

## Отчет по заданию номер 2+

Нозимов Дилшодхон, группа 23151

*Вариант 11. Метод итераций по подобластям, приближаем решение мономами, для QR разложения использовать метод вращений Гивенса.*

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} = x^2(1-x)^2 e^x,$$

$$w(0) = 0,$$

$$w(l) = 0,$$

$$w_x(0) = 0,$$

$$w_x(l) = 0.$$

**Усложнение:** реализовать ускорение по Крылову.

### **Реализация**

Алгоритм был реализован на языке Python с помощью библиотеки numpy, в котором матричные операции написаны на языке C++. Характеристики компьютера, на котором выполнялось задание:

**Процессор:** 1,1 GHz 2-ядерный процессор Intel Core m3

**Память:** 8 ГБ 1867 MHz LPDDR3

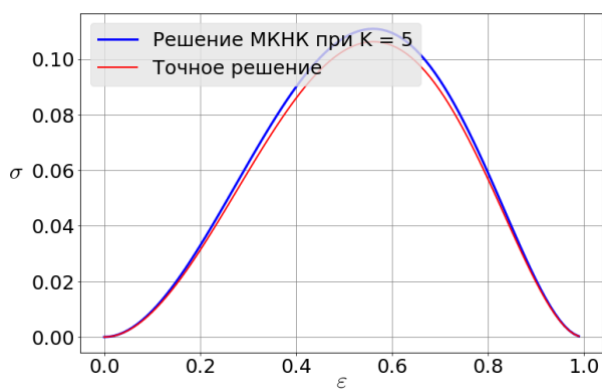
**Графика:** Intel HD Graphics 515 1536 МБ

### **Результаты:**

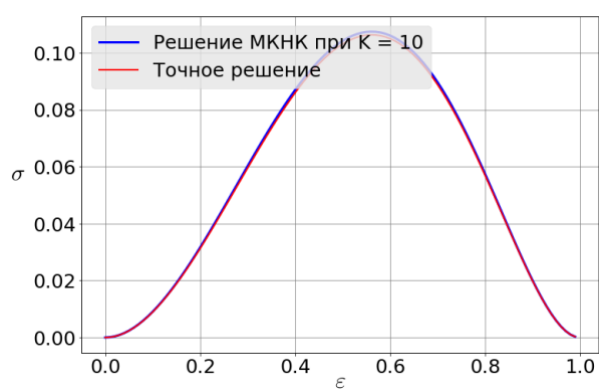
На рисунке 1 приведены точные и приближенные решения задачи для разных  $K$ . На рисунке 2 приведены графики ошибок при использовании ускорения по Крылову и при начальном приближении с решения на сетке  $K/2$ .

В таблице 1 вместо начальных приближений  $c_{ij} = 0.4$  использовались  $c_{ij}$  полученные на  $K/2$  сетке. Это ускорило решение почти в 2 раза. В добавок было применено ускорение по Крылову, где  $K * (N + 1) * 0.75$  ( $N = 4$ ) итераций происходит само ускорение.

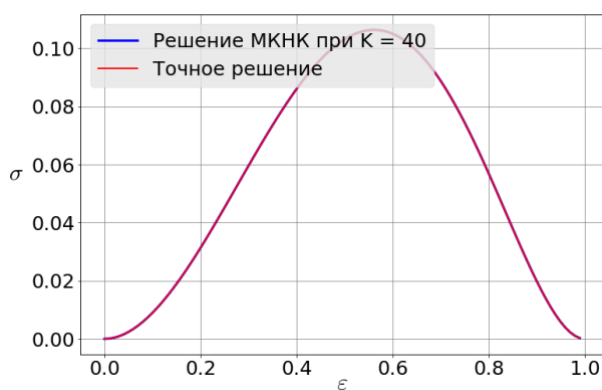
Так же в таблицах 3, 4, 5 и 6 приведены результаты численных экспериментов при различных  $K$ .



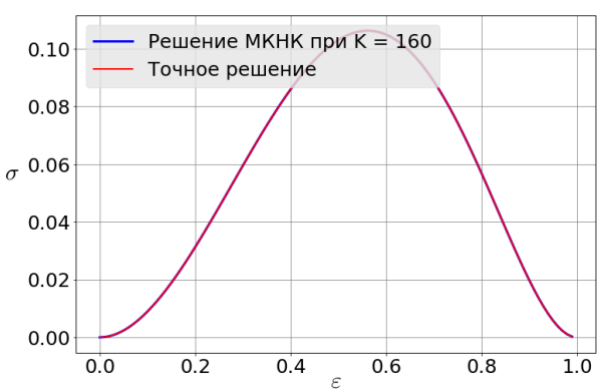
(a)



(б)



(в)



(г)

Рис. 1. Приближенное решение, полученное МКНК при  $K = 5$  (а)  $K = 10$  (б)  $K = 40$  (в)  $K = 160$  (г).

Таблица 1. Результаты численных расчетов методом итерации по подобластям с другим подходом выбора начальных приближений.

$K$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$ $c_{ij} = 0.4$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$ $c_{ij}(K/2)$	$\mu(A_i)$	$\mu(A_b)$
5	78	0.08	78	0.08	1.21e+02	6.98e+01
10	261	0.53	197	0.40	1.21e+02	6.98e+01
20	1004	4.10	677	2.82	1.21e+02	6.98e+01
40	4032	32.92	2463	20.20	1.21e+02	6.98e+01
80	16144	266.09	8817	145.87	1.21e+02	6.98e+01
160	60672	2021.96	35090	1156.03	1.21e+02	6.98e+01

Таблица 2. Результаты численных расчетов методом итерации по подобластям с применением ускорения по Крылову.

