

Министерство образования Российской Федерации
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. БАУМАНА

Факультет: Информатика и системы управления
Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ
АНАЛИЗ

Лабораторная работа №2 на тему:
«Исследование метода случайного поиска экстремума
функции одного переменного»

Вариант 7

Преподаватель:
Строганов И.С.

Студент:
Заботин Д.В.,

Группа:
ИУ8-31

Москва 2021

Цель работы

Изучение метода поиска экстремума на примере унимодальной и мультимодальной функций одного переменного.

Постановка задачи

1. На интервале $[a, b]$ задана унимодальная функция одного переменного $f(x)$.
Используя метод случайного поиска, осуществить поиск минимума $f(x)$ с заданной вероятностью попадания и окрестность экстремума P при допустимой длине интервала неопределенности ϵ . Определить необходимое число испытаний N . Численный эксперимент выполнить для значений $P = 0,90, 0,91, \dots, 0,99$ и значений $\epsilon = (b - a)q$, где $q = 0,005, 0,010, \dots, 0,100$
2. При аналогичных исходных данных осуществить поиск минимума $f(x)$, модулированной сигналом $\sin 5x$, т.е. мультимодальной функции $f(x) \sin 5x$

Ход работы

На интервале $[1, 4]$ задана унимодальная функция одного переменного $f(x) = -\sqrt{x} \cdot \sin x + 2$. Используя метод случайного поиска, осуществить поиск минимума $f(x)$ с заданной вероятностью попадания в окрестность экстремума P при допустимой длине интервала неопределенности ϵ , также необходимо использовать q — вероятность попадания в интервал неопределенности для отдельно взятой точки. Таким образом вероятность непадения в интервал неопределенности за одно испытание равна $1 - q$. Вероятность непадения в этот интервал за N испытаний равна $(1 - q)^N$. Отсюда $P = 1 - (1 - q)^N$, следовательно $N = \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-q)}$. Далее случайно выбираем N точек в заданном отрезке $[a, b]$, определим значение унимодальной функции в этих точках и среди них найдем наименьшее значение. Результаты численного эксперимента для $f(x)$ представим в виде таблицы.

Для унимодальной функции:

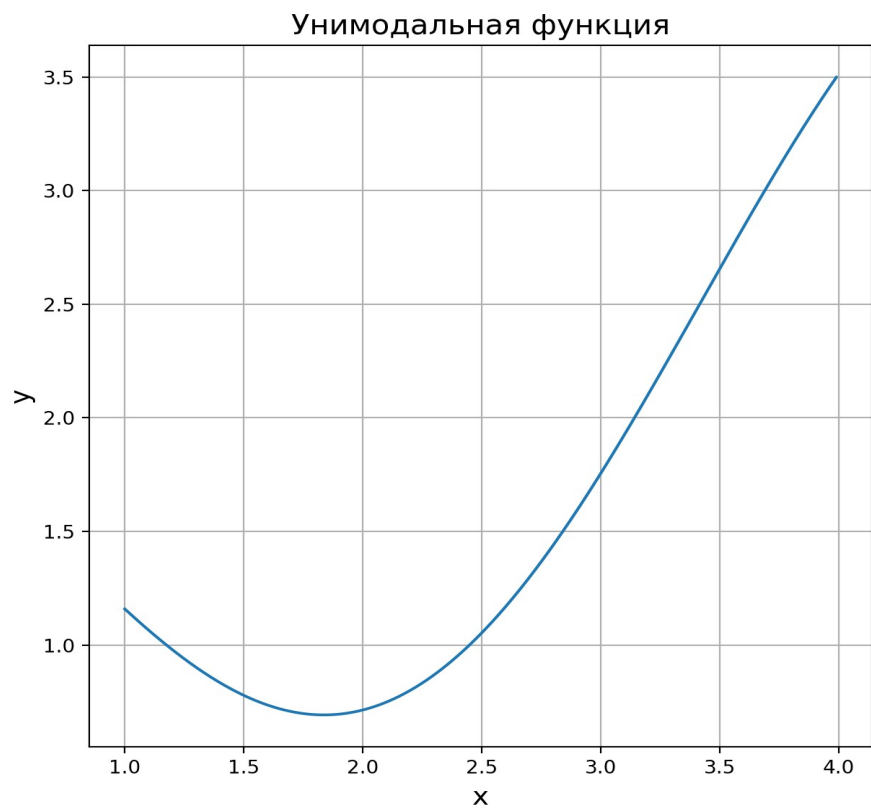


Рисунок 1 - График унимодальной функции.

