

Formfaktoren des semileptonischen $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 l^+ \nu$ Zerfalls

Bachelorarbeit
zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science

vorgelegt von
Dimitrios Skodras
geboren in Aschaffenburg

Lehrstuhl für Theoretische Physik IV
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund
2014

1. Gutachter : Prof. Dr. Musterfrau

2. Gutachter : Prof. Dr. Mustermann

Datum des Einreichens der Arbeit: TT. Monat JJJJ

Kurzfassung

Hier folgt eine kurze Zusammenfassung des Inhalts und der Ergebnisse der Arbeit in deutscher Sprache.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
2 Theorie	2
2.1 Voraussetzungen moderner Physik	2
2.1.1 Relativistische Kinematik	3
2.1.2 Dirac-Gleichung	4
2.1.3 Fermis Goldene Regel	6
2.2 Standardmodell der Elementarteilchenphysik	6
2.2.1 Teilcheninhalt	6
2.2.2 Schwache Wechselwirkung	8
2.3 Parametrisieren von Formfaktoren	8
3 Ergebnisse	9

3.1	Kinematische Größen	9
3.2	Ermittlung der Formfaktoren	10
3.2.1	Die Formfaktoren f_0 und f_-	10
3.2.2	Fit des Formfaktors f_+	10
4	Zusammenfassung und Ausblick	11
	Quellenverzeichnis	11

Abbildungsverzeichnis

3.1	Zwei Zerfallsmöglichkeiten des D^+ -Mesons mit extremen q^2 -Werten . . .	9
-----	---	---

Tabellenverzeichnis

2.1	Kenndaten elementarer Fermionen (ohne Antiteilchen)	7
2.2	Kenndaten der im Zerfall beteiligten Mesonen	7

Kapitel 1

Einleitung

Kapitel 2

Theorie

Ehe die Matrixelemente errechnet werden, ist es erforderlich, Kenntnis von beteiligten Zusammenhängen zu haben. Zum einen werden die beim Zerfall beteiligten Teilchen und ihre fundamentalen Wechselwirkungen beleuchtet. Dazu gehören die D- und K-Mesonen mit Quarks als Konstituenten, sowie den Leptonen als Teilchen und die schwache Wechselwirkung. Da es sich um sehr kleine Teilchen handelt ist eine Betrachtung der Quantenmechanik erforderlich. Da sie zusätzlich leicht und daher hinsichtlich der Lichtgeschwindigkeit schnell sind, bleiben Gesetzmäßigkeiten der relativistischen Kinematik nicht aus. Zum anderen werden allgemein Formfaktorparametrisierungen und im speziellen die Reihenentwicklung thematisiert.

2.1 Voraussetzungen moderner Physik

Die physikalischen Errungenschaften aus der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts stellen aufgrund ihrer Richtigkeit und Exaktheit die Voraussetzungen an moderne Theorien, dass diese immer gelten müssen. Hiermit sind die spezielle Relativitätstheorie und die Quantenmechanik gemeint, sowie ihre Vereinigung, die relativistische Quantenmechanik gemeint. Davon sind im Rahmen dieser Arbeit die relativistische Kinematik, die Dirac-Gleichung sowie die störungstheoretische “Goldene Regel” von Fermi von Bedeutung.

2.1.1 Relativistische Kinematik

Die SRT stellt die fundamentale Forderung, dass die Form der Naturgesetze unabhängig vom Inertialsystem gleich ist. Mit der Lichtgeschwindigkeit c als größte vorkommende Geschwindigkeit ist sie ebenfalls in allen Inertialsystemen gleich groß. Die relativistische Energie-Impuls Beziehung $E^2 = (mc^2)^2 + (\vec{p}c)^2$ beschreibt einen allgemeinen Zusammenhang zwischen der Energie E , der Masse m und dem Impuls \vec{p} . In der Hochenergiephysik ($E_{\text{CMS}} \approx 10^4$ GeV) gilt der hochrelativistische Grenzfall, bei dem Energie hauptsächlich durch den Impuls bestimmt wird. In natürlichen Einheiten wird $c = 1$ gesetzt, was zu $E^2 = |\vec{p}|^2$ führt.

