

Отчет по заданию номер 2+

Нозимов Дилшодхон, группа 23151

Вариант 11. Метод итераций по подобластям, приближаем решение мономами, для QR разложения использовать метод вращений Гивенса.

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} = x^2(1-x)^2 e^x,$$

$$w(0) = 0,$$

$$w(l) = 0,$$

$$w_x(0) = 0,$$

$$w_x(l) = 0.$$

Усложнение: реализовать ускорение по Крылову.

Реализация

Алгоритм был реализован на языке Python с помощью библиотеки numpy, в котором матричные операции написаны на языке C++. Характеристики компьютера, на котором выполнялось задание:

Процессор: 1,1 GHz 2-ядерный процессор Intel Core m3

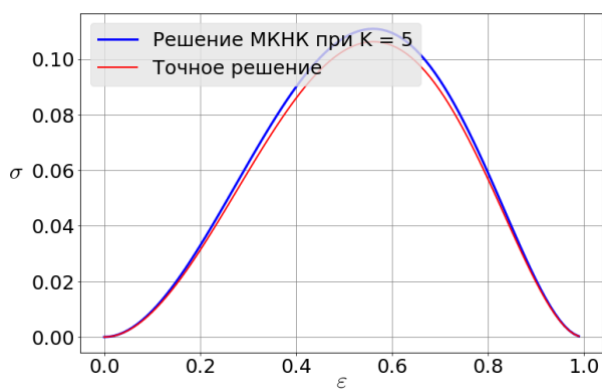
Память: 8 ГБ 1867 MHz LPDDR3

Графика: Intel HD Graphics 515 1536 МБ

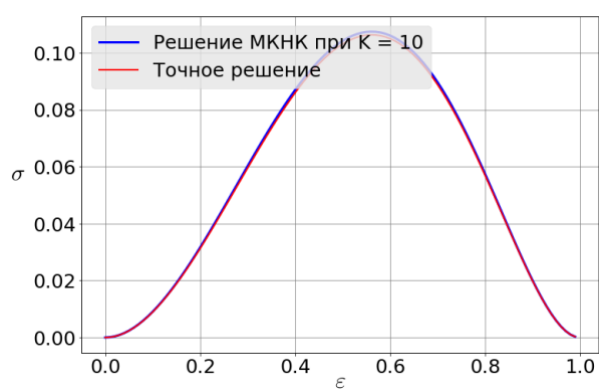
Результаты:

На рисунке 1 приведены точные и приближенные решения задачи для разных K . На рисунке 2 приведены графики ошибок при использовании ускорения по Крылову и при начальном приближении с решения на сетке $K/2$.

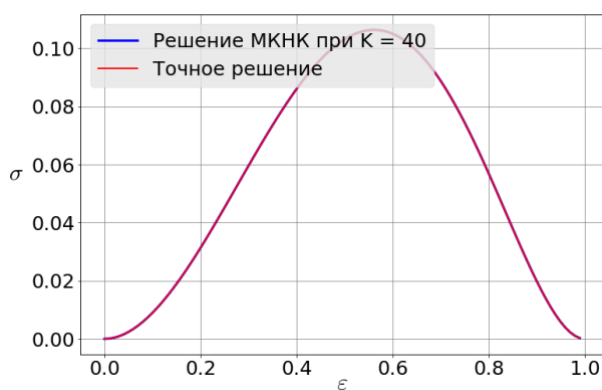
В таблице 1 вместо начальных приближений $c_{ij} = 0.4$ использовались c_{ij} полученные на $K/2$ сетке. Это ускорило решение почти в 2 раза. В добавок было применено ускорение по Крылову, где $K * (N + 1) * 0.75$ ($N = 4$) итераций происходит само ускорение.



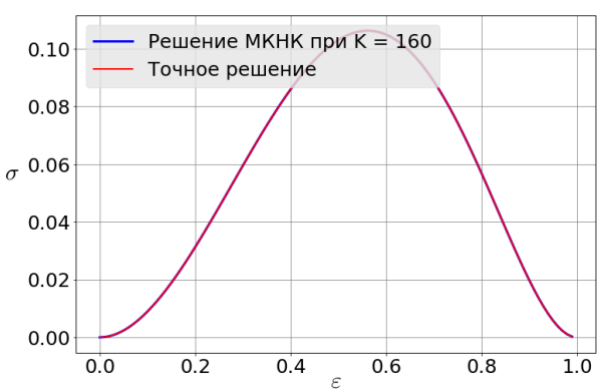
(a)



(б)



(в)



(г)

Рис. 1. Приближенное решение, полученное МКНК при $K = 5$ (а) $K = 10$ (б) $K = 40$ (в) $K = 160$ (г).

Таблица 1. Результаты численных расчетов методом итерации по подобластям с другим подходом выбора начальных приближений.

