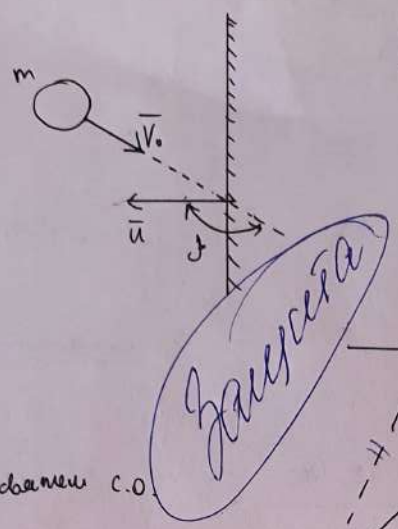
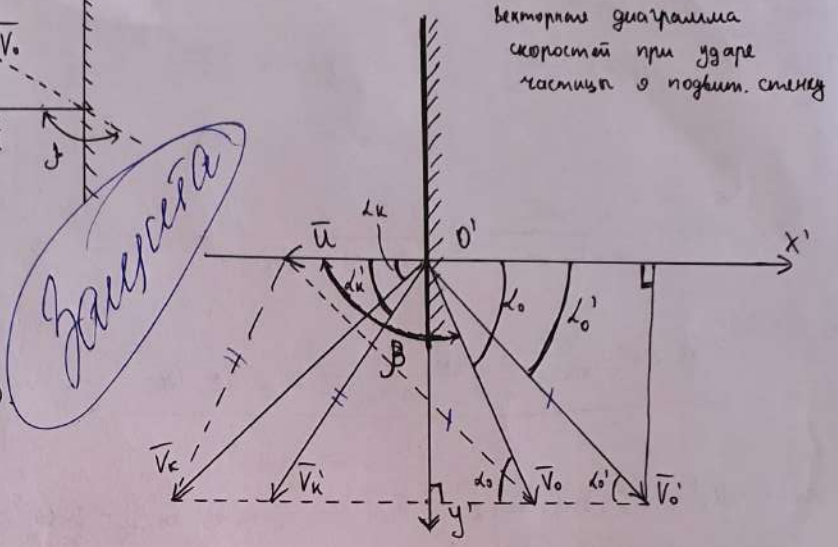
Пермяков Дмитрий ИУ5-23Б
Физика. Задача 1-2. 11 вариант

Дано:
АУУ.
$m = 10^{-3}$ кг
$V_0 = 6$ м/с
$u = 2$ м/с
$\beta = \frac{2 \cdot 180^\circ}{3} = 120^\circ$
$\Delta t = 10^{-5}$ с

Найти:
$V_к$ - ? ΔV - ? $\Delta \vec{p}$ - ?
$\alpha_к$ - ? ΔE - ? F - ?



Вектор. диаграмма скоростей при ударе частицы о подвиж. стенку



Решение:

С движущейся стенкой свяжем С.О. $x'O'y'$.

$\vec{V}_0 = \vec{u} + \vec{V}_0'$ (1.29)

$\vec{V}_к = \vec{u} + \vec{V}_к'$ (1.30)

$\alpha_0 = 180 - \beta = 60^\circ$

Спроецируем (1.29) (1.30) на $O'x'$ и $O'y'$

$O'x'$: $V_0 \cos\alpha_0 = -u + V_0' \cos\alpha_0'$ (1.31)

$O'y'$: $V_0 \sin\alpha_0 = V_0' \sin\alpha_0'$ (1.32)

$O'x'$: $V_к \cos\alpha_к = u + V_к' \cos\alpha_к'$ (1.33)

$O'y'$: $V_к \sin\alpha_к = V_к' \sin\alpha_к$ (1.34)

Ур-е изм. импульса при ударе о стенку: $m\vec{V}_к - m\vec{V}_0 = \vec{F}\Delta t$ (1.35), где $\vec{F}$ - вектор средней силы, с кот. стенка действ. на частицу во время удара

По III зак: $\vec{F} = -\vec{F}' \Rightarrow |\vec{F}| = |-\vec{F}'| = F$

$\vec{F}'$ - вектор ср. силы, с кот. част. действ. на стенку во время уд.

