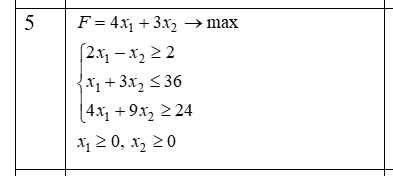
**Лабораторна робота №3**

**Симплексний метод розв'язування задачі лінійного програмування**

Мета: набуття теоретичних знань та практичних навичок знаходження оптимального розв'язку задач лінійного програмування симплексним методом.

**Завдання**

Розв'язати задачу лінійного програмування, згідно варіанту, симплексним методом, використовуючи, при необхідності, штучний базис.



**Короткі теоретичні відомості**

Симплексний метод являється ітераційним. Ітераційний процес завершується або при отриманні оптимального розв’язку ЗЛП, або при з'ясуванні, що його не існує.

З властивостей розв’язків ЗЛП відомо, що якщо існує оптимальний розв’язок задачі, то він знаходиться в одній із вершин її багатогранника розв’язків. Кожній такій вершині відповідає опорний розв’язок. Кожен опорний розв’язок визначається системою  лінійно-незалеж­них векторів, що знаходяться серед векторів  Для відшукання оптимального розв’язку достатньо досліджувати лише опорні розв’язки. Кількість опорних розв’язків може дорівнювати . При великих значеннях  і  аналіз всіх опорних розв’язків потребує багато часу та ресурсів.

***Алгоритм розв’язування задачі лінійного програмування*** *симплексним методом*

Симплекс-алгоритм розв’язування ЗЛП складається з наступних кроків [3]:

*Перший крок.*Визначаємо початковий опорний розв’язок задачі лінійного програмування.

*Другий крок.* Будуємо симплексну таблицю.

*Третій крок.* Виконуємо перевірку опорного розв’язку на оптимальність за допомогою оцінок . Якщо всі оцінки задовольняють умову оптимальності, то визначений опорний розв’язок є оптимальним розв’язком задачі. Якщо хоча б одна з оцінок не задовольняє умову оптимальності, то переходимо до нового опорного розв’язку, або встановлюємо, що оптимального розв’язку задачі не існує.

*Четвертий крок.* Перехід до нового опорного розв’язку задачі здійснюємо за допомогою визначення розв’язуючого елемента та розрахунку нової симп­лексної таблиці.

*П’ятий крок.* Повторюємо дії починаючи з кроку 3.

Розглянемо докладніше кожний крок алгоритму.

*Перший крок.* Визначення першого опорного розв’язку:

1. записуємо ЗЛП в канонічній формі;
2. записуємо ЗЛП в векторній формі;
3. визначаємося с першим опорним розв’язком задачі.

За визначенням опорного розв’язку ЗЛП його утворюють  одиничних лінійно-незалежних векторів, які становлять базис -вимірного простору (де  – кількість обмежень у ЗЛП).

На цьому кроці розв’язування задачі можливі такі випадки:

1. Після запису задачі у векторній формі в системі обмежень є необхідна кількість одиничних лінійно-незалежних векторів.

Визначені одиничні лінійно-незалежні вектори, які утворюють базис, і змінні задачі, що відповідають їм, називаються базисними. Всі інші змінні називаються вільними. Вільні змінні прирівнюємо до нуля та з кожного обмеження задачі визначаємо значення базисних змінних. Так отримуємо початковий опорний розв’язок задачі лінійного програмування, який співпадає з вектором *В*.

1. Після запису задачі у векторній формі в системі обмежень немає необхідної кількості одиничних лінійно-незалежних векторів. Тоді для побудови першого опорного розв’язку застосовуємо метод штучного базису, який розглянемо пізніше.

*Другий крок.* Побудова симплексної таблиці:

1) у першому стовпчику – «і» – таблиці визначаємо кількість  базисних змінних.

