BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik II

1. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie mit den (2×3)-Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 8 & -1 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

die folgenden Ausdrücke:

a)

$$3A + 2B - 5C$$

b)

$$2(A - 2B) - 3(B^T - A^T)^T - 2C$$

2. Aufgabe. Zeigen Sie am Beispiel der 3-reihigen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 9 & -3 \\ -4 & 6 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix},$$

dass die Matrizenmultiplikation nicht kommutativ ist ($A \cdot B \neq B \cdot A$).

3. Aufgabe.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie am Beispiel dieser Matrizen die Gültigkeit der folgenden Rechenregeln (sofern alle Summen und Produkte existieren):

a)

$$(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$$

b)

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

c)

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

4. Aufgabe. Gegeben sind die 3-reihigen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die folgenden Produkte:

$$A \cdot B, \quad B \cdot A, \quad A^2 = A \cdot A, \quad B^2 = B \cdot B$$

b) Berechnen Sie die folgenden Produkte:

$$(A + B)^2 = (A + B) \cdot (A + B)$$

$$(A - B)^2 = (A - B) \cdot (A - B)$$

$$(A + B) \cdot (A - B)$$

Sind die bekannten Binomischen Formeln auf Matrizen anwendbar?

5. Aufgabe. Gegeben sind folgende Matrizen:

$$A_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \; B_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \; C_{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Bilden Sie alle möglichen Produkte $X \cdot Y$ mit zwei Faktoren.
b) Bilden Sie alle möglichen Produkte $X \cdot Y \cdot Z$ mit drei verschiedenen Faktoren.

6. Aufgabe. Bestimmen Sie alle 2-reihigen Matrizen vom Typ

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

welche mit der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

kommutieren ($A \cdot X = X \cdot A$).

7. Aufgabe. Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & 4 \\ 1 & 7 & 0 \end{vmatrix}, \qquad b) \begin{vmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 0 & -3 & 4 \\ 1 & 7 & 0 \end{vmatrix},$$

$$c)\ \begin{vmatrix} -3 & 2 & -6 \\ 0 & -3 & 8 \\ -3 & 7 & 0 \end{vmatrix}, \qquad d)\ \begin{vmatrix} 0 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

8. Aufgabe. Begründen Sie, warum die folgenden Determinanten verschwinden:

$$a)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}, \qquad b)\ \begin{vmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -2 & 1 & -10 \\ 6 & -12 & 30 \end{vmatrix},$$

$$c)\ \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 5 & -8 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & -6 & 0 \end{vmatrix}, \qquad d)\ \begin{vmatrix} 4 & -3 & 4 \\ -20 & 15 & -20 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$