

Formfaktoren des semileptonischen $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Dimitrios Skodras

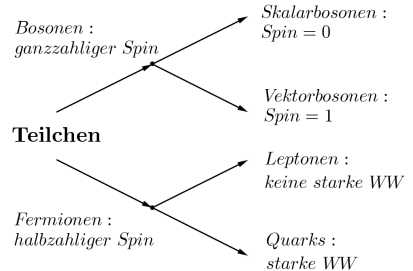
Lehrstuhl für Theoretische Physik IV
Technische Universität Dortmund

03.09.2014

Gliederung

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate für f_+
- 6 Ausblick

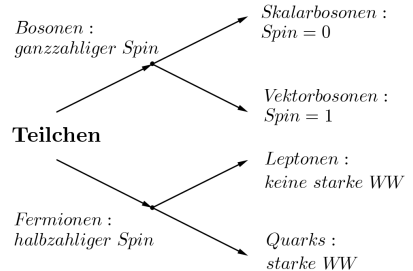
Standardmodell



Standardmodell

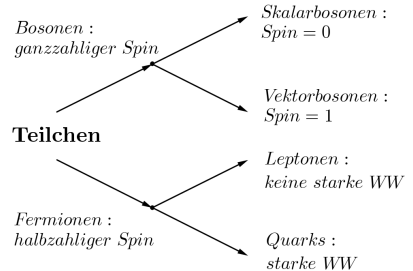
- Teilcheninhalt:

- Fundamentale Wechselwirkungen:



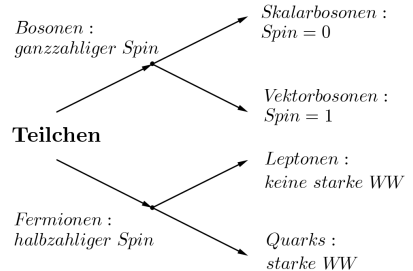
Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
- Fundamentale Wechselwirkungen:



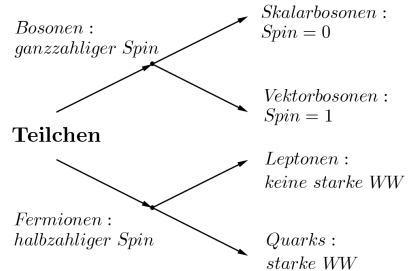
Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
 - Quarks: \bar{u} , \bar{d} , s , c
- Fundamentale Wechselwirkungen:



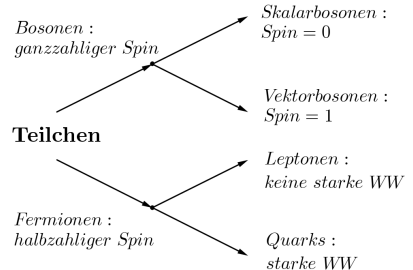
Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
 - Quarks: \bar{u} , \bar{d} , s , c
 - Vektorbosonen: W^+ , g
- Fundamentale Wechselwirkungen:



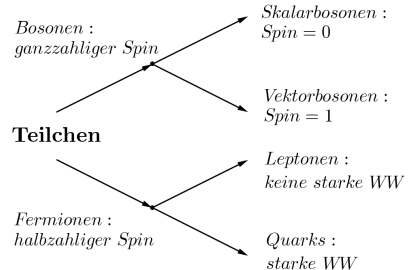
Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
 - Quarks: \bar{u} , \bar{d} , s , c
 - Vektorbosonen: W^+ , g
 - (Skalarbosonen: H , π)
- Fundamentale Wechselwirkungen:



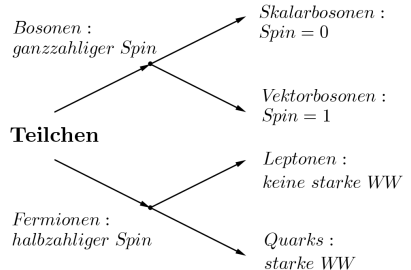
Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
 - Quarks: \bar{u} , \bar{d} , s , c
 - Vektorbosonen: W^+ , g
 - (Skalarbosonen: H , π)
- Fundamentale Wechselwirkungen:
 - starke Wechselwirkung (QCD)



Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
 - Quarks: \bar{u} , \bar{d} , s , c
 - Vektorbosonen: W^+ , g
 - (Skalarbosonen: H , π)
- Fundamentale Wechselwirkungen:
 - starke Wechselwirkung (QCD)
 - elektroschwache Wechselwirkung (GSW-Theorie)



