

Formfaktoren des semileptonischen $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Dimitrios Skodras

Lehrstuhl für Theoretische Physik IV
Technische Universität Dortmund

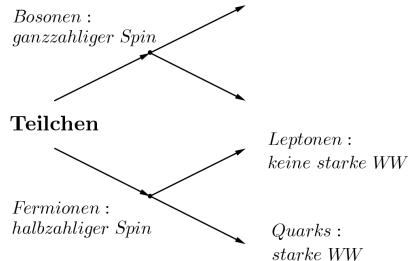
03.09.2014

Gliederung

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate unter t_0 - und \mathcal{O} -Variation
- 6 Ausblick

Standardmodell

- Teilcheninhalt:
 - Leptonen: e^+ , μ^+ , ν
 - Quarks: \bar{u} , \bar{d} , s , c
 - Bosonen: W^+ , g
- Fundamentale Wechselwirkungen:
 - starke Wechselwirkung (QCD)
 - elektroschwache Wechselwirkung (GSW-Theorie)



Feynmangraph

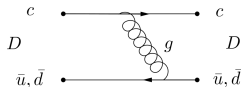
① ruhendes D -Meson

$$\begin{array}{c}
 c \quad \bullet \\
 D \\
 \bar{u}, \bar{d} \quad \bullet
 \end{array}$$

Feynmangraph des $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Feynmangraph

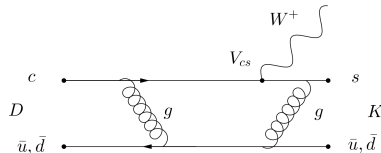
- ① ruhendes D -Meson
- ② propagiert in t



Feynmangraph des $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Feynmangraph

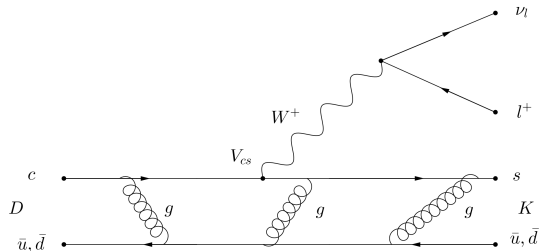
- ❶ ruhendes D -Meson
- ❷ propagiert in t .
- ❸ c wandelt unter Abstrahlung von W^+ in s



Feynmangraph des $D \rightarrow Kl\nu$ Zerfalls

Feynmangraph

- ① ruhendes D -Meson
- ② propagiert in t .
- ③ c wandelt unter Abstrahlung von W^+ in s
- ④ W^+ zerstrahlt in Leptonpaar l^+, ν_l



Feynmangraph des $D \rightarrow K l \nu$ Zerfalls

Überblick

- Fermis Goldene Regel:

$$\underbrace{\Gamma}_{\text{Rate}} = 2\pi \underbrace{\delta(E_f - E_i)}_{\text{Phasenraum } \Phi} \cdot \underbrace{|\langle f | V | i \rangle|}_{\text{Amplitude } M}^2$$

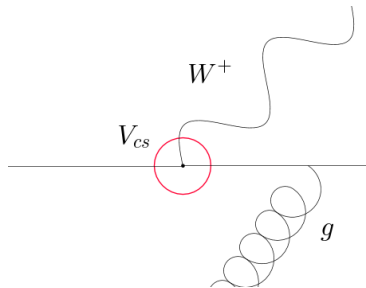
- Teilchenströme

- relativistischer Dirac-Strom
- kurze Reichweite von W^+ für geringe Energien

→ Beschreibung durch
4-Fermionen-Wechselwirkung

- Starke WW zwischen c und \bar{q}_1

- erhält Parität \mathcal{P}
 - störungsrechnerisch nicht erfassbar
- Darstellung durch **Formfaktoren** f



- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate unter t_0 - und \mathcal{O} -Variation
- 6 Ausblick

- was ist gamma (wie wird es bestimmt, was hat es mit D^* auf sich)

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$\begin{aligned}d\Gamma(D \rightarrow Kl\nu) &= \frac{|M|^2}{2m_D} d\Phi(K, l, \nu) \\ &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} |f_+(q^2)|^2 |p_K|^3 dq^2\end{aligned}\quad (1)$$

wird im Folgenden hergeleitet.

Fermikonstante G_F ,
CKM-Element V_{cs} ,
Formfaktor f_+ ,
Kaonimpuls p_K ,
Impulsübertrag q^2

Phasenraumvolumen

-zweck

Berechnung

$$\begin{aligned} d\Phi &= (2\pi)^4 \frac{d^3 p_K}{2(2\pi)^3 E_K} \frac{d^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{d^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(p_D - p_K - k_1 - k_2) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p_K}{2E_K} \int \frac{d^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{d^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(q - k_1 - k_2) k_{1,\mu} k_{2,\nu} \end{aligned}$$

Leptonimpulse k_i integriert, da Verteilung der Zerfallsbreiten durch dq^2 gemessen. Die Einträge $k_{1,\mu}$ und $k_{2,\nu}$ stammen von M (folgt im Anschluss)

Berechnung

Für die weitere Berechnung werden folgende Gleichungen des D -Meson-Ruhesystems benötigt:

- $\frac{d^3 p_K}{2E_K} = 2\pi |p_K| dE_K$
- $|p_K| = \frac{\sqrt{\lambda(m_D^2, m_K^2, q^2)}}{2m_D}$
- $\int \frac{d^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{d^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(q - k_1 - k_2) k_{1,\mu} k_{2,\nu} = \frac{\pi}{24} (q^2 g_{\mu\nu} + 2q_\mu q_\nu)$

$\lambda = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + bc + ac)$ - Källén-Funktion,
 $g_{\mu,\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ - Minkowski-Metrik

