

Декартово дерево по неявному ключу

Гусев Илья, Булгаков Илья

Московский физико-технический институт

Москва, 2019

Содержание

- 1 Декартово дерево: повторение
 - Merge
 - Split
 - Insert
 - Remove
- 2 Декартово дерево по неявному ключу

Декартово дерево: повторение

- Бинарное дерево поиска по ключу x
- Куча по приоритету y
- В одной вершине храним x и y
- Случайные приоритеты \rightarrow балансировка

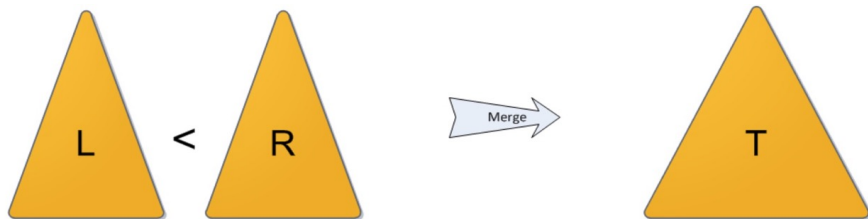
Декартово дерево

Внутренние операции

- Merge - склейка 2 деревьев; все ключи одного меньше всех ключей другого: в среднем $O(\log(N))$
- Split - разрезание по ключу на 2 дерева: в среднем $O(\log(N))$

Декартово дерево

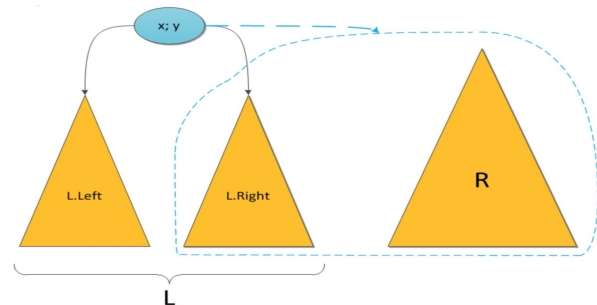
Merge



- Все ключи дерева L меньше ключей дерева R
- Б.о.о. приоритет (y) корня левого дерева больше приоритета корня правого дерева → новый корень - корень левого дерева

Декартово дерево

Merge



- Тогда R - точно в правом поддереве нового корня
- L.Left - точно левое поддерево нового корня
- Рекурсивно сливаем L.Right и R
- База рекурсии: хотя бы одно дерево пустое

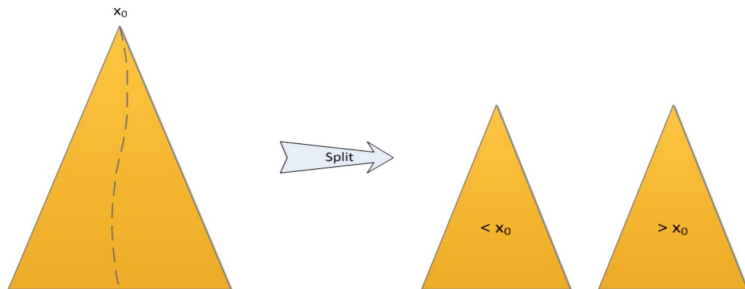
Декартово дерево

Merge

- Сложность: сумма высот деревьев, в среднем $O(\log(n) + \log(m))$

Декартово дерево

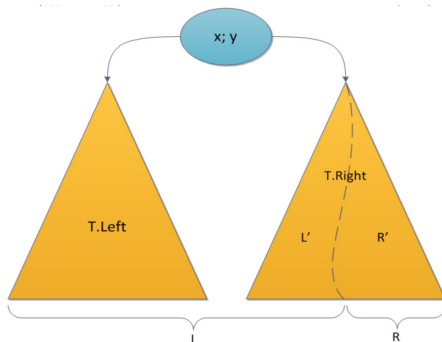
Split



- Разделяем по ключу x_0
- Б.о.о ключ корня меньше x_0

Декартово дерево

Split



- Рекурсивно делим правое поддерво корня на L' и R'
- L' - новое правое поддерво корня

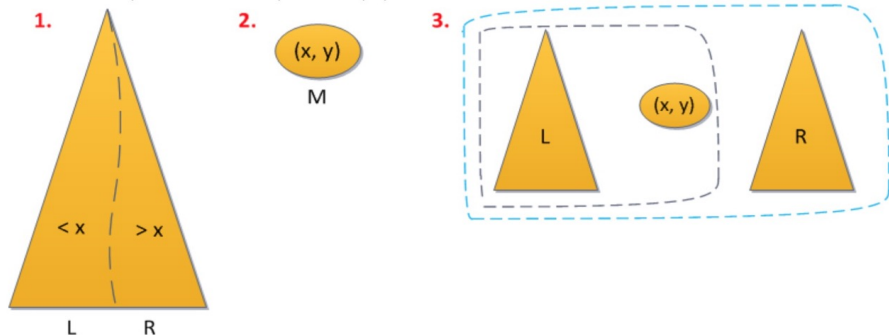
Декартово дерево

Split

- Сложность: высота изначального дерева, в среднем $O(\log(n))$

Декартово дерево

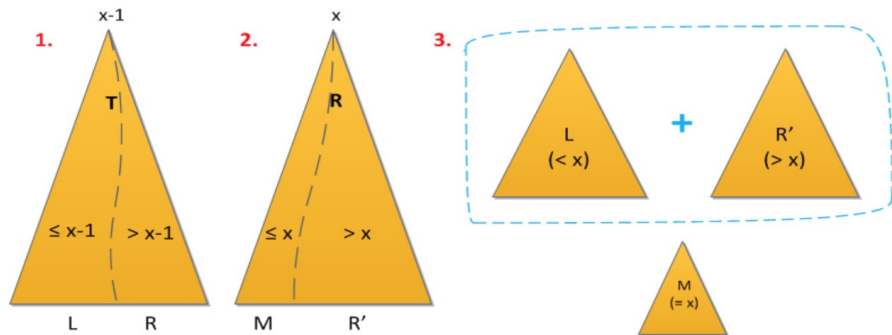
Insert



Вставка элемента (x, y)
1 Split + 2 Merge

Декартово дерево

Remove



Удаление элементов с ключом x
2 Split + 1 Merge

Декартово дерево по неявному ключу

Декартово дерево - бинарное дерево поиска слева направо и куча сверху вниз
Неявный ключ - количество элементов в нашей структуре, находящихся левее нашего элемента

Эквивалентное определение:

- Корнем дерева является элемент массива, имеющий минимальное значение A , скажем $A[i]$
- Левым поддеревом является декартово дерево по неявному ключу на массиве $A[1..i-1]$
- Правым поддеревом является декартово дерево по неявному ключу на массиве $A[i+1..N]$

Изменения в операциях

- Merge не меняется
- Split делается через поддержание размера поддеревьев
- Insert не меняется → вставка в массив за $O(\log(n))$
- Remove не меняется → удаление из массива за $O(\log(n))$

Полезные ссылки I



Викиконспекты: Декартово дерево по неявному ключу

<http://bit.ly/2VTDSwp>



Emaxx: Неявные декартовы деревья

<http://www.e-maxx-ru.1gb.ru/algo/treap>



Хабр: Декартово дерево: Часть 3. Декартово дерево по неявному ключу

<https://habr.com/ru/post/102364/>