Feynmangraph

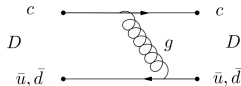
① ruhendes D -Meson

$$\begin{array}{c} c \quad \bullet \\ D \\ \bar{u}, \bar{d} \quad \bullet \end{array}$$

Feynmangraph des $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Feynmangraph

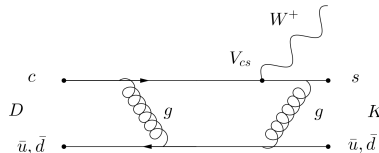
- 1 ruhendes D -Meson
- 2 propagiert in t



Feynmangraph des $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Feynmangraph

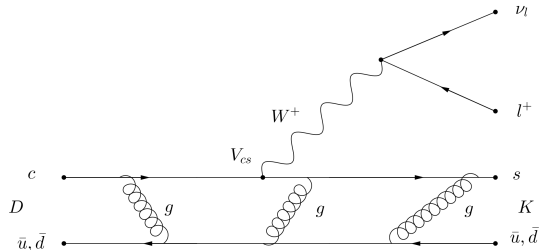
- ❶ ruhendes D -Meson
- ❷ propagiert in t .
- ❸ c wandelt unter Abstrahlung von W^+ in s



Feynmangraph des $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

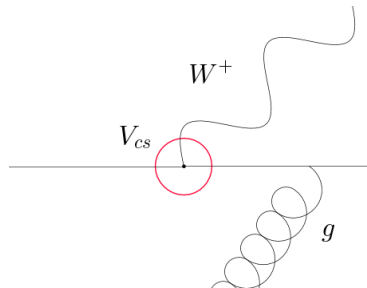
Feynmangraph

- ① ruhendes D -Meson
- ② propagiert in t .
- ③ c wandelt unter Abstrahlung von W^+ in s
- ④ W^+ zerstrahlt in Leptonpaar l^+, ν_l



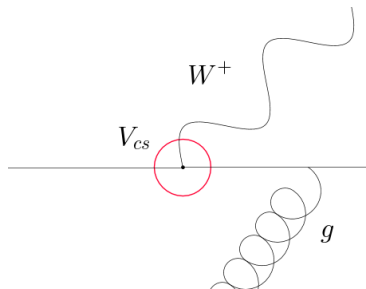
Feynmangraph des $D \rightarrow K l \nu$ Zerfalls

Überblick



Überblick

- Fermis Goldene Regel:
- Teilchenströme
- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1



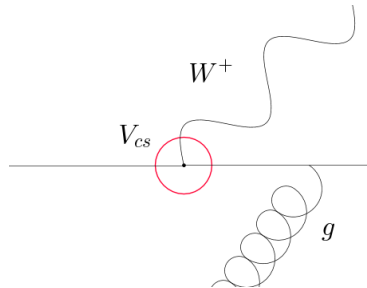
Überblick

- Fermis Goldene Regel:

$$\underbrace{\Gamma}_{\text{Rate}} = 2\pi \underbrace{\delta(E_f - E_i)}_{\text{Phasenraum } \Phi} \cdot \underbrace{|\langle f | V | i \rangle|}_{\text{Amplitude } M}^2$$

- Teilchenströme

- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1



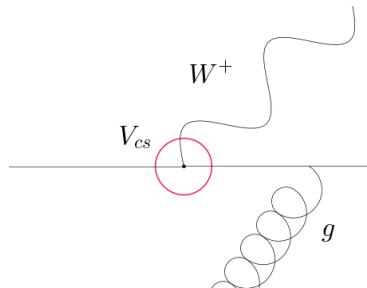
Überblick

- Fermis Goldene Regel:

$$\underbrace{\Gamma}_{\text{Rate}} = 2\pi \underbrace{\delta(E_f - E_i)}_{\text{Phasenraum } \Phi} \cdot \underbrace{|\langle f|V|i\rangle|}_{\text{Amplitude } M}^2$$

- Teilchenströme
 - relativistischer Dirac-Strom

- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1



Überblick

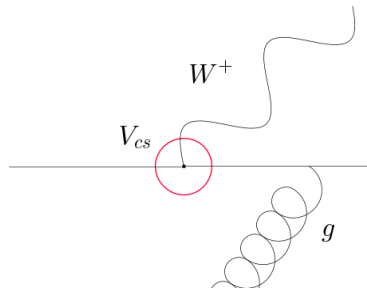
- Fermis Goldene Regel:

$$\underbrace{\Gamma}_{\text{Rate}} = 2\pi \underbrace{\delta(E_f - E_i)}_{\text{Phasenraum } \Phi} \cdot \underbrace{|\langle f | V | i \rangle|}_{\text{Amplitude } M}^2$$

