

## 2. Übungsblatt

**1. Aufgabe.** Seien die Prädikate  $A(n) := "n \text{ ist eine Primzahl}"$ ,  $B(n) := "n \text{ ist eine gerade Zahl}"$ ,  $C(n) := "n > 2"$  gegeben. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- a)  $A(5)$
- b)  $C(2)$
- c)  $C(3) \wedge A(4)$
- d)  $B(3) \vee B(6)$
- e)  $\exists n : A(n) \wedge B(n)$
- f)  $\forall n : B(n) \vee \overline{B(n)}$
- g)  $\exists n : A(n) \wedge C(n) \wedge B(n)$

**2. Aufgabe.** Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die folgenden Aussagen unterschiedliche Wahrheitswerte haben können:

$$(\exists x : A(x)) \wedge (\exists x : B(x)) \quad \text{und} \quad \exists x : (A(x) \wedge B(x)).$$

**3. Aufgabe.** Negieren Sie folgende Aussagen:

- a)  $\forall x \exists y : A(x, y) \wedge B(x, y)$ .
- b)  $\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x, y \in [0, 1] : |x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon$ .

**4. Aufgabe** Es sei  $A = \{a, b, c, d, e\}$  und  $B = \{M : M \subseteq A\}$ . Beurteilen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind:

- |                      |                            |                                |
|----------------------|----------------------------|--------------------------------|
| a) $a \in B$         | b) $\{b\} \in B$           | c) $\{a\} \in A$               |
| d) $A \in B$         | e) $A \subseteq B$         | f) $\{a\} \subseteq A$         |
| g) $\emptyset \in B$ | h) $\emptyset \subseteq B$ | i) $\{\emptyset\} \subseteq B$ |

**5. Aufgabe.** Sei  $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  eine Grundmenge,  $A \subseteq G$  die Menge aller Quadratzahlen aus  $G$  und  $B \subseteq G$  die Menge aller geraden Zahlen aus  $G$ .

- a) Bestimmen Sie die Mengen  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $\overline{A \cap B}$ ,  $A \setminus B$ ,  $\overline{A \cup B}$ ,  $B \setminus A$ ,  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

b) Überprüfen Sie die de Morganschen Regeln anhand dieses Beispiels, d.h., zeigen Sie, dass

$$\text{i) } \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B},$$

$$\text{ii) } \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

c) Zeichnen Sie die Mengen  $G$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $\overline{A}$ ,  $\overline{B}$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  und  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  auf einem Euler-Venn-Diagramm.

**6. Aufgabe.** Geben Sie eine auflistende Beschreibung der folgenden Lösungsmengen:

a)  $\{x : 2x^2 - 12x + 2 = 0\},$

b)  $\{x : (x \geq 2) \wedge (x^2 - 4x + 3 = 0)\}.$

**7. Aufgabe.** Bestimmen Sie die Potenzmenge der Potenzmenge der Menge  $M = \{0, 1\}$ , d.h., die Menge  $P(P(M))$ . Wie viele Elemente hat die Menge  $P(P(M))$ ?

**8. Aufgabe.** Skizzieren Sie die Produktmengen  $A \times B$  und  $B \times A$  auf der  $xy$ -Ebene, wenn die Mengen  $A$  und  $B$  wie folgt definiert sind:

$$A = \{-1, 0, 1\}, \quad B = \{2, 3\}.$$

Beurteilen Sie, ob die Gleichung  $A \times B = B \times A$  gilt.