Нозиков Олимсоджон

23151 x04

Рассмотрим такое ОДУ:

(*) $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$, $\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$ => Рассмотрим данное ур-е при $\begin{cases} m = 1 \\ c = 1001 \\ k = 1000 \end{cases}$

Данное ОДУ может быть расписано в виде $\bar{y}' = A\bar{y} + \bar{f}(x)$, где $\bar{y}, \bar{f} \in \mathbb{R}^n$,
A - константная, диагонализируемая матрица $n \times n$.

(*) => $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1000 & -1001 \end{pmatrix}$, $\bar{f}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\bar{x}(0) = \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Найдем собств. знач. матр. A => $\boxed{\lambda_1 = -1000,\ \lambda_2 = -1}$ $(1 - \operatorname{Re}\lambda_i < 0)$!

Рассмотрим Stiffness число: $\boxed{S = \frac{|-1000|}{|-1|} = 1000 >> 1}$. (2) !

Рассмотрим точное решение: $x(t) = x_0 \left(-\frac{1}{999} e^{-1000t} + \frac{1000}{999} e^{-t}\right) \approx x_0 e^{-t}$

Хотя решение ведет себя как $x_0 e^{-t}$, присутвие члена e^{-1000t} (даже с малым коэффициентом) делает комп. вычисления более чувствительными к размеру шага.