BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik 3

Łösungen zum 1. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie den Summenwert der folgenden geometrischen Reihen:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^{n-1} \quad = \frac{8}{9}$$

$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} 0,3^{n-1} \quad = \frac{10}{7}$$

$$c)\ \sum_{n=1}^{\infty} 4\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{12}{5}$$

2. Aufgabe.Welchem allgemeinen Bildungsgesetz unterliegen die folgenden Reihen? Untersuchen Sie diese Reihen mit Hilfe des Quotientenkriteriums auf Konvergenz bzw. Divergenz:

$$a)\ \ 1+\frac{10}{1!}+\frac{100}{2!}+\frac{1000}{3!}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^{n-1}}{(n-1)!}$$

$$b)\ \ \frac{1}{1\cdot 2^1}+\frac{1}{3\cdot 2^3}+\frac{1}{5\cdot 2^5}+\frac{1}{7\cdot 2^7}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^{2n-1}}$$

$$c)\ \ \frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\frac{7}{2^4}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}$$

$$d)\ \ \frac{\ln 2}{1!}+\frac{(\ln 2)^2}{2!}+\frac{(\ln 2)^3}{3!}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\ln 2)^n}{n!}$$

3. Aufgabe.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}.$$

4. Aufgabe. Die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{1}{n}+1\right).$$

ist divergent.

6. Aufgabe. Zeigen Sie mit Hilfe einer geeigneten konvergenten Vergleichsreihe (Majorante) die Konvergenz der folgenden Reihen :

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} 0,5^n\cdot\cos(2n) \quad \le \sum_{n=1}^{\infty} 0,5^n$$

$$b)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(n+3)^2} \quad \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2}$$

7. Aufgabe. Zeigen Sie mit Hilfe des Minorantenkriteriums, dass die folgenden Reihen divergieren:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}, \quad \alpha \leq 1 \quad \geq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)} \quad \geq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$$

8. Aufgabe. Untersuchen Sie mit Hilfe des Quotientenkriteriums, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n} \qquad \text{konvergent}$$

$$d)\ \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \qquad \text{konvergent}$$

$$f)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(2n)!} \qquad \text{konvergent}$$

9. Aufgabe. Untersuchen Sie mit Hilfe des Wurzelkriteriums, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4^n \cdot n^2} \qquad \text{divergent}$$

$$b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-n^2} \qquad \text{konvergent}$$