

**1. Aufgabe** (20 Punkte). Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren dieser Matrix.  
Ist die Matrix  $A$  diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

**2. Aufgabe** (35 Punkte). Führen Sie Kurvendiskussion der unecht gebrochenrationalen Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$$

nach dem folgenden Schema:

- a) Definitionsbereich,
- b) Symmetrie (gerade, ungerade Funktion),
- c) Nullstellen, Schnittpunkte mit der  $y$ -Achse,
- d) Pole, senkrechte Asymptoten (Polgeraden),
- e) Asymptotisches Verhalten der Funktion für  $x \rightarrow \pm\infty$ , Asymptoten im Unendlichen,
- f) relative Extremwerte (Maxima und Minima),
- g) Wendepunkte, Sattelpunkte,
- h) Wertebereich der Funktion,
- i) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.

**3. Aufgabe** (25 Punkte). Berechnen Sie das unbestimmte Integral (Partialbruchzerlegung):

$$\int \frac{x + 2}{x^2 \cdot (x + 1)} dx.$$

**4. Aufgabe** (10 Punkte). Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(7x)}{3x}$$

**5. Zusatzaufgabe** (15 Punkte). Berechnen Sie das bestimmte Integral (Partielle Integration):

$$\int_0^1 x \cdot e^{2x} dx.$$