Formfaktoren des semileptonischen $D \to Kl\nu$ Zerfalls

Dimitrios Skodras

Lehrstuhl für Theoretische Physik IV
Technische Universität Dortmund

03.09.2014

Gliederung

Standardmodell

Zerfallsbreite

Zerfallsbreite

- Inverses der hier sehr kurzen Lebensdauer τ

Zerfallsbreite

- Inverses der hier sehr kurzen Lebensdauer τ
- Energiemessung führt wegen Energieunschärfe zu Verteilungen

Zerfallsbreite

- Inverses der hier sehr kurzen Lebensdauer τ
- Energiemessung führt wegen Energieunschärfe zu Verteilungen

$\rightarrow$ Breite der Verteilung Γ kann gemessen werden

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$\mathrm{d}\Gamma(D \to Kl\nu) = \frac{|M|^2}{2m_D}\mathrm{d}\Phi(K,\, l,\, \nu)$$

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\Gamma(D \to K l \nu) &= \frac{|M|^2}{2m_D}\mathrm{d}\Phi(K,\, l,\, \nu) \\ &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} |f_+(q^2)|^2 |p_K|^3 \mathrm{d}q^2 \end{aligned}$$

Ergebnis der differentiellen Zerfallsbreite

Fermis Goldene Regel:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\Gamma(D \to Kl\nu) &= \frac{|M|^2}{2m_D}\mathrm{d}\Phi(K,\, l,\, \nu) \\ &= \frac{G_F^2|V_{cs}|^2}{24\pi^3}|f_+(q^2)|^2|p_K|^3\mathrm{d}q^2 \end{aligned}$$

Fermikonstante G_F,
CKM-Element V_{cs},
Formfaktor f_+,
Kaonimpuls p_K,
Impulsübertrag q^2

Phasenraumvolumen

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)
- Je mehr Endzustände existieren, umso größer ist Φ

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)
- Je mehr Endzustände existieren, umso größer ist Φ
- Nicht vom Matrixelement unabhängig ausdrückbar, da es Viererimpulse enthält

Phasenraumvolumen

- Enthält kinematische Informationen (Energien, Impulse)
- Je mehr Endzustände existieren, umso größer ist Φ
- Nicht vom Matrixelement unabhängig ausdrückbar, da es Viererimpulse enthält

Ein erster Ausdruck:

$$\mathrm{d}\Phi = (2\pi)^4 \frac{\mathrm{d}^3 p_K}{2(2\pi)^3 E_K} \frac{\mathrm{d}^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{\mathrm{d}^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(p_D - p_K - k_1 - k_2)$$

Matrixelement

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)
- Beschreibt Übergang ähnlich Streuung von Startzustand i zu Endzustand f

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)
- Beschreibt Übergang ähnlich Streuung von Startzustand i zu Endzustand f
- Betragsquadrat $|M|^2$ kann als Wahrscheinlichkeit für Reaktion betrachtet werden

Matrixelement

- Enthält dynamische Informationen (Wechselwirkungen)
- Beschreibt Übergang ähnlich Streuung von Startzustand i zu Endzustand f
- Betragsquadrat $|M|^2$ kann als Wahrscheinlichkeit für Reaktion betrachtet werden

Ein erster Ausdruck:

$$M = \langle Kl\nu \left|\mathcal{H}\right| D\rangle$$

Dirac-Gleichung

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin $1/2$ -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung

- Lorentzinvariant
- Für Spin 1/2 -Teilchen
- Besitzt positiv definite Wahrscheinlichkeitsdichte j^0

Dirac-Gleichung:

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi = (i\not{\partial} - m)\psi = (\not{p} - m)\psi = 0$$

Dirac-Matrix γ^μ,
Dirac-Wellenfunktion ψ,
Dirac-Spinoren u, v

Dirac-Strom j^μ

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

Dirac-Strom j^μ

- Beschreibt Wahrscheinlichkeitsstrom eines propagierenden Teilchens
- Strom genügt Kontinuitätsgleichung $\partial_\mu j^\mu = 0$

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi.$$

Rechtfertigung

Strom-Strom-Kopplung

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)