Подставим (1.29) (1.30) в (1.35): $m\vec{u} + m\vec{V}_к' - m\vec{u} - m\vec{V}_0' = \vec{F}\Delta t \Rightarrow$

$\Rightarrow m\vec{V}_к' - m\vec{V}_0' = \vec{F}\Delta t$ (1.36)

Ур-е (1.35), (1.36) выразим ЗСИ: (1.35) относит. неподв. С.О., (1.36) относит. подвиж. С.О.

т.к. удар АУУ:

по ЗСЭ: $\frac{(mV_0')^2}{2} = \frac{(mV_к')^2}{2} \Rightarrow V_0' = V_к'$ (1.41)

Подст. (1.41) в (1.40): $\sin\alpha_к' = \sin\alpha_0'$

$\alpha_к' = \alpha_0'$ (1.42)

спроецир. (1.35), (1.36) на $O'x'$ и $O'y$

$O'x'$: $mV_к \cos\alpha_к - mV_0 \cos\alpha_0 = F\Delta t$ (1.37)

$O'y'$: $mV_к \sin\alpha_к = mV_0 \sin\alpha_0$ (1.38)

$O'x'$: $mV_к' \cos\alpha_к' + mV_0' \cos\alpha_0' = F\Delta t$ (1.39)

$O'y'$: $mV_к' \sin\alpha_к' = mV_0' \sin\alpha_0'$ (1.40)

Преобр. (1.31) и (1.32), ч.з (1.31): $V_0' \cos\alpha_0' = u + V_0 \cos\alpha_0$ (1.43)

Деля (1.32) на (1.43): $\frac{V_0' \sin\alpha_0'}{V_0' \cos\alpha_0'} = \frac{V_0 \sin\alpha_0}{u + V_0 \cos\alpha_0} = \operatorname{tg}\alpha_0'$ (1.44)

$\operatorname{tg}\alpha_0' = \frac{6 \cdot \sin 60^\circ}{2 + 6\cos 60^\circ} = 1{,}04 \Rightarrow \alpha_0' = 46^\circ 6' \Rightarrow \alpha_K' = 46^\circ 6'$

Из (1.32): $V_0' = V_0 \frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha_0'} \Rightarrow$

$$\begin{cases} V_0' = 6 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 46^\circ 6'} = 7{,}21 \frac{м}{с} \\ V_K' = 7{,}21 \text{ м/с} \quad \text{т.к. } V_0' = V_K' \text{ по (1.41)} \end{cases}$$

$\operatorname{tg}\alpha_K = \frac{V_K' \sin\alpha_K'}{u + V_K' \cos\alpha_K'} = \frac{7{,}21 \cdot \sin(46^\circ 6')}{2 + 7{,}21 \cdot \cos(46^\circ 6')} \approx 0{,}7423 \Rightarrow \alpha_K = \operatorname{arctg}(0{,}7423) = 36^\circ 35' 11''$

Из (1.34): $V_K = V_K' \frac{\sin\alpha_K'}{\sin\alpha_K} = \frac{7{,}21 \cdot \sin(46^\circ 6')}{\sin(36^\circ 35')} = 8{,}72$ м/с

$|\Delta\bar{p}| = mV_K' \cos\alpha_K' + mV_0' \cos\alpha_0' = F\Delta t \overset{\text{по (1.36) (1.39)}}{=} 2mV_0' \cos\alpha_0' = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}21 \cdot \cos(46^\circ 6') = 0{,}01 \frac{кг \cdot м}{с}$

$F = \frac{|\Delta\bar{p}|}{\Delta t} = \frac{0{,}01}{10^{-5}} = 10^3$ Н

$\vec{\Delta V} = \vec{V_K} - \vec{V_0}$

$\Delta V = V_K - V_0 = 7{,}21 - 6 = 1{,}21$ м/с

$\Delta E = m(V_K^2 - V_0^2) = 10^{-3}(8{,}72^2 - 6^2) = 10^{-3} \cdot 2{,}72 \cdot 14{,}72 \approx 0{,}04$ Дж

