实验八 FIR 滤波器设计

一、实验目的：

1．掌握线性相位 FIR 滤波器的特性。（四种类型）
2．掌握利用窗函数设计 FIR 滤波器的方法。
3．掌握利用频率取样设计技术设计 FIR 滤波器的方法。

二、实验原理：

1、线性相位 FIR 滤波器的特性：

设 $h(n)$，$0 \le h(n) \le N-1$ 是长度（或持续时间）为 N 的单位冲激响应，那么系统函数为：

$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$，其频率响应为：$H(e^{jw})=\sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-jwn}$

系统若要是线性相位，则要满足冲激响应具有对称性。其相位特性为线性。即 $\angle H(e^{jw})=\beta-\alpha\omega$，$-\pi \le \omega \le \pi$

可以构成四种类型的线性相位的 FIR 滤波器：

（a）1 型线性相位 FIR 滤波器　偶对称冲激响应，N 为奇数 $\beta=0$，$\alpha=(N-1)/2$ 为整数，$h(n)=h(N-1-n)$

（b）2 型线性相位 FIR 滤波器　偶对称冲激响应，N 为偶数 $\beta=0$，$\alpha=(N-1)/2$ 不为整数，$h(n)=h(N-1-n)$

（c）3 型线性相位 FIR 滤波器　奇对称冲激响应，N 为奇数 $\beta=0$，$\alpha=(N-1)/2$ 为整数，$h(n)=-h(N-1-n)$

（d）4 型线性相位 FIR 滤波器　奇对称冲激响应，N 为偶数 $\beta=0$，$\alpha=(N-1)/2$ 为整数，$h(n)=-h(N-1-n)$

2.窗函数设计的基本思想

根据给定的滤波器技术指标，选择滤波器长度 N 和窗函数 w(n),使其具有最窄宽度的主瓣和最小的旁瓣。

（1）常用的窗函数共有六种：

矩形窗：$w(n)=\begin{cases}1 & 0 \le n \le M-1 \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$

（三角形）巴特利特（BARTLETT）窗：

$$w(n)=\begin{cases}\dfrac{2n}{M-1} & 0\le n\le M-1\\ 2-\dfrac{2n}{M-1} & \dfrac{M-1}{2}\le n\le M-1\\ 0 & 其它\end{cases}$$

汉宁窗（HANNIHG）窗：$w(n)=\begin{cases}0.5[1-\cos(\dfrac{2\pi n}{M-1})] & 0\le n\le M-1\\ 0 & 其它\end{cases}$

汉明（HAMMING）窗：$w(n)=\begin{cases}0.54-0.46\cos(\dfrac{2\pi n}{M-1}) & 0\le n\le M-1\\ 0 & 其它\end{cases}$

布莱克曼（BLACKMAN）窗:

$$w(n)=\begin{cases}0.42-0.5\cos(\dfrac{2\pi n}{M-1})+0.08\cos(\dfrac{4\pi n}{M-1}) & 0\le n\le M-1\\ 0 & 其它\end{cases}$$

凯塞（KAISER）窗: $w(n)=\dfrac{I_0[\beta\sqrt{1-(1-\frac{2n}{M-1})^2}}{I_0[\beta]}\quad 0\le n\le M-1$

（2）在 MATLAB 提供了几个子程序来实现以上的窗函数。

W=boxcar(N)　数组 w 中返回 N 点矩形窗函数
W=triang(N　数组 w 中返回 N 点三角形窗函数
W=hanning(N)　数组 w 中返回 N 点汉宁窗函数
W=hamming (N)　数组 w 中返回 N 点汉明窗函数
W=blackman(N)　数组 w 中返回 N 点布莱克曼函数
W=kaiser(N,beta)　数组 w 中返回 N 点凯塞窗函数

