

Gruppe:	Moez Rjiba	Bellal Sharif
Mtrk.nr.:	S837903	S910459

ÜBUNG: ORTSKURVEN

Darstellung der Ergebnisse	1
Gemessene Bauelemente	1
Genutzte Formeln	1
a) Reihenschaltung R - L	2
b) Reihenschaltung R – C ₁	3
c) Reihenschaltung R – L – C ₁	4
d) Reihenschaltung (R – L – C ₁) C ₂	5
Rechnerische Kontrolle	6
Ermittlung der Resonanzfrequenzen für Schaltung c und d	6
Kontrollrechnungen zu mit * gekennzeichneten Messpunkten.	7

Darstellung der Ergebnisse

Gemäß Übungsblatt wurden im Labor vier Reihenschaltungen mit dem Oszilloskop untersucht, und erforderliche Messwerte protokolliert. Erforderliche Berechnungen und Diagramme sind in Excel erstellt.

Gemessene Bauelemente

$R = 100 \, \Omega$	$L = 9 \, mH$	$C_1 = 230 \, nF$	$C_2 = 66 \, nF$
---------------------	---------------	-------------------	------------------

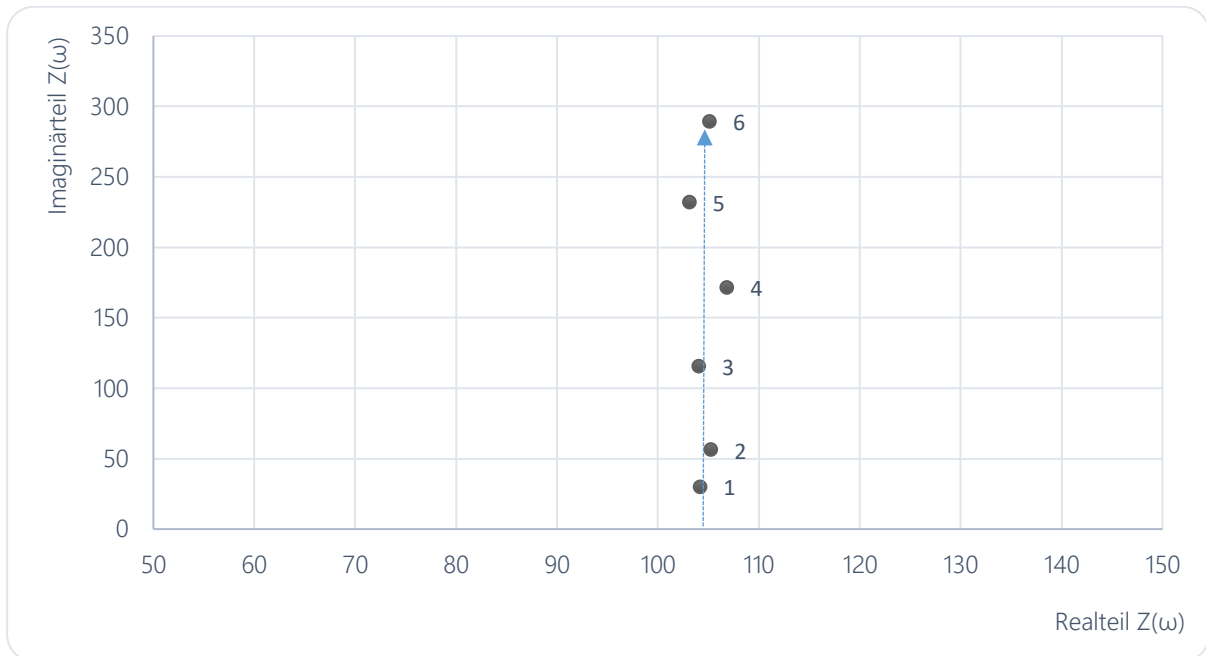
Genutzte Formeln

$1F = 1 \frac{C}{V} = 1 \frac{A^2 * s^4}{kg * m^2} = 1 \frac{s}{\Omega}$	$1H = 1 \frac{Vs}{A} = 1 \Omega s$	$-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$\omega = 2\pi * f$	$f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC} * 2\pi}$	

