

10. Übungsblatt

1. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden inhomogenen linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten:

a) $y'' - 3y' + 2y = e^{2t}$,

b) $y'' - 3y' + 2y = t$,

c) $y'' + 6y' + 4y = 2e^{-2t} + \cos(2t)$.

2. Aufgabe. Geben Sie eine partikuläre Lösung $y_p(t)$ für die folgenden inhomogenen linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten an:

$$y''(t) + y'(t) - 6y(t) = 2 + t^2, \quad (1)$$

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = -e^{-t}, \quad (2)$$

$$y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = \cos(2t). \quad (3)$$

3. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben:

$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) - 6y(t) = 0, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2. \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) - 6y(t) = 2 + t^2, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = -1. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = -e^{-t}, \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

4. Aufgabe. Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme für die Differentialgleichungen zweiter Ordnung mithilfe der Laplace-Transformation:

a) $y''(t) + y(t) = t$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$,

b) $y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4e^{2t}$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 5$,

c) $y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = e^{-t} \sin(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

5. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden Anfangswertaufgaben:

a) $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$,

b) $y'' + 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

c) $y'' + 4y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$,

c) $y^{(3)} + 4y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$,

6. Aufgabe. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Randwertaufgaben:

a) $y'' + \pi^2 y = 0$, $y(0) = 0$, $y(3/4) = 0$,

b) $y'' + \pi^2 y = 0$, $y(0) = 1$, $y(1) = 0$,

c) $y'' + \pi^2 y = 0$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.