WS 2018/19, Mathematik 1 (Technische Informatik)
Prof. Dr. Yuri Luchko

11. Übungsblatt

1. Aufgabe. Für die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

berechnen Sie

a) $\vec{a} - 5\vec{b}$,

b) $-\vec{a} + \vec{b}$,

c) $\vec{a} \cdot \vec{b}$,

d) $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$.

2. Aufgabe. Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Vektorkoordinaten sowie die Beträge und Richtungswinkel der folgenden Vektoren:

a) $\vec{v} = 5\vec{a} - 3(\vec{b} + 2\vec{c}) + 3(2\vec{a} - \vec{c})$

b) $\vec{v} = -3\vec{b} + 4(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{a} - (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{c} + \vec{a})\vec{c}$

3. Aufgabe. Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ a \end{pmatrix}, \ a \in \mathbb{R}.$$

Unter Verwendung vom Skalarprodukt bestimmen Sie den Parameter a so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal sind.

4. Aufgabe. Zeigen Sie: Die drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

bilden ein rechtwinkliges Dreieck.

5. Aufgabe. Stellen Sie fest, ob die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig oder linear abhängig sind:

a)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix},$$

b)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

6. Aufgabe. Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Vektorkoordinaten sowie die Beträge und Richtungswinkel der folgenden Vektoren:

a) $\vec{s} = 5\vec{a} - 3(\vec{b} + 2\vec{c}) + 3(2\vec{a} - \vec{c})$

b) $\vec{s} = -3\vec{b} + 4(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{a} - (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{c} + \vec{a})\vec{c}$

7. Aufgabe. Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 14 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} u \\ 1 \\ v \end{pmatrix}.$$

Unter Verwendung von Skalarprodukten bestimmen Sie die Parameter u und v so, dass der Vektor $\vec{c}$ sowohl zu $\vec{a}$ als auch zu $\vec{b}$ orthogonal ist.

8. Aufgabe. Zeigen Sie: Die drei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bilden ein rechtwinkliges Dreieck.

9. Aufgabe. Stellen Sie fest, ob die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ kolinear sind (d.h., ob ihre Richtungen parallel zu einer Geraden sind):

a)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix},$$

b)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$