q\Р	0.9	0.91	0.92	0.93	0.9400000000000001	0.9500000000000001	0.96	0.97	0.98	0.99
0.005	460	481	504	531	562	598	643	700	781	919
0.01	230	240	252	265	280	299	321	349	390	459
0.015	153	160	168	176	187	199	213	233	259	305
0.02	114	120	126	132	140	149	160	174	194	228
0.025	91	96	100	106	112	119	128	139	155	182
0.03	76	80	83	88	93	99	106	116	129	152
0.035	65	68	71	75	79	85	91	99	110	130
0.04	57	59	62	66	69	74	79	86	96	113
0.045	51	53	55	58	62	66	70	77	85	101
0.05	45	47	50	52	55	59	63	69	77	90
0.055	41	43	45	48	50	53	57	62	70	82
0.06	38	39	41	43	46	49	53	57	64	75
0.065	35	36	38	40	42	45	48	53	59	69
0.07	32	34	35	37	39	42	45	49	54	64
0.075	30	31	33	35	37	39	42	45	51	60
0.08	28	29	31	32	34	36	39	43	47	56
0.085	26	28	29	30	32	34	37	40	45	52
0.09	25	26	27	29	30	32	35	38	42	49
0.095	24	25	26	27	29	31	33	36	40	47
0.1	22	23	24	26	27	29	31	34	38	44

Рисунок 2 - Таблица зависимостей N от Р и q.

q\Р	0.9	0.91	0.92	0.93	0.9400000000000001	0.9500000000000001	0.96	0.97	0.98	0.99
0.005	0.692396	0.692381	0.692405	0.692381	0.692448	0.692391	0.692385	0.692381	0.692381	0.692384
0.01	0.692382	0.692389	0.692387	0.692634	0.692609	0.692766	0.692381	0.692399	0.692391	0.692464
0.015	0.693437	0.692462	0.692383	0.692478	0.692489	0.692386	0.692778	0.692381	0.692426	0.692411
0.02	0.692545	0.692407	0.692386	0.692382	0.692888	0.692455	0.692639	0.692447	0.692425	0.692411
0.025	0.692402	0.692771	0.692727	0.692521	0.694491	0.692384	0.692396	0.692474	0.692599	0.692504
0.03	0.696031	0.692478	0.692383	0.692451	0.692408	0.692425	0.692401	0.692804	0.692405	0.692384
0.035	0.692381	0.694641	0.692543	0.692399	0.695358	0.693559	0.692586	0.692434	0.692679	0.692391
0.04	0.698887	0.695581	0.692432	0.692392	0.692464	0.692383	0.692404	0.692408	0.693211	0.692422
0.045	0.695804	0.693305	0.692458	0.692389	0.692603	0.692558	0.692644	0.692594	0.692398	0.693406
0.05	0.69266	0.692555	0.693349	0.710174	0.692381	0.692884	0.695477	0.692488	0.692485	0.692381
0.055	0.701202	0.69239	0.693377	0.704097	0.698761	0.692421	0.693458	0.692515	0.692898	0.693123
0.06	0.692381	0.692557	0.693423	0.694424	0.697575	0.694019	0.692702	0.693218	0.692605	0.692903
0.065	0.6935	0.694679	0.692481	0.692521	0.692385	0.692382	0.692573	0.692381	0.692448	0.692929
0.07	0.69346	0.692442	0.693532	0.704062	0.692648	0.692381	0.692809	0.694047	0.701045	0.692457
0.075	0.692446	0.725464	0.699619	0.692766	0.692406	0.692492	0.692389	0.692382	0.695146	0.694272
0.08	0.699953	0.692459	0.693116	0.694397	0.692394	0.69896	0.695059	0.692408	0.692984	0.69491
0.085	0.693736	0.692664	0.69272	0.694516	0.693321	0.694953	0.692381	0.692697	0.692707	0.694922
0.09	0.692446	0.69483	0.693129	0.693482	0.693339	0.695962	0.694766	0.69245	0.694356	0.692465
0.095	0.698267	0.693538	0.693731	0.69269	0.709804	0.692541	0.692424	0.693935	0.692388	0.693814
0.1	0.744181	0.692387	0.700163	0.696365	0.692672	0.704464	0.693354	0.693452	0.696347	0.693566