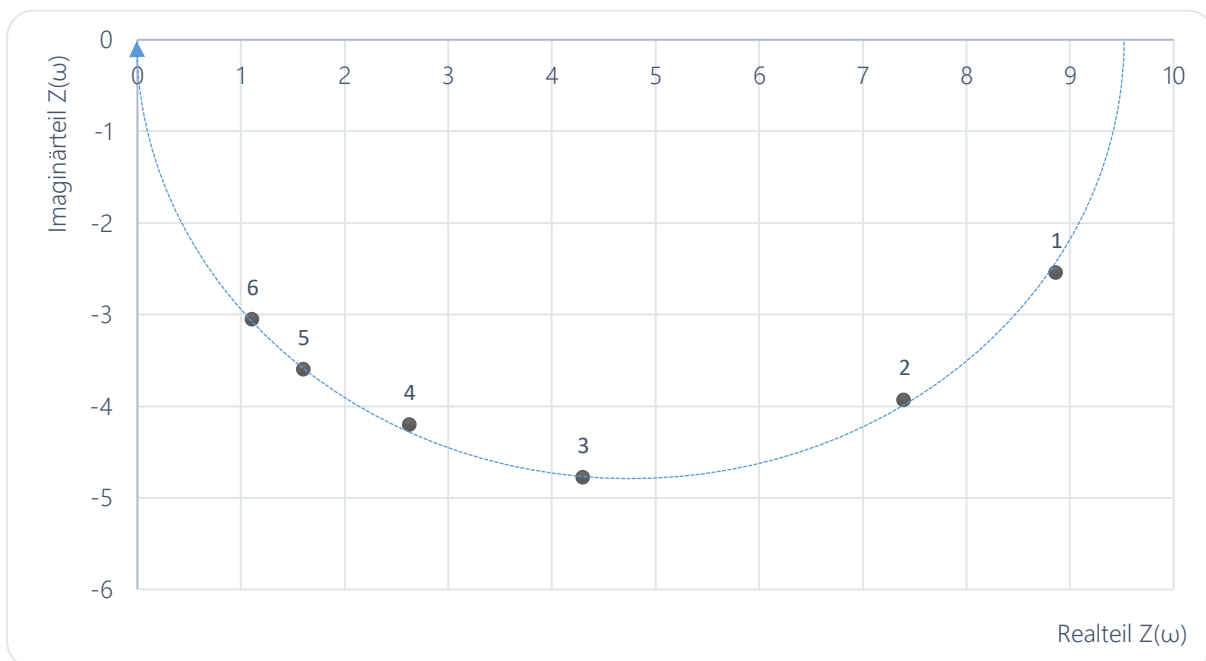
a) Reihenschaltung R - L

Messwerte und Diagramm $Z(\omega)$

Realteil \underline{Z}		104,2	105,3	104,1	107,0	103,2	105,2
Komplextteil \underline{Z}		29,9	56,0	115,6	171,1	231,7	288,9

