

**1. Aufgabe** (12 Punkte). Die Funktion

$$f(x) = 2 \cos(3x) + e^{-7x}$$

soll in der Umgebung der Stelle  $x_0 = 0$  durch eine Parabel ersetzt werden. Bestimmen Sie die Parabelgleichung.

**2. Aufgabe** (22 Punkte). Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq t < -\frac{\pi}{2} \\ -3, & -\frac{\pi}{2} \leq t < 0 \\ 3, & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf  $\mathbf{R}$  fortgesetzt. Skizzieren Sie den Graphen von  $f(x)$  für  $|x| \leq 2\pi$ . Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion  $f(x)$ .

**3. Aufgabe** (20 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) - 14y'(x) + 49y(x) = 28 + e^{3x}.$$

**4. Aufgabe** (13 Punkte). Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte  $F(\omega)$  der Funktion

$$f(t) = \frac{e^{3it} \cdot t}{t^2 - 4t + 40}$$

mit Hilfe der Rechenregeln zur Berechnung der Fourier-Transformierten und bereits bekannten (tabellarischen) Fourier-Transformationen.

**5. Aufgabe** (23 Punkte). Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem für das System von Differentialgleichungen:

$$\begin{cases} y_1'(x) = 7y_1 + 4y_2, \\ y_2'(x) = 4y_1 + y_2, \\ y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 1. \end{cases}$$

**6. Zusatzaufgabe** (15 Punkte). Bestimmen Sie die Originalfunktion  $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$  der Bildfunktion

$$F(s) = \frac{s - 2}{(s - 3)^2(s - 4)}$$

mittels Partialbruchzerlegung und Anwendung der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen.