

Рост функций, двоичный поиск

Гусев Илья, Булгаков Илья

Московский физико-технический институт

Москва, 2018

Содержание

- 1 Рост функций
 - Рост функций

- 2 Двоичный поиск
 - Двоичный поиск

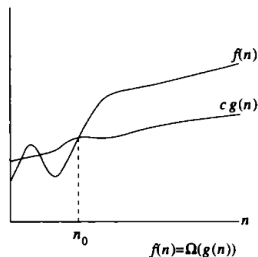
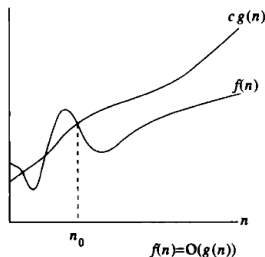
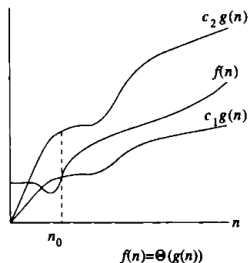
Рост функций

Обозначения

$$\Theta(g(n)) = \{f(n) : \exists c_1 > 0, c_2 > 0, n_0 > 0, \forall n \geq n_0 \rightarrow 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)\}$$

$$\mathcal{O}(g(n)) = \{f(n) : \exists c > 0, n_0 > 0, \forall n \geq n_0 \rightarrow 0 \leq f(n) \leq c g(n)\}$$

$$\Omega(g(n)) = \{f(n) : \exists c > 0, n_0 > 0, \forall n \geq n_0 \rightarrow 0 \leq c g(n) \leq f(n)\}$$



Рост функций

Примеры

$$\forall a > 0, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}, f(n) = an^2 + bn + c \rightarrow f(n) = \Theta(n^2)$$

$$c_1 = a/4, c_2 = 7a/4, n_0 = 2 \cdot \max(|b|/a, \sqrt{|c|/a})$$

Более того,

$$\forall p(n) = \sum_{i=0}^d a_i n^i, a_d > 0 \Rightarrow p(n) = \Theta(n^d)$$

Рост функций

Примеры

$$f(n) = \Theta(g(n)) \Rightarrow f(n) = \mathcal{O}(g(n))$$

$$\forall f(n) = an + b, a > 0 \Rightarrow f(n) = \mathcal{O}(n^2)$$

$$c = a + |b|, n_0 = \max(1, -b/a)$$

Рост функций

Примеры

$$\forall g(n), f(n) \rightarrow f(n) = \Theta(g(n)) \Leftrightarrow f(n) = \Omega(g(n)), f(n) = \mathcal{O}(g(n))$$

Двоичный поиск

Задача

Дан массив A из n элементов

$$A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$$

такой что:

$$A_0 \leq A_1 \leq \dots \leq A_{n-1}$$

Дано целевое значение T . Нужно найти индекс T в A или его отсутствие.

Двоичный поиск

Алгоритм

```
int binary_search(int* A, int n, int T) {  
    int L = 0;  
    int R = n - 1;  
    while (L <= R) {  
        int m = floor((L + R) / 2.0);  
        if (A[m] < T) {  
            L = m + 1;  
        } else if (A[m] > T) {  
            R = m - 1;  
        } else {  
            return m;  
        }  
    }  
    return -1;  
}
```


ДВОИЧНЫЙ ПОИСК

Правильный алгоритм

```
int binary_search(int* A, int n, int T) {  
    int L = 0;  
    int R = n - 1;  
    while (L <= R) {  
        int m = L + (int)floor((R - L) / 2.0);  
        if (A[m] < T) {  
            L = m + 1;  
        } else if (A[m] > T) {  
            R = m - 1;  
        } else {  
            return m;  
        }  
    }  
    return -1;  
}
```

Полезные ссылки I



Nearly All Binary Searches and Mergesorts are Broken

<https://bit.ly/2MdGqfU>



Т.Кормен, Ч.Лейзерсон, Р.Ривест, К.Штайн - Алгоритмы.
Построение и анализ. Глава 3

<https://bit.ly/2wFzphU>