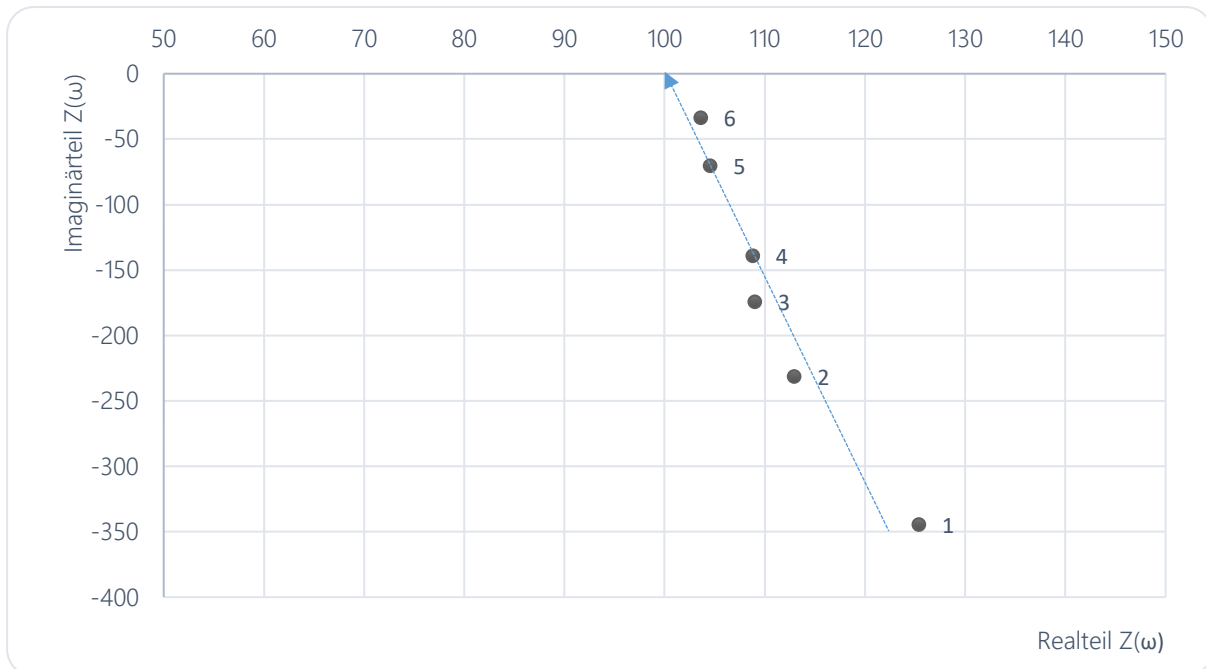
Messwerte und Diagramm $Y(\omega)$

Realteil \underline{Y}		8,866	7,401	4,302	2,627	1,604	1,112
Komplextteil \underline{Y}		2,542	3,935	4,778	4,204	3,602	3,056

