1. Aufgabe (12 Punkte). Linealisieren Sie die Funktion

$$f(x) = (x^3 + 4)e^{-5x} + \ln(x^2 + 2)$$

um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

2. Aufgabe (23 Punkte). Die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 0, & -\pi < t < -\frac{\pi}{2} \\ -3, & -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf $\mathbf{R}$ fortgesetzt. Skizzieren Sie den Graphen von f für $|t| \leq 2\pi$. Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion $f(x)$.

3. Aufgabe(20 Punkte) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(t) - 2y'(t) + 10y(t) = x^2 + 3$$

4. Aufgabe (12 Punkte). Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ der Funktion

$$f(t) = e^{-5(t-3)^2} + \frac{e^{7it}}{t^2 + 2}$$

mit Hilfe der Rechenregeln zur Berechnung der Fourier-Transformierten und bereits bekannten (tabellarischen) Fourier-Transformationen.

5. Aufgabe (23 Punkte). Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem für das System von Differentialgleichungen:

$$\begin{cases} y_1'(x) = 3y_1 + 4y_2, \\ y_2'(x) = 16y_1 + 3y_2, \\ y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 0. \end{cases}$$

6. Zusatzaufgabe (15 Punkte). Bestimmen Sie die Originalfunktion $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$ der Bildfunktion

$$F(s) = \frac{s + 3}{(s^2 + 9)(s + 1)}$$

mittels Partialbruchzerlegung und Anwendung der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen.