Διασκευάζοντας μικροπειράματα του Ψηφιακού Σχολείου ως εφαλτήριο για τον εκπαιδευτικό: Μια περίπτωση σχεδιασμού γύρω από την εξίσωση

Χρόνης Κυνηγός [1] και Δημήτρης Διαμαντίδης [2]

[1] Ε.Ε.Τ., Φ.Σ., Ε.Κ.Π.Α. & Ι.Τ.Υ.Ε. Διόφαντος, [2] Ε.Ε.Τ., Φ.Σ., Ε.Κ.Π.Α.
kynigos@ppp.uoa.gr, dimdiam@sch.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα μικροπειράματα είναι μονάδες διδακτικού υλικού που παρέχονται επισήμως στον εκπαιδευτικό των μαθηματικών για χρήση στην τάξη και αποτελούν προτάσεις διδασκαλίας με ψηφιακά εργαλεία. Το άρθρο συζητά την αξία και το πλαίσιο στο οποίο τα μικροπειράματα μπορούν να αποτελέσουν βάση και αφορμή για τη δημιουργία νέου υλικού από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς. Μέσα από ένα παράδειγμα διασκευής ενός μικροπειράματος για την εξίσωση και χρήσης του μαζί με το πρωτότυπο στη σχολική τάξη συζητούμε για τον τρόπο που μπορεί ο εκπαιδευτικός να επανασχεδιάζει τέτοια ψηφιακά δομήματα σύμφωνα με τις ανάγκες του. Αναλύοντας τις αρχές σχεδιασμού των πρωτότυπων μικροπειραμάτων, εντοπίζουμε τις μεταβολές στο σχεδιασμό που επιφέρει ένας εκπαιδευτικός, όταν διασκευάζει ένα μικροπείραμα και το τι μπορεί να σημαίνουν οι αλλαγές αυτές για τον ίδιο τον εκπαιδευτικό που τις κάνει, για την επιστημολογία του και για τις διδακτικές του αντιλήψεις. Τέλος εξετάζουμε ποιος μπορεί να είναι ο ρόλος των μικροπειραμάτων ως φορείς ιδεών μεταξύ εκπαιδευτικών.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: *Ψηφιακά εργαλεία, μικροπειράματα,σχεδιασμός, διασυνοριακά αντικείμενα*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το ‘μικροπείραμα’ είναι ένα είδος ψηφιακού υλικού που σχεδιάστηκε για να ενισχύσει τη μαθηματική εμπειρία των μαθητών ώστε να μπορούν να ενθαρρυνθούν από τους καθηγητές τους να εμπλακούν με τη χρήση του σε μαθηματική δράση, έκφραση και συλλογισμούς. Διατίθεται στον Έλληνα εκπαιδευτικό των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση μέσα από τα επίσημα αποθετήρια του

ΥΠΑΙΘ/ΕΑΙΤΥ[1] 'Φωτόδεντρο' (http://photodentro.edu.gr) και 'Διαδραστικά Βιβλία' (http://ebooks.edu.gr) όπου για τα μαθηματικά υπάρχουν πάνω από 1740 μικροπειράματα. Το υλικό αυτό μπορεί να ειδωθεί ως μια εθνική υποδομή για την διδακτική των μαθηματικών (ΔτΜ). Παράλληλα όμως συνιστά και πτυχή μιας ευρύτερης παρέμβασης μέσα από το νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών και την ευρεία επιμόρφωση Β-Επιπέδου (http://b-epipedo.cti.gr)[2] ακολουθώντας τα κελεύσματα των καιρών για θεμελιώδη μετασχηματισμό του εκπαιδευτικού μοντέλου από τη μνημειακή έκθεση του μαθητή στα απαυγάσματα της μαθηματικής επιστήμης στην ρεαλιστική εμπλοκή του με μαθηματική εμπειρία, δράση και συλλογισμό (Chevallard, 2012). Εφόσον οι υποδομές αυτές παραμείνουν σταθερές τα επόμενα χρόνια, είναι ιδιαίτερα σημαντικό να μελετηθεί η εμπειρία του μαθητή και του εκπαιδευτικού και η παιδαγωγική αξία που μπορεί να αντληθεί από την μαθηματική εμπειρία.

Η εστίαση στο άρθρο αυτό, είναι στον εκπαιδευτικό. Συζητείται το πλαίσιο μέσα από το οποίο μπορεί να σχεδιαστεί και να μελετηθεί η αξιοποίηση αυτών των ψηφιακών υποδομών από τον καθηγητή των μαθηματικών. Ένας από τους ρόλους της θεωρίας στη ΔτΜ είναι αυτός του 'πλαισίου δράσης' (framework of action, diSessa & Cobb, 2004), δηλαδή του εργαλείου με το οποίο σχεδιάζεται μια παρέμβαση και μελετώνται και κατανοούνται δράσεις στα πλαίσια της εφαρμογής της. Στο άρθρο αναλύεται και προτείνεται ένα σύνθετο πλαίσιο περιγραφής του σχεδιασμού των υποδομών ψηφιακού υλικού και της μελέτης της αξιοποίησής τους στην πράξη από την οπτική του καθηγητή μαθηματικών. Λαμβάνουμε πάντα υπόψη ότι όσον αφορά στα μαθηματικά οι υποδομές αυτές έχουν κατά κύριο λόγο τα χαρακτηριστικά ποικιλίας δομημάτων με τα οποία ο μαθητής μπορεί να εμπλακεί σε μαθηματική δραστηριότητα.

Το πλαίσιο που προτείνεται στηρίζεται σε τρεις άξονες που θεωρούν:

1. τον εκπαιδευτικό ως σχεδιαστή υλικού και μαθησιακών δραστηριοτήτων με αυτό
2. τον εκπαιδευτικό ως αενάως εξελισσόμενο ως προς την εμπειρία και τη γνώση του
3. τη διαδικασία διασκευής μικροπειραμάτων ως έκφραση της επιστημολογίας, των πεποιθήσεων και των γνώσεων διδακτικής από πλευράς εκπαιδευτικών.

Στην επόμενη ενότητα εξηγούμε πώς στον πρώτο άξονα προτείνουμε την αξιοποίηση των θεωρητικών δομημάτων της εργαλειακής θεωρίας ('instrumental theory', Rabardel &

[1] Τα αποθετήρια των Μαθηματικών αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο της Πράξης 'Ψηφιακή Εκπαιδευτική Πλατφόρμα, Διαδραστικά Βιβλία και Αποθετήριο Μαθησιακών Αντικειμένων, με κωδ. ΟΠΣ 296441 και Τελικό Δικαιούχο το ΙΤΥΕ του ΕΠΕΔΒΜ, που συγχρηματοδοτείται από το Ελληνικό Δημόσιο στο πλαίσιο του ΕΣΠΑ.

[2] Πράξη «Επιμόρφωση των Εκπαιδευτικών για την Αξιοποίηση και Εφαρμογή των ΤΠΕ στη Διδακτική Πράξη» του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Ε-ΣΠΑ (2007-2013), που υλοποιείται με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και του Ελληνικού Δημοσίου.

Bourmaud, 2003) σε συνδυασμό με τη θεωρία δημιουργίας κειμένων και χρήσης πηγών ('Documentational Genesis', Guin and Trouche, 1999). Στο δεύτερο άξονα χρησιμοποιούμε το πλαίσιο περιγραφής την γνώσης και σχεδιασμού επιμόρφωσης του εκπαιδευτικού που τιτλοδοτείται T.P.a.C.K. (Drijvers et al, 2014 για την εφαρμογή του στη ΔτΜ) και δίνει έμφαση στις τομές των συνόλων της τεχνολογικής, παιδαγωγικής και μαθηματικής γνώσης των εκπαιδευτικών. Χρησιμοποιούμε επίσης τη θεώρηση για τον ρόλο του μικροπειράματος ως 'βελτιώσιμου αντικειμένου διαμεσολάβησης' ('improvable boundary object, Akermann & Bakker, 2011, Kynigos & Kalogeria, 2012). Προσεγγίσουμε δηλαδή το μικροπείραμα ως ένα δόμημα που σταδιακά γίνεται αντικείμενο εμπλοκής εκπαιδευτικών σε κοινότητες πρακτικής όπου συζητούνται θέματα ΔτΜ και σχεδιασμού εκπαιδευτικής πρακτικής. Για τον τρίτο άξονα επανερχόμαστε στην εργαλειακή θεωρία αναλύοντας με λεπτομέρεια την διαδικασία με την οποία η εξέλιξη της αντίληψης για τη χρήση ενός ψηφιακού δομήματος είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη συνεχή διασκευή του από τον εκάστοτε εκπαιδευτικό με στόχο την καλύτερη διδακτική αξιοποίηση ανάλογα με την εκάστοτε τάξη.

Το κάθε μικροπείραμα των συστημικών υποδομών των διαδραστικών βιβλίων και του Φωτόδεντρου αναπτύχθηκε από δύο ή τρία στελέχη μιας ομάδας 30 περίπου επιλεγμένων σχεδιαστών έτσι ώστε να συνδυάζεται η τεχνική και η παιδαγωγική εξειδίκευση και παράλληλα να υπάρχει η εμπειρία από τη σχολική τάξη. Αποτελεί επομένως μια αυτούσια πρόταση διδασκαλίας στο πλαίσιο των νέων αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών για τα Μαθηματικά προσαρμοσμένη ώστε να είναι εφικτό να ενταχθεί στις καθημερινές πρακτικές του εκπαιδευτικού από άποψη χρόνου και διδακτικής στόχευσης (Κυνηγός, 2014). Έτσι οι εκπαιδευτικοί μπορούν πρώτα απ' όλα να χρησιμοποιήσουν τα μικροπειράματα «ως έχουν», σαν έτοιμες διδακτικές προτάσεις, ως μέρος του καθημερινού διδακτικού σχεδιασμού τους, χωρίς να χρειάζεται οι ίδιοι να είναι ειδικοί σε θέματα τεχνολογίας ή χρήσης ψηφιακών εργαλείων. Ποιό είναι το νόημα λοιπόν να είναι έτσι φτιαγμένο το μικροπείραμα ώστε να μπορεί ο εκπαιδευτικός να το διασκευάσει;

Ας ξεκινήσουμε από την πρακτική ότι έτσι κι αλλιώς η κατασκευή διδακτικού υλικού με χρήση ψηφιακών εργαλείων δεν είναι μια δραστηριότητα που αφορά μόνο εξειδικευμένους σχεδιαστές. Ο εκπαιδευτικός, ιδίως στα μαθηματικά, είχε πάντα τη συνήθεια ανάπτυξης προσωπικού υλικού, όπως σημειώσεις, ασκήσεις κτλ. Όπως σε πιο κλασικές και παραδοσιακές μορφές διδασκαλίας, έτσι και με την ένταξη των τεχνολογιών εντοπίζεται η αντίστοιχη πρακτική από την πλευρά του. Υπάρχει ήδη αρκετό ψηφιακό υλικό σε δικτυακούς τόπους, που έχει αναπτυχθεί από εκπαιδευτικούς, από ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΔτΜ) και γενικότερα από ανθρώπους που ενδιαφέρονται για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, αλλά και για τη χρήση ψηφιακών εργαλείων. Επιπρόσθετα, η κοινότητα της ΔτΜ σε διεθνές και εγχώριο επίπεδο δείχνει ότι η πρακτική αυτή μπορεί να γίνει αντικείμενο δημιουργίας κοινοτήτων εκπαιδευτικών με στόχο την επαγγελματική εξέλιξη και την επικοινωνία συλλογικού αναστοχασμού. Μετασχηματίζεται δηλαδή το προσωπικό εκπαιδευτικό υλικό σε δόμημα διαμεσολάβησης ζητημάτων της διδακτικής (Kynigos, 2007, Kynigos and Kalogeria, 2010).

Ο εκπαιδευτικός είναι αναμενόμενο να έχει την ανάγκη και να του παρέχεται η δυνατότητα να μετατρέψει υπάρχον ψηφιακό υλικό, σε υλικό που να έχει περισσότερο προσωπικό νόημα γι' αυτόν με κριτήριο τι μπορούν να κάνουν οι μαθητές του με το υλικό αυτό στο ρόλο του εργαλείου έκφρασης και μαθηματικού πειραματισμού. Τα μικροπειράματα του ΥΠΑΙΘ σχεδιάστηκαν επομένως με εργαλεία έκφρασης της ΔτΜ έτσι ώστε να είναι εφικτό σχετικά εύκολα ο εκπαιδευτικός να μπορεί να ελέγξει τις λειτουργικότητες και τα δομικά τους στοιχεία και να τα αλλάξει έχοντας βαθειά πρόσβαση σε αυτές (Kynigos, 2004). Κατά πόσο μπορεί αυτό όμως να γίνει στην πράξη; Μπορούν οι υποδομές αυτές να λειτουργήσουν ως εφαλτήρια για τη δημιουργία νέων μικροπειραμάτων από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό στον οποίο απευθύνονται, που να είναι διασκευές των υπαρχόντων; Πώς μπορεί για έναν ερευνητή αυτή η διαδικασία να αποτελέσει εργαλείο μελέτης της επαγγελματικής ανάπτυξης του εκπαιδευτικού;

Λίγους μήνες μετά την παράδοση της πρώτης έκδοσης των αποθετηρίων είναι νωρίς να αντιμετωπιστούν τα ερωτήματα αυτά με έρευνα ευρείας κλίμακας. Στο άρθρο αυτό κάνουμε μια πρώτη διερεύνηση του ζητήματος αναστοχαζόμενοι τη διαδικασία μιας ειδικής περίπτωσης ενός εκπαιδευτικού που ενεπλάκη σε μια τέτοια πρακτική επιλέγοντας ένα συγκεκριμένο δόμημα γύρω από την έννοια της εξίσωσης. Πρόκειται για τη διαδικασία μιας τέτοιας διασκευής ενός μικροπειράματος, που έχει συμβεί και δοκιμαστεί στην τάξη, σε πραγματικές συνθήκες με έναν εκπαιδευτικό και εικοσιεπτά μαθητές σε εργαστήριο υπολογιστών. Σε αυτό το άρθρο περιγράφουμε το ρόλο του εκπαιδευτικού ως σχεδιαστή ή διασκευαστή υλικού και χρήσης του στην τάξη.Στη συνέχεια αναλύουμε το σχεδιασμό του αρχικού μικροπειράματος και τις μετατροπές στο σχεδιασμό που έκανε ο εκπαιδευτικός, καθώς και τη σχέση που έχουν οι αλλαγές αυτές με την επιστημολογία και την αντίληψη του εκπαιδευτικού. Τέλος συζητούμε με αφορμή αυτή την πράξη, πώς μπορούν τα μικροπειράματα να λειτουργήσουν μέσα σε κοινότητες εκπαιδευτικών και όχι μόνο ως κομιστές ιδεών και διδακτικών πρακτικών.

ΤΑ ΜΙΚΡΟΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΩΣ ΦΟΡΕΙΣ ΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΛΗΨΕΩΝ

Ο εκπαιδευτικός ως σχεδιαστής ψηφιακών δομημάτων

Οι σύγχρονες αντιλήψεις στο χώρο της ΔτΜ προβάλλουν το ρόλο του εκπαιδευτικού ως σχεδιαστή (Haspekian, 2006; Drijvers, 2012; Kynigos, 2014) είτε εκπαιδευτικού υλικού, είτε των προ-ρυθμίσεων (όσο αυτό είναι δυνατόν) μιας διδακτικής του παρέμβασης. Ο σχεδιασμός των μικροπειραμάτων έτσι ώστε να επιτρέπουν και να προκαλούν τον εκπαιδευτικό να τα διασκευάσει γίνεται κατανοητός στο πλαίσιο της εν λόγω προσέγγισης που οι Γάλλοι ερευνητές έχουν αποκαλέσει 'documental genesis', δηλαδή διαδικασία δημιουργίας κειμενικού (αλλά στην περίπτωσή μας ψηφιακού) υλικού (Gueudet & Trouche, 2009; Guin & Trouche, 1999).

Πρόκειται για μια μέθοδο περιγραφής και μελέτης της επαγγελματικής ανάπτυξης του εκπαιδευτικού που δημιουργεί αενάως εκπαιδευτικό υλικό και το μοιράζεται με συναδέλφους στα πλαίσια αναστοχασμού και διαλόγου για ζητήματα ΔτΜ. Η μέθοδος αυτή έχει πρόσφατα επεκταθεί συμπεριλαμβάνοντας και τα ψηφιακά εργαλεία ως εκπαιδευτικό υλικό που σχεδιάζει και δημιουργεί ο εκπαιδευτικός για να χρησιμοποιήσει ο μαθητής του. Σύμφωνα με αυτή ερευνούμε το *σύνολο των πηγών* που χρησιμοποιεί ένας εκπαιδευτικός και *το 'σχήμα' της χρήσης* (χρησιμοποιούμε τον όρο από τη γνωσιακή επιστήμη από όπου τον δανείστηκαν και οι εν λόγω Γάλλοι ερευνητές) που τους έχει προσαρτήσει κατασκευάζοντας ένα 'κείμενο-*document*' δηλαδή μια μονάδα υλικού κειμενικού ή ψηφιακού μαζί με τις πηγές που το συνοδεύουν. Οι πηγές μπορεί να είναι το αναλυτικό πρόγραμμα, το βιβλίο του σχολείου, ένα φύλλο εργασίας, μια συζήτηση με άλλους εκπαιδευτικούς και φυσικά τα μικροπειράματα στα διαδραστικά βιβλία και τα εκπαιδευτικά λογισμικά. Τις πηγές που χρησιμοποιεί κάθε φορά ο εκπαιδευτικός τις μελετάμε ως σύνολο πηγών και όχι μεμονωμένα. Το 'σχήμα της χρήσης' είναι μια γνωστική δομή που χτίζει ο εκπαιδευτικός για τον τρόπο χρήσης ενός συγκεκριμένου συνόλου πηγών, σε μια κλάση καταστάσεων, αλλά με το περιεχόμενο να μην είναι πάντα το ίδιο. Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε ως *κλάση μιας επαγγελματικής κατάστασης* (Rabardel & Bourmaud, 2003) την πρόταση μιας εργασίας για το σπίτι στην πρόσθεση μεταξύ ακέραιων αριθμών, τότε ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιώντας ένα σύνολο πηγών, μπορεί να προτείνει μια λίστα εργασιών για την τάξη του. Αυτή η λίστα έχει ένα συγκεκρμένο περιεχόμενο που αφορά τη συγκεκριμένη τάξη. Αν η τάξη αλλάξει, τότε και το περιεχόμενο (η λίστα) αλλάζει, αφού έχει άλλες ανάγκες και ιδιαιτερότητες. Τα δύο περιεχόμενα εκπορεύονται από το σχήμα της χρήσης του συγκεκριμένου συνόλου πηγών για τον εκπαιδευτικό. Ένα 'κείμενο' είναι το σύνολο των πηγών που χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός με προσαρτημένο το σχήμα της χρήσης τους και έχει δυναμική μορφή. Καθώς το 'κείμενο' που αφορά μια συγκεκριμένη επαγγελματική κατάσταση εξελίσσεται μέσα σε διαφορετικά περικείμενα, μπορούν να εντοπιστούν οι στάσεις και αντιλήψεις του εκπαιδευτικού με σκοπό π.χ. το σχεδιασμό επιμορφωτικών προγραμμάτων που να τον υποστηρίζουν σύμφωνα με τις ανάγκες του. Παρατηρώντας το 'τι αλλάζει' και 'τι μένει σταθερό' μπορούμε να περιγράψουμε την εξέλιξη της επαγγελματικής ανάπτυξης του εκπαιδευτικού. Η διαδικασία δημιουργίας ενός 'κειμένου' επομένως είναι αυτό που οι Guin και Trouche (1999) ονομάζουν 'documental genesis', ας το αποδώσουμε εδώ ως 'κειμενική δημιουργία'.