$K$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$ $c_{ij} = 0.4$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$ $c_{ij}(K/2)$
5	19	0.04	19	0.04
10	38	0.15	38	0.18
20	139	1.22	76	0.69
40	302	5.19	301	5.82
80	2486	83.42	1807	61.24
160	13825	924.50	7595	503.94

Таблицы [3, 4, 5, 6] – результаты численных расчетов при различных  $K$ .

$K=10$

$K$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$
5	11	0.05
10	51	0.36
20	391	6.23
40	43233	2569.12
80	128342	4323.78

$K=20$

$K$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$
5	21	0.11
10	21	0.23
20	101	1.15
40	37123	2212.01
80	113432	3532.77

$K=40$

$K$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$
5	41	0.20
10	41	0.35
20	41	0.44
40	2361	59.82

80	39265	1924.23
----	-------	---------

K=80

$K$	$N_{iter}$	$t_{sol}(c)$
5	81	0.36
10	81	1.01
20	111	2.20
40	721	27.22
80	2321	109.33

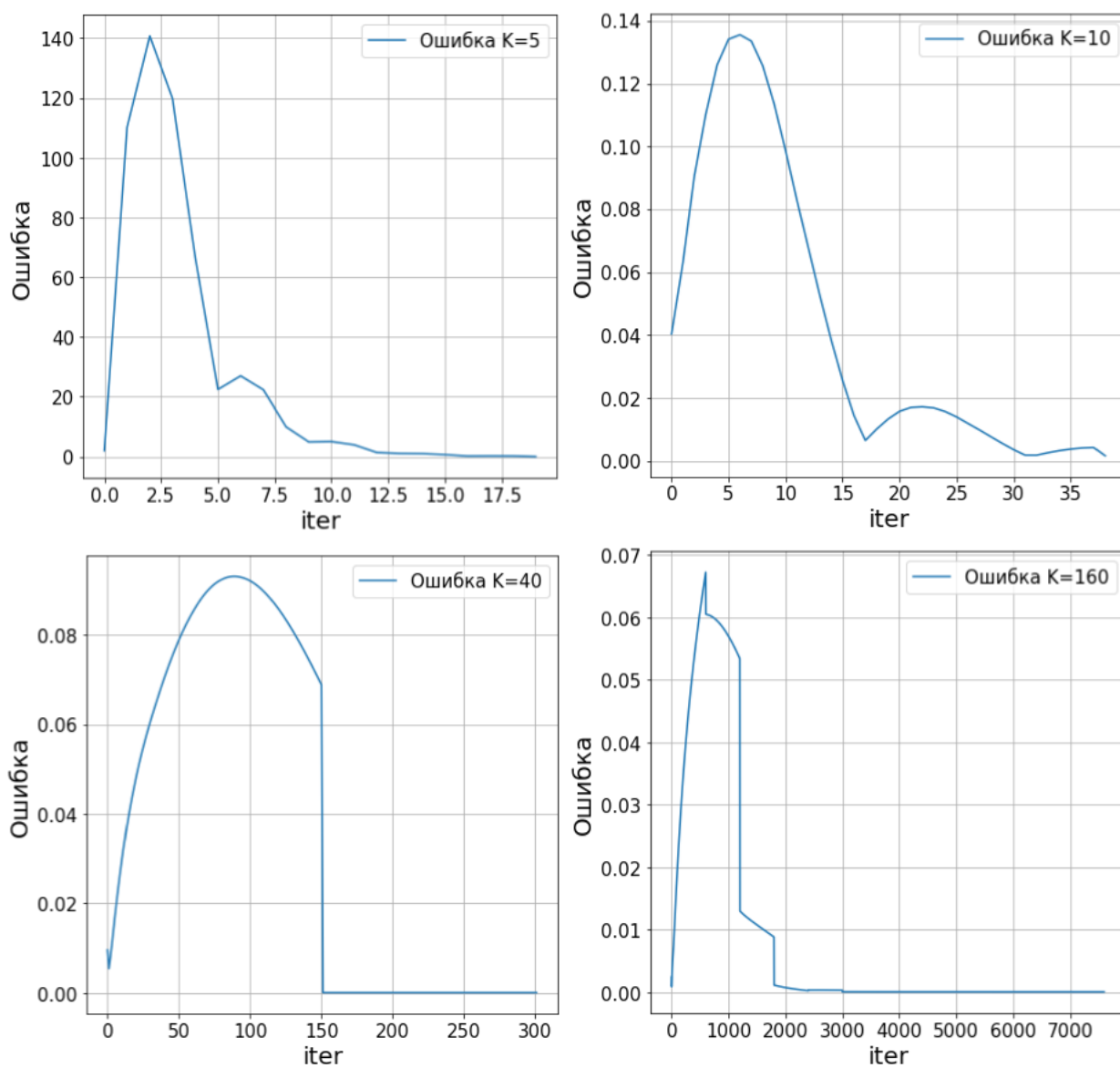


Рис. 2. Графики ошибок при использовании ускорения по Крылову и при начальном приближении с решения на сетке  $K/2$

Вывод: путём изменения начальных приближений и ускорения по Крылову мы добились ускорения в 4 раза.