- Teilchenströme

- relativistischer Dirac-Strom
- kurze Reichweite von W^+ für geringe Energien
→ Beschreibung durch
4-Fermionen-Wechselwirkung

- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1



Überblick

- Fermis Goldene Regel:

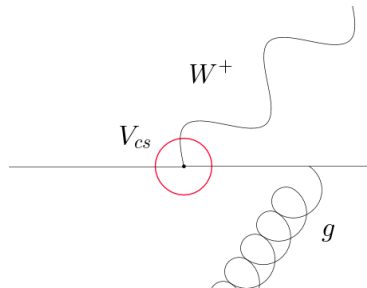
$$\underbrace{\Gamma}_{\text{Rate}} = 2\pi \underbrace{\delta(E_f - E_i)}_{\text{Phasenraum } \Phi} \cdot \underbrace{|\langle f | V | i \rangle|}_{\text{Amplitude } M}^2$$

- Teilchenströme

- relativistischer Dirac-Strom
- kurze Reichweite von W^+ für geringe Energien
→ Beschreibung durch 4-Fermionen-Wechselwirkung

- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1

- erhält Parität \mathcal{P}



Überblick

- Fermis Goldene Regel:

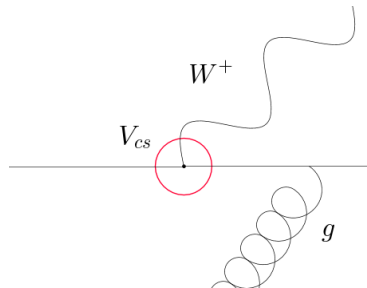
$$\underbrace{\Gamma}_{\text{Rate}} = 2\pi \underbrace{\delta(E_f - E_i)}_{\text{Phasenraum } \Phi} \cdot \underbrace{|\langle f | V | i \rangle|}_{\text{Amplitude } M}^2$$

- Teilchenströme

- relativistischer Dirac-Strom
- kurze Reichweite von W^+ für geringe Energien
→ Beschreibung durch 4-Fermionen-Wechselwirkung

- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1

- erhält Parität \mathcal{P}
- störungsrechnerisch nicht erfassbar
→ Darstellung durch **Formfaktoren** f



- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate für f_+
- 6 Ausblick

Zerfallsbreite

Zerfallsbreite

- Inverses der hier sehr kurzen Lebensdauer τ

Zerfallsbreite

- Inverses der hier sehr kurzen Lebensdauer τ
- Energiemessung führt wegen Energieunschärfe zu Verteilungen

Zerfallsbreite

- Inverses der hier sehr kurzen Lebensdauer τ
 - Energiemessung führt wegen Energieunschärfe zu Verteilungen
- Breite der Verteilung Γ kann gemessen werden

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$d\Gamma(D \rightarrow Kl\nu) = \frac{|M|^2}{2m_D} d\Phi(K, l, \nu)$$

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$\begin{aligned} d\Gamma(D \rightarrow Kl\nu) &= \frac{|M|^2}{2m_D} d\Phi(K, l, \nu) \\ &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} |f_+(q^2)|^2 |p_K|^3 dq^2 \end{aligned}$$

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$\begin{aligned}d\Gamma(D \rightarrow Kl\nu) &= \frac{|M|^2}{2m_D} d\Phi(K, l, \nu) \\&= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} |f_+(q^2)|^2 |p_K|^3 dq^2\end{aligned}$$

Fermikonstante G_F ,
CKM-Element V_{cs} ,
Formfaktor f_+ ,
Kaonimpuls p_K ,
Impulsübertrag q^2

Phasenraumvolumen

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)
- Je mehr Endzustände existieren, umso größer ist Φ

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)
- Je mehr Endzustände existieren, umso größer ist Φ
- Nicht vom Matrixelement unabhängig ausdrückbar, da es Viererimpulse enthält

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)
- Je mehr Endzustände existieren, umso größer ist Φ
- Nicht vom Matrixelement unabhängig ausdrückbar, da es Viererimpulse enthält

Ein erster Ausdruck:

$$d\Phi = (2\pi)^4 \frac{d^3 p_K}{2(2\pi)^3 E_K} \frac{d^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{d^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(p_D - p_K - k_1 - k_2)$$

Matrixelement

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)
- Beschreibt Übergang ähnlich Streuung von Startzustand i zu Endzustand f

