BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik II

Lösungen zum 4. Übungsblatt

1. Aufgabe.

Matrix A: Eigenwerte: $\lambda_1 = 4, \quad \lambda_2 = -2 \quad \lambda_3 = 5, \quad \lambda_4 = 2$
Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_1 = 4$:

$$\vec{x_1} = (1;\ 0;\ 0;\ 0)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_2 = -2$:

$$\vec{x_2} = (0;\ 1;\ 0;\ 0)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_3 = 5$:

$$\vec{x_3} = (0;\ 0;\ 1;\ 0)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_4 = 2$:

$$\vec{x_4} = (0;\ 0;\ 0;\ 1)^T$$

Matrix B: Eigenwerte: $\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 5 \quad \lambda_3 = 4$
Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_1 = 1$:

$$\vec{x_1} = \frac{1}{\sqrt{70}} \cdot (-6;\ 3;\ 5)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_2 = 5$:

$$\vec{x_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (0;\ 1;\ 1)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_3 = 4$:

$$\vec{x_3} = (0;\ 0;\ 1)^T$$

Matrix C: Eigenwerte: $\lambda_1 = -5, \quad \lambda_2 = 2 \quad \lambda_3 = 7$
Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_1 = -5$:

$$\vec{x_1} = (1;\ 0;\ 0)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_2 = 2$:

$$\vec{x_2} = \frac{1}{\sqrt{50}} \cdot (1;\ 7;\ 0)^T$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_3 = 7$:

$$\vec{x_3} = \frac{1}{\sqrt{73}} \cdot (-1;\ 6;\ 6)^T$$

2. Aufgabe.

a) Eigenwerte: $\lambda_1 = 3, \quad \lambda_2 = 6 \quad \lambda_3 = 0$
b) $Sp(A) = 9, \quad \det A = 0.$
c) Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_1 = 3$:

$$\vec{x_1} = \alpha \cdot (-2;\ 0;\ 1)^T.$$

Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_2 = 6$:

$$\vec{x_2} = \beta \cdot (2,5;\ 1,5;\ 1)^T.$$

Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_3 = 0$:

$$\vec{x_3} = \gamma \cdot (2,5;\ -1,5;\ 1)^T.$$

d) Die Eigenvektoren der Matrix A sind linear unabhängig.

3. Aufgabe.

a) Eigenwerte: $\lambda_1 = \alpha, \quad \lambda_2 = \alpha + \sqrt{2}\beta, \quad \lambda_3 = \alpha - \sqrt{2}\beta$
$Sp(A) = 3\alpha, \quad \det A = \alpha(\alpha^2 - 2\beta^2).$

b) Eigenwerte: $\lambda_{1,2} = 2, \quad \lambda_3 = 7$
$Sp(A) = 11, \quad \det A = 28.$

4. Aufgabe.

Eigenwerte: $\lambda_{1,2} = 2, \quad \lambda_{3;4} = \pm i$
$Sp(A) = 4, \quad \det A = 4.$

5. Aufgabe.

Eigenwerte: $\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \sqrt{2} \quad \lambda_3 = -\sqrt{2}$
Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_1 = 0$:

$$v_1 = \alpha(-1;\ 0,\ 1)^T$$

Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_2 = \sqrt{2}$:

$$v_2 = \beta(1;\ \sqrt{2},\ 1)^T$$

Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_3 = -\sqrt{2}$:

$$v_3 = \gamma(1;\ -\sqrt{2},\ 1)^T$$

Man zeigt mit Hilfe des Skalarproduktes, dass die Vektoren $\vec{v_1},\ \vec{v_2}$ und $\vec{v_3}$ orthogonal sind.