WS 2018/19, Mathematik 1 (Technische Informatik)
Prof. Dr. Yuri Luchko

3. Übungsblatt

1. Aufgabe. Bestimmen Sie (ohne Berechnung der Summe bzw. des Produktes) welche Reste sich bei der Division folgender Zahlen durch 11 ergeben:
a) $125 + 322$

b) $125 \cdot 322$

2. Aufgabe. Bestimmen Sie, ob die Zahl 123456789 durch 3 teilbar ist.

3. Aufgabe. Leiten Sie die Teilbarkeitsregeln einer natürlichen Zahl $\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0}$ durch 5 und durch 11 her. Illustrieren Sie die Regeln an Beispielen.

4. Aufgabe. Beweisen Sie mithilfe der vollständigen mathematischen Induktion, dass die Summe von ersten n ungeraden Zahlen gleich $n \cdot (n+2)$ ist, d.h.,

$$3 + 5 + \ldots + (2n+1) = n \cdot (n+2).$$

5. Aufgabe. Beweisen Sie mithilfe der vollständigen mathematischen Induktion, dass die Summe der dritten Potenzen dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen stets durch 9 teilbar ist.

6. Aufgabe. Schreiben Sie die folgenden Summen ausführlich auf:

a)

$$\sum_{k=1}^{5} (-1)^{k+1} k^2$$

b)

$$\sum_{k=2}^{n+1} (-1)^k (k-1)^3$$

7. Aufgabe. Schreiben Sie die folgenden Summen in kurzer Form mit dem Summenzeichen auf:

a) $1 + 2^3 + 3^3 + ... + 100^3$

b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + ... + \frac{n}{2^n}$

c) $a + (a+b) + (a+2b) + ... + (a+(n-1)\cdot b)$

8. Aufgabe. Berechnen bzw. vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

$$\text{a)} \quad \binom{10}{3} \qquad\qquad \text{b)} \quad \frac{\binom{n}{k}}{\binom{n+1}{k}} \qquad\qquad \text{c)} \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

9. Aufgabe. In einer Lehrveranstaltung, die insgesamt 20 Studenten besuchen, wird eine Gruppenarbeit organisiert. Wie viele unterschiedliche Gruppen können gebildet werden, wenn eine Gruppe a) aus vier Studenten, b) aus fünf Studenten besteht?

10. Aufgabe. Bei einem Fussballspiel sitzen auf der Bank 5 Ersatzfeldspieler und ein Ersatztorwart. Wie viele Möglichleiten hat der Trainer zur Einwechslung seiner Spieler wenn höchstens 3 Einwechslungen erlaubt sind?