Formfaktoren des semileptonischen $D \to Kl\bar{\nu}$ Zerfalls

Bachelorarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Bachelor of Science

vorgelegt von

Dimitrios Skodras

geboren in Aschaffenburg

Lehrstuhl für Theoretische Physik IV

Fakultät Physik

Technische Universität Dortmund

2014

1. Gutachter : Prof. Dr. Musterfrau

2. Gutachter : Prof. Dr. Mustermann

Datum des Einreichens der Arbeit: TT. Monat JJJJ

Kurzfassung

Hier folgt eine kurze Zusammenfassung des Inhalts und der Ergebnisse der Arbeit in deutscher Sprache.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis IV

Abbildungsverzeichnis VI

Tabellenverzeichnis VII

1 Einleitung 1

2 Theorie 2

2.1 Voraussetzungen moderner Physik 2

2.1.1 Relativistische Kinematik 3

2.1.2 Dirac-Gleichung 4

2.1.3 Fermis Goldene Regel 6

2.2 Stadardmodell der Elementarteilchenphysik 6

2.2.1 Teilcheninhalt 6

2.2.2 Schwache Wechselwirkung 7

2.3 Parametrisierung von Formfaktoren 7

3 Messungen 8

3.1 Energiebereich von q^2 8

3.2 Ermittlung der Formfaktoren 8

4 Zusammenfassung und Ausblick **9**

Quellenverzeichnis **9**

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

2.1 elementarer Teilchenzoo [4] 6

Kapitel 1

Einleitung

Kapitel 2

Theorie

Ehe die Matrixelemente errechnet werden, ist es erforderlich, Kenntnis von beteiligten Zusammenhängen zu haben. Zum einen werden die beim Zerfall beteiligten Teilchen und ihre fundamentalen Wechselwirkungen beleuchtet. Dazu gehören die D- und K-Mesonen mit Quarks als Konstituenten, sowie den Leptonen als Teilchen und die schwache Wechselwirkung Da es sich um sehr kleine Teilchen handelt ist eine Betrachtung der Quantenmechanik erforderlich. Da sie zusätzlich leicht und daher hinsichtlich der Lichtgeschwindigkeit schnell sind, bleiben Gesetzmäßigkeiten der relativistische Kinematik nicht aus. Zum anderen werden allgemein Formfaktorparametrisierungen und im speziellen die Reihenentwicklung thematisiert.

2.1 Voraussetzungen moderner Physik

Die physikalischen Errungenschaften aus der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts stellen aufgrund ihrer Richtigkeit und Exaktheit die Voraussetzungen an moderne Theorien, dass diese immer gelten müssen. Hiermit sind die spezielle Relativitätstheorie und die Quantenmechanik gemeint, sowie ihre Vereinigung, die relativistische Quantenmechanik gemeint. Davon sind im Rahmen dieser Arbeit die relativistische Kinematik, die Dirac-Gleichung sowie die störungstheoretische “Goldene Regel” von Fermi von Bedeutung.

2.1.1 Relativistische Kinematik

Die SRT stellt die fundamentale Forderung, dass die Form der Naturgesetze unabhängig vom Inertialsystem gleich ist. Mit der Lichtgeschwindigkeit c als größte vorkommende Geschwindigkeit ist sie ebenfalls in allen Inertialsystemen gleich groß. Die relativistische Energie-Impuls Beziehung $E^2 = \left(mc^2\right)^2 + (\vec{p}c)^2$ beschreibt einen allgemeinen Zusammenhang zwischen der Energie E, der Masse m und dem Impuls $\vec{p}$. In der Hochenergiephysik ($E_{\mathrm{CMS}} \approx 10^4$ GeV) gilt der hochrelativistische Grenzfall, bei dem Energie hauptsächlich durch den Impuls bestimmt wird. In natürlichen Einheiten wird $c = 1$ gesetzt, was zu $E^2 = |p|^2$ führt.

