hilfe des Minorantenkriteriums, dass die folgenden Reihen divergieren:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}, \quad \alpha \leq 1 \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$$

8. Aufgabe. Untersuchen Sie mit Hilfe des Quotientenkriteriums, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$a)\ \frac{1}{11} + \frac{1}{101} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{10001} + \cdots$$

$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$$

$$c)\ 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \cdots$$

$$d)\ \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$e)\ \frac{2^1}{1} - \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} - \frac{2^4}{4} + \cdots$$

$$f)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)!}$$

9. Aufgabe. Untersuchen Sie mit Hilfe des Wurzelkriteriums, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4^n \cdot n^2} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^2}$$

10. Aufgabe. Welche der folgenden alternierenden Reihen konvergieren, welche divergieren? Verwenden Sie bei der Untersuchung das Konvergenzkriterium von Leibniz.

$$a)\ 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + ... \qquad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$c)\ 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ... \qquad d)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n \cdot 5^{2n-1}}$$