Ответ: $V_K = 8{,}72$ м/с
$\alpha_K = 36^\circ 35' 11''$
$\Delta V_0 = 1{,}21$ м/с

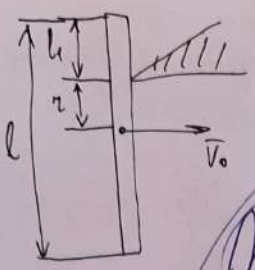
$|\Delta\bar{p}| = 0{,}01$ кг·м/с
$F = 1000$ Н
$\Delta E \approx 0{,}04$ Дж

$\Delta\bar{p} = m\Delta\bar{V} \Rightarrow \Delta\bar{V} = \frac{\Delta\bar{p}}{m} = \frac{0{,}01}{10^{-2}} = 10$ м/с

Перминов Дмитрий ИУ5-23Б
Вар: 11 $23\sqrt{2}$

Дано:
$l_1 = 0{,}4$ м
$l = 1$ м
$V_0 = 1{,}2 V_{om}$
$m = 1$ кг

Найти:
ω_0 – угл. скор. стержня сразу после удара
$\omega_к$ – угл. скор. ст. в момент удара
V_{om} – мин. гор. скор. стержня



Задача

$\omega_0 = ?$ $\omega_к = ?$ $V_{om} = ?$

Решение:

$r = \frac{l}{2} - l_1 = 0{,}1$ – радиус вращ. центр масс стержня относит. O_2

Момент инерции стержня относит. O_2 (По теор. Штейнера):

$$y = y_c + mr^2 \quad ; \quad y_c = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{m}{l} x^2 dx = \frac{m}{l} \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} = \frac{ml^2}{12}$$

$$\Rightarrow y = \frac{ml^2}{12} + mr^2 = \frac{1}{12} + 0{,}1^2 \approx 0{,}09 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

До соударения: момент импульса равнялся: $L_0 = mV_0 r$

После: $L_1 = y\omega_0$

По ЗСМИ: $L_0 = L_1 \Rightarrow mV_0 r = y\omega_0 \Rightarrow mV_0 \cdot 0{,}1 = y\omega_0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{15V_0}{21l}$ (1)

По ЗСМЭ: $E_к = E_п \Rightarrow \frac{y\omega_{om}^2}{2} = mg \cdot r$, где ω_{om} – мин. угловая скорость стержня при кот. произойдёт второе соударение стержня с перекладой

т.к. $\omega_0 = \frac{15V_0}{21l}$ и $E_к = E_m \Rightarrow \omega_{om} = \frac{15V_{om}}{21l}$

Получаем

$$\frac{y\left(\frac{15V_{om}}{21l}\right)^2}{2} = mgr \Rightarrow V_{om} = \sqrt{42 \cdot g \cdot r} \approx 6{,}48 \text{ м/с}$$

По усл: $V_0 = V_{om} \cdot 1{,}2 \approx 7{,}8$ м/с

по (1) $\Rightarrow$ $\omega_0 = \frac{15V_0}{21l} \approx 5{,}6$ м/с

т.к. $V_0 > V_{от}$ кин. энергия спутника сразу после удара тратится не только на приобрет. потенц. энергии, поднятия ~~спутника~~ центра масс спутника на высоту r_1, но и на приобретение доп $E_к' = \frac{\gamma w_к^2}{2}$

$$\Rightarrow E_к = E_к' + E_п \Rightarrow \frac{\gamma w_0^2}{2} = \frac{\gamma w_к^2}{2} + mgr \Rightarrow w_к = \sqrt{w_0^2 - \frac{2mgr}{\gamma}} =$$

