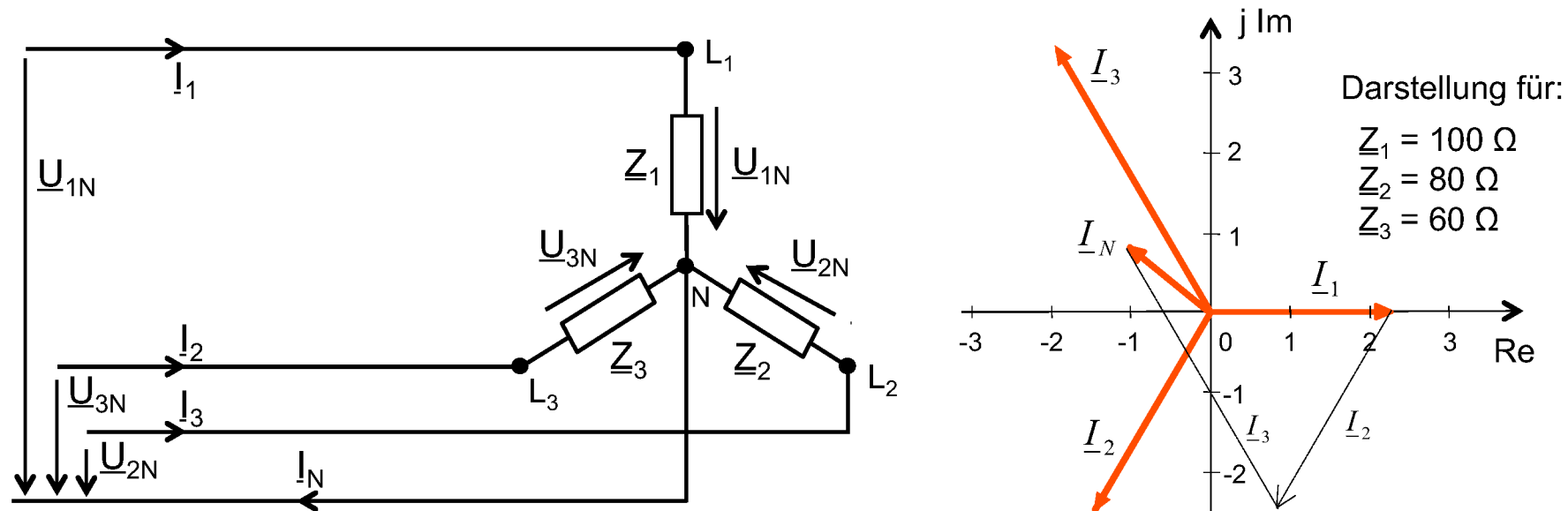


# Unsymmetrischer Verbraucher in Sternschaltung mit **verbundenem** Sternpunkt



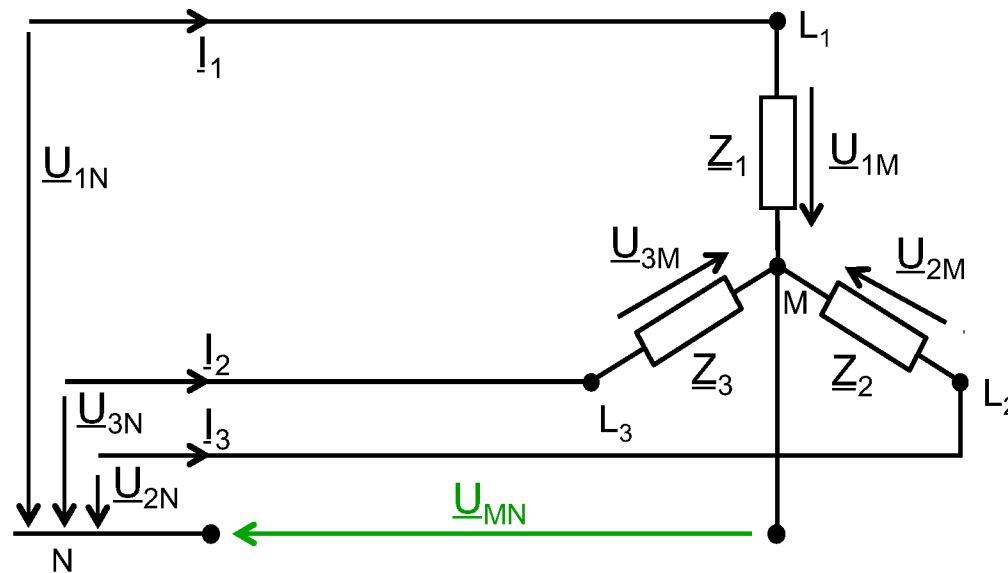
Auch in diesem Fall sind die Strangströme unabhängig voneinander bestimmbar:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1N}}{\underline{Z}_1} \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{2N}}{\underline{Z}_2} \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{3N}}{\underline{Z}_3}$$

