$$\begin{cases} y_1' = y_1 + \frac{3}{2} y_2 \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$$

$$(1 \ 1) \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\Big|_{x=0} = 0$$

$$(1 \ 1) \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\Big|_{x=1} = 1$$

Нозимов

23151

[illegible] кон.

Выберем произвольный

$$Y_{1,e} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Y_{2,e} \perp Y_{1,e} \Rightarrow Y_{2,e} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$Y_{0,e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ т.к } (1 \ 1) \cdot Y_{0,e} = 0$$

Тогда базис: $Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Получаем 2 задачи Коши:

1.
$$\begin{cases} y_1' = y_1 + \frac{3}{2} y_2 \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$$
$y_1(0) = 1$

$y_2(0) = -1$

$$\begin{Vmatrix} 1-\lambda & \frac{3}{2} \\ 2 & -1-\lambda \end{Vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\lambda_{1,2} = \pm 2 \Rightarrow U_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$U_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$y_1(x) = 3C_1 e^{2x} - C_2 e^{-2x}$$

$$y_2(x) = 2C_1 e^{2x} + 2C_2 e^{-2x}$$

Подставив нач. условие:

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{8}, \ C_2 = -\frac{5}{8}}$$

Ответ:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} e^{2x} + \frac{5}{8} e^{-2x} \\ \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{5}{4} e^{-2x} \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{5 \operatorname{sh} 2}{4}\right)^{-1}$$

2.
$$\begin{cases} y_1' = y_1 + \frac{3}{2} y_2 \\ y_2' = 2y_1 - y_2 \end{cases}$$
$y_1(0) = 0$

$y_2(0) = 0$

...

(Так же как в (1))

...

$$\begin{cases} y_1(0) = 0 \\ y_2(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow C_1 = C_2 = 0$$

(Нету неоднородности!)

Решение:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{8} e^{2x} + \frac{5}{8} e^{-2x} \\ \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{5}{4} e^{-2x} \end{pmatrix} \cdot C_2$$

Находим C_2: $\longrightarrow$ $(1 \ 1) \begin{pmatrix} \frac{3}{8} e^{2x} + \frac{5}{8} e^{-2x} \\ \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{5}{4} e^{-2x} \end{pmatrix} \cdot C_2 = 1.$

$$C_2 = \frac{1}{\frac{3}{8}e^2 + \frac{5}{8}e^{-2} + \left(\frac{1}{4}e^2 - \frac{5}{4}e^{-2}\right)} = \frac{8}{5(e^2 - e^{-2})} =$$

$$\boxed{C_2 = \frac{4}{5}(\operatorname{Sh}(2))^{-1}}$$