Das Barlowsche Rad

Ernst Lenz

Maxwell Gleichungen

	Full integral form	Differential form
I	$\oint_l \underline{E}\cdot \underline{dl} = -\frac{d}{dt}\int_{S(l)} \underline{B}\cdot \underline{n}\, dS$	$\nabla\times \underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\underline{B}$
II	$\oint_S \underline{B}\cdot \underline{n}\, dS = 0$	$\nabla\cdot \underline{B} = 0$
III	$\oint_l \underline{H}\cdot \underline{dl} = \int_{S(l)} \underline{j}\cdot \underline{n}\, dS + \frac{d}{dt}\int_{S(l)} \underline{D}\cdot \underline{n}\, dS$	$\nabla\times \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial}{\partial t}\underline{D}$
IV	$\oint_S \underline{D}\cdot \underline{n}\, dS = \int_{V(S)} \rho\, dV = Q$	$\nabla\cdot \underline{D} = \rho$

I → Induktionsgesetz, $\underline{n}$ Normalenvektor zur eingeschlossenen Oberfläche *S*(*l*):

$$\int_{S(l)} \underline{B}\cdot \underline{n}\, dS = \Phi_m$$

II → $\underline{B}$ quellfrei Integralüber die geschlossene Oberfläche $\underline{S}$:

$$\oint_S d\,\underline{S}$$

III → Amperè's Gesetz:

$$\frac{d}{dt}\int_{S(l)} \underline{D}\cdot \underline{n}\, dS$$

IV → Quelle der Verschiebungsstromdichte $\underline{D}$ entspricht der von der geschlossenen Oberlfäche $\underline{S}$ eingeschlossenen Ladung *Q*.

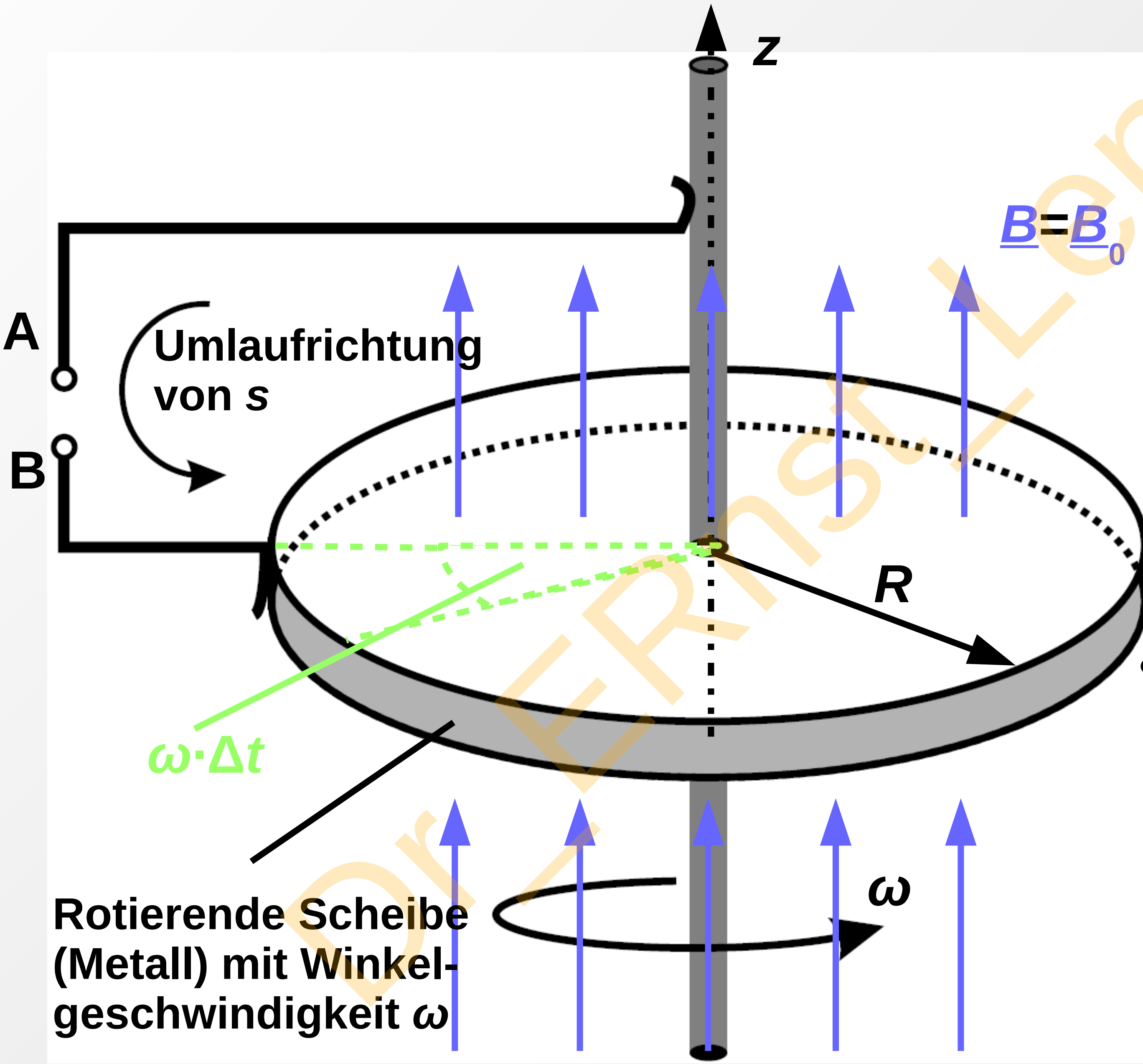
Maxwell Equations (quasi-stationary)