≈ 3 рад/с

Ответ: $V_{от} = 6{,}4$ м/с

$w_{от} = 5{,}6$ м/с

$w_к = 3$ рад/с

Пермяков Дмитрий ИУ5-23Б Вар: 11 Дз №3

Дано:

$r = 0{,}8$ кг/с

$k_1 = 16$ Н/м

$k_2 = 14$ Н/м

$m = 0{,}1$ кг

$l_{10} = l_{20} = 0{,}12$ м

$V_2 = 0{,}03$ м/с

$L = 0{,}11$ м

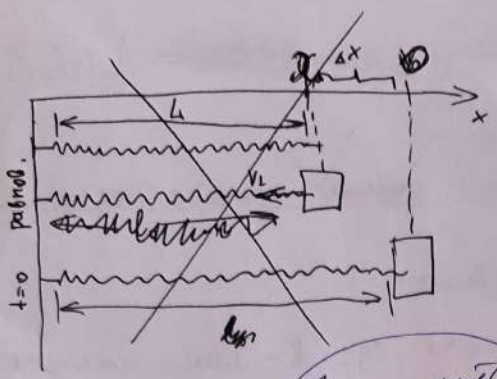
диф. ур-е – ?

ω_0 – ? T_0 – ?

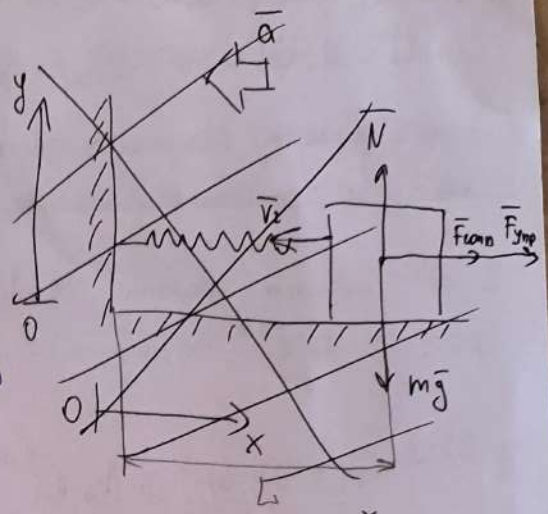
ω – ? T – ?

A_0 – ? φ_0 – ?

t – ?



Защита



Реш:

$k_{общ.} = k_1 + k_2 = 30$ Н/м

① $m\bar{a} = \bar{N} + \bar{F}_{comp} + \bar{F}_{упр} + m\bar{g}$

Oy: $N = mg$

Ox: $F_{comp} + F_{упр} = -ma$

$-ma = kx + rV$

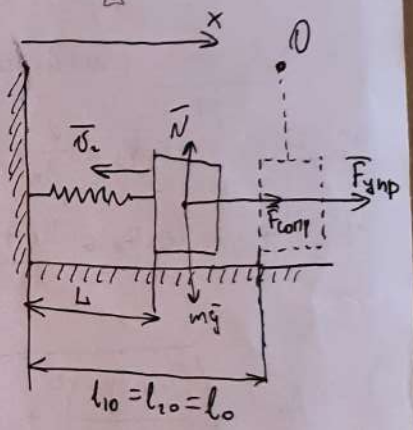
$ma = -kx - rV$

$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0 \quad | :m$

$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

$\frac{r}{m} = 2\beta$ $\quad \frac{k}{m} = \omega_0^2$

$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ – диф. ур-е малых своб. затух. колеб.



② Найдём ω_0:

$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30}{0{,}1}} = 17{,}32$ 1/с

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0{,}36$ с

③ реш. диф. ур-я малых своб. затух. колеб. будет: (при $\omega_0 > \beta$)

$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$

④ $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \left[\beta = \frac{r}{2m} = 4\right] = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{30}{0{,}1}}\right)^2 - 16} = 16{,}85$ 1/с

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}37$ с

⑤ $\lambda = \ln D = \beta T = 4 \cdot 0{,}37 = 1{,}48$

⑥ Чтобы найти A_0 и φ_0, воспользуемся ур-ем скорости

$V_x = \dot{x}\big|_{t=0}$ $\quad V = \dot{x}(t) = -\beta A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0) + \omega \cdot A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$ (1)