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)
- Beschreibt Übergang ähnlich Streuung von Startzustand i zu Endzustand f
- Betragsquadrat $|M|^2$ kann als Wahrscheinlichkeit für Reaktion betrachtet werden

Matrizelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)
- Beschreibt Übergang ähnlich Streuung von Startzustand i zu Endzustand f
- Betragsquadrat $|M|^2$ kann als Wahrscheinlichkeit für Reaktion betrachtet werden

Ein erster Ausdruck:

$$M = \langle Kl\nu | \mathcal{H} | D \rangle$$

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 **Teilchenströme**
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate für f_+
- 6 Ausblick

Dirac-Gleichung

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung:

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi = (i\not{\partial} - m)\psi = (\not{p} - m)\psi = 0$$

Dirac-Matrix γ^μ ,
Dirac-Wellenfunktion ψ ,
Dirac-Spinoren u, v

Dirac-Strom j^μ

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi.$$

Rechtfertigung

Strom-Strom-Kopplung

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)
- Experimente erfordern **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)

Strom-Strom-Kopplung

- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten \mathcal{H}
→ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)

Strom-Strom-Kopplung

- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten \mathcal{H}
→ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren

Strom-Strom-Kopplung

- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten \mathcal{H}
→ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren
→ Dirac-Strom wird um Axialvektorstromanteil erweitert:

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi$$

CKM-Matrix V_{CKM}

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**
- Ausdruck für Übergangswahrscheinlichkeit von Quarks in Form einer (vermutlich) unitären 3×3 Matrix

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**
- Ausdruck für Übergangswahrscheinlichkeit von Quarks in Form einer (vermutlich) unitären 3×3 Matrix

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & \color{red}{V_{cs}} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

CKM-Matrix V_{CKM}

Ausgedrückt in der Wolfensteinparametrisierung:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & \color{red}{1 - \frac{1}{2}\lambda^2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

CKM-Matrix V_{CKM}

Ausgedrückt in der Wolfensteinparametrisierung:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & \mathbf{1 - \frac{1}{2}\lambda^2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

- V_{CKM} enthält nun komplexe Phase zur Erklärung der CP-Verletzung
- und drei Eulerwinkel $\theta_{12} = \theta_c$, θ_{13} und θ_{23}

Cabibbo-Winkel $\theta_c \approx 13^\circ$,

$\lambda = \sin \theta_{12} \approx 0,2$,

$A\lambda^2 = \sin \theta_{23}$,

$A\lambda^3(\rho - i\eta) = \sin \theta_{13} e^{-i\phi}$

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren**
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate für f_+
- 6 Ausblick

Motivation

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und \bar{q}_1 nicht

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und \bar{q}_1 nicht
 - Leptonenstrom weiterhin dadurch beschrieben
 - Hadronenstrom durch Formfaktoren darstellen

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und \bar{q}_1 nicht
 - Leptonenstrom weiterhin dadurch beschrieben
 - Hadronenstrom durch Formfaktoren darstellen
- Formfaktoren sind einheitenlose Größen, die theoretisch unzugängliche Einflüsse enthalten (sollen berechnet werden)

Motivation

- Viererimpulse p_D und p_K sind einzige Freiheitsgrade und müssen zur Darstellung ausreichen

Motivation

- Viererimpulse p_D und p_K sind einzige Freiheitsgrade und müssen zur Darstellung ausreichen
- Da QCD Parität erhält, müssen Formfaktorausdrücke dasselbe Transformationsverhalten unter Parität haben, wie V bzw. A .

Axialvektorformfaktoren

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität \mathcal{P} sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität \mathcal{P} sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie
- Vektoren und Pseudoskalare transformieren mit $\pi = -1$, Axialvektoren mit $\pi = +1$

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität \mathcal{P} sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie
- Vektoren und Pseudoskalare transformieren mit $\pi = -1$, Axialvektoren mit $\pi = +1$

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | V^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | A^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1$$

Axialvektorformfaktoren

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | V^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | A^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1$$

- Keine Kombination aus p_D^μ , p_K^μ und dem Levi-Civita-Tensor $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ transformiert mit $\pi = +1$

Axialvektorformfaktoren

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | V^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | A^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1$$

- Keine Kombination aus p_D^μ , p_K^μ und dem Levi-Civita-Tensor $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ transformiert mit $\pi = +1$
 - $\langle K(p_K) | A^\mu | D(p_D) \rangle = 0$
 - Keine Axialvektorformfaktoren!