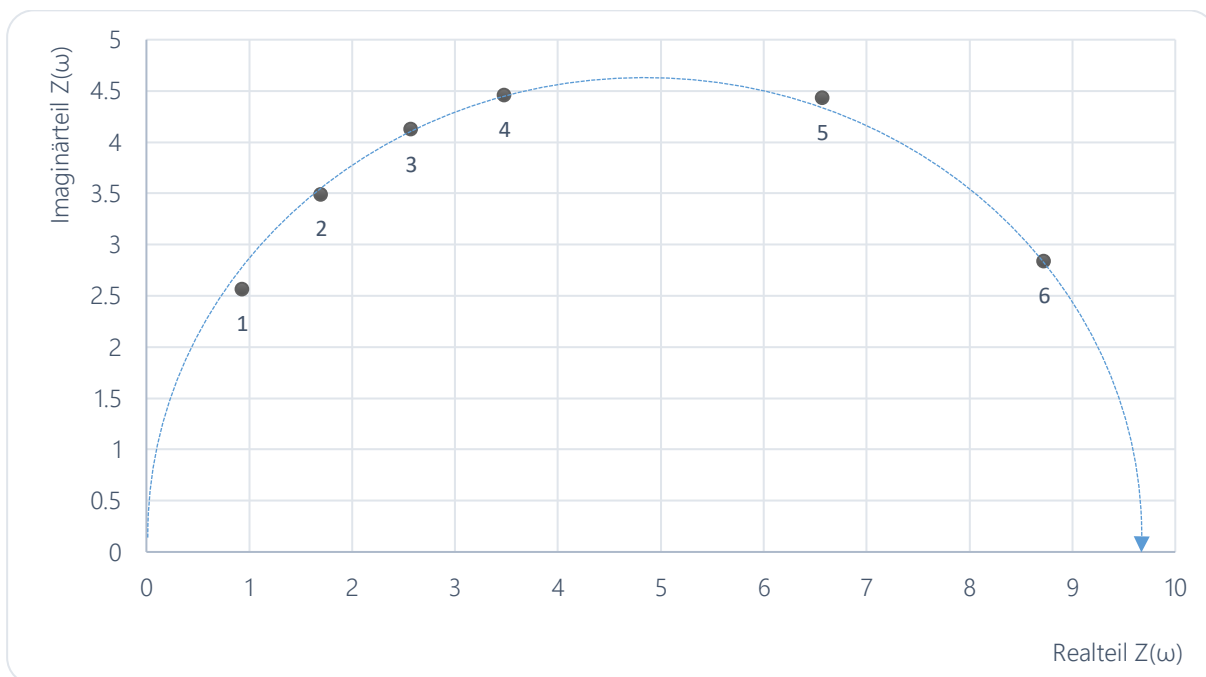


b) Reihenschaltung R – C₁Messwerte und Diagramm $Z(\omega)$

Realteil \underline{Z}		125,4	112,4	109,1	108,8	104,6	103,7
Komplextteil \underline{Z}		-344,6	-231,6	-174,5	-139,3	-70,5	-33,7

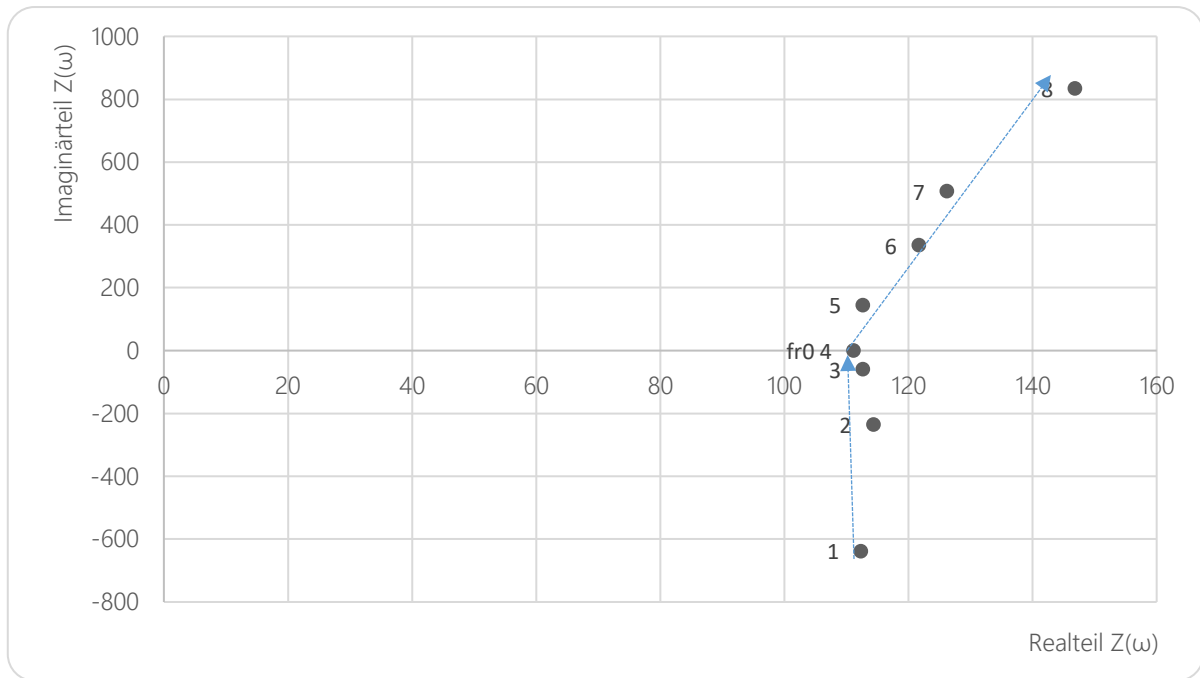
Messwerte und Diagramm $Y(\omega)$

Realteil \underline{Y}		8,866	7,401	4,302	2,627	1,604	1,112
Komplextteil \underline{Y}		2,542	3,935	4,778	4,204	3,602	3,056

