Formfaktoren des semileptonischen $D \to Kl\nu$ Zerfalls

Dimitrios Skodras

Lehrstuhl für Theoretische Physik IV
Technische Universität Dortmund

03.09.2014

Gliederung

Standardmodell

Zerfallsbreite

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Phasenraumvolumen

Matrixelement

Dirac-Gleichung

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung:

$$(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi = (i\not{\partial} - m)\psi = (\not{p} - m)\psi = 0$$

Dirac-Matrix γ^μ,
Dirac-Wellenfunktion ψ,
Dirac-Spinoren u, v

Dirac-Strom j^μ

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi.$$

Rechtfertigung

Strom-Strom-Kopplung

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)
- Experimente erfordern **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)
- Experimente erfordern **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)
- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten $\mathcal{H}$ $\rightarrow$ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)
- Experimente erfordern **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)
- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten $\mathcal{H}$ $\rightarrow$ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)
- Experimente erfordern **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)
- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten $\mathcal{H}$ $\rightarrow$ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren

  $\rightarrow$ Dirac-Strom wird um Axialvektorstromanteil erweitert:

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\psi$$

CKM-Matrix V_{CKM}

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - \mathrm{i}\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1-\rho-\mathrm{i}\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

- V_{CKM} enthält nun komplexe Phase zur Erklärung der CP-Verletzung
- und drei Eulerwinkel $\theta_{12} = \theta_c$, θ_{13} und θ_{23}

$\lambda = \sin\theta_{12} \approx 0,2$,
$A\lambda^2 = \sin\theta_{23}$,
$A\lambda^3(\rho - \mathrm{i}\eta) = \sin\theta_{13}\mathbf{e}^{-\mathrm{i}\phi}$

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - \mathrm{i}\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1-\rho-\mathrm{i}\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

- V_{CKM} enthält nun komplexe Phase zur Erklärung der CP-Verletzung
- und drei Eulerwinkel $\theta_{12} = \theta_c$, θ_{13} und θ_{23}

$\lambda = \sin\theta_{12} \approx 0,2$,
$A\lambda^2 = \sin\theta_{23}$,
$A\lambda^3(\rho - \mathrm{i}\eta) = \sin\theta_{13}\mathbf{e}^{-\mathrm{i}\phi}$

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**
- Ausdruck für Übergangswahrscheinlichkeit von Quarks in Form

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - \mathrm{i}\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1-\rho-\mathrm{i}\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

- V_{CKM} enthält nun komplexe Phase zur Erklärung der CP-Verletzung
- und drei Eulerwinkel $\theta_{12} = \theta_c$, θ_{13} und θ_{23}

$\lambda = \sin\theta_{12} \approx 0,2$,
$A\lambda^2 = \sin\theta_{23}$,
$A\lambda^3(\rho - \mathrm{i}\eta) = \sin\theta_{13}\mathbf{e}^{-\mathrm{i}\phi}$

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und $\bar{q}_1$ nicht
  - $\rightarrow$ gilt aber für Leptonenstrom
  - $\rightarrow$ Hadronenstrom durch Formfaktoren darstellen
- Formfaktoren sind einheitenlose Größen, die theoretisch unzugängliche Einflüsse enthalten (sollen berechnet werden)
- Viererimpulse p_D und p_K sind einzige Freiheitsgrade und müssen zur Darstellung ausreichen
- Da QCD Parität erhält, müssen Formfaktorausdrücke dasselbe Transformationsverhalten unter Parität haben, wie V bzw. A.

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität $\mathcal{P}$ sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie
- Vektoren und Pseudoskalare transformieren mit $\pi = -1$, Axialvektoren mit $\pi = +1$

$$\mathcal{P} \left\langle \bar{K}^0 \middle| V^\mu \middle| D^+ \right\rangle = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$
$$\mathcal{P} \left\langle \bar{K}^0 \middle| A^\mu \middle| D^+ \right\rangle = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1.$$

- Keine Kombination aus p_D^μ, p_K^μ und $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ transformiert mit $\pi = +1$
  $\rightarrow$ $\left\langle K(p_K) \middle| A^\mu \middle| D(p_D) \right\rangle = 0$
  $\rightarrow$ Keine Axialvektorformfaktoren!

