# **2. Планування операцій**

## 2.1 Змістовне формулювання задачі

|  |
| --- |
| Транспортна компанія для перевезення інжиру з Багдада в Мекку використовує мулів, а також одногорбих і двогорбих верблюдів. Двогорбий верблюд може перевезти 1000 фунтів, одногорбий — 500 фунтів, а мул — 300 фунтів. За один перехід двогорбий верблюд споживає 3 купи сіна і 40 галонів води, одногорбий верблюд — 2 купи сіна і 30 галонів води, мул —1 купу сіна і 10 галонів води. Пункти постачання компанії, розташовані в різних оазисах уздовж шляху, можуть видати не більш 900 галонів води і 35 куп сіна. Верблюдів і мулів орендують у пастуха біля Багдада, орендна плата дорівнює 12 піастрам за двогорбого верблюда, 5 піастрам за одногорбого і 4 піастрам за мула.  Визначте, скільки треба використати верблюдів і мулів для мінімізації орендної плати пастуху, якщо компанія повинна перевезти 10000 фунтів інжиру з Багдада в Мекку? |

## 2.2 Математична модель

### 2.2.1 Змінні

|  |
| --- |
| *x1* – кількість орендованих двогорбих верблюдів.  *x2* – кількість орендованих одногорбих верблюдів .  *x3* – кількість орендованих мулів . |

### 2.2.2 Цільова функція

|  |
| --- |
| Мінімізуємо орендну плату пастуха:  z = 12 *x1*+ 5 *x2* + 4 *x3* min |

### 2.2.3 Обмеження

|  |
| --- |
| Обмеження на перевезення інжиру:  *1000x*1 + *500x*2 + *300x3* 10000  Обмеження на видане сіно:  *3x*1 + *2x*2 + *x*3 35  Обмеження на доступну воду:  *40x*1 + *30x*2 + *10x*3 900  Кількість тварин має бути невід’ємним цілим числом:  *x*i 0, цiлі числа.  *i=.* |
| 2.2.4 Розв’язок задачі за допомогою MICROSOFT EXCEL На рисунку 2.1 представлено EXCEL-лист з вихідними даними задачі.    Рисунок 2.1  На рисунку 2.2 представлено EXCEL- по формулах з вихідними даними задачі   2.2.5 Аналіз моделі на чутливість Звіт по результатах:  Звіт по границях:    Звіт по стійкості:   2.2.6 Розв’язок задачі сиплекс-методом Приведемо задачу до канонічної форми:  min z = 12 *x1*+ 5 *x2* + 4 *x3* *+0 s1+0 s2+0 s3*  *1000x*1 + *500x*2 + *300x3 - s1*  = 10000  *3x*1 + *2x*2 + *x*3 +*s2* = 35  *40x*1 + *30x*2 + *10x*3 + *s3*  = 900  *x*i 0 *i=*  В таблицях 3.5-3.8 наведені результати ітерації розв’язку задачі табличним двохетапноим симплекс-методом. В таблицях 3.5-3.7 наведені результати реалізації першого етапу, а в таблиці 3.8 – результати реалізації другого етапу.  Таблиця 3.5(початкова симплекс таблиця)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | r1 | Розв’язок | Відношення | | rmin | 1000 | 500 | 300 | -1 | 0 | 0 | 0 | 10000 |  | | zmin | -12 | -5 | -4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | | r1 | 1000 | 500 | 300 | -1 | 0 | 0 | 1 | 10000 | 10(min) | | s2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 35 | 11,6 | | s3 | 40 | 30 | 10 | 0 | 0 | 1 | 0 | 900 | 22,5 |   Таблиця 3.6( Ітерація 1)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | r1 | Розв’язок | Відношення | | rmin | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |  | | zmin | 0 | 1 | -0,4 | -12/1000 | 0 | 0 | 12/1000 | 120 |  | | x1 | 1 | 0,5 | 0,3 | -1/1000 | 0 | 0 | 1/1000 | 10 | 20 | | s2 | 0 | 0,5 | 0,1 | 3/1000 | 1 | 0 | -3/1000 | 5 | 10(min) | | s3 | 0 | 10 | -2 | 1/25 | 0 | 1 | -1/25 | 500 | 50 |   Таблиця 3.7( Ітерація 2)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | r1 | Розв’язок | Відношення | | zmin | 0 | 0 | -0,6 | -18/1000 | -2 | 0 | 18/1000 | 110 |  | | x1 | 1 | 0 | 0,2 | -4/1000 | -1 | 0 | 4/1000 | 5 | ------ | | x2 | 0 | 1 | 0,2 | 6/1000 | 2 | 0 | -6/1020 | 10 | ------ | | s3 | 0 | 0 | -4 | -2/100 | -20 | 1 | 2/100 | 400 | ------ |  Отже, z = 110  x1= 5  x2= 10  x3= 0 2.2.7 Постоптимальний аналізПряма задача (канонічна форма): min z = 12 *x1*+ 5 *x2* + 4 *x3* *+0 s1+0 s2+0 s3*  *1000x*1 + *500x*2 + *300x3 - s1*  = 10000 (y1)  *3x*1 + *2x*2 + *x*3 +*s2* = 35 (y2)  *40x*1 + *30x*2 + *10x*3 + *s3*  = 900 (y3)  *x*i 0 *i=*   Двоїста задача: maxω = 10000y1+35y2+900y3  1000y1 + 3y2 + 40y3 <= 12 (x1)  500y1 + 2y2 + 30y3 <= 5 (x2)  300y1 + y2 + 10y3 <= 4 (x3)  -1y1 >= 0 (s1)  y2 <= 0 (s2)  y3 <= 0 (s3)   *Спосіб 1* |
|  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0,004 | -1 | 0 |
| -0,006 | 2 | 0 |
| 0,02 | -20 | 1 |

