

## Лабораторная работа № 1

### ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ

#### 1. Цель работы

Исследовать динамические характеристики типовых звеньев систем автоматического управления (САУ), а также познакомиться с представлением типовых звеньев структурными схемами. При выполнении лабораторных работ используется пакет программ Matlab/Simulink

#### 2. Основные сведения

Сложные линейные динамические системы и системы автоматического управления можно представить в виде комбинации простых (элементарных, типовых) звеньев. Динамической характеристикой типового звена называется любое его представление, которое позволяет описать поведение звена во времени. Наиболее широко используются следующие динамические характеристики (способы описания) типовых звеньев: дифференциальное уравнение, структурная схема, переходная функция  $h(t)$ , импульсная переходная функция (весовая функция)  $w(t)$ , передаточная функция  $W(s)$ , частотные характеристики. Импульсную переходную функцию  $w(t)$  в литературе также обозначают символом  $g(t)$ .

В лабораторной работе предлагается исследовать следующие элементарные (типовые) звенья: интегрирующее звено, апериодическое звено первого порядка, звено второго порядка. Также предлагается исследовать свойства реального дифференцирующего звена, которое можно рассматривать как последовательное соединение идеального дифференцирующего звена и апериодического звена первого порядка.

1) Интегрирующее звено выполняет операцию интегрирования входного сигнала и его уравнение можно записать в виде

$$y(t) = y(0) + k \int_0^t u(\tau) d\tau,$$

где  $y$  - выходная переменная звена;  $u$  - входное воздействие;  $k$  - коэффициент передачи звена;  $y(0)$  - начальные условия,  $y(0) = const$ . Дифференцируя данное уравнение, получим соотношение в виде дифференциального уравнения первого порядка

$$\dot{y} = ku$$

Передаточная функция интегрирующего звена имеет вид:

$$W(s) = Y(s) / U(s) = k / s,$$

где  $Y(s) = L\{y(t)\}$  и  $U(s) = L\{u(t)\}$  есть преобразования Лапласа для сигналов  $u(t)$  и  $y(t)$ , полученные при нулевых начальных условиях. Применяя

оператор дифференцирования  $p = d / dt$ , можно представить дифференциальное уравнение звена в виде  $M(p)y = N(p)u$ . Тогда передаточную функцию можно определить как отношение оператора входа  $N(p)$  к собственному оператору звена  $M(p)$ , т.е.  $W(p) = N(p) / M(p) = k / p$ .

В пакете программ Matlab/Simulink при обозначении передаточных функций на структурных схемах используется переменная преобразования Лапласа  $s$  вместо оператора дифференцирования  $p$ .

Переходной функцией звена называется реакция его выхода на входное воздействие в виде единичной ступенчатой функции  $u(t) = I(t)$  (функция Хэвисайда) при нулевых начальных условиях. Например, переходная функция (ПФ) интегрирующего звена имеет вид:

$$h(t) = k \int_0^t I(t) dt.$$

График переходной функции звена называют переходной характеристикой (ПХ) динамического звена.

Импульсной переходной функцией звена называется реакция его выхода на входное воздействие в виде единичного импульсного воздействия (функция Дирака)  $u(t) = \delta(t)$  при нулевых начальных условиях. Импульсная переходная функция (ИПФ) равна производной ПФ звена, т.е.  $w(t) = \dot{h}(t)$ , тогда для интегрирующего звена получаем:

$$w(t) = k I(t).$$

График импульсной переходной функции звена называют импульсной переходной характеристикой (ИПХ) динамического звена.

Частотные характеристики можно получить, заменив в передаточной функции переменную  $s$  (или  $p$ ) на  $j\omega$ :

$$W(j\omega) - A\Phi X; \quad A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} - AЧХ$$

$$P(\omega) = \operatorname{Re}[W(j\omega)] - BЧХ; \quad Q(\omega) = \operatorname{Im}[W(j\omega)] - MЧХ;$$

$$\varphi(\omega) = \arctg[Q(\omega)/P(\omega)] - \PhiЧХ.$$

Примерами интегрирующего звена могут служить конденсатор, где напряжение на конденсаторе пропорционально интегралу от величины тока, а также линеаризованная модель пневматического двигателя (Рис.1.1, Рис.1.2).