Рисунок 3 - Результаты поиска минимума $f(x)$ в зависимости от Р и q.

Для мультимодальной функции:

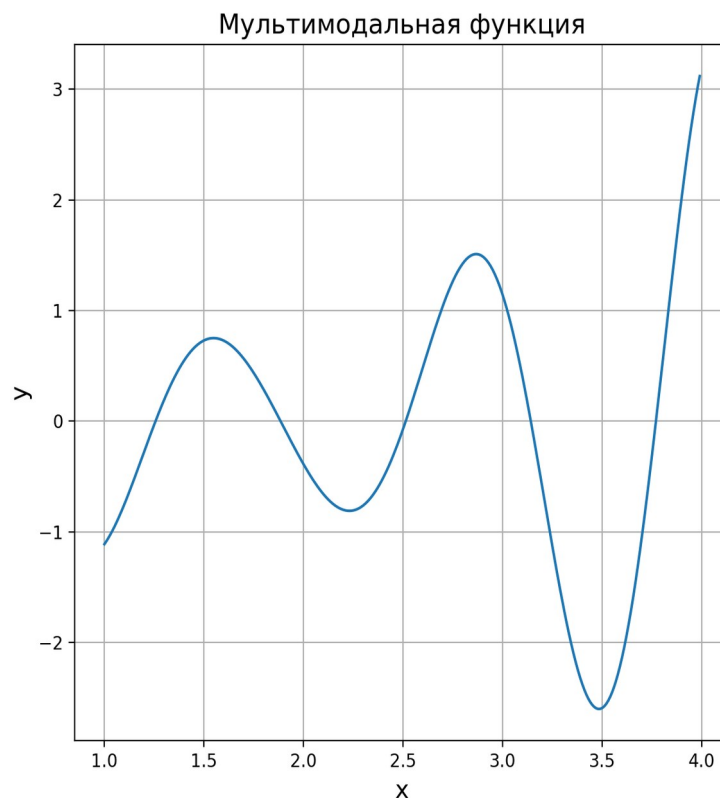


Рисунок 4 - График мультимодальной функции.

q\Р	0.9	0.91	0.92	0.93	0.9400000000000001	0.9500000000000001	0.96	0.97	0.98	0.99
0.005	460	481	504	531	562	598	643	700	781	919
0.01	230	240	252	265	280	299	321	349	390	459
0.015	153	160	168	176	187	199	213	233	259	305
0.02	114	120	126	132	140	149	160	174	194	228
0.025	91	96	100	106	112	119	128	139	155	182
0.03	76	80	83	88	93	99	106	116	129	152
0.035	65	68	71	75	79	85	91	99	110	130
0.04	57	59	62	66	69	74	79	86	96	113
0.045	51	53	55	58	62	66	70	77	85	101
0.05	45	47	50	52	55	59	63	69	77	90
0.055	41	43	45	48	50	53	57	62	70	82
0.06	38	39	41	43	46	49	53	57	64	75
0.065	35	36	38	40	42	45	48	53	59	69
0.07	32	34	35	37	39	42	45	49	54	64
0.075	30	31	33	35	37	39	42	45	51	60
0.08	28	29	31	32	34	36	39	43	47	56
0.085	26	28	29	30	32	34	37	40	45	52
0.09	25	26	27	29	30	32	35	38	42	49
0.095	24	25	26	27	29	31	33	36	40	47
0.1	22	23	24	26	27	29	31	34	38	44