Στην περίπτωση του ψηφιακού σχολείου, το Φωτόδεντρο και τα διαδραστικά βιβλία αποτελούν πηγές για τον εκπαιδευτικό. Οι δύο αυτές δομές είναι έτσι σχεδιασμένες ώστε να υποστηρίζουν το ρόλο του εκπαιδευτικού ως σχεδιαστή εκπαιδευτικού υλικού (Κυνηγός, 2014). Ο εκπαιδευτικός των μαθηματικών μπορεί να έχει στον υπολογιστή του τα μικροπειράματα και να τα επανασχεδιάσει χρησιμοποιώντας τα με τον δικό του τρόπο. Επίσης μπορεί να δημοσιοποιήσει σε κοινότητες συναδέλφων του τα δομήματά του και να αποτελέσουν αντικείμενο συζήτησης μέσα σε αυτές. Σε τέτοιες κοινότητες προορίζεται να συμμετέχουν ενεργά συνήθως επαγγελματίες εκπαιδευτικοί με έντονο ενδιαφέρον για τη χρήση των μικροπειραμάτων στη διδασκαλία. Λόγω του επαγγέλματός τους αλλά και των κοινών ενδιαφερόντων τους αναμένεται να αναπτύξουν κοινή 'γλώσσα', δηλαδή ορολογία και τρόπους να επικοινωνούν. Οι κοινότητες αυτές μπορούν να χαρακτηριστούν ως κοινότητες πρακτικής (CoP) (Wenger, 1998) όπου οι εκπαιδευτικοί αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και μαθαίνοντας ο ένας από τον άλλο.

Η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών είναι διεθνώς ένα περικείμενο όπου η δημιουργία και καλλιέργεια κοινοτήτων πρακτικής παίζει κεντρικό ρόλο για τους σχεδιαστές επιμορφωτικών δράσεων και προγραμμάτων. Στην Ελλάδα ένας στόχος της επιμόρφωσης Β΄ επιπέδου είναι η ανάπτυξη μεταξύ των εκπαιδευτικών μιας κουλτούρας για δημιουργία κοινοτήτων ομοτέχνων, που συζητούν για τις εκπαιδευτικές πρακτικές τους, για τους τρόπους που χρησιμοποιούν τις τεχνολογίες για τη μάθηση των μαθηματικών και αναστοχάζονται πάνω στις απόψεις τους (Kynigos and Kalogeria, 2012). Μέσα σε αυτές τις κοινότητες δημοσιοποιούνται εργαλεία, φορείς ιδεών και γνώσης. Πρόκειται για ένα είδος κοινοτήτων πρακτικής. Οι εκπαιδευτικοί με αυτά τα χαρακτηριστικά που συμμετέχουν στην CoP είναι αναστοχαζόμενοι επαγγελματίες που μιλούν για τις μεθόδους τους, διαπραγματεύονται πάνω στις πρακτικές που χρησιμοποιούν και δημιουργούν νοήματα σχετικά με αυτές. Κατά έναν τρόπο μια CoP μπορεί να ενισχύσει την διαδικασία της 'κειμενικής δημιουργίας', ως πηγή και ταυτόχρονα δίνοντας έναν χαρακτήρα πιθανής συλλογικότητας σε 'κείμενα'.
Βέβαια μπορεί να υπάρξουν CoP με ενδιαφέρον για τα μικροπειράματα αλλά από άλλη σκοπιά. Για παράδειγμα η κατασκευή των μικροπειραμάτων, σαν διαδικασία ενδιαφέρει και τους σχεδιαστές εκπαιδευτικού λογισμικού, που κατά κύριο λόγο δεν είναι εκπαιδευτικοί, αλλά προγραμματιστές. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε διαφορετικές CoP (π.χ. μαθηματικοί και σχεδιαστές λογισμικού) που τα μέλη τους (π.χ. ένας μαθηματικός και ένας προγραμματιστής) μπορεί να ανταλλάσουν απόψεις με αφορμή τα μικροπειράματα. Μεταξύ των δύο κοινοτήτων αυτών υπάρχει ένα σύνορο (boundary) (Akkerman & Bakker, 2011), δηλαδή υπάρχουν διαφορές σε αντιλήψεις, οπτικές και πρακτικές ακόμα και διαφορές ορολογίας που οδηγούν σε ασυνέχεια της δράσης ή της διάδρασης μεταξύ τους. Σε αυτή την περίπτωση για την επικοινωνία των δύο ομάδων σημαντικό ρόλο παίζουν τα μικροπειράματα. Μπορούν να λειτουργήσουν σαν διασυνοριακά αντικείμενα (boundary objects) (Star & Griesemer, 1989) μεταξύ των δύο CoP, δηλαδή να εκπληρώσουν μια λειτουργία γεφύρωσης των δύο κοινοτήτων. Σε μια τέτοια περίπτωση λαμβάνει χώρα μια διαπραγμάτευση μεταξύ των δύο πλευρών του συνόρου, ώστε η ύπαρξη των αντικειμένων αυτών και ο τρόπος που χρησιμοποιούνται να έχει νόημα και για τις δύο πλευρές του συνόρου. Μέσα από αυτή τη διαπραγμάτευση τα μέλη των δύο κοινοτήτων μπορεί να βρεθούν σε καταστάσεις που να τα προκαλέσουν να λειτουργήσουν σαν σχεδιαστές δραστηριοτήτων και να κινηθούν εγκάρσια του συνόρου των δύο CoPs. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται *boundary crossing* (Suchman, 1994, Akkerman & Bakker, 2011,) και είναι σημαντικός παράγοντας εμφάνισης νέας γνώσης στην CoP. Δηλάδη, μέσα σε αυτό το πλαίσιο και μέσω του 'boundary crossing' μπορεί να σχεδιαστεί, να εντοπιστεί και να περιγραφεί η εξέλιξη της επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών (Kynigos & Kalogeria, 2012).
Στο παράδειγμα που αναφέρουμε βρισκόμαστε στην αρχή της διαδικασίας. Ένας εκπαιδευτικός μετατρέπει ένα προτεινόμενο μικροπείραμα και το χρησιμοποιεί με δικό του τρόπο. Επιλέξαμε έναν εκπαιδευτικό που έχει επιμορφωθεί στην χρήση ψηφιακών εργαλείων στη διδασκαλία και που θα μπορούσε να είναι μέλος ενός τέτοιου CoP που περιγράψαμε. Στόχος είναι να αναζητήσουμε πρώτες απαντήσεις στα ερωτήματα: Πώς η

μέθοδος της δημιουργίας κειμένων μπορεί να μας βοηθήσει να αναλύσουμε τις αντιλήψεις του εκπαιδευτικού με απώτερο την μελέτη της επαγγελματικής ανάπτυξής του; Ποια είναι τα στοιχεία του σχεδιασμού ενός μικροπειράματος που θα μας βοηθήσουν σε αυτή την ανάλυση;

Η γνώση του εκπαιδευτικού σχεδιαστή ως εξελισσόμενου επαγγελματία

Αν και υπάρχουν εκπαιδευτικοί που έχουν τη διάθεση να χρησιμοποιήσουν ψηφιακά εργαλεία στη διδασκαλία τους, ωστόσο για να συμβεί αυτό με τρόπο που να έχει πρόσθετη αξία ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα χρειάζεται να περάσουν από μια διαδικασία που να ενισχύει την επαγγελματική τους ανάπτυξη (Drijvers, Tacoma, Besamusca, Heuvel, Doorman, & Boon, 2014), όπως αυτή της επιμόρφωσης, χωρίς να σημαίνει ότι η συνθήκη αυτή είναι ικανή. Συνεπώς δεν αρκεί μόνο μαθηματική ικανότητα από πλευράς εκπαιδευτικού για την επιτυχή ενσωμάτωση των ψηφιακών εργαλείων στη διδασκαλία, αλλά μια πιο περίπλοκη μορφή γνώσης.

Με αφετηρία τις απόψεις του Shulman (1986) και τις συνεισφορές των Drijvers et. al. (2014) και Drijvers (2012) έχει αναπτυχθεί το μοντέλο TPaCK για να περιγραφούν τα είδη γνώσης των εκπαιδευτικών που χρησιμοποιούν ψηφιακά εργαλεία για διδακτικούς σκοπούς. Πρόκειται για μια εξέλιξη του μοντέλου PCK. Τα είδη γνώσης που περιγράφει είναι τα εξής: η Γνώση Περιεχομένου (CK: Content Knowledge) που στην περίπτωσή μας είναι η μαθηματική γνώση, η Παιδαγωγική Γνώση (PK: Pedagogical Knowledge), η Παιδαγωγική Γνώση Περιεχομένου (PCK: Pedagogical content knowledge) που είναι η τομή των CK και PK και περιέχει στοιχεία ξεκάθαρης παιδαγωγικής κατανόησης από πλευράς του εκπαιδευτικού στο συγκεκριμένο γνωστικό πεδίο (Drijvers et. al., 2014), η Τεχνολογική Γνώση (TK: Technological Knowledge) και η Τεχνολογική Γνώση Περιεχομένου (TCK: Technological Content Knowledge) δηλαδή η γνώση για τον τρόπο που η τεχνολογία και το περιεχόμενο (μαθηματικά) συσχετίζονται έχοντας ισότιμη συνεισφορά. Επίσης ως TCK περιγράφεται η γνώση για τεχνολογίες που δίνουν δυνατότητα αναπαράστασης συγκεκριμένων μαθηματικών και για τον τρόπο που ακόμα και το θέμα της διδασκαλίας μπορεί να μεταβληθεί όταν υποστηρίζεται από την τεχνολογία. Τέλος είναι και η Τεχνολογική Παιδαγωγική Γνώση (TPK: Technological Pedagogical Knowledge), δηλαδή από τη μία είναι η γνώση για τις τεχνολογίες που υπάρχουν για να υποστηρίξουν κάθε μορφή διδασκαλίας και από την άλλη η γνώση για το πώς μπορεί να εμπλουτιστεί ο τρόπος διδασκαλίας αν χρησιμοποιηθούν οι δυνατότητες που παρέχουν οι διαθέσιμες τεχνολογίες (Mishra & Koehler, 2006). Μέσα από αυτό το μοντέλο αναδεικνύεται ο ρόλος και η σημασία των ίδιων των Μαθηματικών, των αναπαραστάσεών τους, των γενικότερων αναπαραστάσεων που κατασκευάζει κανείς με ένα ψηφιακό εργαλείο, της γνώσης για τις δυνατότητες του ίδιου του εργαλείου, τις παιδαγωγικές αντιλήψεις και της αλληλεπίδρασης μεταξύ όλων αυτών των χαρακτηριστικών, στη χρήση ψηφιακών εργαλείων για διδακτικούς σκοπούς (Kynigos et al, 2013).