Levi-Civita-Tensor $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

→ Allgemeine Darstellung durch zwei Formfaktoren f_+, f_-:

$$\langle K(p_K) \,|V^\mu|\, D(p_D)\rangle = f_+(q^2)(p_D + p_K)^\mu + f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu .$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_-:

$$\begin{aligned} M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l)(1-\gamma_5) v_l \\ &\overset{(??)}{=} \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (m_\nu + m_l)(1-\gamma_5) v_l\,. \end{aligned}$$

Die Leptonmassen sind für $l = e,\, \mu$ verglichen mit m_D vernachlässigbar

$\rightarrow$ f_- liefert ebenfalls keinen Beitrag!

++link zu Matrixelement II++

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2, die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$p_D^\mu - p_K^\mu = q^\mu = p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$(p_D^\mu - p_K^\mu)^2 = q^2 = (p_l^\mu + p_\nu^\mu)^2$$
$$m_D^2 + m_K^2 - 2m_D E_K = q^2 = m_l^2 + m_\nu^2 + E_l E_\nu - |\vec{p}_l||\vec{p}_\nu| \cos(\xi).$$

Hieraus ergeben sich bei abermals vernachlässigbaren Leptonenmassen ($E = |\vec{p}|$) die Bereichsgrenzen zu

$$0 \leq q^2 \leq (m_D - m_K)^2.$$

Leptonenzwischenwinkel ξ

Parametrisierung

- $\mathrm{d}\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 \mathrm{d}q^2$
- Bei bestimmten Energien divergiert Γ

  $\rightarrow$ Pol-Verhalten um $q^2 = m_{D^*}^2$ (außerhalb des phys. rel. Bereichs)
- Parametrisierung durch Pol und Polynomreihe in z mit $|z| \overset{!}{<} 1$

  $\rightarrow$ Gutes Konvergenzverhalten

Parametrisierung

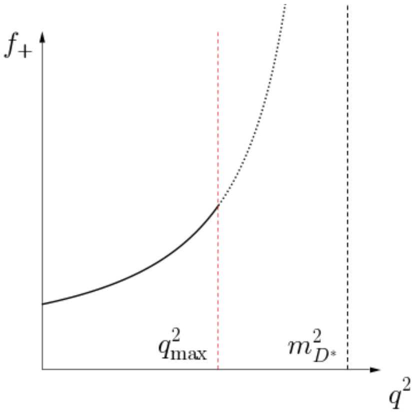
Eine Parametrisierung für f_+ mit diesen Eigenschaften lautet:

$$f_+(q^2) = \frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_{D^*}^2}} \sum_{i=0}^{\infty} a_i \, z^i(t_0,\, q^2)$$

$$z(t_0,\, q^2) = \frac{\sqrt{t_+ - q^2} - \sqrt{t_+ - t_0}}{\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}}$$

Wahl für $t_0 = t_{\text{opt}} = t_+(1 - \sqrt{1 - t_-/t_+})$ minimiert Maximalwert von $|z|$.

$t_\pm = (m_D \pm m_K)^2$,
wählbares t_0: $0 \leq t_0 < t_+$



Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet
  - $\rightarrow$ Fitparameter werden variiert, bis χ^2 minimal ist

Die hier verwandte χ^2-Funktion lautet

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

und wird durch ein `Python`-Skript unter Verwendung des Minimierungsmoduls `Minuit` vom CERN minimiert.

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- Anzahl diskreter Intervalle m
- experimentell erfasste Daten $\Delta\Gamma$
- theoretische Werte $g = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} \int |p_K(q_i^2)|^3 \cdot |f_+(q_i^2)|^2 \mathrm{d}q_i^2$
- Kovarianzmatrix $C = C^{\text{stat}} + C^{\text{sys}}$; $C_{ij}^{\alpha} = \sigma_i^{\alpha} \sigma_j^{\alpha} \cdot \rho_{ij}^{\alpha}$
  $\alpha =$ stat, sys; Varianzen σ; Korrelationsmatrix ρ

Vorbereitung

einleitung

Variation in t_0

fitresultate direkt mit angeben?

Variation in $\mathcal{O}$

fitresultate direkt mit angeben?

Ausblick

Bonus

Bonusfolien