Berechnung

Diese führen zu einem Ausdruck für das Phasenraumvolumen:

$$d\Phi = \frac{\pi}{24} (q^2 g_{\mu\nu} + 2q_\mu q_\nu) \frac{|p_K|}{(2\pi)^4} dE_K \quad (2)$$

Matrizelement

- zweck - berechnung an der tafel (grob) - detaillierter auf folie

Berechnung I

hiernach verlinkung zu teilchenstroeme

Berechnung II

Abschliessend kann das quadrierte Matrixelement nach Umformung des leptonischen Anteils durch Casimirs Trick wie folgt geschrieben werden als

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{2} |f_+(q^2)|^2 P^\mu P^\nu \cdot 8(k_{l,\mu} k_{\nu,\nu} - g_{\mu\nu} k_l k_\nu + k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}) \\ &= 4G_F^2 |V|^2 |f_+(q^2)|^2 (2P^\mu P^\nu - P^2 g^{\mu\nu}) k_{l,\nu} k_{\nu,\mu} \end{aligned} \quad (3)$$

Berechnung II

Nun können (2) und (3) unter Verwendung von

$$(2P^\mu P^\nu - P^2 g^{\mu\nu})(2q_\mu q_\nu + q^2 g_{\mu\nu}) = 4\lambda(m_D^2, m_K^2, q^2) = 16m_D^2 |p_K|^2$$

miteinander verknüpft und zu (1) zusammengefasst werden

++Verlinkung auf f++

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 **Teilchenströme**
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate unter t_0 - und \mathcal{O} -Variation
- 6 Ausblick

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi = (i\not{\partial} - m)\psi = (\not{p} - m)\psi = 0 \quad (4)$$

Dirac-Matrix γ^μ ,
Dirac-Wellenfunktion ψ ,
Dirac-Spinoren u, v

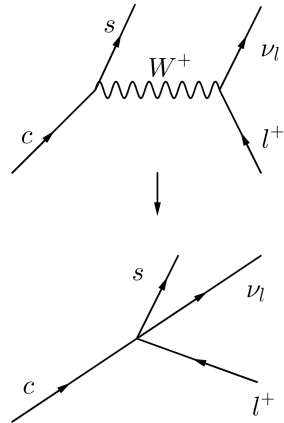
Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi.$$

Rechtfertigung

- Am W^+ koppeln hier ein hadronischer und ein leptonischer Strom
- Hohe Masse des W^+ ($\approx 82 \text{ GeV}$) heißt kurze Lebensdauer
 - Vier Fermionen(-ströme) wechselwirken in einem Punkt
- Niederenergetischer Grenzfall ($q^2 < 2 \text{ GeV}^2$) der GSW-Theorie



Strom-Strom-Kopplung

- Das Verhalten unter Lorentz-Transformationen ist für Ströme vielfältig (S, P, V, A, T)
- Aus Strömen konstruierter Hamiltonian muss (pseudo-)skalar sein (z.B. bei V-A-Kopplung)
- Diese erfordert **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren
 - Dirac-Ströme wird um Axialstromanteil erweitert:

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi \quad (5)$$

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren**
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate unter t_0 - und \mathcal{O} -Variation
- 6 Ausblick

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und \bar{q}_1 nicht
 - gilt aber für Leptonenstrom
 - Hadronenstrom durch Formfaktoren darstellen
- Formfaktoren sind einheitenlose Größen, die theoretisch unzugängliche Einflüsse enthalten (sollen berechnet werden)
- Viererimpulse p_D und p_K sind einzige Freiheitsgrade und müssen zur Darstellung ausreichen
- Da QCD Parität erhält, müssen Formfaktorausdrücke dasselbe Transformationsverhalten unter Parität haben, wie V bzw. A .

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität \mathcal{P} sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie
- Vektoren und Pseudoskalare transformieren mit $\pi = -1$, Axialvektoren mit $\pi = +1$

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | V^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

$$\mathcal{P} \langle \bar{K}^0 | A^\mu | D^+ \rangle = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1.$$

- Keine Kombination aus p_D^μ , p_K^μ und $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ transformiert mit $\pi = +1$
 - $\langle K(p_K) | A^\mu | D(p_D) \rangle = 0$
 - Keine Axialvektorformfaktoren!

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

→ Allgemeine Darstellung durch zwei Formfaktoren f_+ , f_- :

$$\langle K(p_K) | V^\mu | D(p_D) \rangle = f_+(q^2)(p_D + p_K)^\mu + f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu.$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_- :

$$\begin{aligned} M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) (k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l) (1 - \gamma_5) v_l \\ &\stackrel{(4)}{=} \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (m_\nu + m_l) (1 - \gamma_5) v_l. \end{aligned}$$

Die Leptonmassen sind für $l = e, \mu$ verglichen mit m_D vernachlässigbar

→ f_- liefert ebenfalls keinen Beitrag!

++link zu Matrixelement II++

Kinematische Grenzen

Parametrisierung

parametrisierung fit resultate

Methode der kleinsten Quadrate

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate unter t_0 - und \mathcal{O} -Variation
- 6 Ausblick

- 1 Der Zerfall
- 2 Fermis Goldene Regel
 - Differentielle Zerfallsbreite $d\Gamma$
 - Phasenraumvolumen $d\Phi$
 - Matrixelement M
- 3 Teilchenströme
 - Dirac-Gleichung
 - 4-Fermionen-Wechselwirkung
- 4 Formfaktoren
 - Axialvektorformfaktoren und f_-
 - Formfaktor f_+
- 5 Resultate unter t_0 - und \mathcal{O} -Variation
- 6 **Ausblick**

Bonus

Bonusfolien