Начальное смещение $x = A_0 \cos\varphi_0$

$l_0 + \Delta l = A_0 \cos\varphi_0 \Rightarrow A_0 = \frac{l_0 + \Delta l}{\cos\varphi_0} \Rightarrow \cos\varphi_0 = A_0(l_0 + \Delta l) = \cos\varphi_0$

В нач. момент времени известно

K – макс. отклонение от x_0 при сжатии пружины ($\Delta x = l_0 - L$)

В нач. момент времени ($t=0$) известно:

$K = x(0) = A_0 e^{-\beta \cdot 0} \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0) = A_0 \sin\varphi_0$, где K – макс. отклонение от x_0 при сжат. пружины ($K = L - l_0$) (2)

из (1) $\Rightarrow v_2 = v(t=0) = -\beta A_0 e^{-\beta \cdot 0} \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0) + \omega A_0 e^{-\beta \cdot 0} \cos(\omega \cdot 0 + \varphi_0) =$

$= -\beta \underbrace{A_0 \sin\varphi_0}_{=K} + \omega \cdot A_0 \cos\varphi_0$ (3)

из (2) $\Rightarrow \sin\varphi_0 = \frac{K}{A_0}$

из (3) $\Rightarrow \cos\varphi_0 = \frac{v_2 + \beta K}{A_0 \omega}$

$\Rightarrow \left[\sin^2 x + \cos^2 x = 1\right] \Rightarrow \left(\frac{V_2 + \beta K}{A_0 \omega}\right)^2 + \frac{K^2}{A_0^2} = 1$

$\Rightarrow A_0 = \sqrt{\left(\frac{v_2 + \beta K}{\omega}\right)^2 + K^2} = \sqrt{\left(\frac{-0{,}03 + 4(-0{,}01)}{16{,}85}\right) + (-0{,}01)^2} \approx 0{,}0108\ м$

$tg\varphi_0 = \frac{K\omega}{V_2 + \beta K} \approx 2{,}4 \Rightarrow \varphi_0 = 1{,}176$ рад

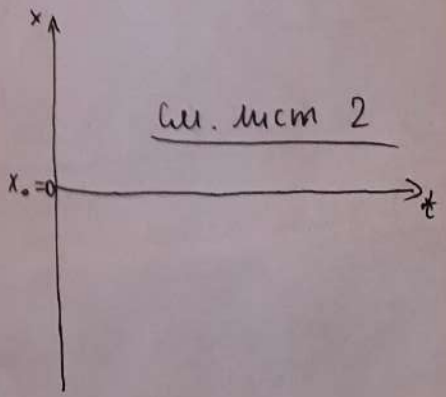
P.S.

Т.к. $\sin\varphi_0$ и $\cos\varphi_0 < 0 \Rightarrow$ угол φ_0 находится в III четверти $\Rightarrow \varphi_0 = 1{,}176 + \pi \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) \Rightarrow$

(б)

$x(t) = 0{,}0108\, e^{-4t} \sin(16{,}85t + 1{,}176 + \pi)$



См. лист 2

Ответ: 1) $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$, где x – отклон. от точки равновесия x_0 в момент времени t.

2) $\omega_0 = 17{,}32$ 1/с 3) $\omega = 16{,}85$ 1/с

$T_0 = 0{,}36$ с $T = 0{,}37$ с

4) $\lambda = 1{,}48$ 5) $A_0 = 0{,}0108$ м, $\varphi_0 = 1{,}176$ рад

6) $x(t) = 0{,}0108\, e^{-4t} \sin(16{,}85t + 1{,}176 + \pi)$

t	0	$\frac{T}{2} = 0,17$	$T = 0,38$	$\frac{3T}{2} \approx 0,57$	$2T \approx 0,75$
$x(t)$	$-0,01$	$0,043$	$-0,0023$	$0,0001$	$-0,000005$