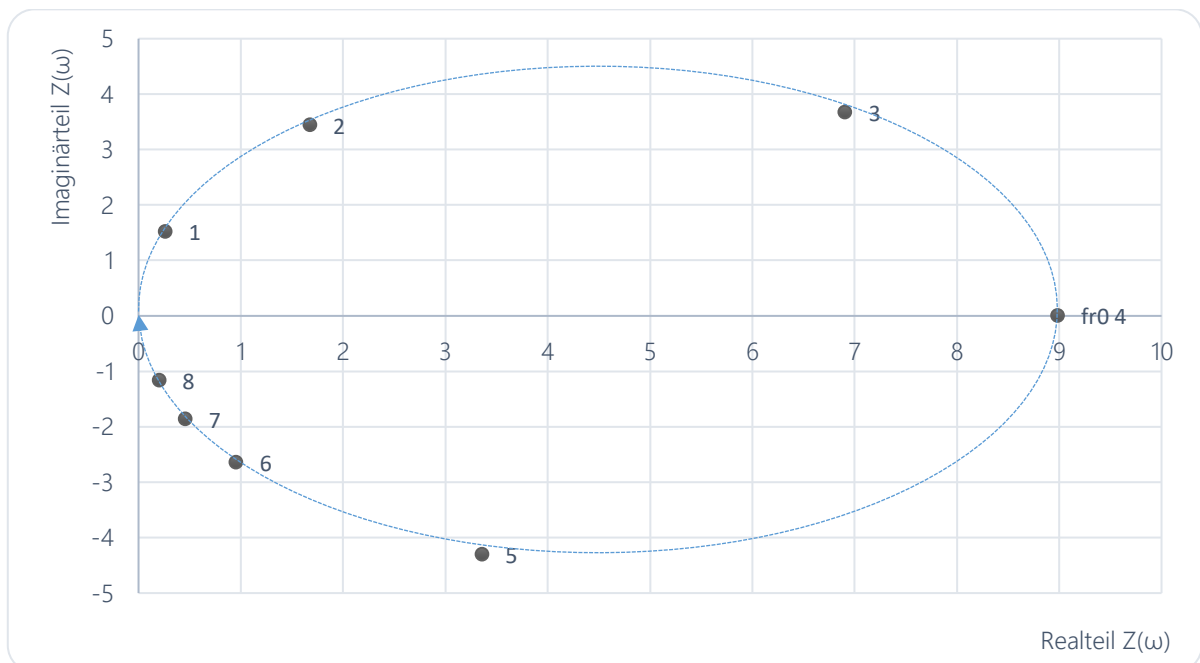


c) Reihenschaltung R – L – C₁Messwerte und Diagramm $Z(\omega)$

Realteil \underline{Z}	\underline{Z}	112,4	114,4	112,8	111,3	112,8	121,75	126,3	146,9
Komplextteil \underline{Z}		-637,7	-234,6	-60,0	0	144,3	334,5	506,5	833,4

