实验四 离散付里叶变换（DFT）

一、实验目的：

1. 掌握离散付里叶级数
2. 掌握DFT变换。
3. 掌握DFT特性。
4. 掌握利用DFT计算线性卷积。
5. 掌握快速付里叶变换(FFT)。

二、实验原理：

1. 离散付里叶级数（DFS）

$\tilde{x}(n)$ 为周期序列，其频率为基本频率（ $2\pi/N$ ）的倍数（或谐波）。其离散付叶级数（DFS）为:；$\tilde{X}(k)=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, k=0,\pm1,\cdots,$

IDFS为：$\tilde{x}(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\tilde{X}(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

2. 离散付里叶变换（DFT）

$x(n)$ 为长度N的有限长序列，其DFT为：$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

IDFT为：$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, k=0,\pm1,\cdots$

3.DFT的特性：

（1） 线性性：$DFT[ax_1(n)+bx_2(n)]=aDFT[x_1(n)]+bDFT[x_2(n)]$

（2） 循环折叠性：$x((-n))_N=\begin{cases} x(0) & n=0 \\ x(N-n) & 1\le n\le N-1 \end{cases}$

（3） 共轭性： $DFT[x^*(n)]=X^*((-k))_N$

（4） 实序列的对称性；$X(k)=X^*((-k))_N$

（5） 序列的圆周移位：$\tilde{x}(n-m)=x((n-m))_N$

（6） 频域中的圆周移位：$DFT[W_N^{-ln}x(n)] = X((k-l))_{|N} R_N(k)$

（7） 时域循环卷积：$DFT[x_1(n) \otimes x_2(n)] = X_1(k)X_2(k)$

（8） 频域循环卷积（乘法性）：$DFT[x_1(n)x_2(n)] = \frac{1}{N} X_1(k) \otimes X_2(k)$

（9） 帕塞瓦尔（Parseval）定理：$E_x = \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$

4.用DFT计算线性卷积:

设$x_1(n)$为N_1点序列，$x_2(n)$为N_2点序列，$x_3(n)$为$x_1(n)$和$x_2(n)$的线性卷积，其为N_1+N_2-1点序列，$x_4(n)$为$x_1(n)$和$x_2(n)$的圆卷积，其长度为N，当$N=N_1+N_2-1$时，$x_3(n)=x_4(n)$。实际中，采用分段卷积法，即重叠保留法和重叠相加法。需要对数据流进行分块处理，这时直接采用DFT计算线性卷积会产生一些问题，而应该将$x(n)$通过重复前M-1个取样进行分块，这样可得到正确结果。

5.快速付里叶变换（FFT）:

掌握基2-时域抽取FFT(DIT-FFT)和基2-频域抽取FFT(DIF-FFT)。MATLAB提供fft函数来计算x的DFT。fft函数是用机器语言写的，采用混合基法，其调用形式为：$X = fft(x, N)$。如N为2的幂，则得到高速的基2-FFT算法；若N不是2的乘方，则将N分解成质数，得到较慢的混合基FFT算法；最后，若N为质数，则fft函数采用的是原始的DFT算法。

三、实验步骤:

1.离散付里叶级数（DFS）

（1）自己动手:编写实现离散付里叶级数和逆离散付里叶级数的函数。

（2）已知周期性序列如下所示：$\tilde{x}(n) = \{\cdots 0,\underset{\uparrow}{1},2,3,0,1,2,3,0,1,2,3\cdots\}$求其离散付里叶级数。

2.离散付里叶变换（DFT）

(1) 编写实现DFT和IDFT的函数。

(2) 已知$x(n)$是一个六点序列，如下所示：

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le 5 \\ 0 & else \end{cases}$$

要求计算该序列的离散时间的付里叶变换和离散付里叶变换，并绘出它们的幅度和相

位。

(3) 序列后面增加零可以提高信号频谱的密度，比较高密度频谱与高分辨率频谱之间的区别。考虑如下序列： $x(n)=\cos(0.47\pi n)+\cos(0.53\pi n)$