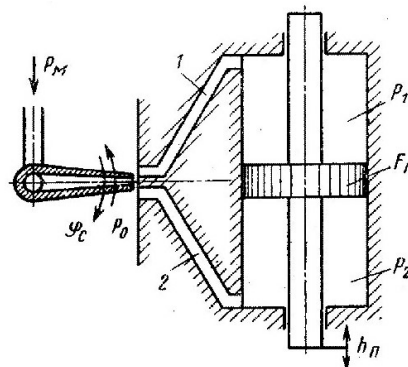
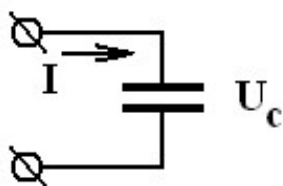


Рис.1.1. Конденсатор в электрической цепи

Рис.1.2. Схема пневматического двигателя

2) Аperiодическое звено описывается дифференциальным уравнением

$$T \dot{y} + y = k u$$

где  $T$  - постоянная времени,  $k$  - коэффициент передачи. Передаточная функция аperiодического звена имеет вид:

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}.$$

Структурная схема аperiодического звена представлена на Рис.1.3.

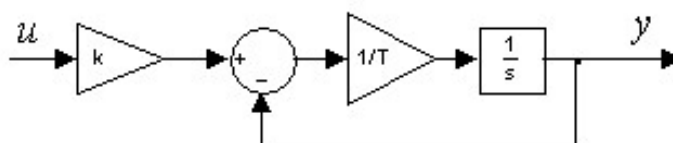


Рис.1.3. Структурная схема для реализации аperiодического звена

Примерами аperiодического звена могут служить электрические цепи, схемы которых изображены на рис.1.4.

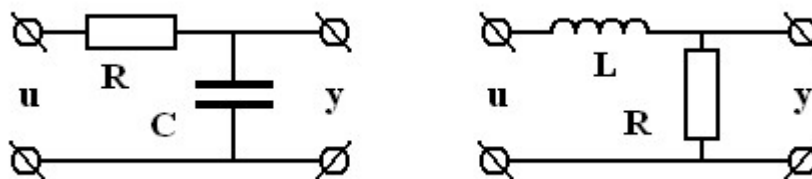


Рис.1.4. Примеры электрических цепей, выполняющих функцию аperiодического звена.

3) Звено второго порядка описывается дифференциальным уравнением

$$T^2 \ddot{y} + 2dT \dot{y} + y = k u,$$

где  $d$  - коэффициент демпфирования. Передаточная функция звена имеет вид:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2dT s + 1}.$$

При  $d = 0$  получаем консервативное звено, при  $0 < d < 1$  получаем колебательное звено, при  $d \geq 1$  получаем аperiодическое звено 2-го порядка.

Структурная схема звена второго порядка представлена на Рис.1.5.

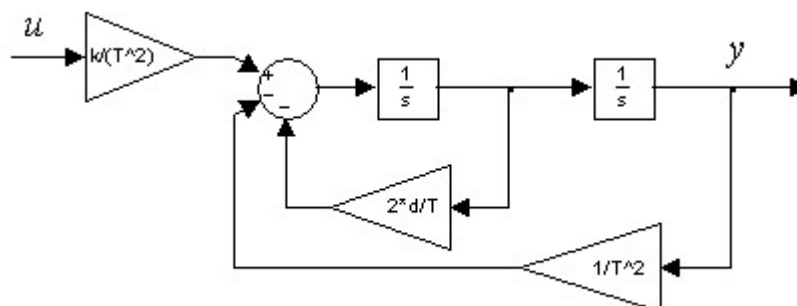


Рис.1.5. Структурная схема звена второго порядка

Примером звена второго порядка может служить электрическая цепь, схема которого изображена на рис.1.6.

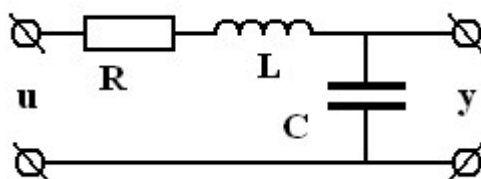


Рис.1.6. Пример электрической цепи, выполняющей функцию звена второго порядка

4) Идеальное дифференцирующее звено описывается уравнением

$$y = k \dot{u},$$

которое не может быть реализовано на практике. Дифференциальное уравнение реального дифференцирующего звена имеет следующий вид:

$$\mu \dot{y} + y = k \dot{u}$$

а его передаточная функция:

$$W(s) = \frac{ks}{\mu s + 1}.$$

Структурная схема для реализации реального дифференцирующего звена приведена на Рис.1.7.

