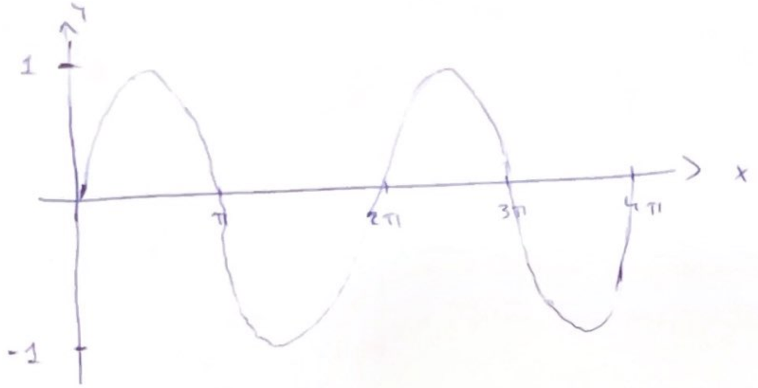
Найти приближение $\sin x$, где $x \in [0, 4\pi]$ полиномом 2-ой степени.

Позилов Дилшодхон 23151



$f(x) = \sin(x)$

$\max\limits_{x \in [0, 4\pi]} |f(x)| = 1 \Rightarrow Q = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right\}$ - точки альтернанса.

По т. Чебышёва об альтернансе:

$$\begin{cases} 1 - a\frac{\pi^2}{4} - b\frac{\pi}{2} - c = M \ (1) \\ -1 - a\frac{9\pi^2}{4} - b\frac{3\pi}{2} - c = -M \ (2) \\ 1 - a\frac{25\pi^2}{4} - b\frac{5\pi}{2} - c = M \ (3) \\ -1 - a\frac{49\pi^2}{4} - b\frac{7\pi}{2} - c = -M \ (4) \end{cases} \xrightarrow{(1) \to (2),\ (1) \to (4)} \begin{cases} -1 - a\frac{9\pi^2}{4} - b\frac{3\pi}{2} - c = -\left(1 - a\frac{\pi^2}{4} - b\frac{\pi}{2} - c\right) \\ 1 - a\frac{25\pi^2}{4} - b\frac{5\pi}{2} - c = 1 - a\frac{\pi^2}{4} - b\frac{\pi}{2} - c \\ -1 - a\frac{49\pi^2}{4} - b\frac{7\pi}{2} - c = -\left(1 - a\frac{\pi^2}{4} - b\frac{\pi}{2} - c\right) \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a\frac{10\pi^2}{4} + 2b\pi + 2c = 0 \\ 6a\pi^2 + 2b\pi = 0 \Rightarrow b = -3a\pi \\ a\frac{50\pi^2}{4} + 4b\pi + 2c = 0 \end{cases} \longrightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a\frac{5\pi^2}{2} - 6a\pi^2 + 2c = 0 \\ a\frac{25\pi^2}{2} - 12a\pi^2 + 2c = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a\pi^2(-3{,}5) + 2c = 0 \\ a\pi^2(0{,}5) + 2c = 0 \end{cases}$$

Решение: $\{a, b, c\} = \{0, 0, 0\} \Rightarrow$ Решение наилучшего приближения (равномерного) $\longrightarrow \boxed{y = 0}$