Zur Beschreibung der Bewegung von relativistischen Teilchen wird wegen der Energie-Impuls-Beziehung und der Verknüpfung von Raum und Zeit ($x = t$) das Konzept der Vierer-Vektoren eingeführt. Es gestaltet sich so, dass die Zeit als 0. Komponente des Raums und die Energie als 0. Komponente des Impulses angesehen werden kann, was die 4-Dimensionalität zeigt [1].

$$x^\mu = (t, x, y, z)^\mu \quad \text{Vierer-Ort} \quad (2.1)$$

$$p^\mu = (E, p_x, p_y, p_z)^\mu \quad \text{Vierer-Impuls} \quad (2.2)$$

Der Index μ kann ganzzahlige Werte zwischen 0 und 4 annehmen und steht für die jeweilige Komponente des Vektors. Im Gegensatz zu euklidischen Räumen kann ein Skalarprodukt zweier Vierer-Vektoren nur dann beschrieben werden, wenn einer kovariant (Index unten) und der andere kontravariant (Index oben) ist. Diese Überführung geschieht durch die Minkowskimetrik, die die Norm unter Lorentz-Transformationen konstant lässt

$$p^2 = p^\mu \eta_{\mu\nu} p^\nu = p^\mu p_\mu = E^2 - \vec{p}^2 = m^2, \quad (2.3)$$

was wieder die relativistische Energie-Impuls-Beziehung ist. Die Einsteinsche Summenkonvention wird hierbei angewandt.

2.1.2 Dirac-Gleichung

Aus der nicht-relativistischen Schrödinger-Gleichung als quantenmechanische Wellengleichung ergibt sich durch erste Quantisierung [2] eine Ersetzung von Energie und Impuls durch partielle Differentialoperatoren

$$E \rightarrow i\hbar\partial_t, \quad p \rightarrow -i\hbar\nabla.$$

Da die Schrödinger-Gleichung nicht lorentzinvariant ist, sind andere Ansätze durchgeführt worden, die der zuvor genannten Energie-Impuls-Beziehung $p^\mu p_\mu = m^2$ genügen. Die Klein-Gordon-Gleichung für spinlose Teilchen, die aus ihr direkt folgt, ist zwar relativistisch korrekt, weist jedoch keine positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte auf. Die Dirac-Gleichung für Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen ist ebenfalls unter Lorentztransformationen invariant und besitzt nun zusätzlich eine positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte, was eine Interpretation ihrer Lösungen als Wahrscheinlichkeitsamplitude zulässt. Daher muss diese Gleichung linear in der ersten Zeit- und Ortsableitung sein und der folgenden Schrödinger-Form genügen [3]

$$i\partial_t\psi = \left(-i\alpha^k\partial_k + \beta m\right)\psi = H\psi, \quad (2.4)$$

mit $\hbar = 1$ und H dem diracschen Hamiltonian. $\alpha^k = \gamma^0\gamma^k$ und $\beta = \gamma^0$ sind die historischen Dirac-Matrizen. Gelöst wird diese Schrödinger-Form von der folgenden Dirac-Gleichung

$$(\not{p} - m)\psi = 0, \quad (2.5)$$

mit \not{p} als Impulsoperator in der Feynman-Slash-Notation

$$\not{A} := \gamma^\mu A_\mu = \gamma^0 A_0 - \gamma^i \cdot A_i \quad (2.6)$$

und ψ als Wellenfunktion, da $\gamma^\mu \in M^{4 \times 4}$, mit den vier Freiheitsgraden: Teilchen, Antiteilchen, Spin-Up, Spin-Down. Die γ -Matrizen in der Dirac-Pauli-Notation lauten

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}$$

mit $\mathbb{1}$ als 2x2-Einheitsmatrix und den σ^i als Paulimatrizen

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Die Lösungen der freien Dirac-Gleichung sind folgende Wellenfunktionen

$$\psi_+(x) = u(p)^{(1,2)} e^{-ip^\mu x_\mu} \quad \text{und} \quad \psi_-(x) = v(p)^{(1,2)} e^{+ip^\mu x_\mu}, \quad (2.7)$$

die eingesetzt in (2.5) die Gleichungen für die Spinoren

$$(\not{p} - m)u^{(1,2)} = \bar{u}^{(1,2)}(\not{p} - m) = 0 \quad (2.8)$$

$$(\not{p} + m)v^{(1,2)} = \bar{v}^{(1,2)}(\not{p} + m) = 0, \quad (2.9)$$

ergeben, wobei \not{p} hier nun kein Operator, sondern der Eigenwert des Viererimpulses der ebenen Welle (2.7) ist und $\bar{a} = a^\dagger \gamma^0$, mit \dagger als komplexe Konjugation und Transposition. Lösungen dieser Bispinoren der Teilchen (u) und Antiteilchen (v), die nur von Impuls und Spin abhängen, lauten nun

