

6. Übungsblatt

1. Aufgabe. Untersuchen Sie, ob die folgenden Zuordnungen Funktionen sind:

a)

$$x \mapsto \frac{1-x}{2-x}, \quad x \in [-5, 5],$$

b)

$$x \mapsto \frac{1-x}{2-x}, \quad x \in [-1, 1],$$

c)

$$x \mapsto \pm \frac{1-x}{2-x}, \quad x \in [-1, 1],$$

d)

$$x \mapsto \left| \pm \frac{1-x}{2-x} \right|, \quad x \in [-1, 1].$$

2. Aufgabe. Für die folgenden Funktionen bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich sowie den Wertebereich:

a)

$$y = f(x) = 2x - 1,$$

b)

$$y = f(x) = \sqrt{x^2 - 1},$$

c)

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 2,$$

d)

$$y = f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5},$$

e)

$$y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}.$$

3. Aufgabe. Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^2 - 9}{x + 1}, \\ y &= |x - 2| + |-2x + 1| + 3, \\ y &= x^4 - 4x^2 - 45. \end{aligned}$$

4. Aufgabe. Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen gerade bzw. ungerade Funktionen sind:

$$\begin{aligned} y &= \frac{x^3}{x^2 + 1}, \\ y &= \frac{x^2 - 1}{1 + x^2}, \\ y &= |x^2 - 4|. \end{aligned}$$

5. Aufgabe. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned} y &= x^4, \\ y &= \sqrt{x-1} \quad (x \geq 1), \\ y &= x^3 + 2x. \end{aligned}$$

6. Aufgabe. Zeigen Sie: Wenn die Funktion $f(x)$ die Periode T hat, so hat die Funktion $f\left(\frac{T}{2\pi}x\right)$ die Periode 2π .

7. Aufgabe. Für die Funktion $f(x) = x\sqrt{x+1}$ berechnen Sie die Funktionswerte

$$f(-1), f(0), f(3), f(x-1), f(x)-1, -f(x), f(-x), 2f(x), f(2x).$$

8. Aufgabe. Für die Funktionen $f(x) = \sqrt{x+3}$, $g(x) = x^2 - 2$, $y(x) = \ln(x-1)$ bilden Sie die folgenden zusammengesetzten (verketteten) Funktionen

$$(f \circ g)(x), (g \circ f)(x), (g \circ y)(x), ((f \circ g) \circ y)(x), (f \circ (g \circ y)(x))$$

und bestimmen ihre Definitions- und Wertebereiche.