

Отчет по заданию номер 2

Нозимов Дилшодхон, группа 23151

Вариант 11. Метод итераций по подобластям, приближаем решение мономами, для QR разложения использовать метод вращений Гивенса.

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} = x^2(1-x)^2 e^x,$$

$$w(0) = 0,$$

$$w(l) = 0,$$

$$w_x(0) = 0,$$

$$w_x(l) = 0,$$

Реализация

Алгоритм был реализован на языке Python с помощью библиотеки numpy, в котором матричные операции написаны на языке C++. Характеристики компьютера, на котором выполнялось задание:

Процессор: 1,1 GHz 2-ядерный процессор Intel Core m3

Память: 8 ГБ 1867 MHz LPDDR3

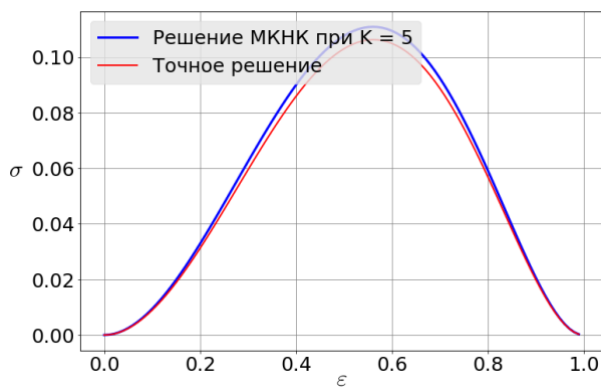
Графика: Intel HD Graphics 515 1536 МБ

Результаты:

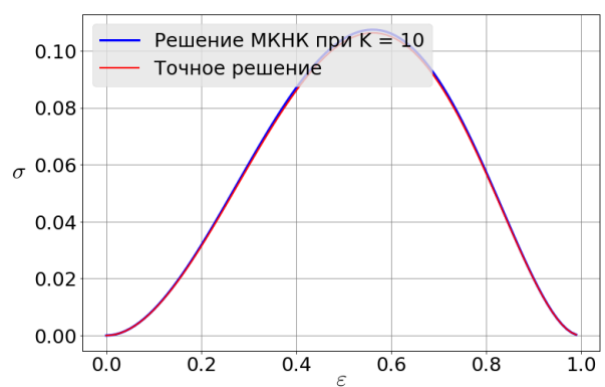
В результате работы были получены численные характеристики работы алгоритма, которые представлены в Таблице 1. Так же на рисунке 1 представлены результаты работы алгоритма МКНК.

Таблица 1. Результаты численных расчетов методом итерации по подобластям

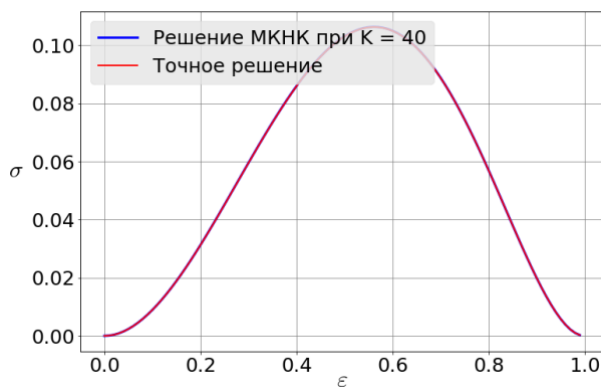
| K | $\ E_a\ _\infty$ | R | $\ E_r\ _\infty$ | R | N_{iter} | $t_{sol}(c)$ | $\mu(A_i)$ | $\mu(A_b)$ |
|-----|------------------|----------|------------------|----------|------------|--------------|------------|------------|
| 5 | 4.67e-03 | - | 4.40e-02 | - | 84 | 0.07 | 1.21e+02 | 6.98e+01 |
| 10 | 1.13e-03 | 2.04e+00 | 1.07e-02 | 2.04e+00 | 278 | 0.29 | 1.21e+02 | 6.98e+01 |
| 20 | 2.81e-04 | 2.01e+00 | 2.64e-03 | 2.01e+00 | 1070 | 1.98 | 1.21e+02 | 6.98e+01 |
| 40 | 7.00e-05 | 2.00e+00 | 6.59e-04 | 2.00e+00 | 4298 | 15.81 | 1.21e+02 | 6.98e+01 |
| 80 | 1.75e-05 | 2.00e+00 | 1.65e-04 | 2.00e+00 | 17214 | 162.27 | 1.21e+02 | 6.98e+01 |
| 160 | 4.52e-06 | 1.96e+00 | 4.25e-05 | 1.96e+00 | 68874 | 1250.91 | 1.21e+02 | 6.98e+01 |