（3）实际设计公式

在实际中，给定 w_p， w_s， R_p 和 A_s,可求出：

归一化过渡带宽=$\Delta f=\dfrac{w_s-w_p}{2\pi}$

滤波器阶数 $M\approx\dfrac{A_s-7.95}{14.36\Delta f}+1$

3．频率采样设计技术

系统函数 $H(z)$ 可根据频率响应 $H(e^{jw})$ 的样本 $H(k)$ 得到。而且此设计出来的 FIR 滤波器的结构正是频率采样结构。

$$H(z)_{z=e^{jw}} = H(e^{jw}) = \frac{1-e^{jwM}}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\frac{H(k)}{1-e^{-jw}e^{j2\pi k/M}}$$

对于线性相位滤波器，$H(k) = H_r(\frac{2\pi k}{M})e^{j\angle H(k)}$

其中 $H_r(\frac{2\pi k}{M}) = \begin{cases} H_r(0) & ,k=0 \\ H_r(\frac{2\pi(M-k)}{M}) & ,k=1,\cdots,M-1 \end{cases}$

且 $\angle H(k) = \begin{cases} -(\frac{M-1}{2})(\frac{2\pi k}{M}) & k=0,\cdots\frac{M-1}{2} \\ +(\frac{M-1}{2})\frac{2\pi(M-k)}{M} & k=\frac{M-1}{2}+1,\cdots,M-1 \end{cases}$ （1 型和 2 型）

$\angle H(k) = \begin{cases} (\pm\frac{\pi}{2})-(\frac{M-1}{2})(\frac{2\pi k}{M}) & k=0,\cdots\frac{M-1}{2} \\ -(\pm\frac{\pi}{2})+(\frac{M-1}{2})\frac{2\pi(M-k)}{M} & k=\frac{M-1}{2}+1,\cdots,M-1 \end{cases}$ （3 型和 4 型）

最后有 $h(n) = IDFT\left|H(k)\right|$

设计的基本思想：给定理想低通滤波器，先选择滤波器长度 M，然后对在 0 到上的 M 个等间隔频率上采样，根据上式，通过对样本的内插，得到实际响应。

目前有两种设计方法：

（1）朴素设计方法：直接用上面的基本思想，而对逼近误差不加任何限制；即，无论设计所得的误差为多大，我们都接受。

（2）最优设计方法：通过改变过渡带的样本值，努力使阻带中的误差极小化，产生一个较好的设计。

三、实验内容

1．线性相位 FIR 滤波器的特性：

（1）编计算四种类型线性相位滤波器振幅响应。

（2）已知滤波器的系统函数如下所示，用以上已编好的函数，确定滤波器的振幅响应 Hr(w)以及零点位置：

(a） h(n)={-4,1,-1,-2,5,6,5,-2,-1,1,-4}

(b) h(n)={-4,1,-1,-2,5,6,6,5,-2,-1,1,-4}

(c) h(n)={-4,1,-1,-2,5,0,-5,2,1,-1,4}

(d) h(n)={-4,1,-1,-2,5,6,-6,-5,2,1,-1,4}

2.利用窗函数设计 FIR 滤波器

(1)设计一长度为 34 的汉明（Hamming）窗、海宁窗(Hanning)、矩形窗(boxcar)、三角形窗(triang)、布莱克窗（blackman）、凯泽窗（Kaiser，其中 btea 参数为 5.6）的 FIR 带通滤波器，通带为 $0.35 < w < 0.65$ 。并观察何种窗的性能最好

(2)设计一长度为 34 的汉明（Hamming）窗、海宁窗(Hanning)、矩形窗(boxcar)、三角形窗(triang)、布莱克窗（blackman）、凯泽窗（Kaiser,其中 beta 参数为 5.6）的 FIR 高通滤波器，截止频率为 0.48 。

(3）设计具有指标

$w_p = 0.2\pi \quad R_p = 0.25dB \quad w_s = 0.3\pi \quad A_s = 50dB$

的低通数字 FIR 滤波器。选择合适的窗函数，确定冲激响应，并画出滤波器的频率响应。

（4）设计数字带通滤波器，指标为

低阻带：$w_s = 0.2\pi \qquad A_s = 60dB$

低通带：$w_p = 0.35\pi \qquad R_p = 1dB$

高通带：$w_p = 0.6.5\pi \qquad R_p = 1dB$

高阻带：$w_s = 0.8\pi \qquad A_s = 60dB$

（5）设理想带阻滤波器频率响应为

$$H_e(e^{jw}) = \begin{cases} 1 & 0 \le w < \pi/3 \\ 0 & \pi/3 \le |w| \le 2\pi/3 \\ 1 & 2\pi/3 < |w| \le \pi \end{cases}$$

利用 Kaiser 窗函数，设计长度为 45 的带阻滤波器，使阻带衰减为 60dB.