Strom-Strom-Kopplung

- Ströme haben diverses Verhalten unter Lorentz-Transformationen (S, P, V, A, T)
- Experimente erfordern **Paritätsverletzung** (Schwache WW koppelt an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen)

Strom-Strom-Kopplung

- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten $\mathcal{H}$
  $\rightarrow$ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)

Strom-Strom-Kopplung

- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten $\mathcal{H}$ $\rightarrow$ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren

Strom-Strom-Kopplung

- Dies erfordert pseudoskalaren, also kontrahierten $\mathcal{H}$
  $\rightarrow$ Vektorstrom-Axialvektorstrom-Kopplung (V-A)
- Projektionsoperator $P = (1 - \gamma_5)$ extrahiert linkshändige Komponente der Spinoren
  - $\rightarrow$ Dirac-Strom wird um Axialvektorstromanteil erweitert:

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\psi$$

CKM-Matrix V_{CKM}

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**
- Ausdruck für Übergangswahrscheinlichkeit von Quarks in Form einer (vermutlich) unitären 3×3 Matrix

CKM-Matrix V_{CKM}

- Schwache WW ändert Flavourquantenzahlen und **verletzt CP**
- Ausdruck für Übergangswahrscheinlichkeit von Quarks in Form einer (vermutlich) unitären 3×3 Matrix

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

CKM-Matrix V_{CKM}

Ausgedrückt in der Wolfensteinparametrisierung:

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - {}^1\!/_2\,\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - \mathrm{i}\eta) \\ -\lambda & 1 - {}^1\!/_2\,\lambda^2 & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \rho - \mathrm{i}\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

CKM-Matrix V_{CKM}

Ausgedrückt in der Wolfensteinparametrisierung:

$$V_{\mathrm{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - {}^1\!/_2\,\lambda^2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - \mathrm{i}\eta) \\ -\lambda & 1 - {}^1\!/_2\,\lambda^2 & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1 - \rho - \mathrm{i}\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

- V_{CKM} enthält nun komplexe Phase zur Erklärung der CP-Verletzung
- und drei Eulerwinkel $\theta_{12} = \theta_c$, θ_{13} und θ_{23}

Cabibbo-Winkel $\theta_c \approx 13^\circ$,
$\lambda = \sin\theta_{12} \approx 0,2$,
$A\lambda^2 = \sin\theta_{23}$,
$A\lambda^3(\rho - \mathrm{i}\eta) = \sin\theta_{13}\mathbf{e}^{-\mathrm{i}\phi}$

Motivation

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und $\bar{q}_1$ nicht

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und $\bar{q}_1$ nicht
  - $\rightarrow$ Leptonenstrom weiterhin dadurch beschrieben
  - $\rightarrow$ Hadronenstrom durch Formfaktoren darstellen

Motivation

- Fermi-Wechselwirkung berücksichtigt die starke WW zwischen c und $\bar{q}_1$ nicht
  - $\rightarrow$ Leptonenstrom weiterhin dadurch beschrieben
  - $\rightarrow$ Hadronenstrom durch Formfaktoren darstellen
- Formfaktoren sind einheitenlose Größen, die theoretisch unzugängliche Einflüsse enthalten (sollen berechnet werden)

Motivation

- Viererimpulse p_D und p_K sind einzige Freiheitsgrade und müssen zur Darstellung ausreichen

Motivation

- Viererimpulse p_D und p_K sind einzige Freiheitsgrade und müssen zur Darstellung ausreichen
- Da QCD Parität erhält, müssen Formfaktorausdrücke dasselbe Transformationsverhalten unter Parität haben, wie V bzw. A.

Axialvektorformfaktoren

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität $\mathcal{P}$ sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität $\mathcal{P}$ sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie
- Vektoren und Pseudoskalare transformieren mit $\pi = -1$, Axialvektoren mit $\pi = +1$

Axialvektorformfaktoren

- Eigenwerte der Parität $\mathcal{P}$ sind $\pi = \pm 1$ und multiplikativ, da diskrete Symmetrie
- Vektoren und Pseudoskalare transformieren mit $\pi = -1$, Axialvektoren mit $\pi = +1$

$$\mathcal{P} \left\langle \bar{K}^0 \left| V^\mu \right| D^+ \right\rangle = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$
$$\mathcal{P} \left\langle \bar{K}^0 \left| A^\mu \right| D^+ \right\rangle = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1$$

Axialvektorformfaktoren

$$\mathcal{P}\left\langle \bar{K}^0 \left| V^\mu \right| D^+ \right\rangle = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1) = -1$$
$$\mathcal{P}\left\langle \bar{K}^0 \left| A^\mu \right| D^+ \right\rangle = (-1)\cdot(+1)\cdot(-1) = +1$$

- Keine Kombination aus p_D^μ, p_K^μ und dem Levi-Civita-Tensor $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ transformiert mit $\pi = +1$

Axialvektorformfaktoren

$$\mathcal{P}\left\langle \bar{K}^0 \left| V^\mu \right| D^+ \right\rangle = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1) = -1$$
$$\mathcal{P}\left\langle \bar{K}^0 \left| A^\mu \right| D^+ \right\rangle = (-1)\cdot(+1)\cdot(-1) = +1$$

- Keine Kombination aus p_D^μ, p_K^μ und dem Levi-Civita-Tensor $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ transformiert mit $\pi = +1$
  $\rightarrow$ $\left\langle K(p_K) \left| A^\mu \right| D(p_D) \right\rangle = 0$
  $\rightarrow$ Keine Axialvektorformfaktoren!

Vektorformfaktoren

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

$\rightarrow$ Allgemeine Darstellung durch zwei Formfaktoren f_+, f_-:

Vektorformfaktoren

Viererimpulse selbst transformieren unter Parität wie Vektoren

$\rightarrow$ Allgemeine Darstellung durch zwei Formfaktoren f_+, f_-:

$$\langle K(p_K) \left| V^\mu \right| D(p_D) \rangle = f_+(q^2)(p_D + p_K)^\mu + f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu$$

Formfaktor f_-

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_-:

$$M_- = \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v_l$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_-:

$$M_- = \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l$$
$$= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_-:

$$
\begin{aligned}
M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\
&= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\
&= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l)(1-\gamma_5) v_l
\end{aligned}
$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_-:

$$
\begin{aligned}
M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\
&= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\
&= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l)(1-\gamma_5) v_l \\
&\overset{\text{Dirac}}{=} \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (m_\nu + m_l)(1-\gamma_5) v_l
\end{aligned}
$$

Formfaktor f_-

Betrachtung von M_- nur mit f_-:

$$\begin{aligned} M_- &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(p_D - p_K)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2)(k_\nu + k_l)^\mu \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_l \\ &= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (\not{k}_\nu + \not{k}_l)(1-\gamma_5) v_l \\ &\overset{\text{Dirac}}{=} \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} f_-(q^2) \bar{u}_\nu (m_\nu + m_l)(1-\gamma_5) v_l \end{aligned}$$

Die Leptonmassen sind für $l = e, \mu$ verglichen mit m_D vernachlässigbar

$\rightarrow$ f_- liefert ebenfalls keinen Beitrag!

Kinematische Grenzen

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2, die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2, die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$p_D^\mu - p_K^\mu =: q^\mu := p_l^\mu + p_\nu^\mu$$

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2, die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$p_D^\mu - p_K^\mu =: q^\mu := p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$(p_D^\mu - p_K^\mu)^2 = q^2 = (p_l^\mu + p_\nu^\mu)^2$$
$$m_D^2 + m_K^2 - 2m_D E_K = q^2 = m_l^2 + m_\nu^2 + E_l E_\nu - |\vec{p}_l||\vec{p}_\nu| \cos(\xi)$$

Leptonenzwischenwinkel ξ

Kinematische Grenzen

Aus der Viererimpulserhaltung ergeben sich die Grenzen für q^2, die den Bereich für den Fit von f_+ angeben:

$$p_D^\mu = p_K^\mu + p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$p_D^\mu - p_K^\mu =: q^\mu := p_l^\mu + p_\nu^\mu$$
$$(p_D^\mu - p_K^\mu)^2 = q^2 = (p_l^\mu + p_\nu^\mu)^2$$
$$m_D^2 + m_K^2 - 2m_D E_K = q^2 = m_l^2 + m_\nu^2 + E_l E_\nu - |\vec{p}_l||\vec{p}_\nu| \cos(\xi)$$