Vektorformfaktoren

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

→ Allgemeine Darstellung durch zwei Formfaktoren f_+ , f_- :

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

→ Allgemeine Darstellung durch zwei Formfaktoren f_+ , f_- :

$$\langle K(p_K) | V^\mu | D(p_D) \rangle = f_+(q^2)(p_D + p_K)^\mu + f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu$$

Formfaktor f_-

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_- :

$$M_- = \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_- :

$$\begin{aligned} M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \end{aligned}$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_- :

$$\begin{aligned} M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l) (1 - \gamma_5) v_l \end{aligned}$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_- :

$$\begin{aligned}
 M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\
 &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\
 &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l) (1 - \gamma_5) v_l \\
 &\stackrel{\text{Dirac}}{=} \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (m_\nu + m_l) (1 - \gamma_5) v_l
 \end{aligned}$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_- :

$$\begin{aligned} M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l) (1 - \gamma_5) v_l \\ &\stackrel{\text{Dirac}}{=} \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (m_\nu + m_l) (1 - \gamma_5) v_l \end{aligned}$$

Die Leptonmassen sind für $l = e, \mu$ verglichen mit m_D vernachlässigbar

→ f_- liefert ebenfalls keinen Beitrag!

Kinematische Grenzen

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2 , die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2 , die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$p_D^\mu - p_K^\mu =: q^\mu := p_l^\mu + p_\nu^\mu$$

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2 , die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$

$$p_D^\mu - p_K^\mu =: q^\mu := p_l^\mu + p_\nu^\mu$$

$$(p_D^\mu - p_K^\mu)^2 = q^2 = (p_l^\mu + p_\nu^\mu)^2$$

$$m_D^2 + m_K^2 - 2m_D E_K = q^2 = m_l^2 + m_\nu^2 + E_l E_\nu - |\vec{p}_l| |\vec{p}_\nu| \cos(\xi)$$

Leptonenzwischenwinkel ξ

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2 , die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$

$$p_D^\mu - p_K^\mu =: q^\mu := p_l^\mu + p_\nu^\mu$$

$$(p_D^\mu - p_K^\mu)^2 = q^2 = (p_l^\mu + p_\nu^\mu)^2$$

$$m_D^2 + m_K^2 - 2m_D E_K = q^2 = m_l^2 + m_\nu^2 + E_l E_\nu - |\vec{p}_l| |\vec{p}_\nu| \cos(\xi)$$

Hieraus ergeben sich bei abermals vernachlässigbaren Leptonenmassen ($E = |\vec{p}|$) die Bereichsgrenzen zu

$$0 \leq q^2 \leq (m_D - m_K)^2.$$

Leptonenzwischenwinkel ξ

Parametrisierung

Parametrisierung

- $d\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 dq^2$

Parametrisierung

- $d\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 dq^2$
- Bei bestimmten Energien divergiert Γ
 - Pol-Verhalten um $q^2 = m_{D^*}^2$ (außerhalb des phys. rel. Bereichs)

Parametrisierung

- $d\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 dq^2$
- Bei bestimmten Energien divergiert Γ
 - Pol-Verhalten um $q^2 = m_{D^*}^2$ (außerhalb des phys. rel. Bereichs)
- Parametrisierung durch Pol und Polynomreihe in z mit $|z| \stackrel{!}{<} 1$
 - Gutes Konvergenzverhalten

Parametrisierung

Parametrisierung

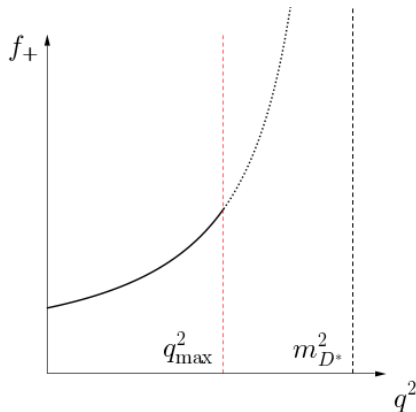
Eine Parametrisierung für f_+ mit diesen Eigenschaften lautet:

$$f_+(q^2) = \frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_{D^*}^2}} \sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i(t_0, q^2)$$

$$z(t_0, q^2) = \frac{\sqrt{t_+ - q^2} - \sqrt{t_+ - t_0}}{\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}}$$

$$t_{\pm} = (m_D \pm m_K)^2,$$

$$t_0: 0 \leq t_0 < t_+$$



Parametrisierung

- Polynomordnung \mathcal{O} liefert Anzahl der Fitparameter a_i

Parametrisierung

- Polynomordnung \mathcal{O} liefert Anzahl der Fitparameter a_i
- Freier Parameter t_0 minimiert Fehler der a_i
($t_{\text{opt}} := t_+(1 - \sqrt{1 - t_-/t_+})$) minimiert Maximalwert von $|z|$)