Strom im Nullleiter:  $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 \neq 0$

Bei unsymmetrischer Last und angeschlossenem Nullpunkt  
fließt ein Ausgleichsstrom über den Nullleiter

# Unsymmetrischer Verbraucher in Sternschaltung mit **abgetrenntem** Sternpunkt



Der abgetrennte Sternpunkt verhindert das Fließen eines Ausgleichsstromes:

$$\underline{I}_N = 0$$

Symmetrische Drehstromquelle:

$$\underline{U}_{1N} = U_N \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\underline{U}_{2N} = U_N \cdot e^{-j120^\circ}$$

$$\underline{U}_{3N} = U_N \cdot e^{j120^\circ}$$

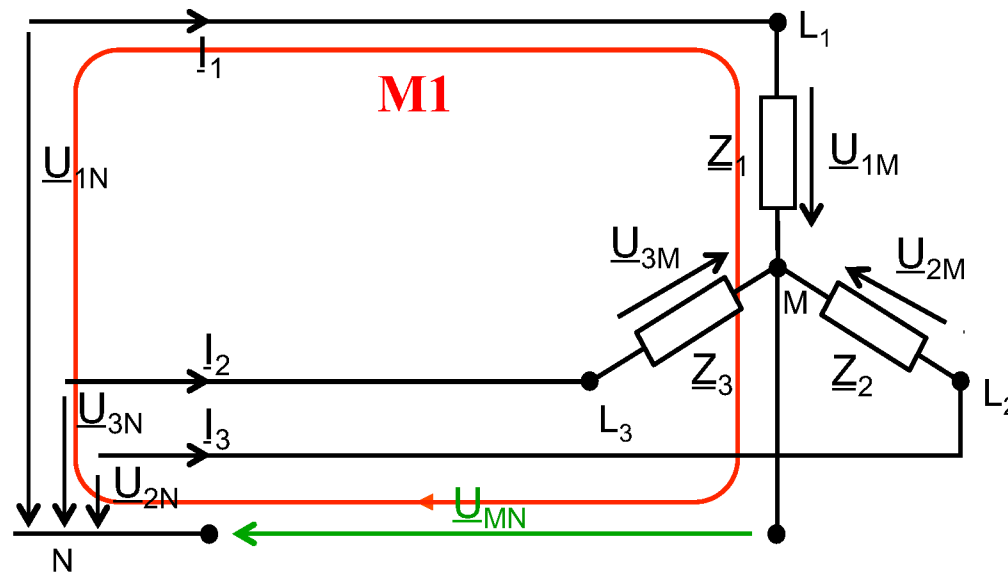
Unsymmetrischer Drehstromverbraucher:

$$\underline{U}_{1M} = \underline{U}_{1N} - \underline{U}_{MN}$$

$$\underline{U}_{2M} = \underline{U}_{2N} - \underline{U}_{MN}$$

$$\underline{U}_{3M} = \underline{U}_{3N} - \underline{U}_{MN}$$

# Berechnung der unsymmetrisch belasteten Sternschaltung mit abgetrenntem Sternpunkt



Knotengleichung:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$$

Maschengleichungen:

$$-\underline{U}_{1N} + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 + \underline{U}_{MN} = \underline{0} \quad \text{M1}$$

$$-\underline{U}_{2N} + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{U}_{MN} = \underline{0}$$