Αρχές σχεδιασμού και διασκευής μικροπειραμάτων

Θα ήταν εύλογο να σκεφτεί κανείς ότι αντίστοιχα πολυπαραγοντική θα είναι και η περιγραφή των αρχών σχεδιασμού ενός μικροπειράματος. Μιλώντας για σχεδιασμό θα μπορούσαμε επομένως να εξετάσουμε αν οι σχεδιαστικές αρχές που ακολουθεί ο εκπαιδευτικός σχετίζονται με τα παραπάνω είδη γνώσης. Συνεπώς, για την περιγραφή των σχεδιαστικών αρχών χρησιμοποιούμε πέντε πεδία σχεδιασμού: Τον παιδαγωγικό σχεδιασμό (Pedagogical Design), τον τεχνολογικό σχεδιασμό (Technological Design), τον μαθηματικό σχεδιασμό που σχετίζεται με το μαθηματικό πλαίσιο του μικροπειράματος, τον σχεδιασμό σε σχέση με τις αναπαραστάσεις (Representational Design) και τον τρόπο που χρησιμοποιούνται κυρίως για παιδαγωγικούς και μαθησιακούς σκοπούς (Kynigos, 2012) και τον σχεδιασμό που λαμβάνει υπόψη του την αλληλεπίδραση των παραπάνω (Interaction Design).

Στον παιδαγωγικό σχεδιασμό αυτό που έχει σημασία είναι οι παράμετροι που κάνουν το μικροπείραμα αποτελεσματικό σαν διδακτικό εργαλείο. Σε αυτό το πλαίσιο βοηθά το σχεδιαστή η γνώση των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές όταν διαπραγματεύονται με παραδοσιακά μέσα, τις έννοιες που αναφέρεται το μικροπείραμα και τα προσωπικά νοήματα που πιθανώς δημιουργούν. Έτσι, ο σχεδιασμός θα συντελέσει ώστε η ενασχόληση με το μικροπείραμα να έχει πραγματικά πρόσθετη αξία για το μαθητή που θα το χρησιμοποιήσει. Από τεχνολογικής άποψης, ο σχεδιασμός του μικροπειράματος σχετίζεται με το ψηφιακό εργαλείο που χρησιμοποιεί ο σχεδιαστής, τι δυνατότητες παρέχει το εργαλείο, τι μπορεί να κάνει ο σχεδιαστής με αυτό και με ποιον τρόπο θα το πετύχει. Τα Μαθηματικά φυσικά έχουν κεντρικό ρόλο, καθώς πρόκειται για σχεδιασμό ψηφιακού εργαλείου για τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ο μαθηματικός σχεδιασμός σχετίζεται με το μαθηματικό πλαίσιο του μικροπειράματος (έννοιες που ενυπάρχουν ή μπορεί να χρησιμοποιήσει ο μαθητής, πιθανές ενέργειες του μαθητή κατά τη διερεύνηση). Ο σχεδιαστής πρέπει να είναι βαθύς γνώστης των εννοιών αυτών, ώστε να μη φτιάξει κάτι που δε θα ανταποκρίνεται στην έννοια που θέλει να αναπαραστήσει. Μιλώντας για αναπαραστάσεις φτάνουμε στο σχετικό πεδίο σχεδιασμού του μικροπειράματος (Representational Design). Εδώ έχει σημασία η αναπαράσταση ή οι αναπαραστάσεις που χρησιμοποιεί ο σχεδιαστής στο μικροπείραμα για να αναπαραστήσει είτε ένα φυσικό αντικείμενο και τη λειτουργία του, είτε ένα φαινόμενο φυσικό ή εικονικό (virtual), είτε μια μαθηματική έννοια. Τέλος η αλληλεπίδραση των παραπάνω είναι αντικείμενο ενός άλλου πεδίου σχεδιασμού, ώστε το μικροπείραμα να έχει χαρακτηριστικά που το κάνουν διαδραστικό και προκλητικό για το μαθητή (Interaction Design).

Το παραπάνω μοντέλο του σχεδιασμού ενός μικροπειράματος δεν προϋποθέτει ότι ένας εκπαιδευτικός έχει σκεφτεί με τέτοιο τρόπο πριν σχεδιάσει ένα μικροπείραμα. Συνήθως ο σχεδιασμός γίνεται ταυτόχρονα με την κατασκευή του μικροπειράματος, μάλλον αυθόρμητα και όχι από πριν. Αλλά ακόμα και μετά το σχεδιασμό του μικροπειράματος, αλλά και τη χρήση του δεν συνεπάγεται ότι ο σχεδιαστής συνειδητοποιεί με ποιο τρόπο τοποθετείται το μικροπείραμα που έφτιαξε μέσα στο παραπάνω μοντέλο. Πρόκειται περισσότερο για ένα μοντέλο περιγραφής του σχεδιασμού του μικροπειράματος που μας

επιτρέπει να «διαβάσουμε» τι ήθελε να κάνει με αυτό ο εκπαιδευτικός που το σχεδίασε ή και εκείνος που άλλαξε το σχεδιασμό για να το χρησιμοποιήσει.
Η ανάλυση του σχεδιασμού μπορεί να λειτουργήσει ως ένα εργαλείο για να «διαβάσουμε πίσω από τις γραμμές», δηλαδή να εντοπίσουμε τη σημασία των επιλογών του σχεδιαστή, αλλά και του διασκευαστή ενός μικροπειράματος. Επιλογές που άλλες φορές γίνονται συνειδητά, αλλά και αρκετές φορές ενστικτωδώς. Στο παράδειγμα αυτού του άρθρου η ανάλυση γίνεται με βάση το παραπάνω μοντέλο σχεδιαστικών αρχών.
Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι αν και υπάρχουν εκπαιδευτικοί που έχουν τη διάθεση να χρησιμοποιήσουν ψηφιακά εργαλεία στη διδασκαλία τους, ωστόσο για να συμβεί αυτό με τρόπο που να έχει πρόσθετη αξία ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα χρειάζεται να περάσουν από μια διαδικασία που να ενισχύει την επαγγελματική τους ανάπτυξη (Drijvers et. al, 2014), όπως αυτή της επιμόρφωσης.

ΤΑ ΜΙΚΡΟΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΚΑΙ Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥΣ

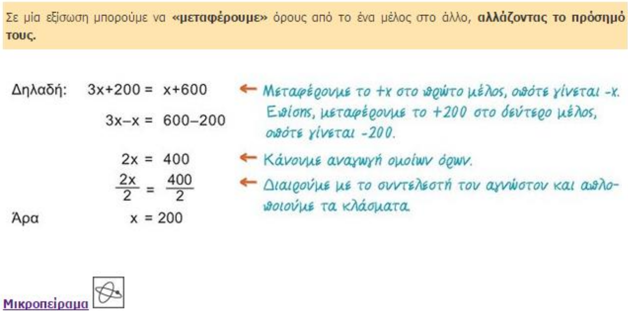
Το αρχικό μικροπείραμα

Ως αφετηρία ο εκπαιδευτικός της περίπτωσης που μελετάμε χρησιμοποίησε ένα μικροπείραμα των εμπλουτισμένων ψηφιακών βιβλίων από την παράγραφο Α.1.2 του βιβλίου της Β΄ γυμνασίου (Βλάμος, Δρούτσας, Πρέσβης, & Ρεκούμης, 2006) που έχει ως τίτλο «Εξισώσεις α΄ βαθμού». Όπως φαίνεται και στην εικόνα 2 το βιβλίο παραπέμπει στη χρήση της ζυγαριάς που ισορροπεί, ως ένα πραγματικό μοντέλο που προσομοιάζει την εξίσωση.

Εικόνα 2: Το κεφάλαιο του σχολικού βιβλίου που αντιστοιχεί το αρχικό μικροπείραμα. Προτείνεται το μοντέλο της ζυγαριάς.

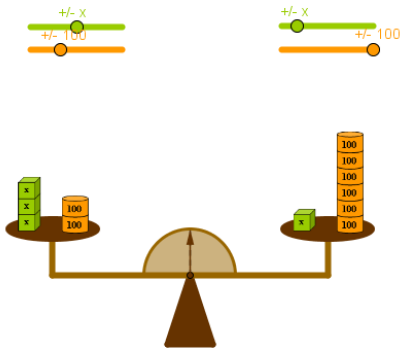
Παρακάτω υπάρχει μια εξίσωση που λύνεται με την παραδοσιακή μέθοδο αλλαγής μέλους – αλλαγής προσήμου (εικόνα 3). Εν τούτοις το μικροπείραμα με τη ζυγαριά που ακολουθεί έχει διαφορετική διδακτική προγέγγιση και στόχευση.

Εικόνα 3: Το λυμένο παράδειγμα ακολουθεί τη λογική «αλλάζω μέλος, αλλάζω πρόσημο». Ο σύνδεσμος που ακολουθεί οδηγεί σε μικροπείραμα με την ίδια εξίσωση να αναπαρίσταται με το μοντέλο της ζυγαριάς.



Το μικροπείραμα που προτείνεται (εικόνα 4) έχει μια ζυγαριά κατασκευασμένη στο λογισμικό geogebra που οι μαθητές μπορούν να χειριστούν δυναμικά τα βάρη στις δύο πλατφόρμες της. Υπάρχουν δύο είδη βαρών. Το άγνωστο βάρος x και το γνωστό βάρος 100. Η εξίσωση στην οποία αντιστοιχεί η θέση ισορροπίας της ζυγαριάς είναι $3x+200=x+600$ δηλαδή η εξίσωση που είχε λυθεί στο βιβλίο. Το μικροπείραμα συμπεριλαμβάνει και ένα κείμενο που θέτει το πρόβλημα και δίνει οδηγίες:

Εικόνα 4: Το αρχικό μικροπείραμα των ψηφιακών βιβλίων



«Η διπλανή ζυγαριά ισορροπεί! Μπορείτε να βρείτε πόσο ζυγίζει ένας κύβος; Τα βαρίδια ζυγίζουν 100 γραμμάτια το καθένα.