Parametrisierung

- Polynomordnung \mathcal{O} liefert Anzahl der Fitparameter a_i
 - Freier Parameter t_0 minimiert Fehler der a_i
($t_{\text{opt}} := t_+(1 - \sqrt{1 - t_-/t_+})$) minimiert Maximalwert von $|z|$)
- Variation in diesen beiden möglich

Methode der kleinsten Quadrate

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet
 - Fitparameter werden variiert, bis χ^2 minimal ist

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet
 - Fitparameter werden variiert, bis χ^2 minimal ist

Die hier verwandte χ^2 -Funktion lautet

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

und wird durch ein Python-Skript unter Verwendung des Minimierungsmoduls Minuit vom CERN minimiert.

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- Anzahl diskreter Intervalle m (q^2 -Bins)

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- Anzahl diskreter Intervalle m (q^2 -Bins)
- Kovarianzmatrix $C = C^{\text{stat}} + C^{\text{sys}}$; $C_{ij}^{\alpha} = \sigma_i^{\alpha} \sigma_j^{\alpha} \cdot \rho_{ij}^{\alpha}$
 $\alpha = \text{stat, sys}$; Varianzen σ ; Korrelationsmatrix ρ

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- experimentell erfasste Daten $\Delta\Gamma$ (CLEO Collaboration)

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^m (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- experimentell erfasste Daten $\Delta\Gamma$ (CLEO Collaboration)
- theoretische Werte $g = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} \int |p_K(q_i^2)|^3 \cdot |f_+(q_i^2)|^2 dq_i^2$

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate für f_+**
- 6 Ausblick

Vorbereitung

Vorbereitung

- Ergebnisse für f_+ mit Werten der CLEO Collaboration
(Lepton = Positron)

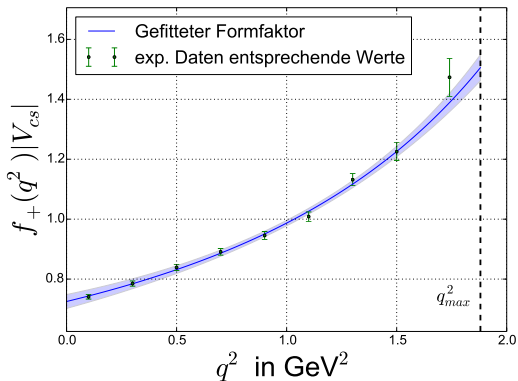
Vorbereitung

- Ergebnisse für f_+ mit Werten der CLEO Collaboration (Lepton = Positron)
- Für $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ Betrachtung der Variation von t_0 und \mathcal{O}

Vorbereitung

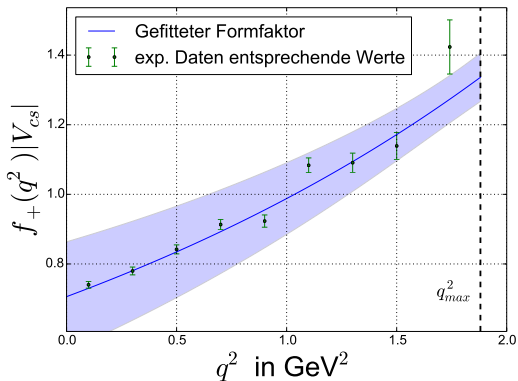
- Ergebnisse für f_+ mit Werten der CLEO Collaboration (Lepton = Positron)
- Für $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ Betrachtung der Variation von t_0 und \mathcal{O}
- Bei $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$ gelten entsprechende Einflüsse, nur nicht so deutlich

Repräsentativer Fit für $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$



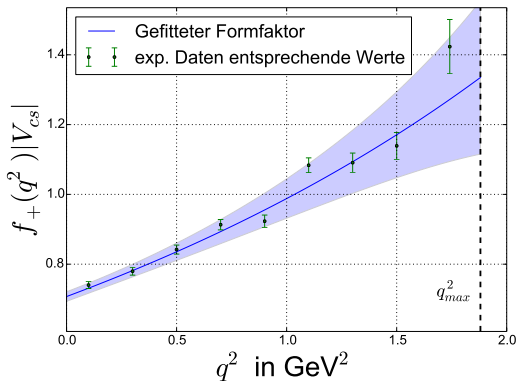
	Wert
t_0	t_{opt}
\mathcal{O}	2
a_0	0,744(7)
a_1	-0,775(257)
a_2	7,876(6,691)
χ	2,9
$f_+(0) V_{cs} $	0,725

