DIMA OANA-TEODORA 341

EXAMEN CALCULABILITATE ȘI COMPLEXITATE

5. februarie. 2022

I CALCULABILITATE

① (a)
```
P;
WHILE xi≠0 DO P END;
```

(b)
```
IF xi=0 DO
      xi := xi+0
ELSE DO
      DO P UNTIL xi=0 END;
END;
```

II COMPLEXITATE

⑥ $\forall x\ \forall y\ \exists z\ \forall w$

$$(\neg x \underset{OR}{\lor} \neg y \underset{OR}{\lor} z) \underset{AND}{\land} (\neg z \underset{OR}{\lor} x) \underset{AND}{\land} (\neg z \underset{OR}{\lor} y) \land (\neg z \underset{OR}{\lor} w)$$

~~(!x || !y || z) && (!z || x) && (!z || y) && (!z || w)~~

$z \in \{0,1\}$

Trebuie să arăt că $\nexists z \in \{0,1\}$ a.î. propoziția să fie F

Cazul 1: $z=0 \Rightarrow (\neg x \lor \neg y) \land 1 \land 1 \land 1 \land 1$

Aleg $\left.\begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \land 1 \land 1 \land 1 \land 1 \to 0$

~~Cazul~~

Cazul 2: $z = 1 \Rightarrow 1 \wedge x \wedge y \wedge v$

Alig $x = 0 \Rightarrow 1 \wedge 0 \wedge y \wedge v \Rightarrow 0$

Alig $y = 0 \Rightarrow 1 \wedge x \wedge 0 \wedge v \Rightarrow 0$

Alig $v = 0 \Rightarrow 1 \wedge x \wedge y \wedge 0 \Rightarrow 0$

~~...~~ $\exists$ valori pt x, y, v, z aî propoziția este F.

Deci propoziția nu este TQBF

---

(4) ~~...~~ Desen pag următoare.

(a) Pe G_1 aplic 2COLORING. Rezultatul este cel dorit

$\Rightarrow$ deci nr minim $n_1 = 2$.

(b) În G_1 A și Q nu sunt adiacente, dar în G_2 sunt unite de muchia AQ deci nu mai pot avea aceeași culoare ca în colorarea de la (a). Se poate observa și că între acestea se formează un ciclu de lungime impară marcat pe desen. Deci numărul minim n_2 trebuie să fie ≥ 3 $(n_2 = 3)$

---

(5) Știm că $\left.\begin{array}{l} SAT \leq_p 3SAT \\ 3SAT \leq_p 3COLORING \end{array}\right\} \Rightarrow SAT \leq_p 3COLORING$