$$u(p,s)^{(1,2)} = \mathcal{N} \begin{pmatrix} \chi^{(1,2)} \\ \frac{\vec{\sigma} \vec{p}}{E+m} \chi_s^{(1,2)} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v(p,s)^{(1,2)} = \mathcal{N} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \vec{p}}{E+m} \chi_s^{(2,1)} \\ \chi^{(2,1)} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

mit einer Normierung \mathcal{N} , die für gewöhnlich $\sqrt{E+m}$ gewählt wird und dem nicht-relativistischen Spinor für Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen χ_s . Die Energieeigenwerte der freien Lösungen für Teilchen ψ_+ sind positiv und die der Antiteilchen ψ_- negativ, was mit der Löchertheorie interpretiert wird. Wie bereits erwähnt, existiert bei der Dirac-Gleichung

ein Wahrscheinlichkeitsstrom j^μ , der der lorentzinvarianten Kontinuitätsgleichung

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad (2.11)$$

genügt. Zur Ermittlung wird (2.4) von links mit der komplex konjugierten Wellenfunktion und die komplex konjugierte Form von (2.4) von rechts mit der normalen Wellenfunktion multipliziert. Hierzu dient die Gleichheit $(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$. Die daraus resultierenden Gleichungen voneinander abgezogen ergeben die eben genannte Kontinuitätsgleichung. Der Wahrscheinlichkeitsstrom lautet somit

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi. \quad (2.12)$$

2.1.3 Fermis Goldene Regel

df

2.2 Standardmodell der Elementarteilchenphysik

Das SM setzt sich aus zwei definierenden Eigenschaften zusammen, den Teilchen und den Eichtheorien, die diese beschreiben. Die sichtbare Materie wird aus Fermionen zusammengesetzt. Zu den Quantenfeldtheorien des SMs gehören die Quantenelektrodynamik (QED), die Quantenchromodynamik (QCD) und die schwache Wechselwirkung, die hier näher beleuchtet wird.

2.2.1 Teilcheninhalt

Seit langem ist bekannt, dass die als unteilbar angenommenen Atome aus Konstituenten bestehen. Die Elektronenhülle und den Atomkern, der seinerseits aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt ist, die ihrerseits wiederum aus Quarks bestehen. Nach derzeitigem Stand gelten Elektronen und die anderen geladenen Leptonen l und Quarks als punktförmige Teilchen, die keine Substruktur aufweisen. Antiteilchen gibt es

2.2. Standardmodell der Elementarteilchenphysik

zu jedem Teilchen. Sie gleichen sich zwar in ihrer Masse, tragen jedoch in allen ladungsartigen Quantenzahlen, wie der Leptonenzahl oder elektrische Ladung und Parität ein entgegengesetztes Vorzeichen. Die stabilen, sehr leichten Neutrinos ν existieren zwar nicht in gebundenen Zuständen, gelten jedoch als elementar und sind daher ebenfalls im elementaren Teilchenzoo [4] in Tabelle 2.1 aufgeführt.

Generation		m in MeV	τ in s	q in e		m in MeV	q in e
1	e	0,511	stabil	-1	u	1,5-4	$+\frac{2}{3}$
	ν_e	$<10^{-6}$		0	d	4-8	$-\frac{1}{3}$
2	μ	105,7	$2,2 \cdot 10^{-6}$	-1	c	1150-1350	$+\frac{2}{3}$
	ν_μ			0	s	80-135	$-\frac{1}{3}$
3	τ	1777	$2,9 \cdot 10^{-13}$	-1	t	169000-174000	$+\frac{2}{3}$
	ν_τ			0	b	4100-4400	$-\frac{1}{3}$

Tabelle 2.1: Kenndaten elementarer Fermionen (ohne Antiteilchen)

Aus Quarks q und ihren Partnern, den Antiquarks \bar{q} ist es nun möglich, verschiedenste Kombinationen zu bilden, die jedoch nach außen hin immer eine ganzzahlige Ladung tragen müssen. Diese Quarkkombinationen werden Hadronen genannt und werden durch die Anzahl an Valenzquarks in (Anti-)Baryonen ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}/qqq$) und in Mesonen ($q\bar{q}$) unterklassifiziert. Hier interessant sind die Mesonen, die je aus mindestens einem Quark der 2. Generation bestehen. Für diese Arbeit relevant sind das D^+ -Meson, welches unter schwacher Wechselwirkung in ein \bar{K}^0 -Meson übergeht. In Tabelle 2.2 sind ihre Attribute aufgeführt.

