BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik 3

5. Übungsblatt

Aufgabe 1. Die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 0, \text{ wenn } -\pi < t < 0 \\ 4, \text{ wenn } 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf $\mathbf{R}$ fortgesetzt.
Bestimmen Sie ihre Fourierreihe mit der Formel $c_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{-int} dt, \ n \in \mathbf{Z}$ in der komplexen Form

Aufgabe 2. Die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 0, \text{ wenn } -\pi \leq t < -\frac{\pi}{2} \\ \cos t, \text{ wenn } -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, \text{ wenn } \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf $\mathbf{R}$ fortgesetzt.
Bestimmen Sie ihre Fourierreihe mit der Formel $c_n = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{-int} dt, \ n \in \mathbf{Z}$ in der komplexen Form und dann aufgrund der komplexen Koeffizienten in der reellen Form.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Fourierreihe der 2-periodischen Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 0, \text{ wenn } -1 \leq t \leq 0 \\ t, \text{ wenn } 0 < t < 1 \end{cases}$$

zuerst in der komplexen Form und dann aufgrund der komplexen Koeffizienten in der reellen Form.
Bestimmen Sie die Amplituden der Grundschwingung und der Oberschwingungen und zeichnen Sie das Amplitudenspektrum des 2-periodischen Signals $f(t)$.

Aufgabe 4. Zerlegen Sie den Sinusimpuls mit der Funktiongleichung

$$f(t) = \hat{y} |\sin(\omega_0 t)| \qquad (0 \leq t \leq T)$$

in seine harmonischen Bestandteile (Fourier-Analyse).

Aufgabe 5. Bestimmen Sie mit Hilfe der Definitionsgleichung der Fourier-Transformation die Bildfunktionen der folgenden Originalfunktionen:

a)

$$f(t) = e^{-2|t|}$$

b)

$$f(t) = t^2 \cdot e^{-t} \quad \text{für} \quad t \geq 0 \quad (f(t) = 0 \quad \text{für} \quad t < 0)$$

c)

$$f(t) = e^{-at} \cdot \sin(\omega_0 t) \quad \text{für} \quad t \geq 0;\ a > 0 \quad (f(t) = 0 \quad \text{für} \quad t < 0)$$

Aufgabe 6. Wie lautet die Fourier-Transformierte von

$$f(t) = \begin{cases} a^2 - t^2, & \text{wenn } |t| \leq a \\ 0, & \text{wenn } |t| > a \end{cases} \qquad ?$$

Aufgabe 7. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte der Dreieckimpulsfunktion

$$f(t) = \begin{cases} 1 + t/T, & -T \leq t \leq 0 \\ 1 - 1/T, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad .$$

Aufgabe 8. Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ der Funktion

$$f(t) = \begin{cases} e^{-\gamma t}, & \text{wenn } t \geq 0 \\ 0, & \text{wenn } t < 0 \end{cases}$$

mit $\gamma > 0$. Warum darf γ nicht positiv sein?