Нозимов 23151
Диншод

$$a\frac{d^2y}{dx^2} + cy = 0 \qquad y(0) = y(1) = 0$$

Ур-е Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)}{dx} = 0$$

Пусть $F = cy^2 - a(y')^2$, тогда:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2cy, \quad \frac{\partial F}{\partial y'} = -2ay', \quad \frac{\partial\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)}{dx} = -2ay''$$

Получаем:

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial\left(\frac{\partial F}{\partial y'}\right)}{\partial x} = 2cy + 2a\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{a\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + cy = 0}$$

→ Получили исходное ур-е.

Задача сводится к нахождению экстремума след. функционала:

$$\Phi = \int_0^1 \left[cy^2 - a(y')^2\right]dx$$

$$y(0) = y(1) = 0$$