

9. Übungsblatt

1. Aufgabe. Stellen Sie folgende Funktionen graphisch dar:.

a) $y = 2 \cos(2x)$,

b) $y = \frac{1}{2} \sin(x - \pi)$,

c) $y = 3 \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Welche Perioden haben diese Funktionen?

2. Aufgabe. Zeigen Sie: Wenn die Funktion $y = f(x)$ die Periode T hat, so hat die Funktion $f\left(\frac{T}{2\pi}x\right)$ die Periode 2π .

3. Aufgabe. Mithilfe der trigonometrischen Additionssätze stellen Sie die Funktionen

a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

b) $3 \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

in Form $a \cos(\omega x) + b \sin(\omega x)$ dar.

4. Aufgabe. Mithilfe der trigonometrischen Additionssätze und der bekannten Funktionswerte für $\sin(30^\circ)$ und $\cos(30^\circ)$ berechnen Sie die Funktionswerte $\sin(15^\circ)$ und $\cos(15^\circ)$.

5. Aufgabe. Mithilfe der trigonometrischen Additionssätze faktorisieren Sie die folgenden Summen bzw. Differenzen (d.h., stellen sie als Produkte dar):

a) $\sin(x) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$,

b) $\cos\left(\frac{1}{2}x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$,

c) $\sin(x_1) - \sin(x_2)$,

d) $\cos(\alpha) - \cos(\beta)$.

6. Aufgabe. Vereinfachen Sie folgende trigonometrische Terme:

a) $\sin^2(-\pi/4) \cdot \tan(-\pi/4) - \cos(-\pi/4) \cdot \sin(3\pi/4) \cdot \tan(3\pi/4)$,

b) $\tan(3\pi/2 - x) \cdot \tan(\pi + x) - \cos(\pi/2 + x) \cdot \sin(\pi + x)$,

c) $2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$,

d)

$$\frac{1 + \sin(2x) - \cos(2x)}{1 + \sin(2x) + \cos(2x)}.$$

7. Aufgabe. Untersuchen Sie die Funktion $y = \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ (Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrieeigenschaften, Monotonieverhalten, Periodizität) und skizzieren ihren Graphen.

8. Aufgabe. Bestimmen Sie die folgenden Funktionswerte:

$$\arccos(-1), \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \arccos(0), \arccos(1),$$

$$\arcsin(-1), \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right),$$

$$\arctan(-\sqrt{3}), \arctan(1), \arctan(0).$$

9. Aufgabe. Lösen Sie die folgenden trigonometrischen Gleichungen:

$$\cos(2x) = 0, \quad \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 1, \quad \sin(3x - 1) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(x) = a \quad (a \in [-1, 1]),$$

$$\sin(x^2 - 12) = \frac{3}{2}, \quad \sin\left(\frac{x}{2} + 3\right) = \frac{1}{5}, \quad \tan(3x) = 12, \quad \tan(2x + 5) = a \quad (a \in \mathbb{R}).$$

10. Aufgabe. Für die Punkte $P_1(2, 1)$, $P_2(2, -1)$, $P_3(-2, 1)$, $P_4(-2, -1)$, $P_5(3, 7)$, $P_6(3, -7)$, $P_7(-3, 7)$, $P_8(-3, -7)$ berechnen Sie jeweils den Winkel zwischen der positiven x -Achse und der Geraden, die den Koordinatenursprung mit dem Punkt P_k , $k = 1, 2, \dots, 8$ verbindet.