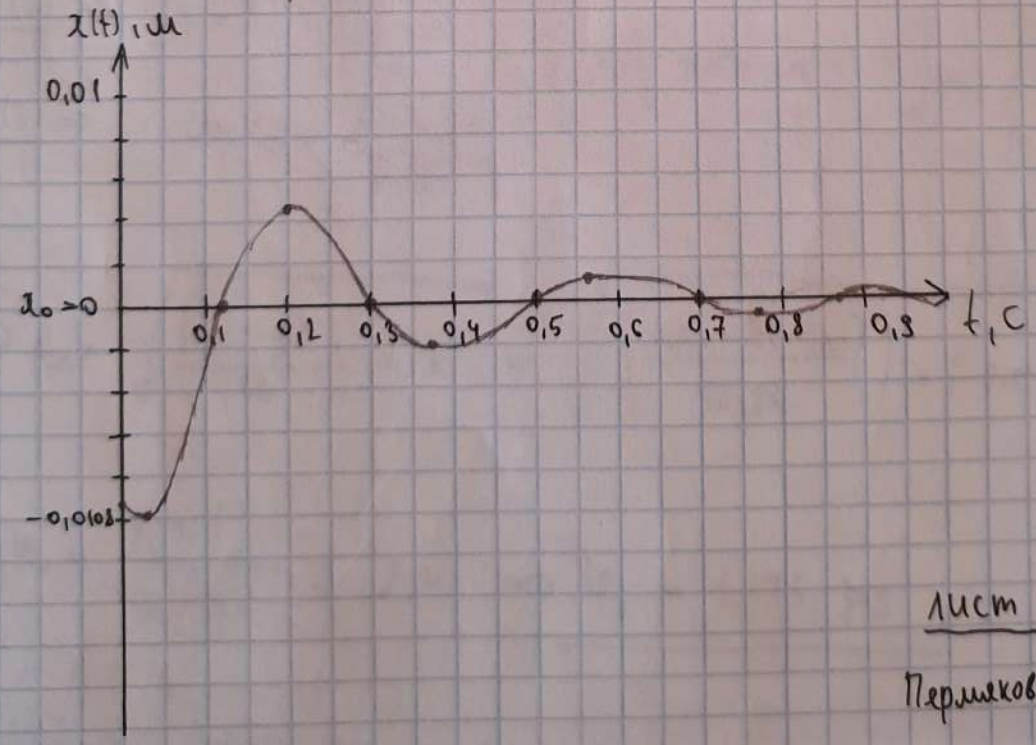
$x(t) = 0 \Rightarrow 0,0108\, e^{-4t} \sin(16,85t + 1,176) = 0$

$\sin(16,85t + 1,176 + \pi) = 0$

$16,85t + 1,176 + \pi = \pi n, \quad n \in Z$

$t = \frac{\pi n - 1,176 - \pi}{16,85}$ $\quad n \in Z$

t	$0,617$	$0,303$	$0,489$	$0,676$	$0,862$
$x(t)$	0	0	0	0	0



Пермяков Дмитрий

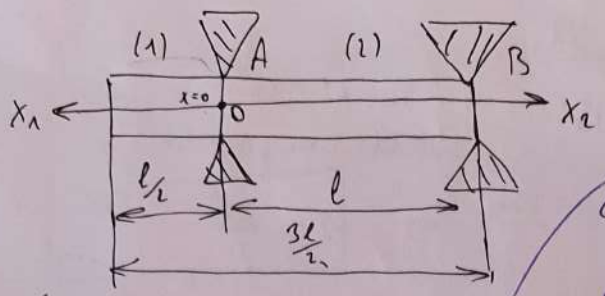
, так φ_0 находится в III четверти $\Rightarrow \varphi_0 = 1,176 +$

$\Rightarrow \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) \Rightarrow$

б)

Дано:
$\rho = 4{,}5 \cdot 10^3$ кг/м³
$E = 11 \cdot 10^{10}$ Па
$l = 0{,}8$ м
$l_0 = \frac{3l}{2}$
$i = 1$

