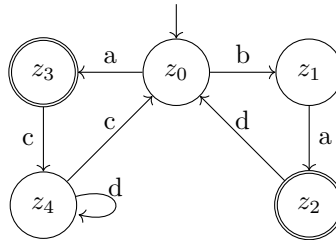


MAKS – Modellierung und Analyse komplexer Systeme

Aufgabenblatt 2: Büchi-Automaten, ω -reguläre Sprachen

Präsenzteil am 24./25. 10. – Abgabe am 31. 10. 2021 - 10h00

Präsenzaufgabe 2.1: Betrachten Sie den folgenden Automaten A . Dieser ist identisch zum Automaten aus Beispiel 1.11 im Skript.

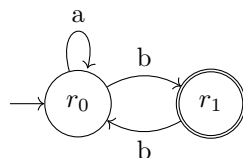


1. Betrachten Sie A als NFA. Bestimmen Sie $L(A)$.
2. Betrachten Sie A nun als Büchi-Automaten. Erläutern Sie, warum für die von A akzeptierte Sprache $L^\omega(A)$ gilt:

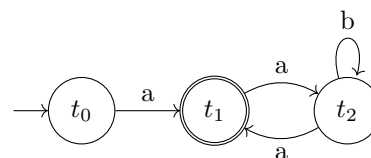
$$L^\omega(A) = (\{ac\}\{d\}^*\{c\} \cup \{bad\})^\omega$$

3. Angenommen z_2 sei nicht mehr Endzustand und sei A' der resultierende Automat. Bestimmen Sie dann die resultierende Sprache $L^\omega(A')$.
4. Gegeben seien die folgenden Automaten B und C . Bestimmen Sie $L(B)$, $L(C)$, $L^\omega(B)$, $L^\omega(C)$, $L(B) \cap L(C)$ und $L^\omega(B) \cap L^\omega(C)$.

B :



C :



5. *Zusatzaufgabe (wird erst auf dem nächsten Präsenzblatt besprochen):* Konstruieren Sie die beiden Produktautomaten A_3 und A_4 für $L(A_3) = L(B) \cap L(C)$ und $L^\omega(A_4) = L^\omega(B) \cap L^\omega(C)$. Geben sie jeweils die akzeptierte reguläre und ω -reguläre-Sprache an.

Präsenzaufgabe 2.2: Zeigen Sie die erste Teilaussage von Lemma 1.15: „Die Vereinigung zweier ω -regulärer Mengen $U \cup V$ ist immer eine ω -reguläre Menge.“ ($U, V \subseteq \Sigma^\omega$)

1. Geben Sie ein Verfahren an, welches $U \cup V$ konstruktiv aus U und V ermittelt.
2. Wenden Sie Ihr Verfahren auf die Sprachen $L_{2.2.1} = \{bad\}^\omega$ und $L_{2.2.2} = (\{ac\} \cdot \{d\}^* \cdot \{c\})^\omega$ an.
3. Begründen Sie Korrektheit und Termination Ihres Verfahrens.
4. Vergleichen Sie die Sprache $L_{2.2.1} \cup L_{2.2.2}$ mit der Sprache $L^\omega(A)$ aus Präsenzaufgabe 2.1.

Übungsaufgabe 2.3:

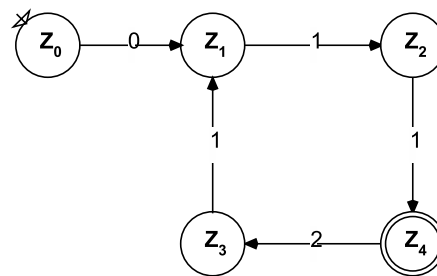
| |
|-----|
| 10 |
| von |
| 60 |

- Das Eingabealphabet sei gegeben, als $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie zu den nachfolgenden Sprachen jeweils einen äquivalenten ω -regulären Ausdruck an.
 - $L_1 = \{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ enthält kein } a.\}$
 - $L_2 = \{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ enthält das Teilwort } ba \text{ höchstens einmal.}\}$
 - $L_3 = \{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ enthält das Teilwort } aab \text{ unendlich oft}\}$
 - $L_4 = \{w \in \Sigma^\omega \mid w \text{ enthält das Teilwort } ab \text{ genau zweimal.}\}$
- Konstruieren Sie zu der Sprache L_3 einen Büchi-Automaten, der sie erkennt (kein Korrektheitsnachweis notwendig).

