# **2. Планування операцій**

## 2.1 Змістовне формулювання задачі

На фермі заготовляють сіно, пшеницю й сою. Сіно дає 60 умовних одиниць прибутку на тонну, пшениця приносить 180 ум.од. прибутку на 100 бушелів, а одна тонна сої — 300 ум.од. прибутку. Для одержання 1 т сіна потрібно 1 акр землі, витрати 1 людино-год праці і не потрібно добрив. Для одержання 10 бушелів пшениці необхідно 8 акрів землі, 3

людино-год праці і 1 мішок добрив. Для одержання однієї тонни сої треба 9 акрів землі, 4 людино-год праці і 1 мішок добрив. Ферма має 300 акрів землі, 150 людино-год праці і 4 мішки добрив. Мінімальний добовий обсяг виробництва сіна складає 20 т, а пшениці — 40 бушелів.

Визначте, скільки сіна, пшениці й сої потрібно заготовити, щоб отриманий прибуток був максимальним?

## 2.2 Математична модель

### 2.2.1 Змінні

x1 – маса заготовленого сіна за добу, тонн.

x2– маса заготовленої пшениці за добу, 10х бушелів.

x3 – маса заготовленої сої за добу, тонн.

### 2.2.2 Цільова функція

|  |
| --- |
| Максимізуємо прибуток:  z = 60*x1*+ 18 *x2* + 300 *x3* max |

### 2.2.3 Обмеження

|  |
| --- |
| Обмеження на площу необхідної землі, акри:  *x*1 + 8*x*2 + 9*х3*300  Обмеження на час роботи людей, год:  *x*2 + 3*x2* + 4*x3*150  Обмеження на використання добрив:  *1х2*+ 1*x*3 40  Обмеження на мінімальний добовий обсяг:  Сіно : *х*1 20  Пшениця: *x*2 4  Кількість виготовлених деталей має бути невід’ємним цілим числом:  *x*i 0, цiлі числа.  *i=.* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2.2.4 Розв’язок задачі за допомогою MICROSOFT EXCEL На рисунку 2.1 представлено EXCEL-лист з вихідними даними задачі.    Рисунок 2.1  На рисунку 2.2 представлено EXCEL- по формулах з вихідними даними задачі   2.2.5 Аналіз моделі на чутливість Звіт по результатах:  Звіт по границях:    Звіт по стійкості:   2.2.6 Розв’язок задачі сиплекс-методом Приведемо задачу до канонічної форми:  max Z= 60*x1*+ 18 *x2* + 300 *x3+0s1 +0 s2+0s3+0s4+0s5*  *x*1 + 8*x*2 + 9*х3*+ *s1*=300  *x*1 + 3*x2* + 4*x3*+ *s2*=150  *1х2*+ 1*x*3 + *s3*=40  *х*1 – *s4*=20  *x*2 - *s1*=4  *x1*,*x2* ,*x3,s1,s2,s3,s4,s5*0    В таблицях 3.5-3.8 наведені результати ітерації розв’язку задачі табличним двохетапноим симплекс-методом. В таблицях 3.5-3.7 наведені результати реалізації першого етапу, а в таблиці 3.8 – результати реалізації другого етапу.  Таблиця 3.5(початкова симплекс таблиця)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | s4 | s5 | R1 | R2 | Розв’язок | Відношення | | rmin | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 | 0 | 24 |  | | zmax | -60 | -18 | -300 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | | s1 | 1 | 8 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 300 | 300/8 | | s2 | 1 | 3 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 150 | 50 | | s3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 40 | 40 | | R1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 20 | --- | | R2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 4 | 4 |   Таблиця 3.6( Ітерація 1)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | s4 | s5 | R1 | R2 | Розв’язок | Відношення | | rmin | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | -1 | 20 |  | | zmax | -60 | 0 | -300 | 0 | 0 | 0 | 0 | -18 | 0 | 18 | 72 |  | | s1 | 1 | 0 | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 8 | 0 | -8 | 268 | 268 | | s2 | 1 | 0 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 0 | -3 | 138 | 138 | | s3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 | 36 | --- | | R1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 