Пермяков Дмитрий
ИУ5-23Б ДЗ №4
Вар: 11



Защита

Р-м случай (1): (Ox_1)

$A_{ст} = 2A \sin kx$

на $\frac{l}{2}$ будет пучность: $\rightarrow \sin k\frac{l}{2} = \pm 1$

$k\frac{l}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, \quad m = 1, 2, 3$

$l = \frac{\pi + 2\pi m}{k} = \frac{\pi(1+2m)\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda(1+2m)}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2l}{1+2m}}$

$\lambda_{ст} = \frac{\lambda}{2}$, где $\nu = \frac{v}{\lambda}$, где $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \Rightarrow \boxed{\nu_m = \frac{1+2m}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}}$

Для i-ой $=1$ гармоники: $m = 2$. — обертона

$\nu_2 = \frac{5}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$; $\lambda_2 = \frac{2l}{5}$

$\boxed{\begin{array}{l}\nu_2 = 15\,450{,}41 \text{ с}^{-1} \\ \lambda_2 = 0{,}32 \text{ м}\end{array}}$ $k = \frac{2\pi}{0{,}32} = 6{,}25\pi$

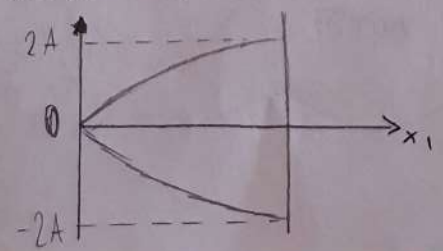
Расчёт: $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$

Основная гармоника при $m = 1$: $\boxed{\begin{array}{l}\nu_1 = 9270{,}23 \text{ с}^{-1} \\ \lambda_1 = 0{,}53 \text{ м}\end{array}}$ $k = \frac{2\pi}{0{,}53} = 3{,}7\pi$

$\nu_1 = \frac{3}{2l}\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ $\lambda_1 = \frac{2l}{3}$

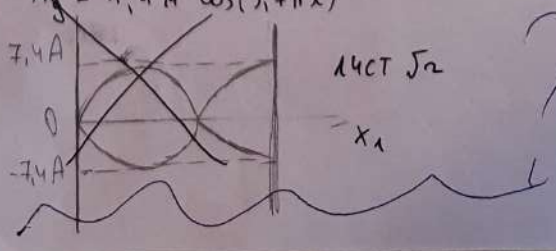
Амплитуда стоячей волны:

$A_{ст} = 2A \sin(3{,}7\pi x)$



Амплитуда деформации стоячей волны:

$A_д = 7{,}4A \cos(3{,}7\pi x)$



Р-м 1) случай Ox_2

В точке B – узел. $\Rightarrow \sin kl = 0$

$kl = \pi m$, $m = 1, 2, 3 \ldots$

$k = \frac{\pi m}{K} = \frac{\pi m \lambda}{2\pi} = \frac{\lambda m}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2k}{m}}$

$\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2} \rightarrow \vartheta = \frac{v}{\lambda} \rightarrow v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

$\Rightarrow \vartheta_m = \frac{m}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Для i-ой =1 гармоники:

Обертона при $m = 2, 3 \ldots \Rightarrow$ $m = 2$ для 1 гармоники.

$\vartheta_m|_2 = \frac{2}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = l \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 6180$ с$^{-1}$ $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda_m} = 2{,}5\pi$

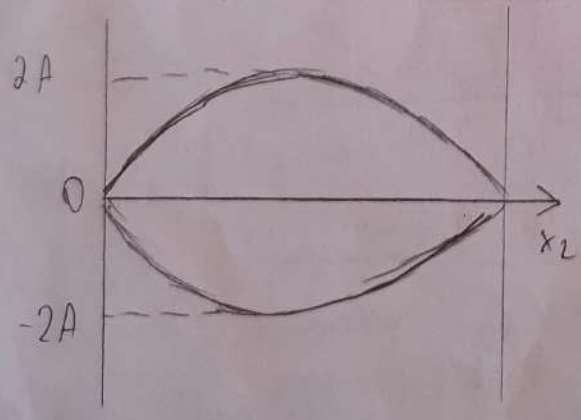
$\lambda_m|_2 = \frac{2l}{2} = l = 0{,}8$ м.