Variation in t_0



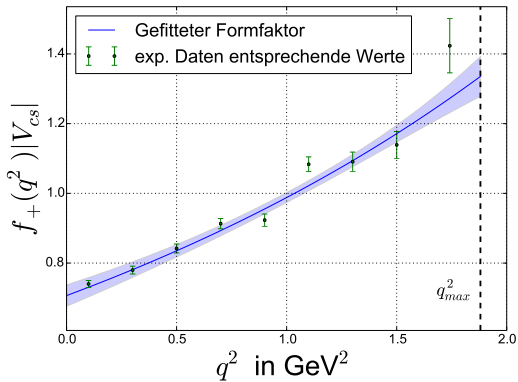
	Wert
t_0	t_-
\mathcal{O}	2
a_0	0,714(37)
a_1	1,22(1,17)
a_2	-12,67(8,90)
χ	12,0
$f_+(0) V_{cs} $	0,707

Variation in t_0



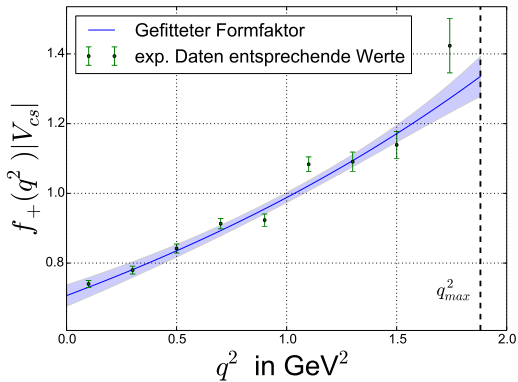
	Wert
t_0	0
\mathcal{O}	2
a_0	0,707(14)
a_1	-1,356(685)
a_2	-12,58(8,81)
χ	12,0
$f_+(0) V_{cs} $	0,707

Variation in t_0



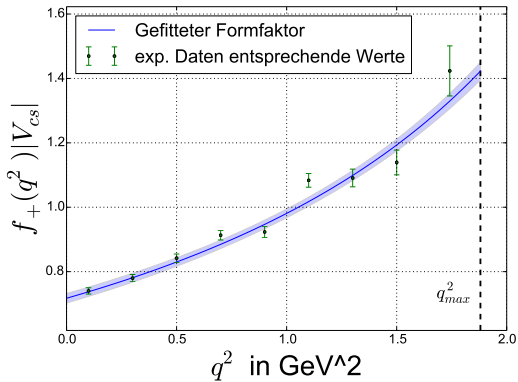
	Wert
t_0	t_{opt}
\mathcal{O}	2
a_0	0,744(11)
a_1	-0,071(324)
a_2	-12,56(8,78)
χ	12,0
$f_+(0) V_{cs} $	0,707

Variation in \mathcal{O}



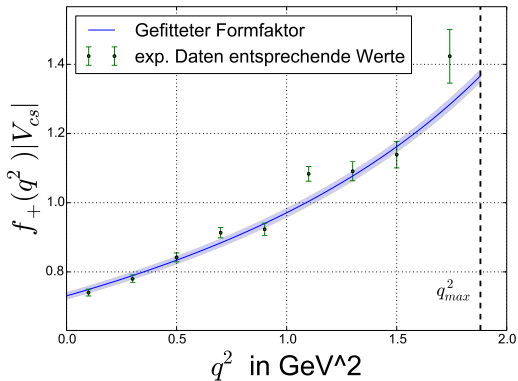
	Wert
t_0	t_{opt}
\mathcal{O}	2
a_0	0,744(11)
a_1	-0,071(324)
a_2	-12,56(8,78)
χ	12,0
$f_+(0) V_{cs} $	0,707

Variation in \mathcal{O}



	Wert
t_0	t_{opt}
\mathcal{O}	1
a_0	0,739(10)
a_1	-0,421(207)
a_2	
χ	14,1
$f_+(0) V_{cs} $	0,718

Variation in \mathcal{O}



	Wert
t_0	t_{opt}
\mathcal{O}	0
a_0	0,731(9)
a_1	
a_2	
χ	18,2
$f_+(0) V_{cs} $	0,731

Diskussion

Diskussion

Variation in t_0 :

Variation in \mathcal{O} :

Diskussion

Variation in t_0 :

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar

Variation in \mathcal{O} :

Diskussion

Variation in t_0 :

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar
- Für $f(0)|V_{cs}|$ bietet $t_0 = 0$ die geringste Varianz

