1 Aufgabe (8 Punkte). Stellen Sie den unendlichen periodischen Dezimalbruch $d = -2,9\overline{12}$ als eine rationale Zahl dar.

2. Aufgabe (22 Punkte). Lösen Sie die Gleichung

$$2|x-1| - |-x| = x.$$

3. Aufgabe (14 Punkte). Wandeln Sie die komplexe Zahl $z = 2\sqrt{2} + i\,2\sqrt{2}$ in die exponentielle Form um und berechnen die Potenz z^4. Das Ergebnis wandeln Sie in die Normalform um.

4. Aufgabe (13 Punkte). Das Polynom $P(x) = x^3 - 2x - 4$ hat $x = 2$ als eine seinen Nullstellen. Bestimmen Sie die anderen zwei Nullstellen dieses Polynoms mithilfe der Polynomdivision.

5. Aufgabe (23 Punkte). Zwei harmonische Schwingungen

$$y_1(t) = 2\sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right), \; y_2(t) = \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$$

werden überlagert. Berechnen Sie die komplexe Amplitude der resultierenden harmonischen Schwingung und stellen sie in der Normalform dar. Berechnen Sie die Amplitute der resultierenden harmonischen Schwingung.

6. Aufgabe (10 Punkte). Bestimmen Sie das Volumen des von den Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

gebildeten Spats. Sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig oder linear abhängig?

Bonusaufgabe (10 Punkte). Beweisen Sie durch vollständige mathematische Induktion die folgende Ungleichung für $a_k > 0,\; k = 1, ...n$ und $n \geq 2$:

$$(1 + a_1) \cdot (1 + a_2) \cdot \ldots \cdot (1 + a_n) > 1 + (a_1 + a_2 + \ldots + a_n).$$