Основная гармоника при $m = 1$:

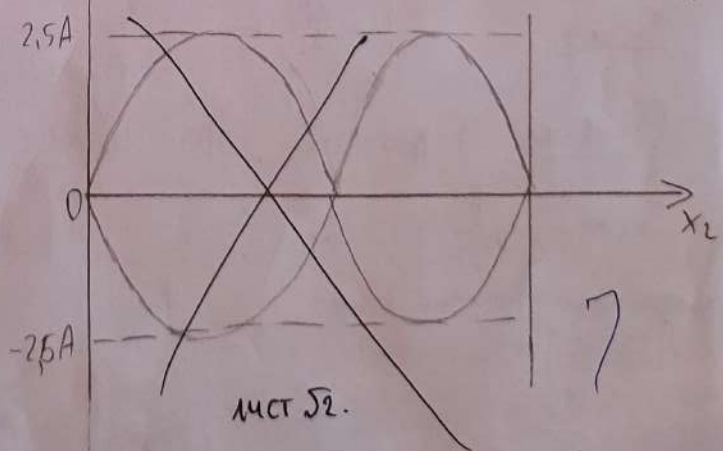
$\vartheta_m|_1 = \frac{1}{2} l \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 3090$ с$^{-1}$ $\quad k = 1{,}25\pi$

$\lambda_m|_1 = 2l = 1{,}6$ м

Амплитуда стоячей волны: $A_{ст} = 2A \sin(1{,}25\pi x)$



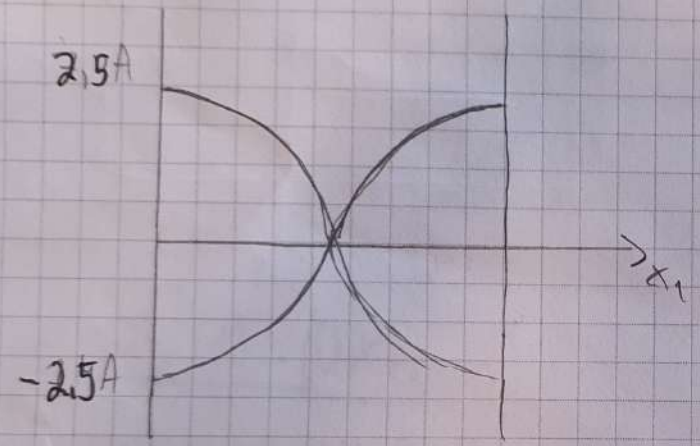
Амплитуда деформации стоячей волны: $A_{ст} = 2{,}5A\cos(1{,}25\pi x)$



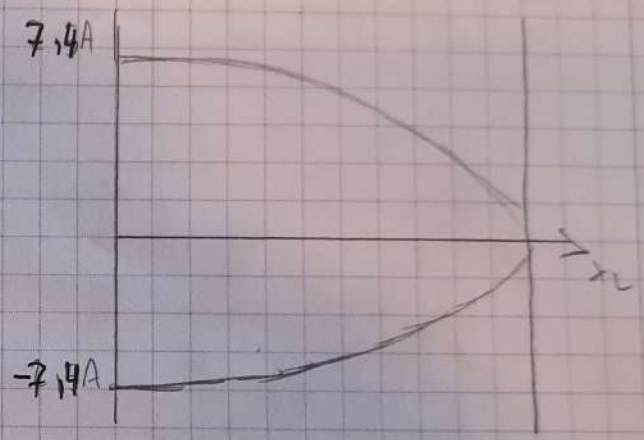
1 ист 52.

Амплитуда деформ. стоячей волны

2)



1)



лист 52