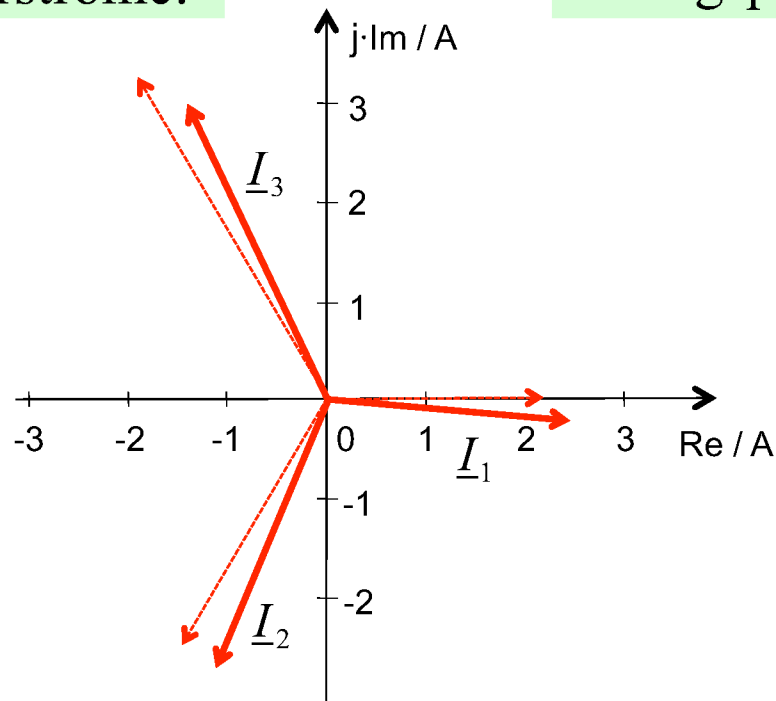
$$-\underline{U}_{3N} + \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{U}_{MN} = \underline{0}$$

Gleichungssystem mit 4 Unbekannten lösen:

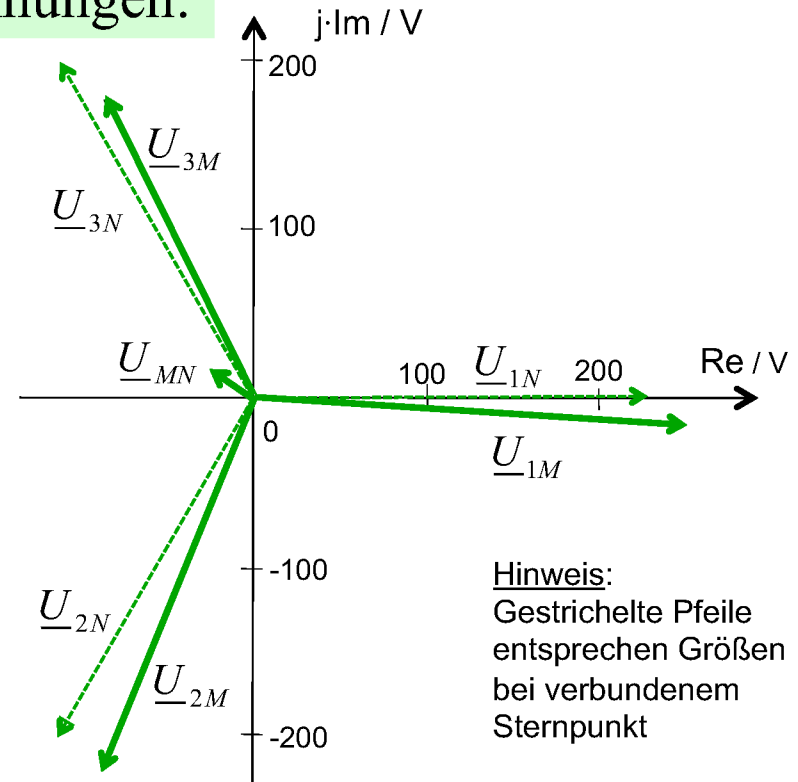
$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \underline{Z}_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \\ \underline{U}_{MN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{1N} \\ \underline{U}_{2N} \\ \underline{U}_{3N} \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{U}_{MN}$$

# Zeigerdiagramme für unsymmetrische Sternschaltung

Leiterströme:



