

3. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie eine Potenzreihendarstellung der Funktion

$$f(x) = e^{4x}$$

indem Sie die Exponentialreihe verwenden.

2. Aufgabe. Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \cos(2x) \cdot e^{\sin x}$$

in eine Mac Laurinsche Reihe (um die Stelle $x_0 = 0$) bis zum x^3 -Glied.

3. Aufgabe. Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = (1+x) \cdot e^{-x} - (1-x) \cdot e^x$$

in eine Mac Laurinsche Reihe (um die Stelle $x_0 = 0$) bis zum x^5 -Glied.

4. Aufgabe. Berechnen Sie den Näherungswert von $\sin(18^\circ)$, indem drei Glieder der Entwicklung der Funktion $f(x) = \sin x$ in eine MacLaurinsche Reihe genommen werden, und schätzen Sie den Fehler ab.

5. Aufgabe. Berechnen Sie

- a) \sqrt{e} mit einer Genauigkeit von 0,001,
- b) $\sin(1^\circ)$ mit einer Genauigkeit von 0,0001,
- c) $\cos(5^\circ)$ mit einer Genauigkeit von 0,001,

indem die Formel für die Entwicklung der Funktionen e^x , $\sin x$ und $\cos x$ in eine MacLaurinsche Reihe benutzt werden.

6. Aufgabe. Benutzen Sie die Entwicklung einer Funktion in eine Taylorsche Reihe, um den Wert

- a) der siebten Ableitung der Funktion $y = \frac{x}{1+x^2}$ an der Stelle $x = 0$,
 - b) der zehnten Ableitung der Funktion $y = x^6 \cdot e^x$ an der Stelle $x = 0$
- zu bestimmen.

7. Aufgabe. Berechnen Sie $\ln 3$ mit einer Genauigkeit von 0,0001 mit Hilfe der Formel für die Entwicklung der Funktion $\ln \frac{1+x}{1-x}$ in eine Mac Laurinsche Reihe.

8. Aufgabe. Entwickeln Sie die folgenden Funktionen um die Stelle x_0 in eine Taylor-Reihe:

$$a) f(x) = \cos x, \quad x_0 = \pi/3 \quad b) f(x) = \sqrt{x}, \quad x_0 = 1 \quad c) f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}, \quad x_0 = 1.$$

9. Aufgabe. Bestimmen Sie die Taylor-Reihe von

$$f(x) = \ln \left(\frac{1+x^2}{x^2} \right)$$

um die Stelle $x_0 = 1$.

10. Aufgabe. Bestimmen Sie mit Hilfe der Potenzreihenentwicklung eine Näherungsparabel der Funktion

$$f(x) = \ln(\sqrt{\cos x})$$

in der Umgebung der Stelle $x_0 = 0$.

11. Aufgabe. Die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$$

soll in der Umgebung der Stelle $x_0 = 0$ durch eine Parabel ersetzt werden. Welchen Näherungswert liefert diese Parabel an der Stelle $x = 0,2$?