#### 

#### (y0)T= (0,018; -2; 0).

### *Спосіб 2*

Так як в базисі прямої задачі є вектори, що відповідають змінним x1, x2, s3, то в оптимальному розв’язку двоїстої задачі обмеження, що відповідають цим нерівностям виконуватимуться як рівності:

1000y1 + 3y2 + 40y3 = 12 (x1)

500y1 + 2y2 + 30y3 = 5 (x2)

y3 = 0 (s3)

y1 = 0.018

y2 = -2

y3 = 0

#### (y0)T= (0,018; -2; 0).

### *Спосіб 3*

З таблиці 3.7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | r1 | Розв’язок |
| zmax | 0 | 0 | -0,6 | -18/1000 | -2 | 0 | 18/1000 | 110 |

Значення s1 = y1 , s2 = y2 , s3 = y3.

Отже,

#### (y0)T= (0,018; -2; 0).

**2.2.8 Діапазони стійкості**

**2.2.8.1 Зміна компонентів вектора обмежень**

***Недефіцитні ресурси***

Змінна s3 > 0 (базисна), звідси слідує, що ресурс 3 недефіцитний. Відповідне обмеження має знак "≤" , що означає, що діапазон зміни правої частини (*b3*) першого обмеження такий:

–400 < Δ3 ≤ ∞;

900-400 < b3≤ ∞;

500 < b3 ≤ ∞;

***Дефіцитні ресурси***

Змінна s1 – небазисна, звідси слідує, що ресурс 1 є дефіцитним. Вихідне обмеження має знак "≥". Тоді допустимий діапазон змін величини  визначається так:



.

Абсолютний діапазон зміни рівня запасів ресурсу такий:

*10000 – 1250≤ b1 ≤**;*

*8750 ≤ b1≤**.*

Змінна s2 – небазисна, звідси слідує, що ресурс 3 є дефіцитним. Вихідне обмеження має знак "≤". Тоді допустимий діапазон змін величини  визначається так:



.

Абсолютний діапазон зміни рівня запасів ресурсу такий:

*35-5≤ b2 ≤ 35+5;*

*30 ≤ b2≤ 40.*

#### 2.2.9 Зміна коефіцієнтів цільової функції

***Небазисні змінні***

Змінна x3 є небазисною і цільова функція ->min, звідси:

*-0,6 <Δ3 <∞;*

Тоді, з урахуванням початкових значень, діапазон зміни коефіцієнта цільової функції при данії змінній:

*4-0,6 <c3<∞;*

*3,4 <c3<∞.*

***Базисні змінні***

*Змінна* *x1* - базисна, тоді для неї:





З урахуванням початкових значень абсолютний діапазон зміни коефіцієнта цільової функції при данії змінній:

*12 – 2 ≤ c1≤ 12 +3;*

*10 ≤ c1≤ 15.*

*Змінна* *x2* - базисна, тоді для неї:





З урахуванням початкових значень абсолютний діапазон зміни коефіцієнта цільової функції при данії змінній:

*≤ c2≤ 5+1;*

 *≤ c2≤ 6.*

**2.2.10 Результати розв’язку та постоптимального аналізу задачі**

### *Оптимальний розв’язок задачі*

При вихідних даних мінімальне орендування таке:

* Кількість орендованих двогорбих верблюдів – **5** шт;
* Кількість орендованих одногорбих верблюдів – **10** шт;
* Кількість орендованих мулів – **0** шт;

При цьому сумарні витрати складають 110 одиниць вартості.

### *Діапазон зміни рівня запасів ресурсів*

Відносні діапазони зміни рівнів ресурсів (на скільки можуть зменшитись чи збільшитись рівні запасів, не впливаючи на розв’язок) (*Δi*):

* Необхідне виробництво:*.*
* К-сть отриманого сіна: .
* К-сть отриманої води: *–400 < Δ3 ≤ ∞* .

Абсолютні діапазони змін рівнів запасів ресурсів (до яких меж можна зменшувати чи збільшувати рівні запасів) (*bi*):

* Необхідне виробництво:: *8750 ≤ b1≤*
* К-сть отриманого сіна: *30 ≤ b2≤ 40*
* К-сть отриманої води: 500 < b3 ≤ ∞

### *Цінність ресурсів*

### При зміні рівня запасів ресурсів в знайдених межах, маємо:

* Кожна одиниця додатково перевезеного інжиру збільшить витрати на 0,018 одиниць вартості*;*
* Кожен додатковий галон води зменшить витрати на 2 одиниці вартості*;*

### *Діапазони змін питомого прибутку*

Допустимі відносні діапазони змін витрат, при яких оптимальний розв’язок не зміниться:

* для оренди двогорбого верблюда: *;*
* для оренди одногорбого верблюда: *;*
* для оренди мула: *-0,6 <Δ3 <∞;*

Допустимі абсолютні діапазони змін витрат, при яких оптимальний розв’язок не зміниться:

* для оренди двогорбого верблюда: *10 ≤ c1≤ 15;*
* для оренди одногорбого верблюда:  *≤ c2≤ 6;*
* для оренди мула: *3,4 <c3<∞;*