	$q\bar{q}$	m in MeV	q in e	$I(J^P)$	I_z	S	C
D^+	$c\bar{d}$	1869	+1	$\frac{1}{2}(0^-)$	$+\frac{1}{2}$	0	1
\bar{K}^0	$s\bar{d}$	497	+0	$\frac{1}{2}(0^-)$	$+\frac{1}{2}$	-1	0

Tabelle 2.2: Kenndaten der im Zerfall beteiligten Mesonen

Die hier neu auftauchenden Größen sind im einzelnen der starke Isospin I , seine dritte Komponente I_z , der Gesamtdrehimpuls J , die Parität P , die Strangeness S , sowie die Charmeness C . Da je ein Quark der ersten Generation vertreten ist, nimmt I den Wert $\frac{1}{2}$ an. Da es sich hierbei um ein \bar{d} handelt, ist $I_z = +\frac{1}{2}$. Mesonen tragen ganzzahligen

Gesamtdrehimpuls und da hier die Spinrichtungen ihrer Valenzquarks entgegengesetzt ausgerichtet sind, verschwindet dieser. Weil D^+ und \bar{K}^0 pseudoskalar sind, also unter Raumspiegelung ihr Vorzeichen ändern, ergibt sich $P = -1$.

2.2.2 Schwache Wechselwirkung

parität V-A-Theorie vierstromwechselwirkung ckm-matrix

2.3 Parametrisieren von Formfaktoren

motivation von formfaktoren $f_+ P_1 + f_- P_2$ (und $f_0 P_3$) z-expansion

Kapitel 3

Ergebnisse

3.1 Kinematische Größen

Die Formfaktoren werden allgemein in Abhängigkeit des Impulsübertrags q^2 angegeben.

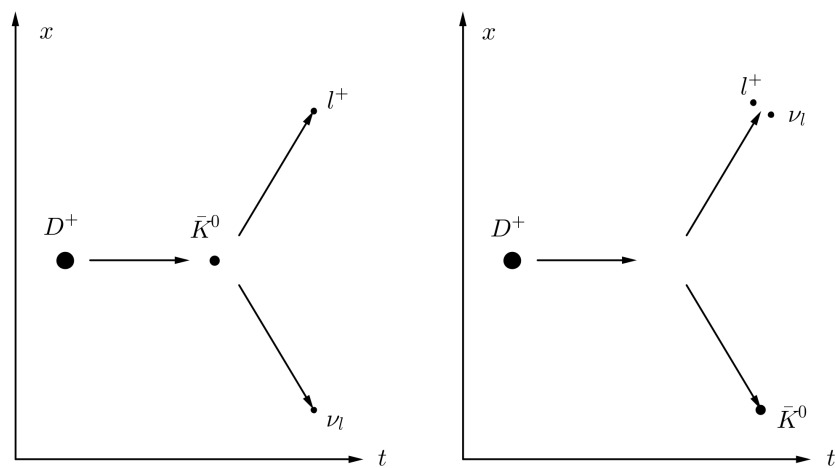


Abbildung 3.1: Zwei Zerfallsmöglichkeiten des D^+ -Mesons mit extremen q^2 -Werten

3.2 Ermittlung der Formfaktoren

3.2.1 Die Formfaktoren f_0 und f_-

3.2.2 Fit des Formfaktors f_+

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

Hier sollen die Ergebnisse zusammengefasst und weiterführende Untersuchungen diskutiert werden.

Quellenverzeichnis

- [1] Nedden zur, M.: *Detektoren der Elementarteilchenphysik*[pdf]
http://www-hera-b.desy.de/people/nedden/lectures/05_06/dettph/dettph_cont.pdf,
2006
- [2] Schleper, P.: *Teilchenphysik für Fortgeschrittene*[pdf]
<http://www.desy.de/~schleper/lehre/>, 2011
- [3] Bjorken, J.D., Drell, S.D.: *Relativistic Quantum Mechanics*, 1964,
ISBN-13 978-0072320022
- [4] Beringer, J. et al.: *Particle Data Group*, Phys. Rev. D86, 010001, 2012
- [5] Offen, N.: *B-Zerfallsformfaktoren aus QCD-Summenregeln*
<http://d-nb.info/987811061>, 2008
- [30] Versuch V28 Elektronen-Spin-Resonanz

Eidesstattliche Versicherung

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Titel "Formfaktoren des semileptonischen $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 l^+ \nu$ Zerfalls" selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Ort, Datum

Unterschrift

Belehrung

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50.000,00 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz - HG -).

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis

QUELLENVERZEICHNIS

zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird ggf. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z.B. die Software "turnitin") zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen.

Ort, Datum

Unterschrift