BHT Berlin
Technische Informatik
Julia Loutchko

Sommersemester 2018
Mathematik II

11. Übungsblatt

1. Aufgabe. Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = e^x$ überall Linkskrümmung hat. Wie groß sind Krümmund und Krümmungsradius an der Stelle $x = 0$?

2. Aufgabe. Welche Krümmung hat die Kurve $y = 1 - \cos x$ an der Stelle $x = \pi$?

3. Aufgabe. Bestimmen Sie die relativen Extremwerte der Funktion
$y = x - \arctan(2x)$.

4. Aufgabe. Wo besitzt die Funktion $y = 2\sqrt{1-x} + 2\sqrt{x+1}, \quad -1 \leq x \leq 1$ ihre relativen Extremwerte?

5. Aufgabe. Ein Balken auf zwei Stützen (Stützweile l) hat bei gleichmäßig verteilter Last q im Abstand x vom linken Auflager das Biegemoment

$$M(x) = \frac{q}{2}(l - x)x \qquad (0 \leq x \leq l)$$

An welcher Stelle ist das Biegemoment am größten?

6. Aufgabe. Die Leistungaaufnahme eines Verbrauchers vom Widerstand R, der durch eine Zweipolquelle (Innenwiderstand R_i; Quellspannung U_0) gespeist wird, beträgt

$$P(R) = U_0^2 \frac{R}{(R + R_i)^2}$$

Zeigen Sie, dass der Verbraucherwiderstand R die größtmögliche Leistung aufnimmt, wenn $R = R_i$ gewählt wird (sog. Leistungsanpassung).

7. Aufgabe. Diskutieren Sie den Verlauf der Funktionen und Kurven nach dem folgenden Schema:

1) Definitionsbereich,
2) Symmetrie,
3) Nullstellen,
4) Schnittpunkte mit der y-Achse,
5) Pole (senkrechte Asymptoten),
6) relative Extremwerte,
7) Monotonie,
8) Wende- und Sattelpunkte,
9) Krümmungsverhalten,
10) Verhalten "in Unendlichen", Asymptoten ,
11) Wertebereich,
12) Skizzieren Sie den Kurvenverlauf.

a)

$$y = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$$

,

b)

$$y = -\frac{(x-2)^2}{x+2}$$

.

c)

$$y = \frac{1}{2}x + \sqrt{9 - x^2}$$

d)

$$y = \frac{\ln x}{x}$$

e)

$$y = \sin x + \cos x$$

f)

$$y = (1 - e^{-2x})^2$$

8. Aufgabe. Wie ist α zu wählen, damit

$$f(x) = \frac{x^2 + \alpha}{x - \alpha}$$

in einer Umgebung der Stelle $x_0 = 1$ streng monoton fallend ist?

9. Aufgabe. Wie ist α zu wählen, damit

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{\alpha}}$$

in $x_0 = 1$ einen Wendepunkt hat? Man diskutiere die Kurve.

10. Aufgabe. Die Kurve $y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ soll bezüglich des Ursprungs symmetrisch sein und dort eine Waagerechte Tangente haben. An der Stelle $x_0 = 1$ soll ein Wendepunkt vorliegen; die Wendetangente soll durch $(0;\ -2)$ gehen. Wie lautet die Kurvengleichung?