Zur Beschreibung der Bewegung von relativistischen Teilchen wird wegen der Energie-Impuls-Beziehung und der Verknüpfung von Raum und Zeit ($x = t$) das Konzept der Vierer-Vektoren eingeführt. Es gestaltet sich so, dass die Zeit als 0. Komponente des Raums und die Energie als 0. Komponente des Impulses angesehen werden kann, was die 4-Dimensionalität zeigt [1].

$$x^\mu = (t, x, y, z)^\mu \qquad \text{Vierer-Ort} \tag{2.1}$$

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z)^\mu \qquad \text{Vierer-Impuls} \tag{2.2}$$

Der Index μ kann ganzzahlige Werte zwischen 0 und 4 annehmen und steht für die jeweilige Komponente des Vektors. Im Gegensatz zu euklidischen Räumen kann ein Skalarprodukt zweier Vierer-Vektoren nur dann beschrieben werden, wenn einer kovariant (Index unten) und der andere kontravariant (Index oben) ist. Diese Überführung geschieht durch die Minkowskimetrik, die die Norm unter Lorentz-Transformationen konstant lässt

$$p^2 = p^\mu \eta_{\mu\nu} p^\nu = p^\mu p_\mu = E^2 - \vec{p}^2 = m^2, \tag{2.3}$$

was wieder die relativistische Energie-Impuls-Beziehung ist. Die Einsteinsche Summenkonvention wird hierbei angewandt.

2.1.2 Dirac-Gleichung

Aus der nicht-relativistischen Schrödinger-Gleichung als quantenmechanische Wellengleichung ergibt sich durch erste Quantisierung [2] eine Ersetzung von Energie und Impuls durch partielle Differentialoperatoren

$$E \to \mathrm{i}\hbar\partial_t, \quad p \to -\mathrm{i}\hbar\nabla.$$

Da die Schrödinger-Gleichung nicht lorentzinvariant ist, sind andere Ansätze durchgeführt worden, die der zuvor genannten Energie-Impuls-Beziehung $p^\mu p_\mu = m^2$ genügen. Die Klein-Gordon-Gleichung für spinlose Teilchen, die aus ihr direkt folgt, ist zwar relativistisch korrekt, weist jedoch keine positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte auf. Die Dirac-Gleichung für Spin$\frac{1}{2}$-Teilchen ist ebenfalls unter Lorentztransformationen invariant und besitzt nun zusätzlich eine positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte, was eine Interpretation ihrer Lösungen als Wahrscheinlichkeitsamplitude zulässt. Daher muss diese Gleichung linear in der ersten Zeit- und Ortsableitung sein und der folgenden Schrödinger-Form genügen [3]

$$\mathrm{i}\partial_t\psi = \left(-\mathrm{i}\alpha^k\partial_k + \beta m\right)\psi = H\psi, \tag{2.4}$$

mit $\hbar = 1$ und H dem diracschen Hamiltonian. $\alpha^k = \gamma^0\gamma^k$ und $\beta = \gamma^0$ sind die historischen Dirac-Matrizen. Gelöst wird diese Schrödinger-Form von der folgenden Dirac-Gleichung

$$(\not{p} - m)\psi = 0, \tag{2.5}$$

mit $\not{p}$ als Impulsoperator in der Feynman-Slash-Notation

$$\not{A} := \gamma^\mu A_\mu = \gamma^0 A_0 - \gamma^i \cdot A_i \tag{2.6}$$

und ψ als Wellenfunktion, da $\gamma^\mu \in \mathrm{M}^{4\mathrm{x}4}$, mit den vier Freiheitsgraden: Teilchen, Antiteilchen, Spin-Up, Spin-Down. Die γ-Matrizen in der Dirac-Pauli-Notation lauten

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}$$

mit $\mathbb{1}$ als 2x2-Einheitsmatrix und den σ^i als Paulimatrizen

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Die Lösungen der freien Dirac-Gleichung sind folgende Wellenfunktionen

$$\psi_+(x) = u(p)^{(1,2)}\ \mathbf{e}^{-ip^\mu x_m u} \qquad \text{und} \qquad \psi_-(x) = v(p)^{(1,2)}\ \mathbf{e}^{+ip^\mu x_m u}, \tag{2.7}$$

die eingesetzt in (2.5) die Gleichungen für die Spinoren

$$(\not{p} - m)u^{(1,2)} = \bar{u}^{(1,2)}(\not{p} - m) = 0 \tag{2.8}$$

$$(\not{p} + m)v^{(1,2)} = \bar{v}^{(1,2)}(\not{p} + m) = 0, \tag{2.9}$$

ergeben, wobei $\not{p}$ hier nun kein Operator, sondern der Eigenwert des Viererimpulses der ebenen Welle (2.7) ist und $\bar{a} = a^\dagger \gamma^0$, mit $\dagger$ als komplexe Konjugation und Transposition. Lösungen dieser Bispinoren der Teilchen (u) und Antiteilchen (v), die nur von Impuls und Spin abhängen, lauten nun