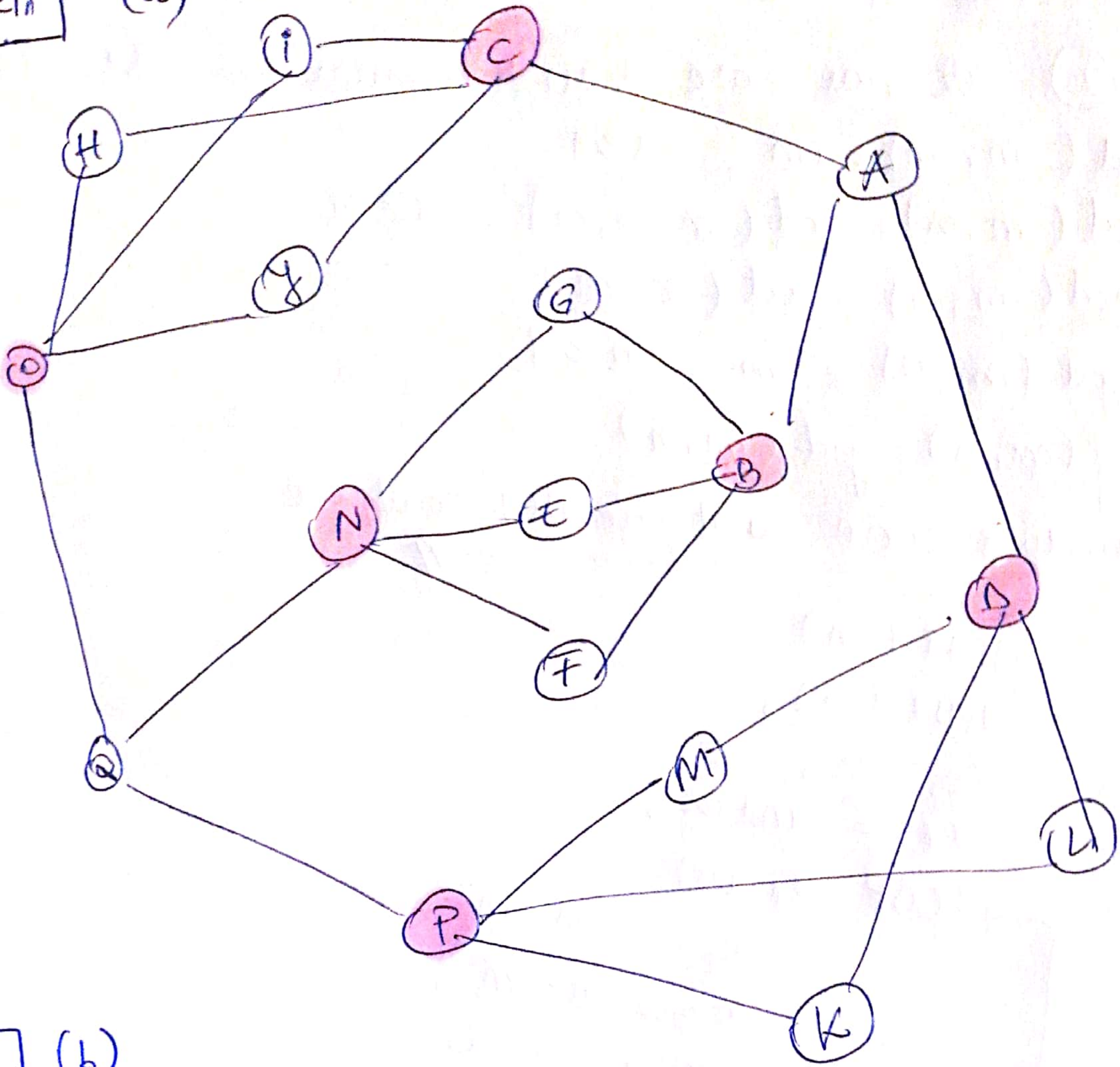
Reducem problem astfel la evaluarea unei propoziții ca fiind satisfiabilă sau nu. De asemenea ne va ajuta în rezolvarea TAUTOLOGY.

Știm că o formulă este tautologie dacă și numai dacă negarea ei nu este satisfiabilă.