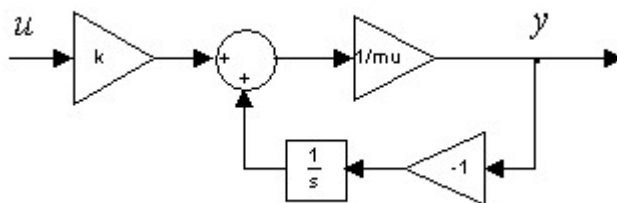


Рис.1.7. Структурная схема для реализации реального дифференцирующего звена

Реальное дифференцирующее звено можно рассматривать как последовательное соединение идеального дифференцирующего звена и апериодического звена первого порядка.

Примерами реального дифференцирующего звена могут служить электрические цепи, схемы которых изображены на рис.1.8.

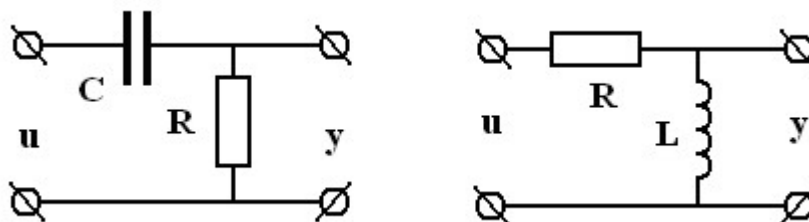


Рис.1.8. Примеры электрических цепей, выполняющих функцию реального дифференцирующего звена.

### 3. Методические указания по выполнению работы

Импульсную переходную характеристику звеньев можно получить, подавая на вход “короткий” импульс большой амплитуды, площадь которого равна единице (приближение  $\delta$ -функции), при нулевых начальных условиях. В лабораторной работе предлагается формировать прямоугольный импульс длительности 0.01 с. и амплитудой 100.

Частотные характеристики можно построить на основе результатов численного эксперимента, подавая на вход звена синусоидальное воздействие заданной амплитуды и фиксируя амплитуду и фазу выходного сигнала звена в установившемся режиме (Рис.1.9.).

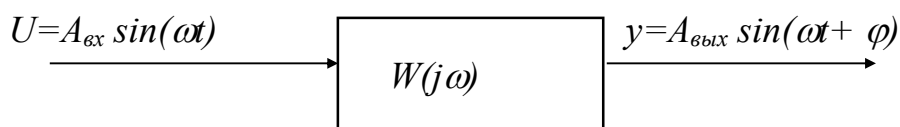


Рис.1.9. Схема эксперимента для исследования частотных характеристик элементарных звеньев

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ) строится по точкам при фиксированных значениях частот  $\omega_i$ :

$$A(\omega_i) = A_{\text{вых}}(\omega_i) / A_{\text{ex}}(\omega_i),$$

а фазовая частотная характеристика (ФЧХ) - как разница фаз выходного и входного синусоидальных сигналов.

При исследовании влияния коэффициента  $\mu$  реального дифференцирующего звена на точность воспроизведения производной необходимо использовать звено второго порядка, схема которого показана на Рис.1.5. Сигнал с выхода звена второго порядка подать на вход реального дифференцирующего звена. Сигнал на выходе реального дифференцирующего звена сравнивать с сигналом для точного значения производной, который имеется на выходе первого интегратора для схемы звена второго порядка. Сигнал для точного значения производной необходимо умножить на коэффициент усиления  $k$  реального дифференцирующего звена. Сравнение сигналов выполнить при различных значениях параметра  $\mu$ .

### 4. Порядок выполнения работы

4.1. Используя пакет прикладных программ Matlab/Simulink, исследовать свойства модели интегрирующего звена, параметры которого необходимо выбрать в табл.1.1. Получить график переходной функции звена (пере-

ходная характеристика звена) и график импульсной переходной функции звена (импульсная переходная характеристика звена).