(6)利用 Hanning 窗，设计长度为 25 的数字 Hilbert 变换器。

3.频率取样设计技术

（1）设计低通滤波器

$w_p = 0.2\pi \qquad R_p = 0.25dB$

$w_s = 0.3\pi \qquad A_s = 50dB$

用频率采样方法设计一个 FIR 滤波器，画出它们的单位冲激响应和幅频相位图。

（a）　选择 N=20，有何结果？

（b）　选择 N=40，在过渡带插入一个取样点 $T_1 = 0.5,$ 则有何结果？

（c）　选择 N=60,在过渡带插入二个取样点　$T_1 = 0.5925$，$T_2 = 0.1099$，则有何结果？

（2）设计带通滤波器

$w_{1s} = 0.2\pi \qquad w_{2s} = 0.8\pi \quad R_p = 1dB$

$w_{1p} = 0.35\pi \qquad w_{2p} = 0.65\pi \qquad A_s = 60dB$

用频率采样方法设计一个 FIR 滤波器，画出它们的单位冲激响应和幅频相位图。

选择 N=40,在过渡带插入二个取样点　$T_1 = 0.5925$，$T_2 = 0.1099$

（3）设计高通滤波器

$w_s = 0.6\pi \quad R_p = 1dB$

$w_p = 0.8\pi \qquad A_s = 1dB$

用频率采样方法设计一个 FIR 滤波器，画出它们的单位冲激响应和幅频相位图。

为何要选择 N=33,在过渡带插入二个取样点 $T_1 = 0.5925$，$T_2 = 0.1099$

四、思考题

（1）在理想希尔伯特变换器基础上，设计一个 51 点的数字希尔伯特变换器。

（2）用 Fourier 级数展开法设计一个线性相位 FIR 低通数字滤波器，其理想频率特性是：

$$H_d(e^{jw}) = \begin{cases} 1 & 0 \le |w| \le 0.25\pi \\ 0 & 0.25\pi \le |w| \le \pi \end{cases}$$

分别取 N=19,39 观察不同的 N 对滤波器幅频特性的影响。

（3）用窗函数法设计一多通带滤波器，归一化的通带是：[0,0.2],[0.4,0.6],[0.7,1.0],注意高端为通带，滤波器的阶数应为偶数，（可取 M=40）。

（4）设计一带通滤波器，其通带为 [0.2,0.4], 并用所设计的滤波器对信号 sin(2*pi*15*t)+0.5*sin(2*pi*100*t)+0.2*sin(2*pi*300*t) 滤波（信号的采样频率为 600Hz）.

（5）设计一个特殊滤波器，使其频率响应在频带[0,0.4]内从 1.0 线性降低到 0.5，而在频带[0.7,0.9]内恒为 1.0，其它频带不予考虑。

（6）设计一低通滤波器，要求其截止频率为 1500Hz,阻带起始频率为 2000Hz,通带纹波最大值为 0.01，阻带纹波的最大值为 0.1，采样频率为 8000Hz.

（7）数字信号 $x(n)$ 中包含频率为 $\pi/2$ 的正弦波以及均值为零，方差为 1 的高斯噪声 $w(n)$，

即 $x(n) = 2\cos\frac{\pi n}{2} + w(n)$

我们想用一个 50 阶因果的线性相位 FIR 滤波器滤除信号中的噪声分量，

（a）设计一窄带通滤波器，其通带宽度不大于 0.02π，阻带衰减至少为 30dB。画出所设计滤波器的对数幅度响应图。

(b) 产生 200 个序列的样本，通过上述滤波器得到输出，在同一张图上画出 $100 \le n \le 200$ 时的 $x(n)$ 和 $y(n)$ ，并对结果进行说明。