$$u(p,s)^{(1,2)} = \mathcal{N} \begin{pmatrix} \chi^{(1,2)} \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{E+m}\chi_s^{(1,2)} \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad v(p,s)^{(1,2)} = \mathcal{N} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{E+m}\chi_s^{(2,1)} \\ \chi^{(2,1)} \end{pmatrix}, \tag{2.10}$$

mit einer Normierung $\mathcal{N}$, die für gewöhnlich $\sqrt{E+m}$ gewählt wird und dem nichtrelativistischen Spinor für Spin $\frac{1}{2}$-Teilchen χ_s. Die Energieeigenwerte der freien Lösungen für Teilchen ψ_+ sind positiv und die der Antiteilchen ψ_- negativ, was mit der Löchertheorie interpretiert wird. Wie bereits erwähnt, existiert bei der Dirac-Gleichung ein Wahrscheinlichkeitsstrom j^μ, der der lorentzinvarianten Kontinuitätsgleichung

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \tag{2.11}$$

genügt. Zur Ermittlung wird (2.4) von links mit der komplex konjugierten Wellenfunktion und die komplex konjugierte Form von (2.4) von rechts mit der normalen Wellenfunktion multipliziert. Hierzu dient die Gleichheit $(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0$. Die daraus resultierenden Gleichungen voneinander abgezogen ergeben die eben genannte Kontinuitätsgleichung. Der Wahrscheinlichkeitsstrom lautet somit

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \tag{2.12}$$

2.1.3 Fermis Goldene Regel

2.2 Stadardmodell der Elementarteilchenphysik

Das SM setzt sich aus zwei definierenden Eigenschaften zusammen, den Teilchen und den Eichsymmetrien, die diese beschreiben. Die sichtbare Materie wird in drei Generationen von fundamentalen Fermionen zusammengesetzt, deren Attribute in Tabelle 2.1 dargestellt sind.

Generation		m in MeV	τ in s	q in e		m in MeV	q in e
1	e	0,511	stabil	-1	u	1	$+\frac{2}{3}$

Tabelle 2.1: elementarer Teilchenzoo [4]

2.2.1 Teilcheninhalt

elementare Teilchen d-meson, k-meson

2.2.2 Schwache Wechselwirkung

parität V-A-Theorie vierstromwechselwirkung ckm-matrix

2.3 Parametrisierung von Formfaktoren

parametrisierungen nennen und auf den speziellen näher eingehen AP1 + BP2 z-expansion

[?]

Kapitel 3

Messungen

3.1 Energiebereich von q^2

3.2 Ermittlung der Formfaktoren

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

Hier sollen die Ergebnisse zusammengefasst und weiterführende Untersuchungen diskutiert werden.

Quellenverzeichnis

[1] Nedden zur, M.: *Detektoren der Elementarteilchenphysik*[pdf] http://www-hera-b.desy.de/people/nedden/lectures/05_06/dettph/dettph_cont.pdf, 2006

[2] Schleper, P.: *Teilchenphysik für Fortgeschrittene*[pdf] http://www.desy.de/~schleper/lehre/, 2011

[3] Bjorken, J.D., Drell, S.D.: *Relativstic Quantum Mechanics*, 1964, ISBN-13 978-0072320022

[4] Cottingham, W.N., Greenwood, D.A.: *An Introduction to the Standard Model of Particle Physics* 2nd Edition, 2007, ISBN-13 978-0-511-27377-3

[5] Offen, N.: *B-Zerfallsformfaktoren aus QCD-Summenregeln* http://d-nb.info/987811061, 2008

[30] Versuch V28 Elektronen-Spin-Resonanz

Eidesstattliche Versicherung

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Titel "Formfaktoren des semileptonischen $D \to Kl\bar{\nu}$ Zerfalls" selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Ort, Datum	Unterschrift

Belehrung

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG -).

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird ggf. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software "turnitin") zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen.

Ort, Datum | Unterschrift