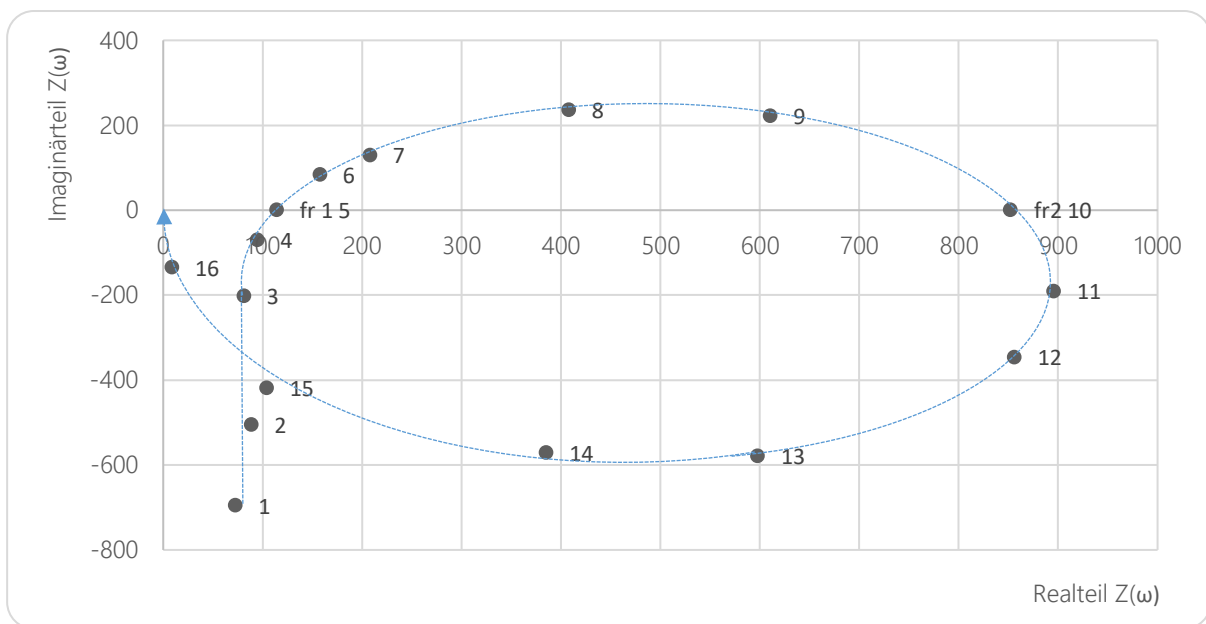
Messwerte und Diagramm $Y(\omega)$

Realteil \underline{Y}	\underline{Y}	0,268	1,679	6,912	8,987	3,361	0,961	0,463	0,205
Komplextteil \underline{Y}		1,521	3,443	3,675	0	-4,302	-2,640	-1,859	-1,164

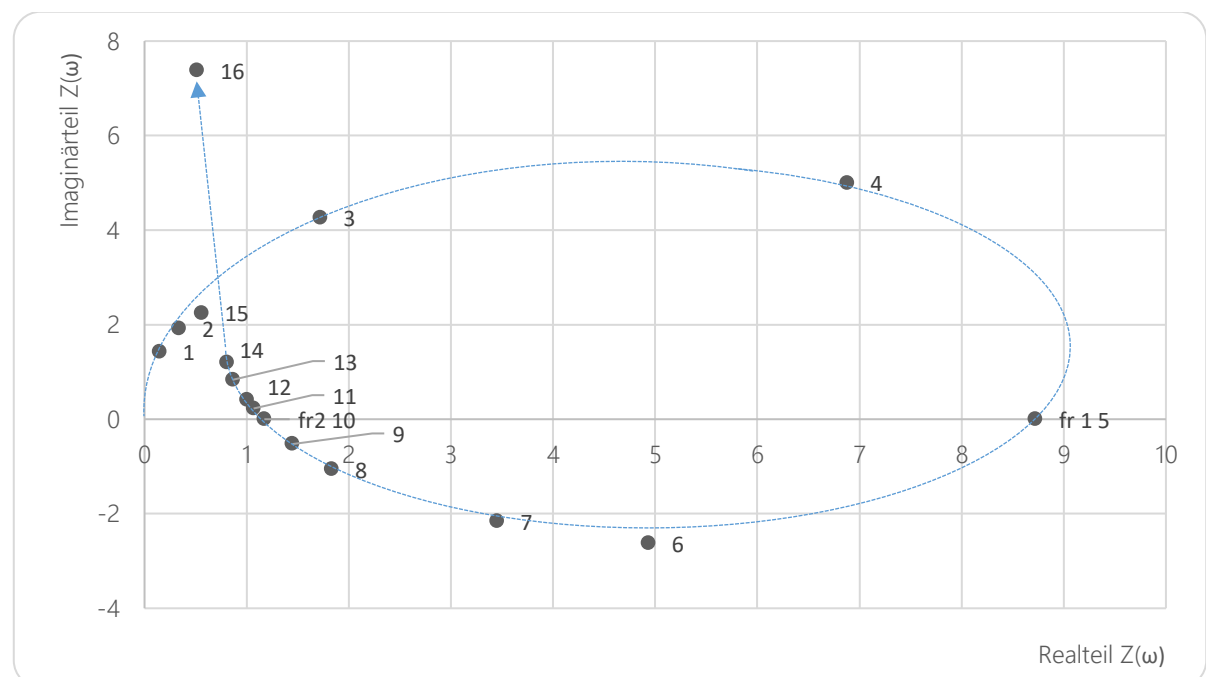


d) Reihenschaltung $(R - L - C_1) \parallel C_2$ Messwerte und Diagramm $Z(\omega)$