20 | 20 | | x2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 4 | 4 |   Таблиця 3.7( Ітерація 2)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | s4 | s5 | R1 | R2 | Розв’язок | Відношення | | rmin | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 |  | | zmax | 0 | 0 | 0 | 300/9 | 0 | 0 | -240 /9 | 2238 /9 | 240 /9 | -240 / 9 | 85848 /9 |  | | x3 | 0 | 0 | 1 | 1/9 | 0 | 0 | 1/9 | 8/9 | -1/9 | -8/9 | 248/9 | 248 | | s2 | 0 | 0 | 0 | -4/9 | 1 | 0 | 5/9 | -5/9 | -5/9 | 5/9 | 70 / 9 | 70/5 | | s3 | 0 | 0 | 0 | -1/9 | 0 | 1 | -1/9 | 1/9 | 1/9 | -1/9 | 76/9 | --- | | x1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 20 | --- | | x2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 4 | --- |   Таблиця 3.8( Ітерація 2)   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | s4 | s5 | R1 | R2 | Розв’язок | Відношення | | rmin | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | 0 |  | | zmax | 0 | 0 | 0 | 12 | 48 | 0 | 0 | 222 | 0 | -222 | 9912 |  | | x3 | 0 | 0 | 1 | 1/5 | -1/5 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 | 26 |  | | s4 | 0 | 0 | 0 | -4/5 | 9/5 | 0 | 1 | -1 | -1 | 1 | 14 |  | | s3 | 0 | 0 | 0 | -1/5 | 1/5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 |  | | x1 | 1 | 0 | 0 | -4/5 | 9/5 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 34 |  | | x2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 4 | --- |   Таблиця 3.9( Ітерація 4) Отже, z = 9912  x1= 34  x2= 4  x3= 26 2.2.7 Постоптимальний аналізПряма задача (канонічна форма): max Z= 60*x1*+ 18 *x2* + 300 *x3+0s1 +0 s2+0s3+0s4+0s5*  *x*1 + 8*x*2 + 9*х3*+ *s1* =300 (y1)  *x*1 + 3*x2* + 4*x3*+ *s2* =150 (y2)  *1х2*+ 1*x*3 + *s3* =40 (y3)  *х*1 – *s4*=20 (y4)  *x*2 - *s1*=4 (y5)  *x1*,*x2* ,*x3,s1,s2,s3,s4,s5*0 Двоїста задача: minω = 300y1+150y2+40y3+20y4+4y5  y1 + y2 + y4 >= 60 (x1)  8y1 + 1y2 + 1y3 + y5 >= 18 (x2)  9y1+ 4y2+ 1y3 >= 20 (x3)    y1 >= 0 (s1)  y2  >= 0 (s2)  y3 >= 0 (s3)  y4 >= 0 (s4)  y5 >= 0 (s5)   *Спосіб 1* Так як в базисі прямої задачі є вектори, що відповідають змінним x1, x2, x3, s3, s4 то в оптимальному розв’язку двоїстої задачі обмеження, що відповідають цим нерівностям виконуватимуться як рівності:  y1 + y2 + y4 = 60 (x1)  8y1 + 1y2 + 1y3 + y5 = 18 (x2)  9y1+ 4y2+ 1y3 = 20 (x3)  y3 = 0 (s3)  y4 = 0 (s4)  y1 = 12  y2 = 48  y3 = 0  y4 = 0  y5 = -222 (y0)T= (12; 48; 0; 0; -222).*Спосіб 2* |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 0,2 | -0,2 | 0 | 0 | -1 | | -0,8 | 1,8 | 0 | -1 | 1 | | -0,2 | 0,2 | 1 | 0 | 0 | | -0,8 | 1,8 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |   *B -1 =* |

#### (y0)T= (12; 48; 0; 0; -222).

### *Спосіб 3*

З таблиці 3.9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Б.З. | x1 | x2 | x3 | s1 | s2 | s3 | s4 | s5 | R1 | R2 | Розв’язок | Відношення |
| zmax | 0 | 0 | 0 | 12 | 48 | 0 | 0 | 222 | 0 | -222 | 9912 |  |

y1 = (dN) s1 = 12

y2 =(dN) s2 =48

y3 = (dN) s3 =0

y4 =(dN) R1 =0

y5 = (dN) R2=-222

***(y0)T= (12; 48; 0; 0; -222).***

**2.2.8 Діапазони стійкості**

**2.2.8.1 Зміна компонентів вектора обмежень**

***Недефіцитні ресурси***

Змінні s3, s4 базисні, звідси слідує, що ресурс 3,4 недефіцитний. Відповідні обмеження мають знаки «*≤»* «≥» , що означає, що діапазон зміни правої частини (*b1*) першого обмеження такий:

–10≤Δ3 < ∞;

–∞ < Δ4≤ 14;

30≤b3 < ∞;

–∞ < b4≤ 34;

***Дефіцитні ресурси***

Змінна s1 ,s2 , s5 – небазисні, звідси слідує, що ресурс 1,2,5 є дефіцитним. Вихідні обмеження мають знаки " *≤* ", " *≤* ", "≥". Тоді допустимий діапазон змін величини  визначається так:



.

