WS 2018/19, Mathematik 1 (Technische Informatik)
Prof. Dr. Yuri Luchko

8. Übungsblatt

1. Aufgabe. Ausgehend von bekannten Graphen der Funktionen

$$y = x^2,\ y = \frac{1}{x},\ y = \sqrt{x},\ y = 2^x,\ y = \log_3(x),\ y = \sin(x)$$

und mithilfe der passenden Umformungen und geometrischen Interpretationen der linearen Koordinatentransformationen skizieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

$$y = -x^2 + 2x + 2,\ y = 2 - \frac{1}{x-2},\ y = 2\sqrt{2x-1},$$

$$y = -3 \cdot 4^{-x-1},\ y = -1 + \log_9(3x),\ y = -2 - \sin(2x+4).$$

2. Aufgabe. Vereinfachen Sie folgende Terme mithilfe der Potenzregeln:

$$\left((-0,5^2)^{-3} \cdot (-y^5)^3 \cdot \left(\frac{x^{-4}z^{2n-3}}{z^{3-2n}}\right)^2\right) : \left(\frac{10z^4}{x^{-2}y^3}\right)^{-3},$$

$$\frac{x^k + y^k}{x^k - y^k} - \frac{x^k - y^k}{x^k + y^k}.$$

3. Aufgabe. Untersuchen Sie die folgenden Potenzfunktionen (Definitionsbereiche, Wertebereiche, Nullstellen, Symmetrieeigenschaften, Monotonieverhalten) und skizzieren ihre Graphen:

$$y = x^{\frac{2}{3}}, \quad y = x^{-\frac{1}{2}}.$$

Bestimmen Sie jeweils die inverse Funktion und skizziren ihren Graphen.

4. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen

$$e^{x^2-2x} = 2, \quad e^x + 2e^{-x} = 3.$$

5. Aufgabe. Welche Lösungen besitzen die folgenden logarithmischen Gleichungen?

$$\ln\sqrt{x} + 1,5 \cdot \ln x = \ln(2x), \quad (\lg x)^2 - \lg x = 2.$$

6. Aufgabe. Bestimmen Sie die Parameter a und b der Funktion

$$y = a \cdot e^{-bx} + 2$$

so, dass die Punkte $A = (0;\ 10)$ und $B = (5;\ 3)$ auf dem Graphen dieser Funktion liegen.

7. Aufgabe. Stellen Sie den logarithmischen Ausdruck

$$\ln\left(2\frac{x^2}{y^3}\right)$$

als eine Summe von Logarithmen dar.

8. Aufgabe. Wird ein Kondensator mit der Kapazität C über einen ohmschen Widerstand R entladen, so nimmt seine Ladung q exponentiell mit der Zeit t nach der Gleichung $q(t) = q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ mit $t \geq 0$ ab. Für $RC = 0,3ms$ berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, von dem an die Kondensatorladung unter 10% ihres Anfangswertes q_0 gesunken ist.

9. Aufgabe. Untersuchen Sie die Funktion $y = \cos(x)$ (Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrieeigenschaften, Monotonieverhalten, Periodizität) ausgehend von ihrer geometrischen Interpretation und skizzieren ihren Graphen.

10. Aufgabe. Aus geometrischen Überlegungen bestimmen Sie die Werte der Funktionen $y = \sin(x)$ und $y = \cos(x)$ in den Punkten

$$x = 0,\ \pm\frac{\pi}{6},\ \pm\frac{\pi}{4},\ \pm\frac{\pi}{3},\ \pm\frac{\pi}{2}, \pm\pi.$$

11. Aufgabe. Ausgehend von den bekannten Eigenschaften der Funktion $y = \sin(x)$ untersuchen Sie die Funktion $y = 3\sin(2x+1)$ (Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrieeigenschaften, Monotonieverhalten, Periodizität) und skizzieren ihren Graphen.