1. Μετακινήστε τα σημεία με την ένδειξη +/- επάνω στους δρομείς για να αυξομειώσετε τα αντίστοιχα βάρη στο ζυγό.
2. Αφού βρείτε το βάρος του κύβου κάντε κλίκ στην επαναφορά (επάνω δεξιά) και στη συνέχεια κλικ στο πλαίσιο, για να εμφανίσετε την εξίσωση.

3. Επαναλάβετε τα βήματα και παρατηρήστε πώς ‘μεταφράζονται’ στη συμβολική γλώσσα των Μαθηματικών.»

Αν οι μαθητές δουλέψουν σύμφωνα με τις οδηγίες αφαιρούν τον ίδιο αριθμό και είδος βαρών από τις δύο πλατφόρμες, ώστε η ζυγαριά να ξαναϊσορροπήσει σε μια θέση που ως εξίσωση γράφεται $x = 200$. Ο στόχος του μικροπειράματος είναι να «λύσουν» την εξίσωση χρησιμοποιώντας ιδιότητες της ισότητας που αναπαριστώνται στο μοντέλο της ζυγαριάς. Με την αυξομείωση των βαρών κατά τον ίδιο τρόπο και στις δύο πλατφόρμες, η ζυγαριά φτάνει σε μια θέση όπου στη μια πλατφόρμα υπάρχει ένα άγνωστο βάρος και στην άλλη ένα γνωστό. Το βάρος που θα υπάρχει στην άλλη πλατφόρμα αναπαριστά την τιμή του αγνώστου. Άρα αντίστοιχος πρέπει να ήταν και ο παιδαγωγικός στόχος τους σχεδιαστή.

Από άποψη αναπαραστάσεων, για να το πετύχει αυτό έχει συμβολίσει τα διαφορετικά βάρη (το γνωστό και το άγνωστο) όχι μόνο με διαφορετικό σύμβολο, αλλά και διαφορετικό χρώμα και σχήμα. Επίσης το μοντέλο που χρησιμοποιεί είναι μια ιδανική περίπτωση ζυγαριάς, μια ζυγαριά που λειτουργεί ιδεωδώς και αφαιρετικά ως προς τους κανόνες της φυσικής που ορίζουν τη λειτουργία μιας κανονικής ζυγαριάς. Ωστόσο στο πλαίσιο των μαθηματικών και ειδικά στην άλγεβρα, οι μαθητές έχουν να χειριστούν πολύ πιο αφηρημένες αναπαραστάσεις. Άρα μια τέτοια «αφαίρεση» στο σχεδιασμό του μικροπειράματος είναι σκόπιμη, καθώς το μοντέλο που χρησιμοποιεί είναι κοντά στο να περιγράψει κάτι τελείως αφηρημένο όπως μια εξίσωση.

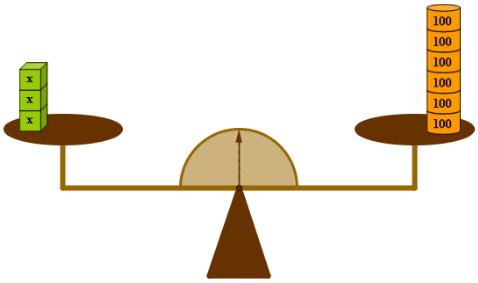
Από την πλευρά των εννοιών, το μοντέλο της ζυγαριάς δεν περιγράφει πλήρως την εξίσωση, καθώς κατά τη μεταβολή των βαρών επάνω στις πλατφόρμες η ζυγαριά γέρνει προς τα δεξιά ή τα αριστερά. Δηλαδή η εξίσωση γίνεται στα ενδιάμεσα στάδια ανίσωση, μέχρι να ξαναγίνει εξίσωση. Μάλιστα πρόκειται για μια ανίσωση που δείχνει και περίπου πόσο μεγαλύτερο είναι το ένα μέλος από το άλλο (με την αναπαράσταση του πόσο γέρνει η ζυγαριά). Για να πετύχει όλο αυτό το σχεδιασμό ο κατασκευαστής του μικροπειράματος χρησιμοποιεί ένα περιβάλλον όπως το geogebra που του επιτρέπει τον δυναμικό χειρισμό. Επίσης με χρήση των εργαλείων του περιβάλλοντος επιλέγει να περιορίσει το πλήθος των βαρών που μπορεί να τοποθετήσει στη ζυγαριά ο μαθητής. Τελικά, η χρήση του μικροπειράματος θα δείξει κατά πόσο ο σχεδιασμός αυτός πέτυχε το σκοπό του. Άλλωστε κάθε εργαλείο νοηματοδοτείται και από αυτόν που το χρησιμοποιεί, άρα οι μαθητές είναι πιθανόν να το χρησιμοποιήσουν διαφορετικά από ότι ο σχεδιαστής έχει σκεφτεί.

Η εφαρμογή του αρχικού μικροπειράματος

Το παραπάνω μικροπείραμα εφαρμόστηκε στο εργαστήριο υπολογιστών Πρότυπου Πειραματικού Γυμνασίου της Αθήνας σε μαθητές Β΄ Γυμνασίου που δουλεύαν σε διμελείς ομάδες με ένα η/υ ανά ομάδα και για μία διδακτική ώρα.

Παρατηρήσαμε ότι οι μαθητές χρησιμοποίησαν το μικροπείραμα με διαφορετικό τρόπο από αυτόν που προοριζόταν να χρησιμοποιηθεί. Μια ομάδα μαθητών αντί να φτάσει την ισορροπία της ζυγαριάς στην εξίσωση $x = 200$, την έφτασε στην $3x = 600$. Βλέποντας ότι η ζυγαριά ισορροπεί απάντησαν ότι το x είναι ίσο με 200, χωρίς να ξαναχρησιμοποιήσουν τη ζυγαριά. Όταν ο καθηγητής τους ρώτησε πώς το βρήκαν είδε ότι με νοητικούς υπολογισμούς βρήκαν την τιμή του βάρους που ισορροπεί τη ζυγαριά. Μια άλλη ομάδα μαθητών σκέφτηκε διαφορετικά. Έκαναν πάλι τους ίδιους μετασχηματισμούς και όταν ο καθηγητής τους ρώτησε: «Τι βγάλατε από κάθε πλατφόρμα;» μετά από συζήτηση απάντησαν: «ισορροπούσε και βγάλαμε 200 από τη μια και x από την άλλη, άρα βλέπουμε ότι το x είναι 200, αφού και πάλι ισορροπεί». Οι μαθητές χρησιμοποίησαν την ισορροπία σαν επικύρωση ισοδύναμων μετασχηματισμών που έκαναν στη ζυγαριά. Έτσι, δε χρειάστηκε να φτάσουν στην ισορροπία που αναπαριστά την εξίσωση $x = 200$, αφού κατάλαβαν προηγουμένως ποια θα είναι η τιμή του x.

Εικόνα 5: Οι μαθητές «ισορροπούν» τη ζυγαριά στη θέση $3x = 600$ και από εκεί καταλαβαίνουν ότι $x = 200$

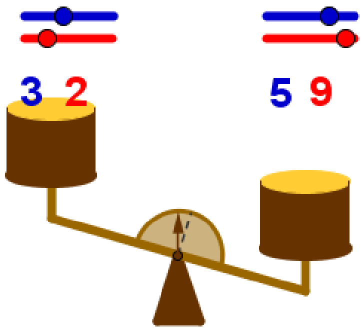


Ο τρόπος αντιμετώπισης του μικροπειράματος από τους μαθητές δείχνει ότι το μοντέλο αυτό ενισχύει τη χρήση της ισορροπίας σαν μια σχέση ισοδυναμίας μεταξύ των βαρών στις δύο πλατφόρμες και στο αντίστοιχο μοντέλο της εξίσωση σαν σχέση ισότητας των δύο μελών. Συνεπώς οποιοιδήποτε μετασχηματισμοί διατηρούν τη σχέση ισορροπίας-ισότητας είναι ισοδύναμοι. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα μικροπείραμα-διασκευή της ζυγαριάς που εφαρμόστηκε στο ίδιο σχολείο.

Το διασκευασμένο μικροπείραμα

Το επόμενο μικροπείραμα είναι διασκευή του αρχικού. Σχεδιάστηκε από τον ίδιο εκπαιδευτικό που εφάρμοσε το προηγούμενο μικροπείραμα και χρησιμοποιήθηκε από τους ίδιους μαθητές στο επόμενο μάθημα. Πρόκειται για το μοντέλο μιας ζυγαριάς που είναι φτιαγμένο και αυτό στο Geogebra. Όμως δε γνωρίζουν οι μαθητές αν η ζυγαριά λειτουργεί σωστά ή όχι. Στα δύο μέρη της ζυγαριάς υπάρχουν δύο δοχεία που δε φαίνεται το περιεχόμενό τους. Υπάρχουν επίσης κόκκινες μπίλιες που ζυγίζουν 20 γραμμάρια η κάθε μία και μπλε μπίλιες που το βάρος της κάθε μίας είναι άγνωστο. Τα δοχεία περιέχουν κόκκινες και μπλε μπίλιες, αλλά αυτές δε φαίνονται. Οι αριθμοί πάνω από κάθε δοχείο δείχνουν πόσες μπίλιες από κάθε χρώμα-είδος περιέχονται στο δοχείο. Το ερώτημα που τίθεται είναι αρχικά αν η ζυγαριά είναι χαλασμένη και στη συνέχεια αν μπορούν οι μαθητές να υπολογίσουν πόσο ζυγίζει η κάθε μπλε μπίλια (εικόνα 6).