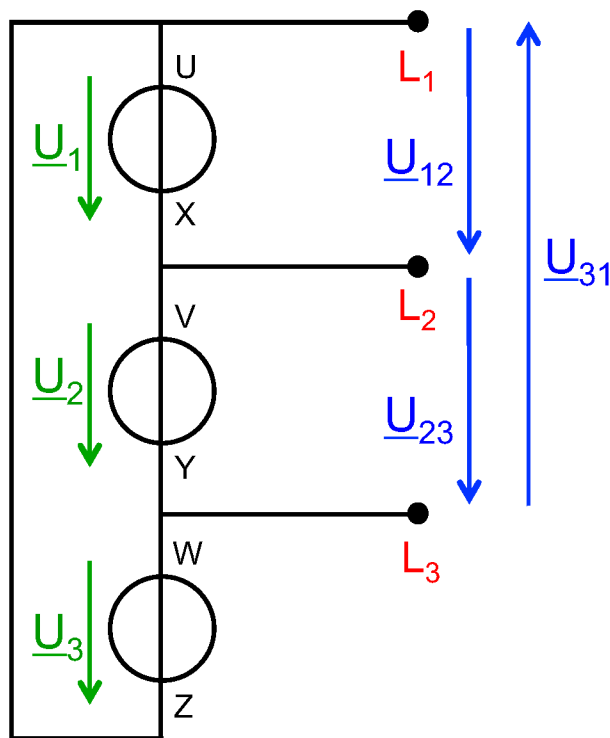
Strangspannungen:



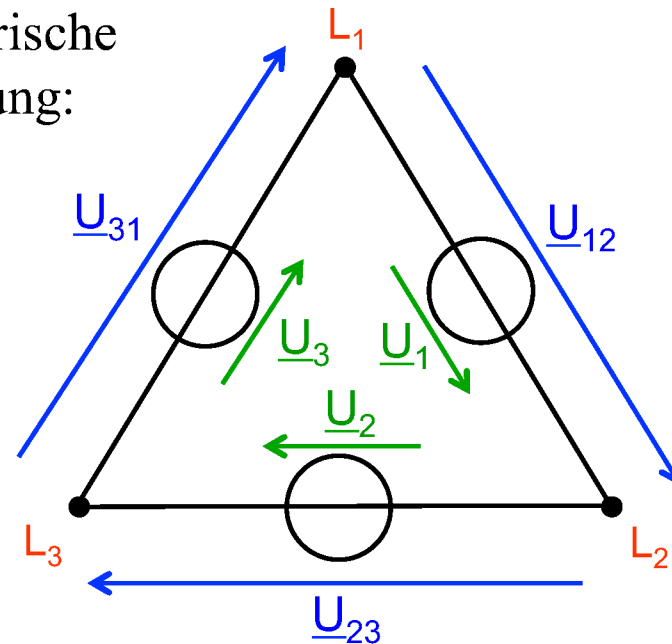
Bei unsymmetrischer Last und abgetrenntem Nullleiter tritt an mindestens einem Verbraucher eine Spannungserhöhung auf !

# Dreieckschaltung

Bei der Dreieckschaltung werden drei Spannungsquellen zyklisch so in Reihe geschaltet, dass Strang- und Leiterspannungen identisch sind



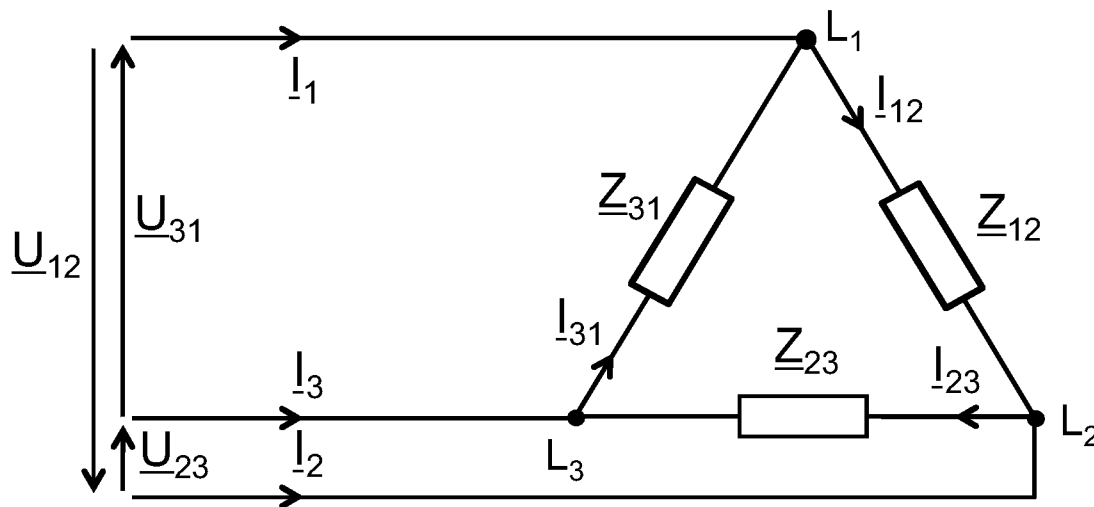
Symmetrische  
Darstellung:



