Метод Адамса

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

Ме́тод А́дамса — конечноразностный многошаговый метод численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. В отличие от метода Рунге-Кутты использует для вычисления очередного значения искомого решения не одно, а несколько значений, которые уже вычислены в предыдущих точках.

Назван по имени предложившего его в 1855 году английского астронома Джона К. Адамса.

Содержание

Определение

Пусть дана система дифференциальных уравнений первого порядка

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0,$$

для которой надо найти решение на сетке с постоянным шагом $x_n - x_0 = nh$. Расчётные формулы метода Адамса для решения этой системы имеют вид:[1]

а) экстраполяционные — метод Адамса-Башфорта

$$y_{n+1} = y_n + h\sum_{\lambda=0}^{k} u_{-\lambda} f(x_{n-\lambda}, y_{n-\lambda}),$$

б) интерполяционные или неявные — метод Адамса-Мультона

$$y_{n+1} = y_n + h\sum_{\lambda=-1}^{k-1} v_{-\lambda} f(x_{n-\lambda}, y_{n-\lambda}),$$

где $u_{-\lambda}, v_{-\lambda}$ — некоторые вычисляемые постоянные.

При одном и том же k формула б) точнее[2], но требует решения нелинейной системы уравнений для нахождения значения y_{n+1}. На практике находят приближение из а), а затем приводят одно или несколько уточнений по формуле

$$y_{n+1}^{(i+1)} = y_n + h\sum_{\lambda=0}^{k-1} v_{-\lambda} f(x_{n-\lambda}, y_{n-\lambda}) + hv_1 f(x_{n+1}, y_{n+1}^{(i)}).$$

Свойства

Методы Адамса k-го порядка требуют предварительного вычисления решения в k начальных точках. Для вычисления начальных значений обычно используют одношаговые методы, например, 4-стадийный метод Рунге — Кутты 4-го порядка точности.

Локальная погрешность методов Адамса k-го порядка — $O(h^k)$. Структура погрешности метода Адамса такова, что погрешность остаётся ограниченной или растёт очень медленно в случае асимптотически устойчивых решений уравнения. Это позволяет использовать этот метод для отыскания устойчивых периодических решений, в частности, для расчёта движения небесных тел.

Методы Адамса — Мультона

Неявные методы Адамса — Мультона[3]

$$y_n = y_{n-1} + hf(t_n, y_n),\ \text{(неявный метод Эйлера)}$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}h\left(f(t_{n+1}, y_{n+1}) + f(t_n, y_n)\right),$$

$$y_{n+2} = y_{n+1} + h\left(\frac{5}{12}f(t_{n+2}, y_{n+2}) + \frac{2}{3}f(t_{n+1}, y_{n+1}) - \frac{1}{12}f(t_n, y_n)\right),$$

$$y_{n+3} = y_{n+2} + h\left(\frac{3}{8}f(t_{n+3}, y_{n+3}) + \frac{19}{24}f(t_{n+2}, y_{n+2}) - \frac{5}{24}f(t_{n+1}, y_{n+1}) + \frac{1}{24}f(t_n, y_n)\right),$$

$$y_{n+4} = y_{n+3} + h\left(\frac{251}{720}f(t_{n+4}, y_{n+4}) + \frac{646}{720}f(t_{n+3}, y_{n+3}) - \frac{264}{720}f(t_{n+2}, y_{n+2}) + \frac{106}{720}f(t_{n+1}, y_{n+1}) - \frac{19}{720}f(t_n, y_n)\right).$$

Примечания

1. Математический энциклопедический словарь (https://archive.org/details/libgen_00008537). — М.: «Сов. энциклопедия », 1988. — С. 43 (https://archive.org/details/libgen_00008537/page/n41).
2. Интерполяция точнее экстраполяции.
3. **Ошибка в сносках?: Неверный тег `<ref>`; для сносок `Hairer` не указан текст**

Библиография

- Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, т. 2, М., 1959.
- Бахвалов Н. С., Численные методы, 2 изд. М. 1975.