Realteil \underline{Z}	73,1	89,0	81,6	95,1	114,6	158,0	208,3	408,2
Komplextteil \underline{Z}	-695,1	-504,7	-201,9	-69,1	0	84,0	130,1	235,7
Realteil \underline{Z}	610,7	852,7	895,9	856,3	598,5	385,5	104,4	9,4
Komplextteil \underline{Z}	222,3	0	-190,4	-346,0	-578,0	-571,6	-418,6	-134,7

Messwerte und Diagramm $Y(\omega)$

Realteil \underline{Y}	0,268	1,679	6,912	8,987	3,361	0,961	0,463	0,205
Komplextteil \underline{Y}	1,521	3,443	3,675	0	-4,302	-2,640	-1,859	-1,164



Rechnerische Kontrolle

Ermittlung der Resonanzfrequenzen für Schaltung c und d

©

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{\sqrt{9mH * 230nF}} : 2\pi \approx 3498,1 \text{ Hz}$$

Messwert: 3514 Hz

d)

Gerne zeigen wir auch das ausführliche, handschriftliche Aufarbeiten, der hier verkürzten Herleitung.

Komplexer Leitwert der Schaltung R – L – C₁ || C₂

$$Y = \frac{R}{(R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C_1}))} - j \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C_1})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C_1})^2} + j\omega C_2$$

Bei $\text{Im}\{Y(\omega_0)\} = 0$ erhalten wir, Analog der Thomsonschen Schwingungsgleichung die gesuchten Resonanzfrequenzen f_{r1} und f_{r2} .

$$0 = \omega C_2 - \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C_1})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C_1})^2} \Leftrightarrow 0 = \omega^4 + \omega^2 \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC_1} - \frac{1}{LC_2} \right) + \frac{C_2 + C_1}{L^2 C_1^2 C_2}$$

Wir substituieren $\omega^2 = x$

$$0 = x^2 + x * \left(\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC_1} - \frac{1}{LC_2} \right) + \frac{C_2 + C_1}{L^2 C_1^2 C_2}$$

Wir ersetzen $\frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC_1} - \frac{1}{LC_2}$ durch p .

$$\Rightarrow p = \frac{R^2}{L^2} - \frac{2}{LC_1} - \frac{1}{LC_2}$$

Und $\frac{C_2 + C_1}{L^2 C_1^2 C_2}$ durch q .

$$\Rightarrow q = \frac{C_2 + C_1}{L^2 C_1^2 C_2}$$

Man kann nun die **pq** Formel anwenden.

$$\omega_{1,2}^2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Nach Rücksubstitution und Auflösung nach $f_{1,2}$ erhalten wir für

$$f_{r1} = \frac{\sqrt{-\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}}{2\pi} = 3637,3 \text{ Hz}$$

Messwert: 3658 Hz

$$f_{r2} = \frac{\sqrt{-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}}}{2\pi} = 7124,6 \text{ Hz}$$

Messwert: 7026 Hz

Kontrollrechnungen zu mit * gekennzeichneten Messpunkten.

a2

$$f = 1000 \text{ Hz}$$

$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 1000 = 6283,2 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega + \left(j * 6283,19 \frac{1}{s} * 0,009 \text{ H} \right) = (100 + j56,55) \Omega$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(100^2 + 56,55^2)} = 114,88 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0,0087046 \text{ S} = 8,70 \text{ mS}$$

Messwerte: 119,29 Ω 8,38 mS

a5

$$f = 4000 \text{ Hz}$$

$$\underline{Z} = R + j\omega L$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 4000 = 25133 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega + \left(j * 25133 \frac{1}{s} * 0,009 \text{ H} \right) = (100 + j226,19) \Omega$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(100^2 + 226,19^2)} = 247,31 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0,0040434 \text{ S} = 4,04 \text{ mS}$$