2) у другому стовпчику таблиці – «Базис» – записуємо вектори , що знаходяться біля базисних змінних в системі обмежень ЗЛП у векторній формі, *в тій послідовності, в якій вони розміщуються в системі обмежень задачі.*

3) у третьому стовпчику симплексної таблиці – «» – записуємо коефіцієнти при базисних змінних у цільовій функції задачі.

4) четвертий стовпчик таблиці – «Опорний план *В*» – містить опорний розв’язок ЗЛП.

5) у решту стовпчиків симплексної таблиці, кількість яких відповідає кількості змінних задачі, записуємо координати векторів**** даної задачі.

Подальший обчислювальний процес та перевірку опорного розв’язку на оптимальність будемо подавати у вигляді симплексної таблиці.

*Третій крок.* Перевірка опорного розв’язку на оптимальність згідно з наве­деною далі теоремою.

***Теорема*** *(ознака оптимальності опорного розв’язку ЗЛП)*

Опорний розв’язок ЗЛП  є оптимальним, якщо для всіх  виконується умова

 (для задачі на ),

або

 (для задачі на ).

Значення оцінок визначаються із симплексної таблиці як скалярний добуток векторів стовпчиків «» та «» мінус відповідний коефіцієнт «» із цільової функції.

Розраховані оцінки записуються в окремий рядок симплексної таблиці, який називається оцінковим (розв’язувальним) і позначається «».

*Четвертий крок. Перехід до наступного опорного розв’язку ЗЛП.*

*Перехід від одного опорного розв’язку до іншого виконується заміною базису, тобто виключенням з нього деякої змінної та введенням замість неї нової з числа вільних змінних задачі. Змінна, яка включається до нового базису, відповідає тій оцінці , що не задовольняє умову оптимальності. Якщо таких оцінок декілька, серед них вибирається найбільша за абсолютною величиною і відповідна їй змінна вводиться до базису. Припустимо, що індекс зазначеної змінної*. *Стовпчик симплексної таблиці з найбільшим порушенням  називається направляючим (розв’язуючим).*

*Для визначення змінної, що має бути виключена з базису, знаходимо для всіх додатних  направляючого стовпчика величину і записуємо її в останній стовпчик симплексної таблиці. Далі вибираємо найменше значення *, *яке вказує на змінну що виво­диться з базису. Припустимо, що це виконується для . Відповід­ний рядок симплексної таблиці називається* направляючим *(розв’язуючим).* На п*еретині розв’язуючого стовпчика та розв’язуючого рядка знаходиться число симплексної таблиці , яке називається* роз­в'язуючим елементом. *За допомогою елемента  і методу Жордано-Гаусса розраховується нова симплексна таблиця.*

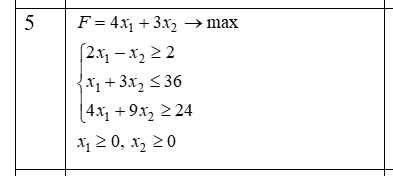
*П’ятий крок. Ітераційний процес повторюємо доти, доки не буде виз­начено оптимальний розв’язок задачі, або встановлено, що його не існує.*

*При застосуванні симплексного методу для розв’язування ЗЛП можливі такі випадки:*

*1) Якщо в оцінковому рядку останньої симплексної таблиці оцінка  відповідає вільній (небазисній) змінній, то це означає, що ЗЛП має альтернативний оптимальний розв’язок. Отримати його можна, вибравши розв’язуючий елемент у зазначеному стовпчику таблиці та здійснивши один крок симплекс-методу.*

*2) Якщо при переході у симплекс-методі від одного опорного розв’язку задачі до іншого в направляючому стовпчику немає додат­них елементів , тобто неможливо вибрати змінну, яка має бути виведена з базису, то це означає, що цільова функція ЗЛП є необ­меженою в даній області й оптимальних розв’язків не існує.*

**Хід роботи**



**Висновок:** під час виконання лабораторної роботи, я набув теоретичних знань та практичних навичок знаходження оптимального розв'язку задач лінійного програмування симплексним методом.