$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_1 \quad \underline{U}_{23} = \underline{U}_2 \quad \underline{U}_{31} = \underline{U}_3$$

allgemein:  $\underline{U}_{\text{Leiter}} = \underline{U}_{\text{Strang}}$

# Anschluss von Verbrauchern in Dreieckschaltung



Leiterspannungen =  
Strangspannungen:

$$\underline{U}_{12} = U_0 \cdot e^{j30^\circ}$$

$$\underline{U}_{23} = U_0 \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U}_{31} = U_0 \cdot e^{j150^\circ}$$

Strangströme:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}} \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}}$$

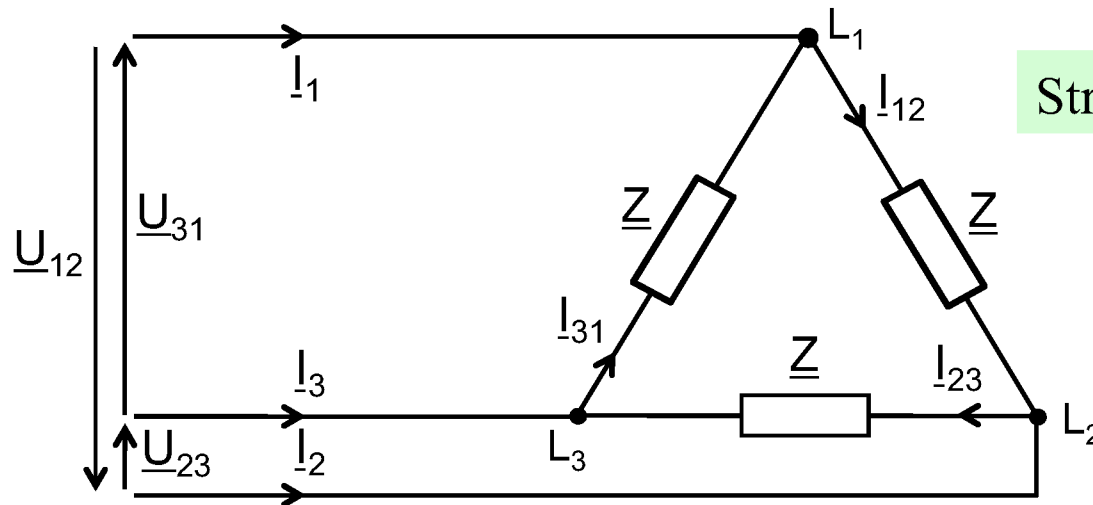
Leiterströme:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

# Symmetrische Verbraucher in Dreieckschaltung



Strangströme:

mit:

$$\underline{I}_0 = \frac{U_0}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} = \underline{I}_0 \cdot e^{j30^\circ}$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}} = \underline{I}_0 \cdot e^{-j90^\circ}$$

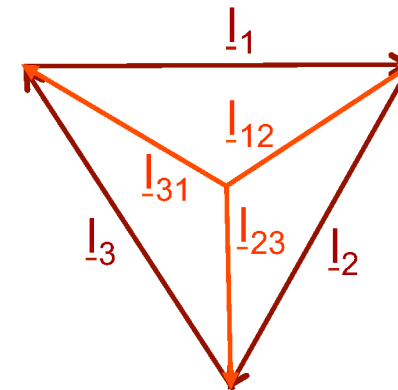
$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}} = \underline{I}_0 \cdot e^{j150^\circ}$$

Leiterströme:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \underline{I}_0 \cdot (e^{j30^\circ} - e^{j150^\circ}) = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_0 \cdot e^{j0^\circ}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} = \underline{I}_0 \cdot (e^{-j90^\circ} - e^{j30^\circ}) = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_0 \cdot e^{-j120^\circ}$$

