BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik 3

7. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte von

$$f(t) \,=\, e^{4t},\ t > 0$$

nach Definition.

2. Aufgabe. Berechnen Sie die Laplace-Transformierte von

$$f(t) \,=\, 3t - 4,\ t > 0$$

nach Definition.

3. Aufgabe. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten folgender Funktionen durch Anwendung der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen sowie geeigneter Umformungen und Rechenregeln (wenn das Argument einer Funktion um t_0 verschoben wird, d.h. wenn die Funktion die Form $f = f(t - t_0)$ annimmt, gehen Sie davon aus, dass diese Funktion nur für positive Argumentswerte von Null unterschiedlich ist, d.h. $f(t - t_0) \equiv 0,\ t \leq t_0$):

$$\begin{array}{llll} \text{a)} & f(t) = 3 + 5t^3 - e^{-t} + 2\,e^{4t}, & \text{b)} & f(t) = -3\sin 3t + 2\,e^{2t}\cos(\omega_0 t), \\ \text{c)} & f(t) = e^{4t-3} + (t-4)^2, & \text{d)} & f(t) = \sin^2(3t-1). \end{array}$$

4. Aufgabe. Bestimmen Sie die Originalfunktionen $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}(t)$ folgender Bildfunktionen $F(s)$ durch Anwendung der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen sowie geeigneter Umformungen und Rechenregeln:

$$F(s) = -\frac{5}{4s^4} + \frac{4}{s^3} - \frac{11}{6s-5} + \frac{10}{5s+3}, \tag{1}$$

$$F(s) = \frac{3\,e^{-2s}}{s^2+4} - \frac{4}{(2s)^2+6}, \tag{2}$$

$$F(s) = \frac{3s+4}{s^2-2s+5}, \tag{3}$$

$$F(s) = \frac{12}{(3s-1)^2} - \frac{4}{(s+6)^3}. \tag{4}$$

5. Aufgabe. Bestimmen Sie die Originalfunktionen $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}(t)$ folgender Bildfunktionen $F(s)$ mittels Partialbruchzerlegung und Anwendung der Tabelle der

Laplace-Korrespondenzen:

$$
\begin{aligned}
F(s) &= \frac{2-s}{s^2+3s}, && (5)\\
F(s) &= \frac{2s-3}{s^2-3s+2}, && (6)\\
F(s) &= \frac{-s^2+2}{s^3+2s^2+s}, && (7)\\
F(s) &= \frac{4}{s^2-6s+13}, && (8)\\
F(s) &= \frac{1}{(s+1)(s-2)^2} && (9)\\
F(s) &= \frac{s}{(s-1)(s^2+1)}. && (10)
\end{aligned}
$$

6. Aufgabe. Bestimmen Sie die Originalfunktionen $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}(t)$ folgender Bildfunktionen $F(s)$ mit Hilfe des Faltungsproduktes und Anwendung der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen:

$$
\begin{aligned}
F(s) &= \frac{1}{(s+1)(s-2)^2} && (11)\\
F(s) &= \frac{s}{(s-1)(s^2+1)} && (12)\\
F(s) &= \frac{2-s}{s^2+3s}. && (13)
\end{aligned}
$$

7. Aufgabe. Bestimmen Sie die Originalfunktionen $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}(t)$ folgender Bildfunktionen $F(s)$ mit Hilfe der Tabelle der Laplace-Korrespondenzen:

$$
\begin{aligned}
F(s) &= \frac{s^2-2}{(s^2+9)^2}, && (14)\\
F(s) &= \frac{5}{s^2-4s-32}, && (15)\\
F(s) &= \frac{s+5}{(s+1)^2(s^2-3s+8)}, && (16)\\
F(s) &= \frac{2s-6}{(s-5)^2+9}, && (17)\\
F(s) &= \frac{2s-6}{(s-5)^2-9}. && (18)
\end{aligned}
$$

8. Aufgabe. Bestimmen Sie unter Verwendung des Ähnlichkeitssatzes und des entsprechenden Verschiebungssatzes die Laplace-Transformierte von $\sin(\omega t + \varphi)$ für $\varphi > 0$.

9. Aufgabe. Bestimmen Sie unter Verwendung des Dämpfungssatzes die Bildfunktionen der folgenden "gedämpften" Originalfunktionen

a)

$$f(t) = A \cdot e^{-7t} \sin(\omega t),$$

b)

$$f(t) = 2^{3t}$$

10. Aufgabe. Wie lauten die Laplace-Transformiertenden folgenden periodischen Funktionen

a)

$$f(t) = \sin^2(\omega t),$$

b) Sinusimpuls

$$f(t) = \begin{cases} A \cdot \sin(\frac{\pi}{a} t), & \text{wenn } 0 \leq t \leq a \\ 0, & \text{wenn } a \leq t \leq 2a \end{cases} \qquad ?$$