BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik 3

6. Übungsblatt

1. Aufgabe . Bestimmen Sie die Fourier-Kosinus-Transformierten der folgenden Originalfunktionen ($a > 0$; $T > 0$):

a)

$$f(t) = e^{-a|t|}$$

b)

$$f(t) = t \cdot e^{-t/T}$$

c)

$$f(t) = e^{-t} \cdot \sin(t)$$

2. Aufgabe . Wie lautet die Fourier-Transformierte der folgenden (ungeraden) Zeitfunktion ($a > 0$; $T > 0$):

$$f(t) = \begin{cases} -e^{at}, & t < 0 \\ e^{-at}, & t > 0 \end{cases} \qquad ?$$

3. Aufgabe. die Exponentialfunktion $f(t) = e^{-t}, \quad -\infty < t < \infty$ soll in den folgenden Intervallen "ausgeblendet" werden:

a) $t < 0$ *b)* $t < 1$ und $t > 2$ *c)* $t < -1$

Wie lautet die Funktionsgleichung (unter Verwendung der σ-finktion)?

4. Aufgabe. Werten Sie die folgenden Integrale aus:

a)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \delta(t + \pi/2) \cdot \sin(2t)\, dt$$

b)

$$\int_{0}^{10} \delta(t - 3) \cdot e^{-2t}\, dt$$

c)

$$\int_{-\infty}^{0} \delta(t - 10) \cdot \frac{\cos t}{1 + t^2}\, dt$$

d)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-T)\cdot[\sigma(t+\pi)-\sigma(t-\pi)]\cdot\cos t\,dt$$

5. Aufgabe. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte dieser Zeitfunktion:

$$f(t)=\delta(t-3)+\delta(t)+\delta(t+5).$$

6. Aufgabe. Gegeben ist die Fourier-Transformierte

$$F(\omega)=2\cdot\delta(\omega-\pi)+i\cdot\delta(\omega-1)-i\cdot\delta(\omega+1)+2\cdot\delta(\omega+\pi).$$

Wie lautet die zugehörige Originalfunktion $f(t)$?

7. Aufgabe. Bestimmen Sie nach dem Linearitätsprinzip und unter Verwendung der Transformationstabellen die Fourier-Transformierten $F(\omega)$ der folgenden Originalfunktionen:

a)

$$f(t)=(3e^{-2t}-5e^{-8t})\cdot\sigma(t)$$

b)

$$f(t)=\frac{a}{4+t^2}+bt\cdot e^{-2t}\cdot\sigma(t)$$

c)

$$f(t)=A\cdot e^{-at}[\sin t-2\cos t]\cdot\sigma(t)\qquad(\text{mit } a>0)$$

8. Aufgabe. Bestimmen Sie mit Hilfe des Ähnlichkeitssatzes und der jeweils angegebenen Fourier-Transformierten die Bildfunktionen zu ($a>0$):

a)

$$f(t)=e^{-a|t|},\qquad \mathcal{F}\left\{e^{-|t|}\right\}=\frac{2}{1+\omega^2}$$

b)

$$f(t)=e^{-at^2},\qquad \mathcal{F}\left\{e^{-t^2}\right\}=\sqrt{\pi}\cdot e^{-\frac{\omega^2}{4}}$$

c)

$$f(t)=te^{-at}\cdot\sigma(t),\qquad \mathcal{F}\left\{te^{-t}\cdot\sigma(t)\right\}=\frac{1}{(1+i\omega)^2}$$

9. Aufgabe. Verschieben Sie die Originalfunktionen $f(t)$ um jeweils 3 Einheiten längst der positiven Zeitachse. Wie lauten die Fourier-Transformierten der verschobenen Funktionen $g(t)$ unter Berücksichtigung der angegebenen Korrespondenzen?

a)

$$f(t)=e^{-2t\cdot}\sigma(t),\qquad F(\omega)=\frac{1}{2+i\omega}$$

b)

$$f(t) = e^{-t^2}, \qquad F(\omega) = \sqrt{\pi} \cdot e^{-\frac{\omega^2}{4}}$$

c)

$$f(t) = e^{-t} \cdot \sin t \cdot \sigma(t), \qquad F(\omega) = \frac{1}{(1+i\omega)^2+1}$$

10. Aufgabe. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ der Funktion

$$f(t) = -2e^{-3|t+3|} + e^{i4t}\frac{1}{1+t^2}$$

mit Hilfe der Rechenregeln zur Berechnung der Fourier-Transformierten und bereits bekannten (tabellarischen) Fourier-Transformationen.

11. Aufgabe. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ der Funktion

$$f(t) = 4t^2e^{-2t}\sin(3t)\sigma(t) + e^{i2t}e^{-3t^2-5} + \frac{7}{t^2-2t+5}$$

mit Hilfe der Rechenregeln zur Berechnung der Fourier-Transformierten und bereits bekannten (tabellarischen) Fourier-Transformationen.

12. Aufgabe. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $F(\omega)$ der Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 3e^{-2t^2} - 5 \text{ wenn } 0 < t < 4 \\ 3e^{-2t^2} \text{ wenn } t < 0 \text{ oder } t > 4 \end{cases}$$

mit Hilfe der Rechenregeln zur Berechnung der Fourier-Transformierten und bereits bekannten (tabellarischen) Fourier-Transformationen.

13. Aufgabe. Zu den angegebenen Bildfunktionen sollen durch Rücktransformation anhand der Transformationstabellen die zugehörigen Originalfunktionen ermittelt werden:

a)

$$F(\omega) = \frac{10}{25+\omega^2}$$

b)

$$F(\omega) = \frac{5}{(2+i\omega)^2}$$

c)

$$F(\omega) = \frac{2}{(1+i\omega)^2+4}$$

d)

$$F(\omega) = \delta(\omega+3)$$

e)

$$F(\omega) = \cos(5\omega)$$

f)

$$F(\omega) = e^{-2\omega}$$

g)

$$F(\omega) = \frac{2}{5 + i\omega} - \frac{3}{2 + i\omega}$$

h)

$$F(\omega) = \frac{2}{(1 + i\omega)^2} + \frac{10}{2 + i\omega}$$

i)

$$F(\omega) = \frac{2}{(3 + i\omega)} - \pi \cdot \frac{5}{1 + \omega^2}$$

14. Aufgabe. Berechnen Sie das Faltungsprodukt $f_1(t) * f_2(t)$ mit den Funktionen:
a)

$$f_1(t) = \cos t \cdot \sigma(t), \quad f_2(t) = \sin t \cdot \sigma(t)$$

b)

$$f_1(t) = \sigma(t + T) - \sigma(t - T), \quad f_2(t) = \frac{1}{1 + t^2}$$