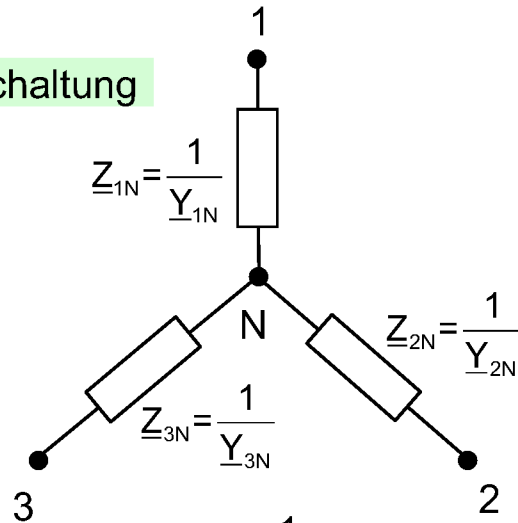
$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23} = \underline{I}_0 \cdot (e^{j150^\circ} - e^{-j90^\circ}) = \sqrt{3} \cdot \underline{I}_0 \cdot e^{j120^\circ}$$



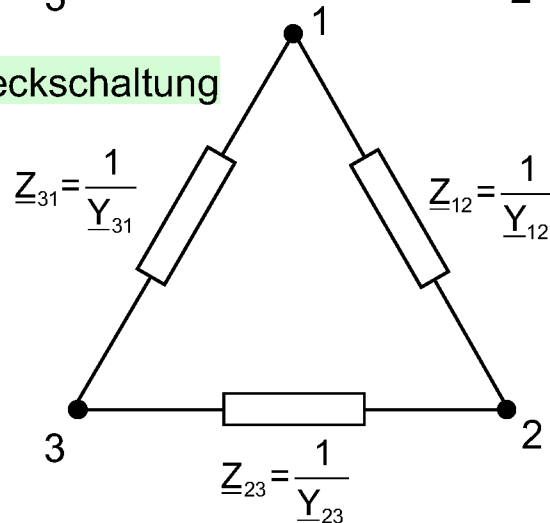
$$I_{\text{Leiter}} = \sqrt{3} \cdot I_{\text{Strang}}$$

# Umrechnung zwischen Stern- und Dreieckschaltung

Sternschaltung



Dreieckschaltung



Beliebige Widerstände:

$$\underline{Z}_{1N} = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{2N} = \frac{\underline{Z}_{23} \cdot \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{3N} = \frac{\underline{Z}_{31} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

Bei Symmetrie:

$$\underline{Z}_{1N} = \underline{Z}_{2N} = \underline{Z}_{3N} \\ = \underline{Z}_{12} / 3 = \underline{Z}_{23} / 3 = \underline{Z}_{31} / 3$$

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{Y}_{1N} \cdot \underline{Y}_{2N}}{\underline{Y}_{1N} + \underline{Y}_{2N} + \underline{Y}_{3N}}$$

$$\underline{Y}_{23} = \frac{\underline{Y}_{2N} \cdot \underline{Y}_{3N}}{\underline{Y}_{1N} + \underline{Y}_{2N} + \underline{Y}_{3N}}$$

$$\underline{Y}_{31} = \frac{\underline{Y}_{3N} \cdot \underline{Y}_{1N}}{\underline{Y}_{1N} + \underline{Y}_{2N} + \underline{Y}_{3N}}$$

$$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{31} \\ = \underline{Y}_{1N} / 3 = \underline{Y}_{2N} / 3 = \underline{Y}_{3N} / 3$$



# Leistung in symmetrischen Dreiphasensystemen

$$P_{\text{gesamt}} = 3 \cdot U_{\text{Strang}} \cdot I_{\text{Strang}} \cdot \cos \varphi$$

$$Q_{\text{gesamt}} = 3 \cdot U_{\text{Strang}} \cdot I_{\text{Strang}} \cdot \sin \varphi$$

Bezug auf Leitergrößen

Sternschaltung:

$$I_{\text{Strang}} = I_{\text{Leiter}}$$

$$U_{\text{Strang}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U_{\text{Leiter}}$$

