

# 1 Полином, Ньютона

## 1.1 Что такое полином Ньютона?

Полином Ньютона — это способ найти полином, который проходит через заданные точки. То есть, у нас есть несколько точек на графике, и нам нужно найти формулу, которая описывает линию, проходящую через эти точки. Для этого используются разделённые разности — это способ вычисления коэффициентов для полинома.

Вот основные формулы и шаги для построения полинома Ньютона, которые подойдут для конспекта:

### 1.1.1 Полином Ньютона

Полином Ньютона для набора точек  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  записывается в виде:

$$P_n(x) = f(x_0) + \sum_{i=1}^n f[x_0, x_1, \dots, x_i] \cdot \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

Где  $f[x_0, x_1, \dots, x_i]$  — разделённые разности, которые вычисляются рекурсивно.

### 1.1.2 Разделённые разности

Для вычисления разделённых разностей используется следующая рекурсивная формула:

$$\begin{aligned} f[x_i] &= y_i \\ f[x_i, x_{i+1}] &= \frac{f[x_{i+1}] - f[x_i]}{x_{i+1} - x_i} \\ f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] &= \frac{f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, \dots, x_{i+k-1}]}{x_{i+k} - x_i} \end{aligned}$$

### 1.1.3 Алгоритм вычисления полинома Ньютона

1. Задать точки  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . 2. Вычислить разделённые разности по рекурсивной формуле. 3. Построить полином Ньютона, используя формулу:

$$P_n(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots$$

#### 1.1.4 Пример для трёх точек

Если заданы три точки  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ , полином второго порядка будет:

$$P_2(x) = y_0 + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1)$$

Где:

$$f[x_0, x_1] = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \quad f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$$

Это основные формулы и шаги для понимания метода Ньютона для интерполяции.

1. Первый
2. Второй
3. Третий