Εικόνα 6: Το διασκευασμένο μικροπείραμα

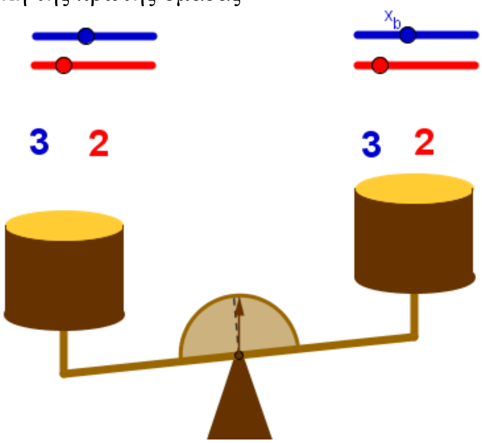


Οι μαθητές όπως και στο αρχικό μικροπείραμα μπορούν να μεταβάλουν τον κόκκινο και τον μπλε δρομέα πάνω από κάθε δοχείο. Σα συνέπεια αλλάζει ο αριθμός πάνω από κάθε δοχείο που σημαίνει ότι αλλάζει το πλήθος των αντίστοιχων μπιλιών μέσα σε κάθε δοχείο. Αυτό γίνεται με το χειρισμού του μεταβολέα του αντίστοιχου χρώματος.
Αυτό που αλλάζει στο διασκευασμένο μικροπείραμα είναι κυρίως οι αναπαραστάσεις που χρησιμοποιήθηκαν. Τα αντικείμενα που ζυγίζονται (οι μπίλιες) δε φαίνονται. Άρα η μεταβολή του πλήθους τους συμβολίζεται με την αύξηση ή τη μείωση του αντίστοιχου αριθμού κι όχι με την αύξηση του ίδιου του πλήθους των αντικειμένων στην οθόνη. Πρόκειται για μια περισσότερο αφηρημένη αναπαράσταση από την προηγούμενη, που προϋποθέτει ότι οι μαθητές μπορούν να φτάσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης για να χρησιμοποιήσουν τη ζυγαριά. Μια δεύτερη αλλαγή έχει να κάνει με την αρχή λειτουργίας της ζυγαριάς. Η ορθότητά της τίθεται σαν ερώτημα προς τους μαθητές. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορούν να βασιστούν στην ισορροπία τής για να αιτιολογήσουν την ισοδυναμία δύο μετασχηματισμών των βαρών, αλλά να σκεφτούν αντίστροφα, δηλαδή μέσω της ισοδυναμίας των μετασχηματισμών να ελέγξουν την ορθότητα της ζυγαριάς.

Η εφαρμογή του διασκευασμένου μικροπειράματος

Οι μαθητές και σε αυτή την περίπτωση δούλεψαν σε διμελείς ομάδες στο εργαστήριο υπολογιστών με τον ίδιο τρόπο. Θα επικεντρωθούμε στις απαντήσεις δύο ομάδων. Η πρώτη ομάδα μετέβαλε τα βάρη στα δοχεία ώστε να περιέχουν τον ίδιο αριθμό ανά είδος μπιλιών (3 μπλε και 2 κόκκινες). Αυτό που θα περίμεναν οι μαθητές της ομάδας ήταν ότι μια ζυγαριά που λειτουργεί σωστά θα ισορροπούσε και παρατήρησαν ότι η ζυγαριά δεν ισορροπεί (εικόνα 7). Άρα στη συνέχεια απάντησαν ότι η ζυγαριά ήταν χαλασμένη, αφού θα έπρεπε με αυτά τα βάρη να ισορροπεί.

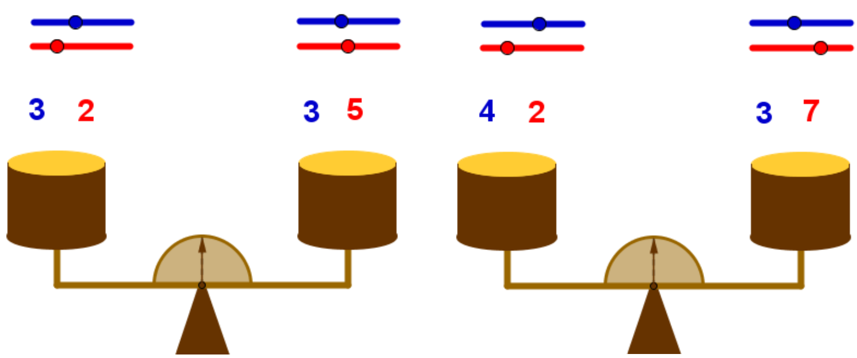
Εικόνα 7: Η στρατηγική της πρώτης ομάδας



Αυτό που φαίνεται να συμβαίνει εδώ είναι ότι οι μαθητές χρησιμοποιούν την αδιαμφισβήτητη ισότητα δύο ποσοτήτων ως ισοδυναμία (3 μπλε και 2 κόκκινες μπίλιες σε κάθε πλατφόρμα). Το μοντέλο, αν λειτουργεί σωστά, οφείλει να είναι συνεπές με την ισοδυναμία των ποσοτήτων, δηλαδή να ισορροπεί. Από τη στιγμή που δεν είναι (και εφόσον η ισοδυναμία ισχύει), άρα και η ζυγαριά δεν λειτουργεί σωστά. Αυτή η προσέγγιση μοιάζει να σχετίζεται και με την έννοια της αδύνατης εξίσωσης, καθώς πρόκειται για μια ισότητα που τελικά δεν ισχύει. Εντούτοις η έννοια της αδύνατης εξίσωσης είναι αρκετά διαφορετική και δεν ανταποκρίνεται στο παραπάνω μοντέλο. Αυτό γιατί η αδύνατη εξίσωση δεν έχει λύση, ενώ για τη «χαλασμένη ζυγαριά», το βάρος που ψάχνουμε έχει συγκεκριμένη τιμή την οποία μπορούμε να τη βρούμε.
Για να βρουν οι μαθητές το βάρος της κάθε μπλε μπίλιας δούλεψαν ως εξής. Ισορρόπησαν τη ζυγαριά με 3 μπλέ και 2 κόκκινες μπίλιες στο ένα μέρος, ενώ υπήρχαν 3 μπλε και 5 κόκκινες μπίλιες στο άλλο. Άρα έβγαλαν το συμπέρασμα ότι η ζυγαριά είναι χαλασμένη κατά 3 κόκκινες μπίλιες. Στη συνέχεια φτάνουν σε μια δεύτερη θέση ισορροπίας με 4 μπλε και 2 κόκκινες μπίλες στο ένα μέρος, ενώ έχουν 3 μπλε και 7 κόκκινες μπίλιες στο άλλο μέρος (εικόνα 8). Υποθέτοντας (χωρίς να το συνειδητοποιούν) ότι και στο νέο ζύγισμα η απόκλιση της ζυγαριάς είναι ίδια (3 κόκκινες) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι προσθήκες που έκαναν ώστε να φτάσουν στην δεύτερη θέση ισορροπίας είναι ισοδύναμες. Άρα η 1 μπλε μπίλια που προσέθεσαν στη μία μεριά είναι ισοδύναμη με τις 2 κόκκινες που προσέθεσαν στη δεύτερη μεριά. Άρα η 1 μπλε μπίλια ζυγίζει όσο δύο κόκκινες, άρα 40 γραμμάρια.
Πίσω από αυτή τη στρατηγική αναδεικνύονται δύο τουλάχιστον στοιχεία. Το ένα είναι η αντίληψη των μαθητών ότι εφόσον διατηρείται η ισορροπία, οι μετσχηματισμοί

(προσθήκες βαρών) που έγιναν είναι ισοδύναμες. Αυτό συμβαίνει αντίστοιχα και στη λύση της εξίσωσης. Ακριβώς επειδή η ζυγαριά είναι χαλασμένη, οι μαθητές δεν μπορούν να προσθαφαιρέσουν βάρη αφήνοντας στο ένα μέρος-μέλος μόνο το άγνωστο βάρος. Έτσι αναγκάζονται να κάνουν μετασχηματισμούς για να πετύχουν τη δεύτερη ισορροπία. Από τους μετασχηματισμούς αυτούς (που οφείλουν να είναι ισοδύναμοι) προκύπτει και η λύση της εξίσωσης. Από την άλλη μεριά οι μαθητές χρησιμοποιούν μια γραμμικότητα, που δεν είναι βέβαιο ότι πρέπει να ισχύει σε ένα πιο ρεαλιστικό μοντέλο ζυγαριάς. Το σφάλμα της ζυγαριάς δεν είναι απαραίτητο ότι είναι το ίδιο σε όλα τα ζυγίσματα. Μπορεί να εξαρτάται από άλλους παράγοντες όπως το βάρος που ζυγίζουμε ή από τη διαφορά των βαρών στα δύο μέρη. Οι μαθητές χρησιμοποιούν αυτή την ιδιότητα, μάλλον χωρίς να το καταλαβαίνουν. Αυτό το απλοποιημένο μοντέλο χαλασμένης ζυγαριάς ταιριάζει με την πεποίθησή τους για τη λειτουργία της ζυγαριάς.

Εικόνα 8: Δεύτερη ομάδα μαθητών βρίσκει το βάρος της μπλε μπίλιας



ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Το παράδειγμα που αναφέραμε σχετίζεται με την έννοια της εξίσωσης. Πρόκειται για μια κεντρική έννοια των προγραμμάτων σπουδών που είναι συνυφασμένη με τις διαφορετικές χρήσεις του ίσον (=) (Dickinson & Eade., 2004; Kieran, 1992; Sfard, 1991). Η συγκεκριμένη επαγγελματική κατάσταση για τον εκπαιδευτικό ήταν ‘η διδασκαλία της επίλυσης της εξίσωσης α΄ βαθμού’. Ο εκπαιδευτικός χρησιμοποίησε ως πηγή τα διαδραστικά βιβλία παίρνοντας ένα μικροπείραμα . Για να «φέρει πιο κοντά» το μικροπείραμα στις διδακτικές του αντιλήψεις το διασκεύασε. Μέσα από τη διασκευή του προκύπτει ένα νέο αντικείμενο για τους μαθητές. Ο εκπαιδευτικός δηλαδή έδρασε σα να ήταν μέρος της φυσιολογικής του πρακτικής να σχεδιάζει και παράγει ψηφιακό υλικό για τους εκάστοτε μαθητές του με βάση την προσωπική του παιδαγωγική. Με την έννοια αυτή ανέπτυξε μια αντίληψη για τις λειτουργικότητες και τις σχεδιαστικές του προθέσεις (affordances) που έδωσε στο μοντέλο της ζυγαριάς μοναδικό γι’ αυτόν νόημα στο οποίο π.χ. προτάσσεται η έννοια της επικύρωσης της ισότητας μέσω της παραδοχής της ισορροπίας. Αυτό στη γλώσσα του Rabardel λέγεται 'διαμόρφωση εργαλείου', 'instrumentation'. Η διασκευή του μοντέλου αποτέλεσε τη διαδικασία δημιουργίας ενός νέου 'εργαλείου' μέσα από τα συγκεκριμένα στοιχεία τα οποία άλλαξε στο ψηφιακό δόμημα. Το νέο 'εργαλείο' προέταξε την έννοια της ισοδυναμίας και της σταδιακής αποστασιοποίησης από την ανάγκη χρήσης αναπαραστάσεων συγκεκριμένων αντικειμένων για τη νοηματοδότησή της, 'instrumentalisation' κατά τον Rabardel επομένως. Μέσα από αυτά τα πλαίσια μπορούν να εξηγηθούν και οι σχεδιαστικές αποφάσεις που πήρε ο εκπαιδευτικός στην περίπτωση αυτή.

