

10. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte (nach der Regel von L'Hospital):

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\tan x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} + \frac{1}{1-x} \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln \frac{x-1}{x+1}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{1 - \cos(bx)}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$$

2. Aufgabe. Bilden Sie die 1. Ableitung $y' = \frac{dy}{dx}$ für die folgenden in der Parameterform dargestellten Funktionen:

$$a) y = \sqrt{t}, \quad y = \sqrt{t+1}, \quad t \geq 0$$

$$b) x = \arcsin t; \quad y = t^2, \quad -1 < t < 1.$$

3. Aufgabe. Bestimmen Sie den Anstieg der Kurve mit der Parameterdarstellung

$$x = 4 \cdot \cos^3 t + 3 \cdot \cos t, \quad y = 2 \cdot \sin(2t) + 3 \cdot \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

für den Parameterwert $t = \pi/2$.

4. Aufgabe. Welchen Anstieg besitzt die Kurve mit der Parameterdarstellung

$$x = \cos t - \sin(2t), \quad y = 2 \cdot \cos^2 t + \sin(3t)$$

in Abhängigkeit vom (reellen) Parameter t ?

Bestimmen Sie die Steigung der Kurventangente für den Parameterwert $t = \pi$.
Wie lautet die Gleichung der dortigen Tangente?

5. Aufgabe. Bestimmen Sie den Anstieg der Kurve

$$r = 1 + e^\varphi, \quad \varphi \geq 0$$

in Abhängigkeit vom Winkel φ .

Welche Steigung m besitzt die Kurventangente für $\varphi = \pi$?

6. Aufgabe. Welche Steigung hat die Tangente an die Kurve mit der Gleichung

$$r = \frac{1}{2 + \varphi}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

im Schnittpunkt mit der negativen x -Achse? Wie lautet die Gleichung dieser Tangente?

7. Aufgabe. Bestimmen Sie die Tangenten- und Normalengleichung für die Funktion $y = \sqrt{16 - x^2}$ an der Stelle $x_0 = 1, 2$.