WS 2018/19, Mathematik 1 (Technische Informatik)
Prof. Dr. Yuri Luchko

7. Übungsblatt

1. Aufgabe. Prüfen Sie die Umkehrbarkeit folgender Funktionen auf ihren jeweiligen größtmöglichen Definitionsbereichen und entsprechenden Wertebereichen:

$$y = \sqrt{x^2+1},$$
$$y = 2 + \sqrt{1-x},$$
$$y = x^2 - x + 2,$$
$$y = \frac{x-1}{x-2}.$$

2. Aufgabe. Bestimmen Sie die Umkehrfunktionen (Funktionsvorschriften, Definitionsbereiche, Wertebereiche) der folgenden Funktionen:

$$y = \frac{1}{2x^2}, \quad x \neq 0,$$
$$y = \sqrt{x^2-1}, \quad x \geq 1,$$
$$y = \frac{x-1}{x+1}, \quad x > -1,$$
$$y = \sqrt[3]{5x-7}.$$

3. Aufgabe. Berechnen Sie $P(x)+Q(x)$ und $P(x)\times Q(x)$ für die Polynome $P(x) = 1+2x^2-3x^4$ und $Q(x) = 3+x-x^2+x^3$.

4. Aufgabe. Dividieren Sie mit Rest:
a) $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 1$ durch $S(x) = x^2 + 2x - 3$,
b) $P(x) = x^{15} + 1$ durch $S(x) = x^5 + x^3 + x + 1$.

5. Aufgabe. Prüfen Sie, dass $x_1 = 1$ eine Lösung der Gleichung

$$P_3(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$$

ist. Mithilfe der Polynomdivision stellen Sie das Polynom $P_3(x)$ als Produkt in der Form

$$P_3(x) = (x - x_1)P_2(x)$$

dar. Bestimmen Sie dann alle Nullstellen dieses Polynoms und faktorisieren es, d.h., stellen es als ein Produkt in der Form

$$P_3(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

dar.

6. Aufgabe. Bestimmen Sie eine rationale Nullstelle $x = x_1 \in \mathbb{Q}$ des Polynoms $P_3(x) = x^3 - x^2 - 2x - 12$ mit der Methode aus der Vorlesung.

Mithilfe der Polynomdivision stellen Sie das Polynom $P_3(x)$ als Produkt in der Form

$$P_3(x) = (x - x_1)P_2(x)$$

dar und bestimmen dann alle Nullstellen dieses Polynoms.

7. Aufgabe. Bestimmen Sie jeweils eine rationale Lösung der folgenden Gleichungen:

$$P_3(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0, \quad P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2 = 0.$$

8. Aufgabe. Mithilfe der Ergebnisse aus der 7. Aufgabe und der Polynomdivision stellen Sie die Polynome

$$P_3(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4, \quad P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2$$

als Produkte in der Form

$$P_3(x) = (x - x_1)P_2(x), \; x_1 \in \mathbb{Q}$$

dar und bestimmen alle Nullstellen von diesen Polynomen.

9. Aufgabe. Faktorisieren Sie die Polynome

$$P_3(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4, \quad P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2,$$

d.h., stellen sie als Produkte in der Form

$$P_3(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

dar.