Οι αναπαραστάσεις (Representational Design), για παράδειγμα, που χρησιμοποιούνται στο δεύτερο μικροπείραμα είναι πιο αφηρημένες από το πρώτο. Αυτό δείχνει ότι ο εκπαιδευτικός πιστεύει ότι οι μαθητές του μπορούν να τις χειριστούν, αλλά και ότι έχει νόημα να μπορεί ένας μαθητής να χειριστεί πιο αφηρημένες αναπαραστάσεις ποσοτήτων (πληθικός αριθμός αντικειμένων αντί για τα ίδια τα αντικείμενα). Ένας μαθητής που έχει πειραματιστεί με το πρώτο μικροπείραμα έχει αντιστοιχίσει στην εσωτερική αναπαράσταση του αγνώστου, την εξωτερική αναπαράσταση του άγνωστου βάρους (Edwards, 1998; Vergnaud, 1998). Από την άλλη μεριά με το δεύτερο μικροπείραμα αντιστοιχεί στην εσωτερική αναπαράσταση του αγνώστου, το σύμβολο του αριθμού, που είναι εξωτερική αναπαράσταση. Ένας αριθμός σαν έννοια όμως έχει αρκετά πιο αφηρημένη εικόνα από το βάρος. Ωστόσο, αυτό το στοιχείο σχεδιασμού μπορεί να σχετίζεται με τους συγκεκριμένους μαθητές και όχι με την κλάση της επαγγελματικής κατάστασης που αναφερόμαστε. Έτσι, δεν ξέρουμε αν σε άλλο πλαίσιο ο εκπαιδευτικός θα ακολουθούσε αυτήν τη τακτική. Αν βλέπαμε πώς θα χειριζόταν ο εκπαιδευτικός την 'επίλυση εξίσωσης' με την ίδιες πηγές, σε άλλο μαθητικό περιεχόμενο θα μπορούσαμε, μέσα από τη μέθοδο της κειμενικής δημιουργίας να περιγράψουμε καλύτερα τις αντιλήψεις του εκπαιδευτικού.

Όσο αφορά των τεχνολογικό σχεδιασμό, ο εκπαιδευτικός δεν αλλάζει τη βασική λειτουργικότητα του μικροπειράματος. Χρησιμοποιεί ως βάση πάλι την αρχική κατασκευή στο Geogebra. Άρα η αρχή λειτουργίας της ζυγαριάς είναι ίδια, μόνο που η ζυγαριά είναι χαλασμένη. Έτσι υπάρχει πίσω από την αρχική και τη διασκευασμένη ζυγαριά ένας κοινός μηχανισμός. Συνεπώς οι μαθητές όταν δουλεύουν με το δεύτερο μικροπείραμα δε συναντούν πρώτη φορά αυτόν τον μηχανισμό. Γνωρίζουν ήδη ένα μοντέλο ζυγαριάς που λειτουργούσε σωστά άρα μπορούν να προχωρήσουν στον έλεγχο του χαλασμένου μοντέλου. Συνεπώς φαίνεται ότι ο εκπαιδευτικός έχει την τάση να διατηρεί τις βασικές λειτουργίες του μικροπειράματος, ώστε οι μαθητές να μην αντιμετωπίζουν κάτι να φαίνεται (τεχνικά) σα συνέχεια του προηγούμενου μικροπειράματος. Η επιλογή του μοντέλου της ζυγαριάς δείχνει ότι ο εκπαιδευτικός ενεπλάκη από προσωπικό ενδιαφέρον με την πολυπλοκότητα της έννοιας της ισότητας και της εξίσωσης (Παιδαγωγικός σχεδιασμός) ως αντικειμένο και όχι ως διαδικασία (Warren & Cooper, 2005). Στην αρχική εφαρμογή του μικροπειράματος του διαδραστικού βιβλίου παρατηρήσαμε ότι οι μαθητές το χρησιμοποίησαν με δικό τους τρόπο, προβάλλοντας τη χρήση της ισοδυναμίας των μετασχηματισμών στα δύο μέρη της

ζυγαριάς. Από αυτή τη χρήση των μαθητών φαίνεται ότι ο εκπαιδευτικός 'βρίσκει την ευκαιρία' να περάσει σε ένα δικό του μικροπείραμα (το διασκευασμένο) που πραγματικά χρειάζεται τη χρήση της ισοδυναμίας των μετασχηματισμών. Η «χαλασμένη ζυγαριά» αλλάζει το πλαίσιο του προβλήματος. Οι μαθητές πλεόν δεν μπορούν να χρησιμοποιήσουν τη ζυγαριά ως εργαλείο επικύρωσης της ισοδυναμίας των δύο μελών. Αντιθέτως, από την ισορροπία θα πρέπει να συμπεράνουν αν η ζυγαριά όφειλε να ισορροπεί. Στη συνέχεια από την διατήρηση της μη-ισορροπίας φτάνουν να συμπεράνουν την ισοδυναμία των μετασχηματισμών στα δύο μέλη. Αυτή η αντίδραση του εκπαιδευτικού πιστεύουμε ότι δείχνει τα εξής: Ο εκπαιδευτικός πιστεύει ότι οι μαθητές έχει νόημα να δουν την ισοδυναμία ως ένα χαρακτηριστικό πίσω από τη σωστή λειτουργία του μοντέλου (ζυγαριά) καθώς αντιστοιχεί στην πεποίθηση ότι η χρήση ισοδύναμων μετασχηματισμών στα δύο μέλη μιας εξίσωσης οφείλει να διατηρεί την ισότητα (Warren & Cooper, 2005). Αλλά ένα ακόμα πιο σαφές συμπέρασμα είναι ότι ο εκπαιδευτικός 'παίρνει' ανατροφοδότηση από τις ενέργειες των μαθητών και επανασχεδιάζει τις δραστηριότητες με τρόπο που πιστεύει ότι είναι μαθησιακά επικερδής για αυτούς.
Η συζήτηση μέχρι τώρα δείχνει πώς μέσα από τη διαδικασία διασκευής ο εκπαιδευτικός ενεπλάκη σε βάθος με τους τρόπους που οι μαθητές νοηματοδοτούν την ισότητα ως σχέση και ως δράση, ως ισοδυναμία αγκιστρωμένη στην παραδοχή της ισορροπίας του μοντέλου τη ζυγαριάς ή αποστασιοποιημένης από συγκεκριμένες αναπαραστάσεις, μοντέλα και παραδοχές. Ο προβληματισμός αυτός είναι στην τομή της παιδαγωγικής και μαθηματικής γνώσης, ενώ οι πτυχές που αφορούν στις αναπαραστάσεις και τη λειτουργικότητα του μοντέλου βρίσκονται αντίστοιχα στις τομές παιδαγωγικής και τεχνολογικής και τεχνολογικής και μαθηματικής γνώσης. Κατά τη διάρκεια της μελέτης αυτής δεν είχε ακόμα διαμορφωθεί πλαίσιο ένταξης της διαδικασίας αυτής σε κοινότητες πρακτικής. Η δυναμική όμως που πηγάζει από το νέο πρόγραμμα σπουδών και την επιμόρφωση Β επιπέδου είναι ενδιαφέρουσα για την υποστήριξη τέτοιων δράσεων μέσα σε κοινότητες πρακτικής στα πλαίσια επιμόρφωσης. Η σταδιακή συνάθροιση πολλών διασκευών που η κάθε μια αποτελεί αντικείμενο γύρω από το οποίο μπορούν αν συζητώνται πτυχές της νοηματοδότησης μαθηματικών εννοιών καθώς και διαδικασίες όπου αυτές χρησιμοποιούνται από τους μαθητές, είναι μια ενδιαφέρουσα προοπτική για το σταδιακό μετασχηματισμό του μοντέλου διδακτικής των μαθηματικών όπως το περιγράφει και ο Chevallard (2012).