Абсолютний діапазон зміни рівня запасів ресурсу такий:

*170 ≤ b1≤317,5*

Тоді допустимий діапазон змін величини  визначається так:



.

Абсолютний діапазон зміни рівня запасів ресурсу такий:

*1280/9 ≤ b2≤280*

Тоді допустимий діапазон змін величини  визначається так:



.

Абсолютний діапазон зміни рівня запасів ресурсу такий:

*0 ≤ b5≤30*

#### 2.2.9 Зміна коефіцієнтів цільової функції

***Базисні змінні***

*Змінна* *x1* - базисна, тоді для неї:





З урахуванням початкових значень абсолютний діапазон зміни коефіцієнта цільової функції при данії змінній:

*100/3 ≤ c1≤ 75.*

*Змінна* *x2* - базисна, тоді для неї:





З урахуванням початкових значень абсолютний діапазон зміни коефіцієнта цільової функції при данії змінній:

*≤ c2≤ 240.*

*Змінна* *x3* - базисна, тоді для неї:





З урахуванням початкових значень абсолютний діапазон зміни коефіцієнта цільової функції при данії змінній:

*240 ≤ c3 < 540 .*

**2.2.10 Результати розв’язку та постоптимального аналізу задачі**

### *Оптимальний розв’язок задачі*

При вихідних даних максимальна маса за добу кожної з культур:

* Маса сіна – **34 т**;
* Маса сіна – **4 бушелі**;
* Маса сіна – **26 т**;

При цьому сумарний прибуток складає **9912** одиниць вартості.

### *Діапазон зміни рівня запасів ресурсів*

Відносні діапазони зміни рівнів ресурсів (на скільки можуть зменшитись чи збільшитись рівні запасів, не впливаючи на розв’язок) (*Δi*):

* Площа необхідної землі .
* К-сть необхідного часу роботи людй .
* К-сть необхідних добрив –10≤Δ3 < ∞;
* Мінімальний добовий обсяг сіна –∞ < Δ4≤ 14;
* Мінімальний добовий обсяг пшениці .

Абсолютні діапазони змін рівнів запасів ресурсів (до яких меж можна зменшувати чи збільшувати рівні запасів) (*bi*):

* Площа необхідної землі *170* ≤ *b1*≤*317,5*
* К-сть необхідного часу роботи людй *1280/9* ≤ *b2*≤*280*
* К-сть необхідних добрив 30≤b3 < ∞;
* Мінімальний добовий обсяг сіна –∞ < b4≤ 34;
* Мінімальний добовий обсяг пшениці *0* ≤ *b5*≤*30*

### *Цінність ресурсів*

### При зміні рівня запасів ресурсів в знайдених межах, маємо:

* Кожний додатковий акр землі збільшує прибуток на 12 ум.од.
* Кожна додаткова година праці людей збільшує сумарний прибуток на 48 ум.од.
* Зміна кількості добрива та мінімального добового обсягу сіна не впливає на сумарний прибуток
* Збільшення мінімального добового обсягу пшениці на одиницю (10х бушелів) призведе до зменшення сумарного прибутку на 222 ум.од.

### *Діапазони змін питомого прибутку*

Допустимі відносні діапазони змін питомого прибутку, при яких оптимальний розв’язок не зміниться:

* для заготовлення сіна: *;*
* для заготовлення пшениці: *;*
* для заготовлення сої*;*

Допустимі абсолютні діапазони змін питомого прибутку, при яких оптимальний розв’язок не зміниться:

* для заготовлення сіна: *100/3 ≤ c1≤ 75.;*
* для заготовлення пшениці: *≤ c2≤ 240.* *;*
* для заготовлення сої: *240 ≤ c3 < 540 .;*