Рисунок 5 - Зависимость N от Р и q.

q\Р	0.9	0.91	0.92	0.93	0.9400000000000001	0.9500000000000001	0.96	0.97	0.98	0.99
0.005	-2.60055	-2.59945	-2.60042	-2.60046	-2.60055	-2.60032	-2.60054	-2.60044	-2.60055	-2.60055
0.01	-2.59908	-2.60055	-2.59994	-2.60052	-2.59825	-2.60055	-2.6003	-2.59555	-2.60022	-2.60054
0.015	-2.57446	-2.59073	-2.56227	-2.58238	-2.59602	-2.59928	-2.59415	-2.60039	-2.59708	-2.59979
0.02	-2.59732	-2.59551	-2.57221	-2.60054	-2.60054	-2.59224	-2.59382	-2.59943	-2.58814	-2.60046
0.025	-2.52096	-2.55983	-2.60018	-2.60047	-2.59478	-2.59834	-2.59867	-2.60011	-2.58884	-2.60034
0.03	-2.60035	-2.57545	-2.59992	-2.5963	-2.6	-2.59774	-2.6003	-2.59919	-2.60046	-2.5967
0.035	-2.59125	-2.56828	-2.60054	-2.53374	-2.57092	-2.60055	-2.58987	-2.52994	-2.59602	-2.57187
0.04	-2.45107	-2.59116	-2.594	-2.599	-2.56587	-2.60035	-2.5929	-2.59662	-2.59966	-2.60027
0.045	-2.51991	-2.34418	-2.60045	-2.5299	-2.58415	-2.59042	-2.59583	-2.56488	-2.58908	-2.59334
0.05	-2.59172	-2.59961	-2.59939	-2.59529	-2.60055	-2.29917	-2.58796	-2.58935	-2.5988	-2.59951
0.055	-2.27324	-2.59752	-2.58584	-2.08307	-2.58448	-2.59416	-2.5992	-2.60052	-2.5983	-2.56589
0.06	-2.49021	-2.3681	-2.5981	-2.58817	-2.60042	-2.59915	-2.59334	-2.5668	-2.53862	-2.59894
0.065	-2.59841	-2.48294	-2.49748	-2.53509	-2.60022	-2.53356	-2.56048	-2.58469	-2.55723	-2.59836
0.07	-2.58388	-2.59529	-2.60055	-2.42472	-2.50816	-2.5942	-2.5983	-2.33587	-2.52983	-2.5952
0.075	-2.60012	-2.60041	-2.5102	-2.5851	-2.54827	-2.60043	-2.56964	-2.59011	-2.53277	-2.54125
0.08	-2.38394	-2.55037	-2.60053	-2.57312	-2.57054	-2.16857	-2.59525	-2.58083	-2.52388	-2.58206
0.085	-2.20197	-2.57589	-2.51018	-1.99064	-2.43399	-2.59995	-2.59256	-2.45847	-2.60055	-2.57542
0.09	-2.57399	-2.60022	-2.49194	-2.49315	-2.19364	-2.52666	-2.5596	-2.59197	-2.60053	-2.58361
0.095	-2.5187	-2.55064	-2.60044	-2.59541	-2.58718	-2.11464	-1.44979	-2.413	-2.58205	-2.58317
0.1	-2.49403	-2.08712	-2.60031	-2.57692	-2.58311	-2.22851	-2.10658	-2.59021	-2.60054	-2.59896

Рисунок 6 - Результат поиска минимума функции $f(x)\sin(x)$ в зависимости от Р и q.