ΣΥΝΟΨΗ

Οι σύγχρονες αντιλήψεις της ΔτΜ, αλλά και οι ανάγκες της Μαθηματικής εκπαίδευσης χρειάζονται εκπαιδευτικούς που να είναι αναστοχαζόμενοι επαγγελματίες και σχεδιαστές εκπαιδευτικού υλικού, συμμέτοχοι σε μια διαδικασία μετασχηματισμού του μοντέλου της μαθηματικής εκπαίδευσης. Στην προκείμενη περίπτωση της δραστηριότητας ενός εκπαιδευτικού, το 'Φωτόδεντρο' ή/και τα διαδραστικά βιβλία απετέλεσαν μια υποδομή που μπορεί να ενθαρρύνει τέτοιες πρακτικές εφ όσον μάλιστα συνάδουν με το νέο ΑΠΣ και εντάσσονται στο ΠΣ της επιμόρφωσης Β' επιπέδου. Ο εκπαιδευτικός που διασκευάζει ένα μικροπείραμα, ακόμα και αν δεν το συνειδητοποιεί ακολουθεί σχεδιαστικές αρχές και διαμορφώνει τις δικές του. Αυτές σχετίζονται με τις διδακτικές και επιστημολογικές αντιλήψεις του για τα Μαθηματικά. Όπως και στο παράδειγμα, η ανάλυση της διαδικασίας διασκευής μέσω του θεωρητικού πλαισίου της κειμενικής δημιουργίας μπορεί να μας διαφωτίζει σχετικά με το τι πιστεύει ένας εκπαιδευτικός για τη διδασκαλία συγκεκριμένου γνωστικού περιεχομένου με χρήση συγκεκριμένων πηγών . Με συστηματική παρατήρηση της διαδικασίας αυτής μπορεί να μελετηθεί και να υποστηριχθεί η εξέλιξη της επαγγελματικής του ανάπτυξης, αφού αυτή αντικατοπτρίζεται στις αντιλήψεις του και το πώς κι αυτές εξελίσσονται. Η θέση των διαδραστικών βιβλίων σε αυτή τη διαδικασία, δεν είναι να λειτουργήσουν απλά ως αποθετήριο μικροπειραμάτων, αλλά ως εφαλτήριο για τη δημιουργία πλειάδων από δομήματα, προσωπικά και εξελισσόμενα 'κείμενα' για τον κάθε εκπαιδευτικό. Τα δομήματα αυτά εκτός από εργαλεία μελέτης της επαγγελματικής ανάπτυξης του εκπαιδευτικού από τους ερευνητές, μπορούν να λειτουργήσουν και ως φορείς ιδεών και μέσα διαλόγου μέσα στην εκπαιδευτική κοινότητα. Η ύπαρξη CoP μπορεί να στρέψει ερευνητές και εκπαιδευτικούς προς την κατεύθυνση της συλλογικής κατασκευής κειμένων και συνεπώς σε συλλογικές αντιλήψεις εκπαιδευτικών, δηλαδή στην πραγματοποίηση και μελέτη της επαγγελματικής τους ανάπτυξης μέσα από τη συμμετοχή τους σε κοινότητες. Μέσα σε τέτοιες CoP οι εκπαιδευτικοί, αντί να λένε μόνο την άποψή τους θα μπορούν να διασκευάζουν μικροπειράματα, κατασκευάζοντας νέα δομήματα που παράλληλα θα λειτουργούν και ως αντικείμενα διαμεσολάβησης και διαλόγου (Kynigos & Kalogeria, 2012). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η περίπτωση του 'boundary crossing', δηλαδή της κατανόησης προσεγγίσεων και αντιλήψεων του άλλου, ιδίως όταν μιλάμε για συνεργασίες με εκπαιδευτικούς από άλλες κοινότητες π.χ. στα πλαίσια προσεγγίσεων STEM (διαθεματικών μεταξύ μαθηματικών, φυσικής, μηχανικής και πληροφορικής). Τότε ο σχεδιασμός των μικροπειραμάτων μπορεί να εμπλουτιστεί σε όλες τις παραμέτρους του, καθώς έρχονται νέες αντιλήψεις από ανθρώπους εκτός της αυστηρά μαθηματικής κοινότητας. Σε ένα τέτοιο διάλογο ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο έχουν συμμετέχοντες με διπλή ιδιότητα, (π.χ. σχεδιαστές λογισμικών και μαθηματικοί). Αυτό γιατί έχουν το ρόλο του 'broker' δηλαδή του ανθρώπου που μπορεί να υπάρξει μέσα σε δύο κοινότητες (π.χ. αυτή των σχεδιαστών λογισμικού και αυτή των εκπαιδευτικών στα μαθηματικά), μιλώντας τη γλώσσα και των δύο και μεταφέροντας ιδέες από τη μία στην άλλη. Είναι εκείνος που μπορεί να περάσει το σύνορο των δύο κοινοτήτων (Akkerman & Bakker, 2011), δηλαδή τις διαφορές σε αντιλήψεις, οπτικές και πρακτικές, ακόμα και διαφορές ορολογίας που οδηγούν σε ασυνέχεια διάδρασης μεταξύ τους. Όπως φάνηκε στο παράδειγμα ο εκπαιδευτικός σχεδίασε μετά από την ανατροφοδότηση που είχε από τις ενέργειες των μαθητών του. Αυτή η ανατροφοδότηση μπορεί να θεωρηθεί ως μια πηγή από την οπτική της κειμενικής δημιουργίας. Η μελέτη του 'τι συμβαίνει' όταν οι πηγές αυτές γίνονται πολυπλοκότερες, όπως στην περίπτωση των CoPs και του boundary crossing, χρειάζεται περισσότερα δεδομένα, συστηματική παρατήρηση και δεν μπορεί να προδιαγραφεί από αυτό το παράδειγμα. Η συνέχεια της έρευνας προς αυτή την κατεύθυνση έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Akkerman, S., & Bakker, A. (2011). Boundary crossing and boundary objects. Review of Educational Research, 81(2), 132-169.

Dickinson, P., & Eade., F. (2004). Using the number line to investigate the solving of linear equations. For the Learning of Mathematics, 24(2), 41-47.

DiSessa, A. and Cobb, B. (2004) Ontological Innovation and the Role of Theory in Design Experiments, The Journal of the Learning Sciences, Vol. 13, No. 1, Design-Based Research: Clarifying the Terms. Introduction to the Learning Sciences Methodology Strand (2004), pp. 77-103, Taylor & Francis, Ltd.

Drijvers, P. (2012). Teachers transforming resources into rochestrations. Στο G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Επιμ.), From text to "lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development (σσ. 265-281). New York/Berlin: Springer.

Drijvers, P., Tacoma, S., Besamusca, A., Heuvel, C. v., Doorman, M., & Boon, P. (2014). Digital Technology and Mid-Adopting Teachers' Professional Development: A Case Study. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, & N. Sinclair (Eds.), The Mathematics Teacher in the Digital Era. Dordrecht: Springer.

Edwards, L. D. (1998). Embodying mathematics and science: Microworlds as representations. In Journal of Mathematical Behavior, 17(1), 53-78.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? Educational Studies in Mathematics, 71(3), 199-218.

Guin, D., & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. The International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6(2), 143-165.

Haspekian, M. (2006). Evolution des usages du tableur. In Rapport intermédiaire de l'ACI-EF Genèses d'usages professionnels des technologies chez les enseignants. Ανάκτηση από http://gupten.free.fr/ftp/GUPTEn-RapportIntermediaire.pdf.

Hill, B M., & Monroy-Hernández, A. (2013). The remixing dilemma: the trade-off between generativity and originality. *American Behavioral Scientist*, 57-5, Pp. 643—663. (Press: Wired UK,)

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Kynigos, C. & Psycharis, G. (2013). Designing for instrumentalisation: Constructionist perspectives on instrumental theory. International Journal for Technology in Mathematics Education. Special Issue on Activity theoretical approaches to mathematics classroom practices with the use of technology, v.20 (1), 15-20.

Kynigos C. Daskolia M, Smyrnaiou Z. (2013). Empowering Teachers in Challenging times for Science and Environmental Education: Uses for scenarios and microworlds as boundary objects. Contemporary Issues in Education KE65011012,3 (1).

Kynigos, C. (2012). Constructionism: theory of learning or theory of design? Proceedings of the 12th International Congress on Mathematics Education. Seoul, S. Korea.

Kynigos, C. (2014) Book Review: The Mathematics Teacher in the Digital Era, DOI: 10.1007/s10758-014-9219-3. Journal of Technology, Knowledge and Learning, Springer, Dordrecht.

Kynigos, C., & Kalogeria, E. (2012). Boundary crossing through in-service online mathematics teacher education: the case of scenarios and half-baked microworlds. ZDM Mathematics Education, 44, 733-745.

Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge:A framework for integrating technology in teacher knowledge. Teacher College Record, 108(6), 1017-1054.

Rabardel, P., & Bourmaud, G. (2003). From computer to instrument system: A developmental perspective. (P. Rabardel, & Y. Waern, Επιμ.) Special Issue "From Computer Artifact to Mediated Activity", Part 1: Organosational Issues, Interacting With Computers, 15(5), 665-691.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. Educational Studies in Mathematics, 2, 1-36.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher , 15 (2), 4-14.

Star, S., & Griesemer, J. (1989). Institutional Ecology, 'Translations' and Boundary Objects: Amateurs and Professionals in Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907-39". Social Studies of Science. Social Studies of Science, 19(3), 387-420.

Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students’ command process through instrumental orchestrations. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9, 281–307.

Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. Journal of Mathematical Behaviour, 17(2), 167-181.

Warren, E., & Cooper, T. J. (2005). Young Children’s Ability to Use the balance Strategy to Solve for Unknown. Mathematical Education Research Journal, 17(1), 58-72.

Βλάμος, Π., Δρούτσας, Π., Πρέσβης, Γ., & Ρεκούμης, Κ. (2006). Μαθηματικά Β' Γυμνασίου. Αθήνα: ΟΕΔΒ.

Κυνηγός, Χ. (2014) Το Ψηφιακό Σχολείο ως όχημα για τον πειραματισμό και το μαστόρεμα στα μαθηματικά, Πρακτικά 5ου Συνερδίου Ένωσης ερευνητιών διδακτικής των Μαθηματικών (ΕνΕΔιΜ), Τα Μαθηματικά στο Σχολείο και στην Καθημερινή ζωή, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Χ. Λεμονίδης, κ. Νικολαντωνάκης (επ.).

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑ
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΙΓΑΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
Τ.Ε.Π.Α.Ε.Σ., Π.Τ.Δ.Ε.

ΚΕΚ Ν. ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΓΕΝΝΗΜΑΤΑΣ

ΒΕΒΑΙΩΣΗ

Βεβαιώνεται ότι ......ο......Διαμαντίδης......Δημήτρης..

πραγματοποίησε εισήγηση με τίτλο «Οι αρχές του σχεδιασμού των μικροεφαρμογών των διαδραστικών...

...βιβλίων και ο ρόλος τους ως εφαλτήριο για την δημιουργία διηγημάτων........................

και παρακολούθησε τις εργασίες του 1ου Πανελλήνιου Συνεδρίου με Διεθνή Συμμετοχή

με θέμα: **«Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Υλικού στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες».**

που πραγματοποιήθηκε στη Ρόδο την Παρασκευή 17 και το Σάββατο 18 Οκτωβρίου 2014.

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή
Αναπ. Καθηγήτρια, Τ.Ε.Π.Α.Ε.Σ. Πανεπιστημίου Αιγαίου

Μιχάλης Σκουμιός
Επίκ. Καθηγητής, Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Αιγαίου