	Integral form	Differential form
I	$\oint_{l} \underline{E}\cdot\underline{dl} = -\frac{d}{dt}\int_{S(l)} \underline{B}\cdot\underline{n}\,dS$	$\nabla\times\underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\underline{B}$
II	$\oint_{S} \underline{B}\cdot\underline{n}\,dS = 0$	$\nabla\cdot\underline{B} = 0$
III	$\oint_{l} \underline{H}\cdot\underline{dl} = \int_{S(l)} \underline{j}\cdot\underline{n}\,dS$	$\nabla\times\underline{H} = \underline{j}$
IV	$\oint_{S} \underline{D}\cdot\underline{n}\,dS = \int_{V(S)} \rho\,dV = Q$	$\nabla\cdot\underline{D} = \rho$

- Zeitlich langsam variierende Felder.
- Vernachlässigung der Verschiebungsströme.
- Räumliche Ausdehnung der Objekte (viel) kleiner als die der betrachteten Wellenlänge.

Unipolar Generator/Motor oder Barlow's Rad

- **Skizze**



- R = Radius
- ω = Winkel-geschwindigkeit
- $\underline{B}$ = Satische magnetische Flussdichte
- Δt = Zeitintervall

- **Wahl von Zylinder-Koordinaten (ρ,φ,z)**

Homopolar Generator

- Die induzierte elektrische Spannung kann Berechnet werden durch:

$$U_{ind} = -\int_{S(l)} \frac{\partial}{\partial t} \underline{B} \cdot \underline{n}\, dS + \oint_l (\underline{v} \times \underline{B}) \cdot dl$$

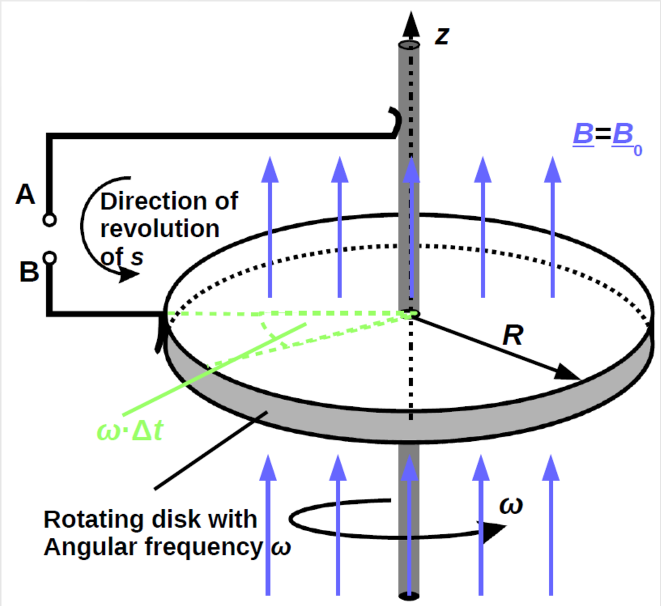
- Da die magnetische Flussdichte konstant ist ergibt sich:

$$U_{ind} = \oint_l (\underline{v} \times \underline{B}) \cdot \underline{dl} \quad \text{, mit } \underline{B} = B_0 \cdot \underline{e}_z \text{ und } \underline{v} = \omega\, \varrho\, \underline{e}_\varphi \triangleq \text{ Geschwindigkeit}$$

$$= B_0 \cdot \omega \oint_l \varrho\, (\underline{e}_\varphi \times \underline{e}_z) \cdot \underline{dl} \quad \text{, da } \oint_l \varrho\, (\underline{e}_\varphi \times \underline{e}_z) \cdot \underline{dl} \xrightarrow{\text{Integrationsweg}} -\int_0^R \varrho\, \underline{e}_\varrho\, d\varrho = -\frac{1}{2} R^2$$