Вывод

В данной лабораторной работе был изучен метод случайного поиска экстремума унимодальной и мультимодальной функции одного переменного. Для выполнения лабораторной работы был использован язык программирования Python. На нем была написана программа, в которой были реализованы соответствующие функции поиска экстремума для функций $f(x) = -\sqrt{x} \cdot \sin x + 2$ и $f(x) = \sin(x)$. Были построены таблицы зависимости количества испытаний N от вероятности нахождения минимума P и вероятности попадания точки в интервал точки экстремума q и таблицы результатов случайного поиска от P и q для этих двух функций.

Из результатов следует, что при использовании метода случайного поиска не имеет разницы унимодальная или мультимодальная данная функция. Для увеличения вероятности попадания в заданный интервал или уменьшения интервала неопределенности необходимо увеличивать число случайных точек.

Исходный код программы

Copyright 2021 DimaZzZz101 zabotin.d@list.ru

"""

Лабораторная работа №2

Исследование метода случайного поиска экстремума функции
одного переменного

Цель: Изучение метода случайного поиска экстремума на примере
унимодальной и мультимодальной функций одного переменного.

Вариант 7

"""

```
from tabulate import tabulate
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import numpy as np
```

```
# Начальные параметры:
```

```
_a = 1
```

```
_b = 4
```

```
_p = [0.9 + i / 100 for i in range(0, 10)]
```

```
_q = [0.005 * i for i in range(1, 21)]
```

```
# Унимодальная функция (по варианту).
```

```
def unimodal_func(x):
```

```
    return -np.sqrt(x) * np.sin(x) + 2
```

Мультимодальная функция (по варианту).

```
def multimodal_func(x):  
    return unimodal_func(x) * np.sin(5 * x)
```

Функция подсчета количества итераций.

```
def number_of_iterations(p, q):  
    return np.ceil(np.log(1 - p) / np.log(1 - q)).astype('int')
```

Функция формирования таблицы.

```
def create_table(data):  
    pd.set_option('display.max_rows', None)  
    table = pd.DataFrame(data=data)  
    table.set_index('q\P', inplace=True)  
    print(tabulate(table, headers='keys', tablefmt='psql'), end='\n\n')
```

Функция случайного поиска.

```
def random_search(function, a, b, P, Q):  
    n_list = []  
    y_min_list = []  
  
    for p in P:  
        for q in Q:  
            n = number_of_iterations(p, q)  
            y_min = None
```



```

for i in range(0, n):
    x = np.random.uniform(a, b)
    if y_min is None or function(x) < y_min:
        y_min = function(x)
    n_list.append(n)
    y_min_list.append(y_min)

```

```

data = {'q\P': Q}

```

```

# Таблица с количеством итераций.

```

```

data.update({P[i]: n_list[i * 20:i * 20 + 20] for i in range(10)})
create_table(data)

```

```

# Таблица с результатами поиска минимума.

```

```

data.update({P[i]: y_min_list[i * 20:i * 20 + 20] for i in range(10)})
create_table(data)

```

```

# Функция вывода графика.

```

```

def show_graphic(name="", x=None, y=None):

```

```

    if y is None:

```

```

        y = []

```

```

    if x is None:

```

```

        x = []

```

```

    fig = plt.figure(figsize=(7, 7))

```

```

    plt.plot(x, y)

```

```

    plt.title(name, fontsize=15)    # Заголовок.

```

```
plt.xlabel("x", fontsize=14)    # Ось абсцисс.  
plt.ylabel("y", fontsize=14)    # Ось ординат.  
plt.grid(True)                 # Включение отображение сетки.  
plt.show()  
save = "Graphics/" + name + ".png"  
fig.savefig(save)
```

```
print("Унимодальная функция")  
random_search(unimodal_func, _a, _b, _p, _q)
```

```
print("Мультимодальная функция")  
random_search(multimodal_func, _a, _b, _p, _q)
```

```
X = np.arange(_a, _b, 0.01)  
Y1 = unimodal_func(X)  
Y2 = multimodal_func(X)
```

```
show_graphic("Унимодальная функция", X, Y1)  
show_graphic("Мультимодальная функция", X, Y2)
```