(10 Punkte)

Übungsaufgabe 2.4: Gegeben der NFA A :

| |
|-----|
| 20 |
| von |
| 60 |



- Geben Sie explizit die Sprache $L(A)$ sowie die Sprachen $L^\omega(A)$ und $(L(A))^\omega$ als regulären bzw. ω -regulären Ausdruck an.
- Diskutieren Sie den Unterschied zwischen $L^\omega(A)$ und $(L(A))^\omega$. Können ω -Wörter mit $w \notin L^\omega(A)$ existieren, für welche auch $w \in (L(A))^\omega$ gilt? Falls ja, geben Sie ein solches ω -Wort an.
- Zeichnen Sie einen Büchi-Automaten, der $(L(A))^\omega$ akzeptiert. Beweisen Sie die Korrektheit des Automaten.

(20 Punkte)

Übungsaufgabe 2.5: Auf dem letzten Aufgabenzettel haben Sie die MAKS GmbH schon kennengelernt. Wie Ihnen bereits bekannt ist, will die MAKS GmbH die Abläufe des Unternehmens modellieren und verbessern. Im Weiteren werden die bereits bekannten Abläufe von einem Arbeitstag einer Büroarbeitskraft optimiert.

| |
|-----|
| 30 |
| von |
| 60 |

Als Ausgangsbasis dient die Musterlösung von Aufgabe 1.5.3, diese wird am Montag gegen 13:00 in OpenOlat bereitgestellt.

- Mit dem ersten Blick auf die Ausgaben der Firma ist aufgefallen, dass sehr viel Kaffee verbraucht wird. Ein zu hoher Kaffeekonsum ist aus gesundheitlichen Gründen nicht gewünscht

und steigert die Produktivität nicht. Aus diesem Grund darf der Mitarbeiter nur Kaffee trinken, wenn der Rechner eingeschaltet ist. Ebenso wird mitgeteilt, dass er nicht mehrmals hintereinander trinken darf. Weiterhin gilt aber, dass Kaffee nicht erlaubt ist, wenn nicht abgeschickte E-Mails noch vorhanden sind. Bauen Sie diese Anforderung in ihre Ausgangsbasis ein.

2. Nachdem letzte Woche ein Einblick in die Tätigkeiten des Lagermitarbeiters verschafft wurde, möchte die MAKS GmbH sich die Arbeitsstelle im Detail anschauen. Als eines der führenden Unternehmen muss MAKS sicherstellen, dass das Büro 24h besetzt ist. Mit ihrer fortgeschrittenen Technologie können sich alle Mitarbeiter auf der Welt Remote einloggen, aber nur einer zur selben Zeit. Ein Schichtwechsel ist nur möglich, wenn der Laptop ausgeschaltet ist. Es dürfen vor einem Schichtwechsel keine angefangen E-Mails vorhanden sein. Mit einem Schichtbetrieb wird der Wunsch zur Wirklichkeit.

Bauen Sie den Mitarbeiterwechsel (MW) ein. Außerdem sollen nur noch Abläufe akzeptiert werden, in welchen immer wieder Mitarbeiterwechsel durchgeführt werden. Hierdurch soll der 24h Betrieb gewährleistet werden.

3. Jeder Mitarbeitende besitzt seinen eigenen Laptop. Damit das Unternehmen mehr Energiesparen kann werden die Mitarbeitenden verpflichtet den Laptop nach ihrer Schicht auszuschalten. Somit werden nur noch Abläufe akzeptiert in denen die Laptops immer wieder ausgeschaltet sind. Hinweis: Hierfür soll kein neuer Zustand eingeführt werden!
4. Das MAKS-Unternehmen führt eine Evaluation bzgl. produktiver Arbeit durch. Hierfür wurde eine Befragung durchgeführt, aus welcher sich ergeben hat, dass die Arbeit unter den Mitarbeitenden als produktiv gilt, sobald immer wieder E-Mails verschickt werden. Hinweis: Hier wird nicht mehr nur ein Tag betrachtet.

Verwenden Sie den Automaten aus 2.5.3 als Grundlage.

- a) Baue den Automaten dahingehend um, dass er nur noch produktive Arbeit akzeptiert.
- b) Erweitere den Automaten um die Möglichkeit, dass der Mitarbeitende in einem Meeting sein kann. Für ein Meeting benötigt der Mitarbeitende einen eingeschalteten Laptop und darf keine E-Mail verfassen. Im Anschluss muss der Mitarbeitende seinem Vorgesetzten Meldung erstatten. Hierfür verfasst der Mitarbeitende im Anschluss des Meetings eine E-Mail.
- c) Bei der Befragung ist dem Unternehmen aufgefallen, dass der Punkt „Meetings“ in der Betrachtung von produktiver Arbeit nicht ausreichend Bedeutung gefunden hat. Deshalb sollen nur noch Abläufe akzeptiert werden, in denen der Mitarbeiter immer wieder an Meetings teilnimmt. Wichtig: Dies ist eine neue Definition von produktiver Arbeit!

(30 Punkte)

Bisher erreichbare Punktzahl: 120 von 720