K	N_{iter}	$t_{sol}(c)$ $c_{ij} = 0.4$	N_{iter}	$t_{sol}(c)$ $c_{ij}(K/2)$	$\mu(A_i)$	$\mu(A_b)$
5	78	0.08	78	0.08	1.21e+02	6.98e+01
10	261	0.53	197	0.40	1.21e+02	6.98e+01
20	1004	4.10	677	2.82	1.21e+02	6.98e+01
40	4032	32.92	2463	20.20	1.21e+02	6.98e+01
80	16144	266.09	8817	145.87	1.21e+02	6.98e+01
160	60672	2021.96	35090	1156.03	1.21e+02	6.98e+01

Таблица 2. Результаты численных расчетов методом итерации по подобластям с применением ускорения по Крылову.

K	N_{iter}	$t_{sol}(c)$ $c_{ij} = 0.4$	N_{iter}	$t_{sol}(c)$ $c_{ij}(K/2)$
5	19	0.04	19	0.04
10	38	0.15	38	0.18
20	139	1.22	76	0.69
40	302	5.19	301	5.82
80	2486	83.42	1807	61.24
160	13825	924.50	7595	503.94

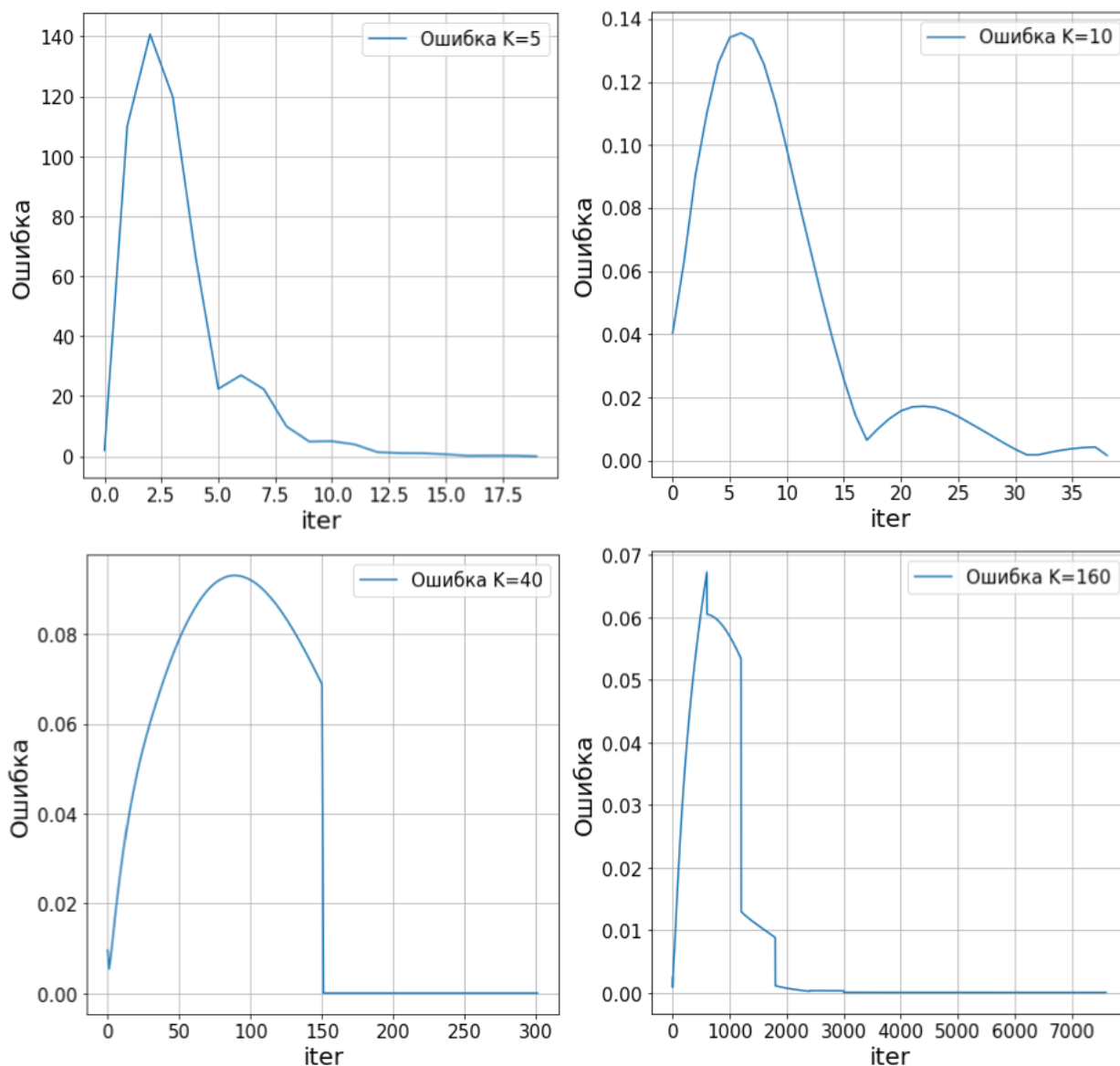


Рис. 2. Графики ошибок при использовании ускорения по Крылову и при начальном приближении с решения на сетке $K/2$

Вывод: путём изменения начальных приближений и ускорения по Крылову мы добились ускорения в 4 раза.