

4. Übungsblatt

1. Aufgabe. Berechnen Sie die Integrale mit der Methode der partiellen Integration:

a)

$$\int x \sin(-2x) dx,$$

b)

$$\int (x^2 + 3x) \sin(-2x) dx,$$

c)

$$\int x e^{-x} dx,$$

d)

$$\int x^2 e^{-5x} dx,$$

e)

$$\int \arctan \sqrt{t} dt,$$

f)

$$\int \frac{\ln(t)}{t^3} dt.$$

g)

$$\int e^{-3x} \cos(7x) dx,$$

2. Aufgabe. Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } -\pi < x < 0 \\ 4, & \text{wenn } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf \mathbf{R} fortgesetzt. Bestimmen Sie ihre Fourier-Reihe.

3. Aufgabe. Berechnen Sie folgendes Integral ($m, n \in \mathbf{Z}$)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \cdot \sin(mx) dx.$$

4. Aufgabe. Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \text{wenn } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \text{wenn } \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf \mathbf{R} fortgesetzt.

- a) Skizzieren Sie den Graphen von $f(x)$ für $|x| \leq 2\pi$.
- b) Begründen Sie, warum alle Koeffizienten b_n von ihrer Fourier-Reihe gleich Null sind.
- c) Berechnen Sie explizit die Koeffizienten a_n .

5. Aufgabe. Zeigen Sie: Wenn $f(t)$ die Periode T hat, so hat die Funktion $f\left(\frac{T}{2\pi}t\right)$ die Periode 2π .

6. Aufgabe. Bestimmen Sie die Fourier-Reihe der Funktion, die im Periodenintervall $[-\pi; \pi]$ durch die Gleichung $f(x) = |x|$ beschrieben wird.

Aufgabe 7. Zerlegen Sie den Sinusimpuls mit der Funktionsgleichung

$$f(t) = A|\sin t| \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

in seine harmonischen Bestandteile.

8. Aufgabe. (Klausuraufgabe 30 Punkte). Die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq t \leq -\frac{\pi}{2} \\ -t, & -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq t < \pi \end{cases}$$

sei periodisch auf \mathbf{R} fortgesetzt. Skizzieren Sie den Graphen von f für $|t| \leq 2\pi$. Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion $f(t)$.