

## 7. Übungsblatt

**1. Aufgabe.** Untersuchen Sie die Folge  $(a_n)$  auf Monotonie und Beschränktheit. Dabei ist

a)

$$a_n = \frac{1}{1 + (-2)^n},$$

b)

$$a_n = \sqrt{1 + \frac{n+1}{n}}.$$

**2. Aufgabe.** Das allgemeine Glied  $u_n$  der Folge

$$u_1 = \frac{1}{2}, \quad u_2 = \frac{5}{4}, \quad u_3 = \frac{7}{8}, \quad u_4 = \frac{17}{16}, \dots$$

hat die Form  $\frac{2^n-1}{2^n}$ , wenn  $n$  eine ungerade Zahl ist, und  $\frac{2^n+1}{2^n}$  für gerades  $n$ . Man bestimme  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

**3. Aufgabe.** Man beweise, dass die Folge

$$a_n = \frac{4n^2 + 1}{3n^2 + 2}$$

bei unbegrenzt wachsendem  $n$  gegen den Grenzwert  $4/3$  strebt, und zwar monoton wachsend.

**4. Aufgabe.** Man beweise, dass die Folge  $a_n = 1 + (-1)^n$  bei unbegrenzt wachsendem  $n$  keinen Grenzwert hat.

**5. Aufgabe.** Besitzt die Folge

$$a_n = n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

einen Grenzwert?

**6. Aufgabe.** Man bestimme die Grenzwerte der Zahlenfolgen:

$$a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^4 - (n-1)^4}{(2n+1)^4 + (n-1)^4}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 2n - 1}}{n + 2}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 1} + n)^2}{\sqrt[3]{n^6 + 1}}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{n^5 + 2} - \sqrt[3]{n^2 + 1}}{\sqrt[5]{n^4 + 2} - \sqrt{n^3 + 1}}$$

$$f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!}$$

$$g) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n + 2} - \frac{n}{2} \right)$$

$$h) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right)$$