WS 2018/19, Mathematik 1 (Technische Informatik)
Prof. Dr. Yuri Luchko

12. Übungsblatt

1. Aufgabe. Für die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

berechnen Sie die folgenden Produkte (Skalar-, Vektor- bzw. Spatprodukte):

a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$
b) $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$
c) $\vec{b} \times \vec{c}$
d) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{c} - \vec{b})$
e) $[\vec{a},\ \vec{c},\ \vec{b}]$

2. Aufgabe. Bestimmen Sie die Projektion des Vektors $\vec{b}$ auf die Richtung des Vektors $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix},$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

3. Aufgabe. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des von den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

4. Aufgabe. Zeigen Sie, dass die drei Kräfte

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ -20 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

auf einer Ebene liegen. Berechnen Sie ferner die resultierende Kraft $\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ (Koordinaten, Betrag und Richtungswinkel).

5. Aufgabe. Bestimmen Sie ob die drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

linear abhängig bzw. linear unabhängig sind.

6. Aufgabe. Wie muss der Parameter λ gewält werden, damit die drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ \lambda \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

komplanar sind (d.h. auf einer Ebene liegen)?

7. Aufgabe. Bestimmen Sie das Volumen des von den Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

gebildeten Spats.

8. Aufgabe. Durch die drei Punkte $A(1,\ -2,\ 0),\ B(-1,\ -1,\ -1), C(0,\ -2,\ 0)$ wird ein Dreieck festgelegt. Berechnen Sie die Längen der drei Seiten des Dreiecks, seine Innenwinkel sowie seinen Flächeninhalt.

9. Aufgabe. Bestimmen Sie, ob die drei Punkte $P_1 = (3,\ 0,\ 4), \quad P_2 = (1,\ 1,\ 1)$ und $P_3 = (-7,\ 5,\ -11)$ auf einer Geraden liegen.

10. Aufgabe. Bestimmen Sie, ob die vier Punkte $P_1 = (-1,\ 1,\ 0), \quad P_2 = (2,\ 0,\ 1)$ und $P_3 = (3,\ 1,\ -1)$ und $P_4 = (0,\ -1,\ -1)$ auf einer Ebene liegen.