Messwerte: 253,65 Ω 3,94 mS

b2

$$f = 3000 \text{ Hz}$$

$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 3000 = 18850 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega + \frac{1}{(j * 18850 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} F)} = (100 - j230,66) \Omega$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(100^2 + 230,66^2)} = 251,40 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0,0039777 S = 3,97 \text{ mS}$$

$$\text{Messwerte:} \quad 257,73 \Omega \quad 3,88 \text{ mS}$$

b5

$$\omega = 2\pi * 10000 = 62832 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega + \frac{1}{(j * 62832 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} F)} = (100 - j69,20) \Omega$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(100^2 + 69,20^2)} = 121,61 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0,0082232 S = 8,22 \text{ mS}$$

$$\text{Messwerte:} \quad 126,16 \Omega \quad 7,93 \text{ mS}$$

c2

$$f = 2000 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi * 2000 = 12566 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega + \frac{1}{(j * 12566 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} F)} + (j * 12566 \frac{1}{s} * 0,009 H) = (100 - j232,89) \Omega$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(100^2 + 232,89^2)} = 253,45 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0,0039455 S = 3,94 \text{ mS}$$

$$\text{Messwerte:} \quad 261,06 \Omega \quad 3,83 \text{ mS}$$

c6

$$f = 7500 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi * 7500 = 47124 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Z} = 100 \Omega + \frac{1}{(j * 47124 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} F)} + (j * 47124 \frac{1}{s} * 0,009 H) = (100 - j331,85) \Omega$$

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{(100^2 + 331,85^2)} = 346,59 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = 0,0028852 \text{ S} = 2,89 \text{ mS}$$

$$\text{Messwerte:} \quad 355,97 \Omega \quad 2,81 \text{ mS}$$

d3

$$f = 2000 \text{ Hz}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right)} + j\omega C_2$$

$$\omega = 2\pi * 2000 = 12566 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{100 \Omega + j\left(12566 \frac{1}{s} * 0,009 H - \frac{1}{12566 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} F}\right)} + j12566 \frac{1}{s} * 66 * 10^{-9} F$$

$$= (0,0043877 - j0,0041330) \text{ S}$$

$$Y = |\underline{Y}| = \sqrt{(0,0043877^2 + 0,0041330^2)} = 0,0060277 \text{ S} = 6,03 \text{ mS}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = 165,9 \Omega$$

$$\text{Messwerte:} \quad 217,77 \Omega \quad 4,59 \text{ mS}$$

d8

$$f = 6000 \text{ Hz}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right)} + j\omega C_2$$

$$\omega = 2\pi * 6000 = 37699 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{100 \Omega + j\left(37699 \frac{1}{s} * 0,009 H - \frac{1}{37699 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} F}\right)} + j37699 \frac{1}{s} * 66 * 10^{-9} F$$

$$= (0,00079924 - j0,00022361) \text{ S}$$

$$Y = |\underline{Y}| = \sqrt{(0,00079924^2 + 0,00022361^2)} = 0,00082993 \text{ S} = 0,83 \text{ mS}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = 1204,92 \Omega$$

$$\text{Messwerte:} \quad 471,34 \Omega \quad 2,12 \text{ mS}$$

d16

$$f = 8500 \text{ Hz}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right)} + j\omega C_2$$

$$\omega = 2\pi * 8500 = 53407 \frac{1}{s}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{100 \Omega + j\left(53407 \frac{1}{s} * 0,009 \text{ H} - \frac{1}{53407 \frac{1}{s} * 230 * 10^{-9} \text{ F}}\right)} + j53407 \frac{1}{s} * 66 * 10^{-9} \text{ F}$$

$$= (0,00041487 - j0,0015307) \text{ S}$$

$$Y = |\underline{Y}| = \sqrt{(0,00041487^2 + 0,0015307^2)} = 0,0015859 \text{ S} = 1,58 \text{ mS}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = 630,54 \Omega$$

$$\text{Messwerte:} \quad 135,06 \Omega \quad 7,40 \text{ mS}$$