4.2. На основе численного эксперимента для различных частот, получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) интегрирующего звена. Сравнить полученные экспериментальные результаты с графиками, полученными на основе расчетных формул.

Таблица 1.1.

	Номер варианта								
Параметр	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K	2.50	2.00	4.00	1.50	5.00	0.80	3.00	0.50	6.00
T	0.20	0.40	4.00	0.80	2.00	1.50	0.50	1.00	3.00
d	0.40	0.50	0.10	0.30	0.60	0.80	0.30	0.40	0.00
$\mu$	0.05	0.10	0.50	0.15	0.30	0.20	0.08	0.60	0.40

4.3. Получить семейство переходных характеристик и семейство импульсных переходных характеристик интегрирующего звена для различных значений коэффициента  $k$ . Например, увеличивая и уменьшая  $k$  интегрирующего звена в два раза.

4.4. Повторить эксперименты п.4.1 для апериодического звена.

4.5. Получить семейства переходных характеристик и семейства импульсных переходных характеристик апериодического звена для различных значений коэффициентов  $k$  и  $T$ . Например, увеличивая и уменьшая эти параметры звена в два раза.

4.6. На основе численного эксперимента для различных частот, получить частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) апериодического звена. Сравнить полученные экспериментальные результаты с графиками, полученными на основе расчетных формул.

4.7. Провести эксперименты для колебательного звена аналогично п.4.1.

4.8. Получить семейства переходных характеристик и семейства импульсных переходных характеристик колебательного звена для различных значений коэффициентов  $k$ ,  $T$  и  $d$ . Например, увеличивая и уменьшая эти параметры звена в два раза.

4.9. Получить семейства переходных характеристик и семейства импульсных переходных характеристик реального дифференцирующего звена для различных значений коэффициентов  $k$  и  $\mu$ . Например, увеличивая и уменьшая эти параметры звена в два раза.

4.10. Вход реального дифференцирующего звена подключить к выходу колебательного звена, где на вход колебательного звена поступает единичное ступенчатое воздействие. Сравнить сигнал на выходе реального дифференцирующего звена с точным значением производной для сигнала на входе

реального дифференцирующего звена. Оценить влияние  $\mu$  на точность дифференцирования.

### **5. Содержание отчёта**

5.1. Дифференциальные уравнения, передаточные функции, схемы моделирования, исследуемых звеньев.

5.2. Экспериментально полученные графики по разделу 4.

5.3. Экспериментально полученные графики для частотных характеристик интегрирующего звена и апериодического звена.

5.4. Выводы по результатам лабораторной работы.

### **6. Контрольные вопросы**

6.1. Построить графики ВЧХ, МЧХ, АЧХ, АФХ исследованного в работе колебательного звена.

6.2. Как влияют величины  $k, \mu$  реального дифференцирующего звена на вид ЛАЧХ звена?

6.3. Записать выражение для переходной характеристики апериодического звена и проанализировать влияние  $k$  и  $T$  на параметры переходного процесса.

6.4. Записать передаточную функцию для системы с единичной отрицательной обратной связью с интегратором (или с апериодическим звеном) в прямой цепи.

6.5. Методика перехода от передаточной функции к системе дифференциальных уравнений в форме Коши и структурной схеме. Переход к управляемой канонической форме и переход к наблюдаемой канонической форме.

### **7. Дополнительная литература**

1. Коновалов Г. Ф. Радиоавтоматика: учеб. пособ. для студ. вузов спец. «Радиотехника». – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.

2. Первачев С. В. Радиоавтоматика: [учеб. для вузов]. – М.: Радио и связь, 1982. – 296 с.

3. Муромцев, Ю.Л. Основы автоматики и системы автоматического управления: учебное пособие / Ю.Л. Муромцев, Д.Ю. Муромцев. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. – Ч. 1. – 96 с.

4. Добронравов О. Е., Кириленко Ю. И. Основы автоматического регулирования, автоматы и системы управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1965

5. Рязанов Ю.А. Проектирование систем автоматического регулирования. 2-е изд. - М.: Машиностроение, 1967.

6. Черкасов Б.А. Автоматика и регулирование воздушно-реактивных двигателей. - М.: Машиностроение, 1974.

7. Синяков А. Н., Шаймарданов Ф. А. Системы автоматического управления ЛА и их силовыми установками. Москва : Машиностроение, 1991.