- Ergibt:

$$U_{ind} = -\frac{1}{2} B_0 \cdot \omega\, R^2$$



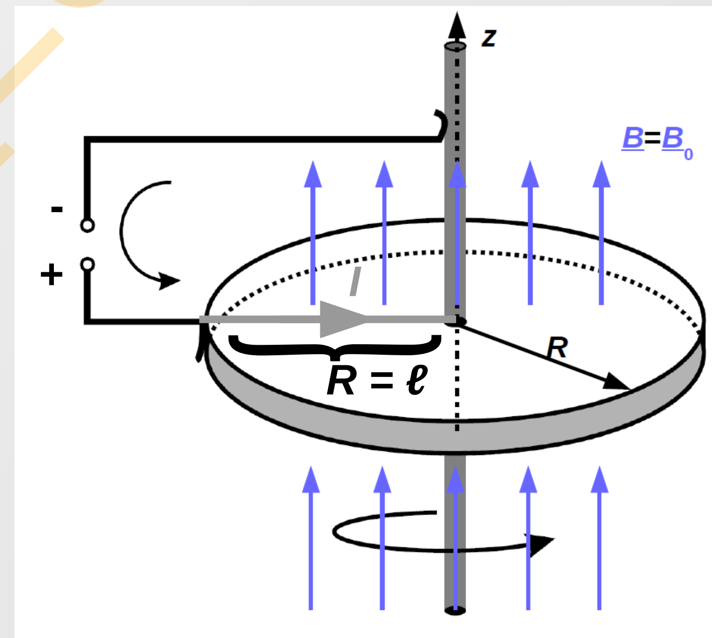
Unipolar Motor oder Barlow's Rad

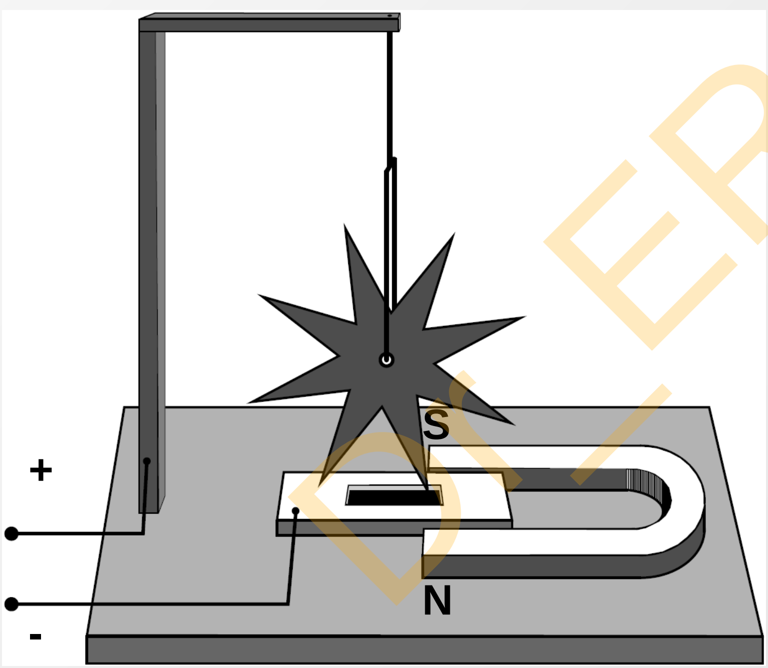
- **Barlow's Rad ist ein spezielles Design des Unipolamortors welches durch einen Gleichstrom *I* gestrieben wird.** (TechnscheStromrichtung)
- **Mit der Lorentz Gleichung ergibt sich:**

$$\underline{F}_L = Q\left[\underline{E} + \left(\underline{v}_Q \times \underline{B}\right)\right] = Q\left(\underline{v}_Q \times \underline{B}\right) \rightarrow \underline{F} = I\left(\underline{\ell} \times \underline{B}\right) \quad , \quad \ell \text{ Länge } I \perp B$$

$$\underline{F} = I\left(\underline{\ell} \times \underline{B}\right) \rightarrow \begin{array}{c}\text{Rechtshändiges Dreibein} \\ \text{Wechsel zu x,y,z Koordinaten}\end{array} \quad \begin{array}{l}\underline{B} = B_0\,\underline{e}_z \\ \underline{\ell} = \ell\,\underline{e}_y\end{array}$$

$$= \underbrace{I\,\ell\,B_0}_{\text{Skalare Werte}}\,\underline{e}_x$$





- **Design von Barlow's Rad von P. Barlow 1842**