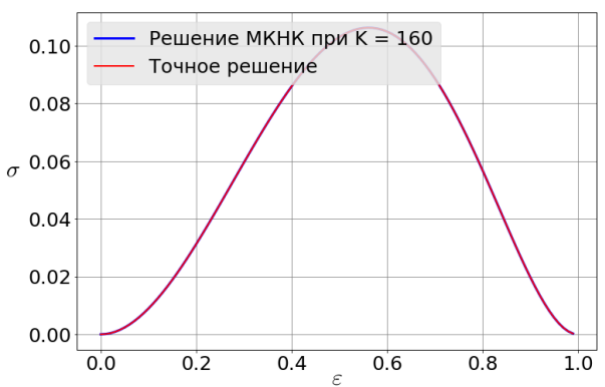
(а)



(б)



(в)



(г)

Рис. 1. Приближенное решение, полученное МКНК при $K = 5$ (а) $K = 10$ (б) $K = 40$ (в) $K = 160$ (г).

Ответы на вопросы:

1. Оцените арифметическую сложность решения СЛАУ итерацией по подобластям?

Использование данного алгоритма подразумевает вычисление QR разложения матрицы размера $(N+5, N+1)$ 3 раза, т.к. в данном варианте задания используется метода вращений Гивенса, имеющая сложность $3n^2m - n^3$, то старшим членом сложности данного алгоритма будет $2N^3$. Алгоритмическая сложность итерации составит стоимость решения локальной СЛАУ умноженная на количество ячеек, при этом имея запомненные Q и R матрицы нам достаточно модифицировать только правую часть используя матрицу Q и выполнить обратный метод Гаусса. Следовательно итоговая стоимость одной итерации: $O(K * N^2)$.

Итоговый ответ: $N_{iter} * O(K * N^2) + O(N^3)$

2. Почему обусловленность внутренних СЛАУ на каждой сетке одинакова?

Обусловленность внутренних СЛАУ одинакова, поскольку матрица СЛАУ одна и та же, отличаются только правые части.

3. С чем связано неравномерное убывание псевдопогрешности? (рис. 2.)

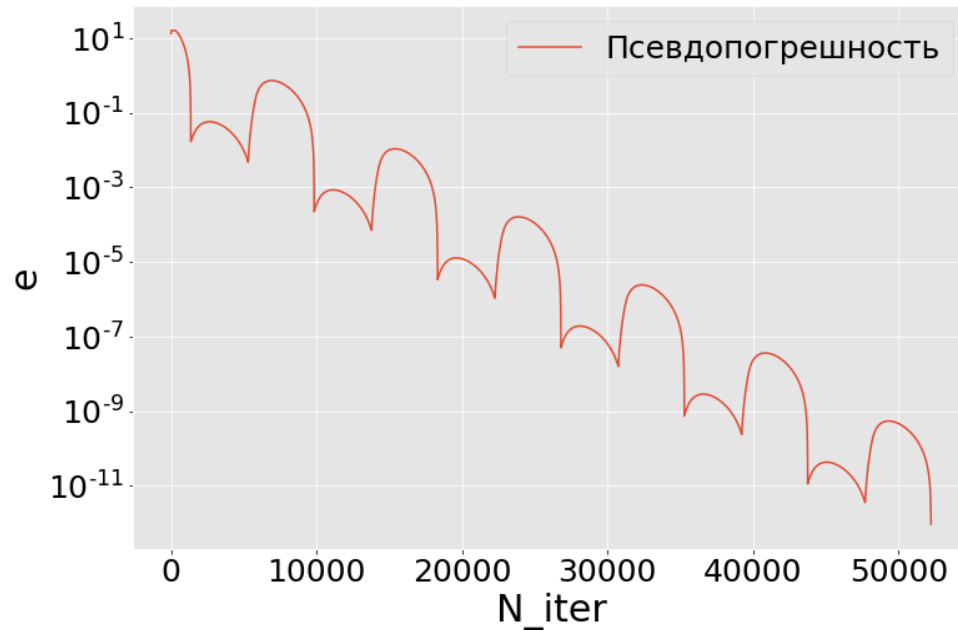


Рис. 2. Логарифмический график зависимости псевдопогрешности от номера итерации.

Как мы можем видеть, при каждой итерации мы видим возрастания ошибки. Это может быть связано с тем, что коэффициенты настраиваются неравномерно по ячейкам, алгоритм может находить локальные минимумы где для одних ячеек имеем хорошее приближение и плохое для других, после чего ошибка начинает расти из-за областей, где текущее решение не подходит, после этапа повышения ошибки решения становится более равномерным по областям. Далее происходит новый подобный цикл, который может уже провалиться до более хорошего минимума.