

1. Aufgabe (18 Punkte). Bestimmen Sie das Taylorsche Polynom zweiten Grades für die Funktion

$$f(x) = e^{-2x} \cos(x^2 + x)$$

um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

2. Aufgabe (30 Punkte). Die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 0, & -\pi < t < -\frac{\pi}{2} \\ -t, & -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf \mathbf{R} fortgesetzt. Skizzieren Sie den Graphen von f für $|t| \leq 2\pi$. Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion $f(t)$.

3. Aufgabe (25 Punkte) Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{cases} y''(t) - 6y'(t) + 10y(t) = e^t + 3, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

4. Aufgabe (17 Punkte). Bestimmen Sie die Originalfunktion $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$ der Bildfunktion

$$F(s) = \frac{s - 2}{(s^2 - 1)^2}$$

mittels Partialbruchzerlegung und Anwendung der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen.

5. Zusatzaufgabe (15 Punkte). Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ der Funktion

$$f(t) = te^{-2t+2}\sigma(t-1)$$

mit Hilfe der Rechenregeln zur Berechnung der Fourier-Transformierten und bereits bekannten (tabellarischen) Fourier-Transformationen.