求其有限各样本的频谱，并要求：

（a） 当取 x(n)($0\le n\le 10$)时，求出离散付里叶变换，画出其幅频特性图。

（b） 将（a）的 $x(n)$ 补零加长到 $0\le n\le 100$,求出离散付里叶变换，画出其幅频特性图。

（c） 当取x(n)($0\le n\le 100$)，求出离散付里叶变换，画出其幅频特性图。

（d） 若要求能得到无频谱泄漏的频谱图，此时，采样点数N应为多少，并画出其幅频特性图

3.DFT性质：

（1） 设 $x(n)=10(0.8)^n$, $0\le n\le 10$，求 $y(n)=x((n-6))_{15}$

（2） 设 $x_1(n)=\{1,2,2\}, x_2(n)=\{1,2,5,4\}$ 试分别计算下列圆卷积。

（a） $y(n)=x_1(n)\otimes x_2(n), N=5$

(b) $y(n)=x_1(n)\otimes x_2(n), N=6$

4.利用DFT计算线性卷积：

用重复法求解： $x(n)=n+1$， $0\le n\le 9$， $h(n)=\{1,0,-1\}$，求其线卷积 $y(n)$。

5.快速付里叶变换（FFT）

（1）用 MATLAB 的 fft()来求信号的 DFT 的幅值谱。

已知模拟信号为 $x(t)=2\sin(4\pi t)+5\cos(8\pi t)$，以 t=0.1n(n=0:N-1)进行取样，求 N 点 DFT 的幅值谱。

设 N 分别为（1）N=45;（2）N=46;（3）N=48;（4）N=60

（2）在上题的基础上，N=64 和 N=65，并在信号中加入噪声（正态）w(t)(用函数 randn(1,N))

$x(t)=2\sin(4\pi t)+5\cos(8\pi t)+2w(t)$

试比较有无噪声时的信号谱。并分析在信号的检测的意义上，这种噪声会不会影响信号的检测？

6. DFT应用分析题

1.混合信号成分分析。有一信号x由三种不同频率的正弦信号混合而成，通过得到信号的DFT，画出幅频率特性图，并确定出信号的频率及其强度关系。

$x(t)=2\sin(2\pi*20*t)+5\cos(2\pi*30*t)+\sin(2\pi*45*t)$

2.信号在传输过程中，由于受信道或环境影响，在接收端得到的是噪声环境下的信号。我们利用FFT函数对这一信号进行傅里叶分析，画出幅频特性图，确定信号的频率。

$$x(t)=2\sin(2\pi*50*t)+1.2randn(size(t));$$

3. 天文学家记录了300年来太阳黑子的活动情况，我们对这组数据进行傅里叶分析，画出太阳黑子时域图形和幅频特性图，并得出太阳黑子的活动周期。画出（其中记录的数据文件是sunspot.dat,在matlab中已有）.

四、思考题

1.通过分析计算机中的wav文件信号来进一步讨论数字信号处理中的信号分析方法。

由于本题需要用户电脑具有麦克风和声卡，所以由同学们在课外完成。

（1） 先掌握几个要用到的函数：

[x,fs,bits]=waveread(‘filename’)

其功能是读取wav文件的函数；其中x表示一长串的数据，一般是两列（立体声）；fs是该wav文件在采集时用的采样频率；bits是指在进行A/D转化时用的量化位长（一般是8bits或16bits）.

[d]=FFT(w,l)

是matlab中快速付里叶变换函数的一种输入输出形式。其中w是一列波形数据；l是指示用多少点的FFT;d是频域输出.

Sound(w,fs,bits)

与waveread的参数一样，它将数列的数据通过声卡转化为声音。

（2） 选择一个wav文件作为分析对象，可以用麦克风录一段用户自己的声音，也可选择计算机中.wav的文件，在此选择Windows系统中都有的ding.wav(在Windows\media目录中).

（3） 编程求将此声音播放出并求出要处理的数据量的大小（答案为201911）。

（4） 分别画出单声道和双声道要处理的信号的波形图及信号频域的幅值(对信号求fft)。

（5） 求出此信号的主频率。

（6） 说明为何双声道能有一种从一侧耳朵穿过另一侧耳朵的感觉。