

12. Übungsblatt

1. Aufgabe. Mithilfe der Tabelle der Grundintegrale und einfacher Umformungen und Integrationsregeln bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a)

$$\int \sqrt[m]{x^n} dx,$$

b)

$$\int a^x e^x dx,$$

c)

$$\int \frac{(1-t)^2}{t\sqrt{t}} dt,$$

d)

$$\int \frac{1 + \cos^2(t)}{1 + \cos(2t)} dt.$$

2. Aufgabe. Berechnen Sie folgende bestimmte Integrale mithilfe der tabellarischen Stammfunktionen und der Newton-Leibnizschen Formel:

a) $\int_0^1 x^2 dx,$

b) $\int_0^1 e^x dx,$

c) $\int_0^1 x^k dx, \quad k \in \mathbb{N},$

d) $\int_1^2 \frac{1}{x} dx.$

3. Aufgabe. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe der Newton-Leibnizschen Formel:

a) $\int_0^1 \sqrt{1+x} dx,$

b) $\int_0^\pi \sin(x) dx,$

c) $\int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x dx,$

d) $\int_1^2 \frac{1}{x+x^3} dx,$

e) $\int_0^1 x e^{-x} dx,$

f) $\int_0^2 x \log_2(x) dx,$

g) $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx.$

h) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx,$

i) $\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x}}{\sqrt{e^x+e^{-x}}} dx,$

4. Aufgabe. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit der Methode der Variablensubstitution:

a)

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{1+x}},$$

b)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}},$$

c)

$$\int \sqrt{1 + \cos^2(t)} \sin(2t) \cos(2t) dt,$$

d)

$$\int \frac{t^2}{\sqrt{a^2 - t^2}} dt,$$

e)

$$\int \frac{y^5 dy}{(y^2 - 4)^2},$$

f)

$$\int \frac{\sqrt{1 + \ln(y)}}{y \ln(y)} dy.$$

5. Aufgabe. Berechnen Sie die Integrale:

a)

$$\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$$

b)

$$\int \frac{3x^8}{x^3+1} dx$$

c)

$$\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx$$

d)

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x dx$$

e)

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sqrt{\tan x}}$$

f)

$$\int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$$

g)

$$\int \frac{8x^3 - 20x}{x^4 - 5x^2 + 4} dx$$

h)

$$\int \frac{(\ln x)^3}{x} dx$$

i)

$$\int \frac{dx}{\sin(2x)}$$

6. Aufgabe. Berechnen Sie die Integrale mit der Methode der partiellen Integration:

a)

$$\int x \sin(2x) dx,$$

b)

$$\int x e^{-x} dx,$$

c)

$$\int \arctan \sqrt{t} dt,$$

d)

$$\int \frac{\ln(t)}{t^3} dt,$$

e)

$$\int y^2 a^y dy,$$

f)

$$\int e^y \sin(y) dy.$$

7. Aufgabe. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale von den gebrochenrationalen Funktionen:

a)

$$\int \frac{x \, dx}{2x^2 - 3x - 2} \, dx,$$

b)

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} \, dx,$$

c)

$$\int \frac{x^2 \, dx}{(x+2)^2(x+4)^2} \, dx,$$

d)

$$\int \frac{x^2 \, dx}{1 - x^4} \, dx,$$

e)

$$\int \frac{x^3 + x - 1}{(x^2 + 2)^2} \, dx.$$