Dreieckschaltung:

$$I_{\text{Strang}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot I_{\text{Leiter}}$$

$$U_{\text{Strang}} = U_{\text{Leiter}}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_{\text{gesamt}} &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{\text{Leiter}} \cdot \cos \varphi & \text{mit: } \varphi &= \varphi_u - \varphi_i \\ Q_{\text{gesamt}} &= \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{\text{Leiter}} \cdot \sin \varphi \\ \underline{S}_{\text{gesamt}} &= P + jQ = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Leiter}} \cdot I_{\text{Leiter}} \cdot e^{j\varphi} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{\text{Leiter}} \cdot \underline{I}_{\text{Leiter}}^* \end{aligned}$$

# Vorteile von Drehstrom

---

Bei symmetrischer Belastung in Sternschaltung oder bei Verwendung einer Dreieckschaltung ergibt die Summe der Leitungsströme zu jedem Zeitpunkt Null, so dass **kein Rückleiter** benötigt wird.

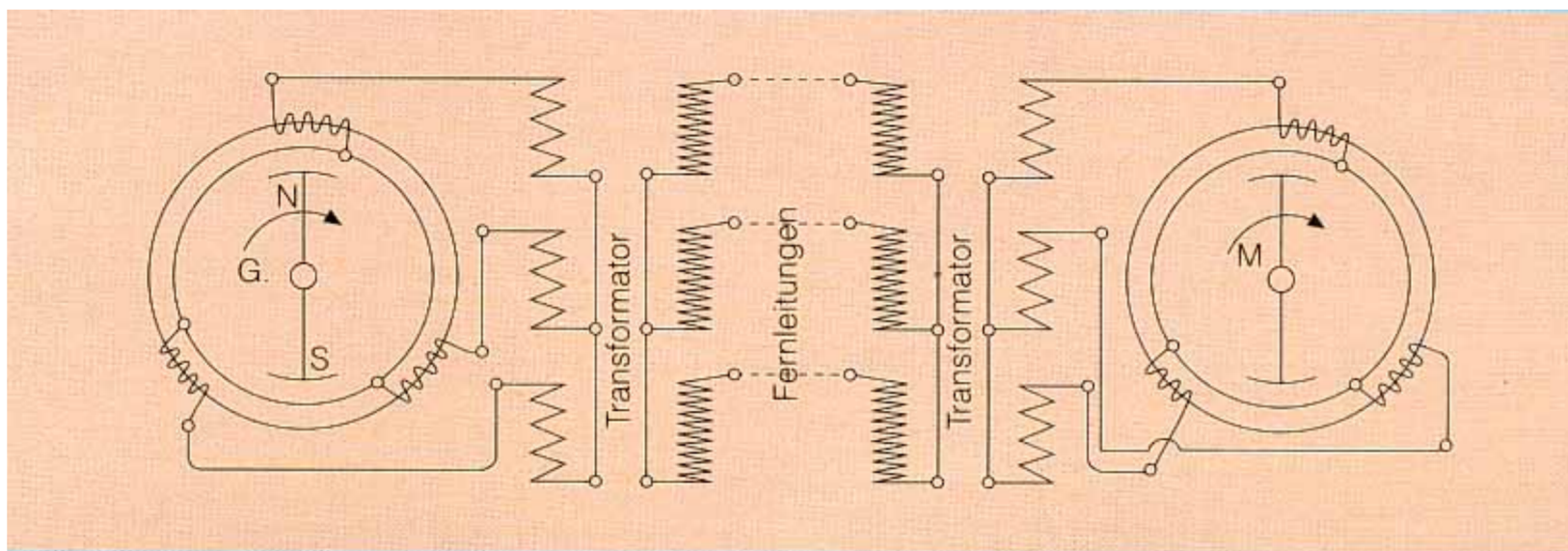
In Sternschaltung stehen zum Anschluss von Verbrauchern **zwei unterschiedliche Spannungen** zur Verfügung (220V und 380V)

Bei der Erzeugung in Generatoren und Wandlung mit Transformatoren entstehen aufgrund der hohen Symmetrie nur **geringe Verluste**

Die um  $120^\circ$  phasenverschobenen Ströme erzeugen ein **Drehfeld zum Antrieb verlustarmer, robuster Motoren**

# Prinzip der Drehstromübertragung

Bild aus Patentanmeldung von F. A. Haselwander (1888)



Generator

Motor