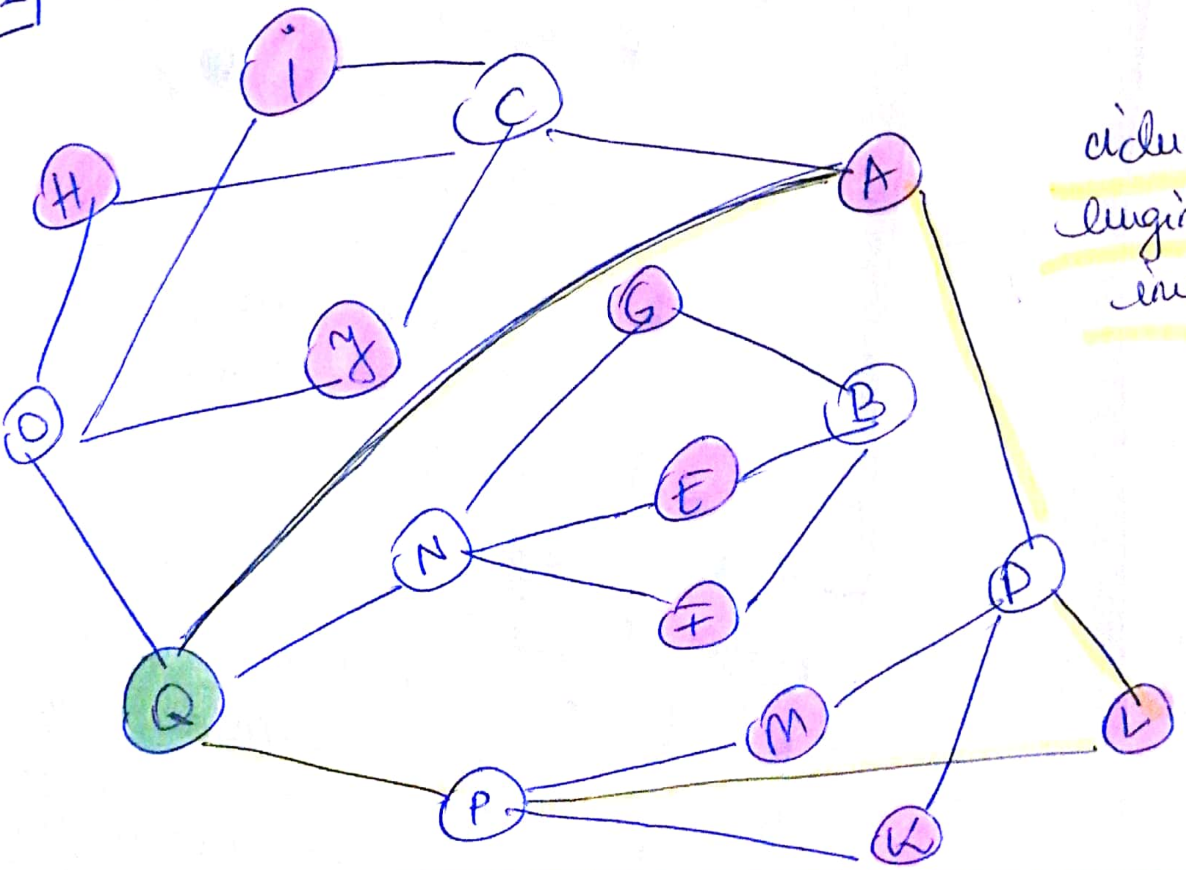
Negăm propoziția și folosim mașina $\Rightarrow$ transformare în timp polinomial $\Rightarrow$ concluzia.

2/5

$\boxed{G_1}$ (a)



$\boxed{G_2}$ (b)



ciclu de lungime impară

I CALCULABILITATE

(2) Cel mai mare divizor comun al nr. ~~[illegible]~~

$gcd(m,m) = m, \quad m \geq 1$

$gcd(m,n) = gcd(m-n, n), \quad m > n$

$gcd(m,n) = gcd(n,m)$

$gcd(m,0) = m, \quad m \geq 1$

$f(m,n) = gcd(m,n)$

Funcțiile LOOP sunt primitiv recursive //

```
INPUT (m);
INPUT (n);
x0 := 0;
x1 := m+n;
LOOP x1 DO
      x2 := m-n;
      x3 := n-m;
      IF x2=0 DO
         IF x3=0 DO                    Sec 1
            x0 := m;
         ELSE DO
            x4 := m;                   Sec2
            m = n;
            n = x4;
         END;
      END                              Sec 3
      IF x0=0 DO
         IF n=0 DO                     Sec 4
            x0 := m;
         ELSE DO m = m-x0;             Sec 5
         END
```

4/5

END;

Sec 1:

$gcd(m,n) = gcd(n,m)$.

Sec 2:

interschimbarea valorilor pt $m<n$

Sec 3:

cazul în care nu s-a găsit gcd-ul

Sec 4:

$Gcd(m,n) = $ ~~gcd~~, $gcd(m,0) = m$

Sec 5: $gcd(m,n) = gcd(m-n,n)$