Variation in \mathcal{O} :

Diskussion

Variation in t_0 :

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar
- Für $f(0)|V_{cs}|$ bietet $t_0 = 0$ die geringste Varianz

Variation in \mathcal{O} :

- Höhere Ordnung bedingt größer werdende Fehlerschläuche wegen zunehmendem Beitrag weiterer Koeffizienten

Diskussion

Variation in t_0 :

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar
- Für $f(0)|V_{cs}|$ bietet $t_0 = 0$ die geringste Varianz

Variation in \mathcal{O} :

- Höhere Ordnung bedingt größer werdende Fehlerschläuche wegen zunehmendem Beitrag weiterer Koeffizienten
- Ordnung manipuliert $f(0)|V_{cs}|$ nur geringfügig - erst in zweiter Nachkommastelle feststellbar

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung
- Wert für $f(0)|V_{cs}|$ ähnlich anderen Parametrisierungen, die bei CLEO aufgeführt sind

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung
- Wert für $f(0)|V_{cs}|$ ähnlich anderen Parametrisierungen, die bei CLEO aufgeführt sind
- Durch Rechnung Gitterquantenchromodynamik ergibt sich $f(0)=0,73$

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung
 - Wert für $f(0)|V_{cs}|$ ähnlich anderen Parametrisierungen, die bei CLEO aufgeführt sind
 - Durch Rechnung Gitterquantenchromodynamik ergibt sich $f(0)=0,73$
- für $|V_{cs}|$ ergeben sich $|V_{cs,D^+}| = 0,97$ und $|V_{cs,D^0}| = 0,99$
(vgl. Wolfenstein: $V_{cs} = 1 - 1/2\lambda^2 = 0,98$)

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate für f_+
- 6 **Ausblick**

Ausblick

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
 - ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
 - ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung
 - Sind alle Quarkflavour-Änderungsprozesse mit drei Generationen...

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
 - ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung
 - Sind alle Quarkflavour-Änderungsprozesse mit drei Generationen...
 - ... bzw. allein durch elektroschwache WW auch quantitativ beschreibbar?

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
 - ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
 - CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung
 - Sind alle Quarkflavour-Änderungsprozesse mit drei Generationen...
 - ... bzw. allein durch elektroschwache WW auch quantitativ beschreibbar?
- Verbesserte Ausmessung aller CKM-Elemente!

Bonus

Bonusfolien

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{2m_D} d\Phi$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Matrizelement

$$\begin{aligned}
 M &= \langle Kl\nu | \mathcal{H} | D \rangle \\
 &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} [f_+(q^2) P^\mu] \bar{u}(k_l) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(k_\nu) \\
 |M|^2 &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{2} |f_+(q^2)|^2 P^\mu P^\nu \underbrace{[\bar{u}(k_l) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(k_\nu)]^2}_{\text{Casimirs Trick}} \\
 &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{2} |f_+(q^2)|^2 P^\mu P^\nu \cdot 8(k_{l,\mu} k_{\nu,\nu} - g_{\mu\nu} k_l k_\nu + k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}) \\
 &= 4G_F^2 |V_{cs}|^2 |f_+(q^2)|^2 (2P^\mu P^\nu - P^2 g^{\mu\nu}) k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}
 \end{aligned}$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Phasenraum

$$d\Phi = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p_K}{2E_K} \int \frac{d^3 k_1}{2E_1} \frac{d^3 k_2}{2E_2} \delta^4(p_D - p_K - k_1 - k_2) k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Benutzte Gleichheiten

$$\frac{d^3 p_K}{2E_K} = 2\pi |p_K| dE_K$$

$$|p_K| = \frac{\sqrt{\lambda(m_D^2, m_K^2, q^2)}}{2m_D}$$

$$\int \frac{d^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{d^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(q - k_1 - k_2) k_{1,\mu} k_{2,\nu} = \frac{\pi}{24} (q^2 g_{\mu\nu} + 2q_\mu q_\nu)$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Phasenraum

$$d\Phi = \frac{|p_K| dE_K}{(2\pi)^4} \frac{\pi}{24} (q^2 g_{\mu,\nu} + 2q_\mu q_\nu)$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Matrizelement und Phasenraum

Unter Verwendung von

$$(2P^\mu P^\nu - P^2 g^{\mu\nu})(q^2 g_{\mu,\nu} + 2q_\mu q_\nu) = 4\lambda(m_D^2, m_K^2, q^2) = 16m_D^2 |p_K|^2$$

ergibt sich die oben aufgeführte Zerfallsbreite