

**1. Aufgabe** (20 Punkte). Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte und Eigenvektoren dieser Matrix.  
Ist die Matrix  $A$  diagonalisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

**2. Aufgabe** (25 Punkte). Für die Funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x - 1}$$

bestimmen Sie:

- a) Definitionsbereich,
- b) Nullstellen, Schnittpunkte mit der  $y$ -Achse,
- c) Pole, senkrechte Asymptoten (Polgeraden),
- d) Asymptotisches Verhalten der Funktion für  $x \rightarrow \pm\infty$ , Asymptoten im Unendlichen,
- e) relative Extremwerte (Maxima und Minima),
- f) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.

**3. Aufgabe** (25 Punkte). Führen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{(x^2 + 1)(x + 1)^2}$$

Partialbruchzerlegung durch.

**4. Aufgabe** (20 Punkte). Berechnen Sie das Integral (Partielle Integration):

$$\int_0^3 2x \cdot e^{-x} dx.$$

**5. Zusatzaufgabe** (15 Punkte). Bestimmen Sie die Grenzwerte:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2) \ln x}{x^2 + 5x - 14},$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x + 7}{x^2 + x - 5}.$$