BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik II

2. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie die folgenden 4-reihigen Determinanten nach einer günstigen Zeile oder Spalte und berechnen Sie die dabei anfallenden 3-reihigen Determinanten nach der Regel von Sarrus:

a)

$$D = \begin{vmatrix} -2 & -1 & 4 & 0 \\ 10 & -4 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

b)

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Aufgabe. Zeigen Sie durch elementare Umformungen, dass die Determinanten der folgenden Matrizen verschwinden:

a)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 18 & 8 \end{pmatrix}$$

b)

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 18 & -1 \\ 4 & -3 & 5 & 6 \\ -6 & 3 & -9 & 3 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Aufgabe.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

Berechnen Sie diese Determinante durch Laplace-Entwicklung
a) nach der günstigsten Zeile,
b) nach der günstigsten Spalte.

4. Aufgabe. Berechnen Sie die Determinante der 5-reihigen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) durch Laplace-Entwicklung nach günstigsten Zeilen oder Spalten (auf 3-reihige Determinanten zurückführen, die dann nach der Regel von Sarrus berechnet werden),

b) indem Sie die Matrix zunächst mit Hilfe elementarer Zeilenumformungen auf Diagonalgestalt bringen und dann die Determinante der Diagonalmatrix berechnen.

5. Aufgabe. Zeigen Sie , dass die Matrix A regulär ist und bestimmen Sie ihre Inverse A^{-1} mit Hilfe von Unterdeterminanten:

a)

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad \text{mit } a,\ b,\ c\ \neq 0,$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Kontrollieren Sie das Ergebnis.

6. Aufgabe. Zeigen Sie zunächst mit Hilfe der Determinante, dass die Matrix A regulär und somit invertierbar ist und berechnen Sie dann nach dem Gaus-Jordan-Verfahren die inverse Matrix A^{-1}:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Kontrollieren Sie das Ergebnis.

7. Aufgabe. Lösen Sie die Matrizengleichung $X \cdot A = B$ durch Invertierung der Matrix A, wenn

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

8. Aufgabe. Lösen Sie die Matrizengleichung $A \cdot X = B$ durch Invertierung der Matrix A, wenn

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Aufgabe. Prüfen Sie, ob die folgenden Matrizen orthogonal sind:

$$a) \;\; A = \begin{pmatrix} \sin\varphi & -\cos\varphi & 0 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b) \;\; A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Wie lautet die jeweilige inverse Matrix A^{-1}?