**Лабораторна робота №8**

**Задача про заміну обладнання**

Мета: набуття теоретичних знань та практичних навичок побудови математичних моделей та знаходження оптимального розв'язку задач про заміну обладнання.

**Завдання**

Обладнання експлуатується протягом років, а потім продається. На початку кожного року експлуатації можна прийняти одне з двох рішень: (зберегти обладнання), або (замінити обладнання новим).

Відомі:

– вартість нового обладнання, що включає витрати, пов'язані з установкою, наладкою, запуском обладнання, і не змінюється в даному плановому періоді (ум. од.);

– вартість експлуатації обладнання віку протягом року

– ліквідна вартість (вартість продажу) обладнання віку (ум.од.).

Необхідно визначити оптимальну стратегію експлуатації обладнання, щоб сумарні витрати на експлуатацію обладнання з урахуванням початкової покупки і кінцевого продажу були мінімальні.

Передбачається, що до початку планового періоду обладнання є новим.



**Короткі теоретичні відомості**

*Схема розв’язування задачі про* *заміну обладнання*

Примінимо до сформульованої задачі схему динамічного програмування.

Під -им кроком будемо розуміти -ий рік запланованого періоду. Маємо кроків.

Під станом будемо розуміти вік обладнання на кінці -го кроку або на початку -го кроку. Звідси випливає, що на -му кроці стан може набувати наступних значень: 0,1, 2, …, ; .

В якості управління на -му кроці виступають рішення про збереження або заміну обладнання.

Рівняння стану для даної задачі має вигляд:

Тобто рівняння стану залежить від управління. І якщо до -го кроку вік обладнання , то при збереженні обладнання через рік вік обладнання збільшиться на 1. При заміні обладнання на початку -го кроку вік обладнання буде дорівнює 0, а через рік – буде дорівнює 1.

Показник ефективності -го кроку:

Якщо на -му кроці вибирається управління , то цільова функція цього кроку буде дорівнює лише витратам на експлуатацію обладнання віку , тобто . При показник ефективності -го кроку складається з вартості продажу обладнання віку (), вартості покупки нового обладнання () і вартості експлуатації нового обладнання віку 0 (), тобто . У задачі витрати позначаються позитивними числами, а прибуток – негативними.

Запишемо співвідношеннях Беллмана (4) і (7) для визначення умовних оптимумів, замінивши максимізацію на мінімізацію, і використовуючи цільову функцію задачі про заміну обладнання.

Виходячи з (4), умовний оптимум показника ефективності останнього кроку з урахуванням того, що до початку цього кроку обладнання має вік років, а в кінці кроку розпродається обладнання віку років, дорівнює:

(10)

Виходячи з (7), умовні оптимальні витрати на експлуатацію обладнання, починаючи з -го кроку до кінця, з урахуванням того, що до початку цього кроку обладнання має вік років, рівні:

(11)

Умовний мінімум цільової функції за кроків дорівнює: .

Виконуючи безумовну оптимізацію знаходимо оптимальний розв’язок

**Хід роботи**

Використаємо схему динамічного програмування.

Під -им кроком будемо розуміти -й рік запланованого періоду. Маємо 4 кроки.

Під станом будемо розуміти вік обладнання на кінці -го кроку або на початку -го кроку. Звідси випливає, що на -му кроці стан може набувати наступних значень: 0,1, 2, …, ; .

В якості управління на -му кроці виступають рішення про збереження або заміну обладнання.

Рівняння стану для даної задачі має вигляд:

Тобто рівняння стану залежить від управління. І якщо до -го кроку вік обладнання , то при збереженні обладнання через рік вік обладнання збільшиться на 1. При заміні обладнання на початку -го кроку вік обладнання буде дорівнює 0, а через рік – буде дорівнює 1.

Показник ефективності -го кроку:

Якщо на -му кроці вибирається управління , то цільова функція цього кроку буде дорівнює лише витратам на експлуатацію обладнання віку , тобто . При показник ефективності -го кроку складається з вартості продажу обладнання віку (), вартості покупки нового обладнання () і вартості експлуатації нового обладнання віку 0 (), тобто . У задачі витрати позначаються позитивними числами, а прибуток – негативними.

Запишемо співвідношеннях Беллмана (10) і (11) для визначення умовних оптимумів.

Умовний оптимум показника ефективності останнього кроку з урахуванням того, що до початку цього кроку обладнання має вік років, а в кінці кроку розпродається обладнання віку років, дорівнює:

Умовні оптимальні витрати на експлуатацію обладнання, починаючи з -го кроку до кінця з урахуванням, що до початку цього кроку обладнання має вік років, згідно (11) рівні:

Умовний мінімум цільової функції за 4 кроки дорівнює: .

Розрахунок

Етап 4:

Розв’язування починаємо з останнього 5-го етапу. Так як на початку періоду експлуатації обладнання було новим, то до початку четвертого етапу вік обладнання може приймати значення 1, 2, 3.

Таблиця 1 Етап 4 розв’язування задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **Оптимальний розв’язок** | |
|  |  |  |  |
| 1 | -1 | 462 | -1 |  |
| 2 | 923.5 | 1387 | 923.5 |  |
| 3 | 1616.75 | 1849.5 | 1616.75 |  |

Етап 3

До початку третього етапу вік обладнання може приймати значення 1 або 2.

Таблиця 2 Етап 3 розв’язування задачі

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | **Оптимальний розв’язок** | |
|  |  |  |  |
| 1 | 1847.5 | 2311 | 1847.5 |  |
| 2 | 3002.75 | 3236 | 3002.75 |  |

Етап 2:

До початку другого етапу вік обладнання може приймати значення тільки одне значення 1

Таблиця 3 Етап 2 розв’язування задачі

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | | **Оптимальний розв’язок** | |
|  |  | |  |  |
| 1 | 3926.75 | 464.5 | 464.5 | |  |

На першому етапі купили нове обладнання, тому . На другому етапі з таблиці . В кінці другого етапу вік обладнання буде 2 роки і з таблиці етапу 3 для. В кінці третього етапу вік обладнання буде 3 роки і з таблиці етапу 4 для . Таким чином, оптимальне управління в задачі дорівнює:

**Висновок:** під час виконання лабораторної роботи, я набув теоретичних знань та практичних навичок побудови математичних моделей та знаходження оптимального розв'язку задач про заміну обладнання.