Hieraus ergeben sich bei abermals vernachlässigbaren Leptonenmassen ($E = |\vec{p}|$) die Bereichsgrenzen zu

$$0 \leq q^2 \leq (m_D - m_K)^2.$$

Leptonenzwischenwinkel ξ

Parametrisierung

Parametrisierung

- $\mathrm{d}\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 \mathrm{d}q^2$

Parametrisierung

- $\mathrm{d}\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 \mathrm{d}q^2$
- Bei bestimmten Energien divergiert Γ
  $\rightarrow$ Pol-Verhalten um $q^2 = m_{D^*}^2$ (außerhalb des phys. rel. Bereichs)

Parametrisierung

- $\mathrm{d}\Gamma \propto |f_+(q^2)|^2 \mathrm{d}q^2$
- Bei bestimmten Energien divergiert Γ

  $\rightarrow$ Pol-Verhalten um $q^2 = m_{D^*}^2$ (außerhalb des phys. rel. Bereichs)
- Parametrisierung durch Pol und Polynomreihe in z mit $|z| \overset{!}{<} 1$

  $\rightarrow$ Gutes Konvergenzverhalten

Parametrisierung

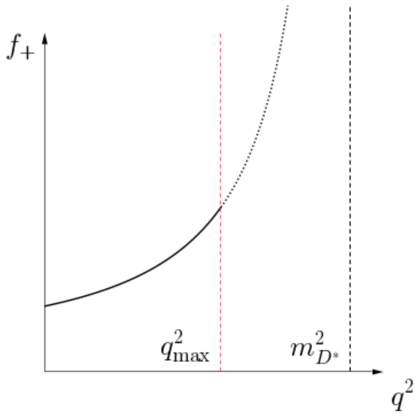
Parametrisierung

Eine Parametrisierung für f_+ mit diesen Eigenschaften lautet:

$$f_+(q^2) = \frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_{D^*}^2}} \sum_{i=0}^{\infty} a_i \, z^i(t_0, \, q^2)$$

$$z(t_0, \, q^2) = \frac{\sqrt{t_+ - q^2} - \sqrt{t_+ - t_0}}{\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}}$$

$t_\pm = (m_D \pm m_K)^2$,
t_0: $0 \leq t_0 < t_+$



Parametrisierung

- Polynomordnung $\mathcal{O}$ liefert Anzahl der Fitparameter a_i

Parametrisierung

- Polynomordnung $\mathcal{O}$ liefert Anzahl der Fitparameter a_i
- Freier Parameter t_0 minimiert Fehler der a_i
  ($t_{\text{opt}} := t_+(1 - \sqrt{1 - t_-/t_+})$ minimiert Maximalwert von $|z|$)

Parametrisierung

- Polynomordnung $\mathcal{O}$ liefert Anzahl der Fitparameter a_i
- Freier Parameter t_0 minimiert Fehler der a_i
  ($t_{\text{opt}} := t_+(1 - \sqrt{1 - t_-/t_+})$ minimiert Maximalwert von $|z|$)

$\rightarrow$ Variation in diesen beiden möglich

Methode der kleinsten Quadrate

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet

  $\rightarrow$ Fitparameter werden variiert, bis χ^2 minimal ist

Methode der kleinsten Quadrate

- Fitfunktionen weisen Abweichungen von Messwerten auf
- Die quadrierten Abweichungen werden aufsummiert als χ^2 bezeichnet
  - $\rightarrow$ Fitparameter werden variiert, bis χ^2 minimal ist

Die hier verwandte χ^2-Funktion lautet

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

und wird durch ein `Python`-Skript unter Verwendung des Minimierungsmoduls `Minuit` vom CERN minimiert.

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- Anzahl diskreter Intervalle m (q^2-Bins)

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- Anzahl diskreter Intervalle m (q^2-Bins)
- Kovarianzmatrix $C = C^{\text{stat}} + C^{\text{sys}}$; $C_{ij}^{\alpha} = \sigma_i^{\alpha} \sigma_j^{\alpha} \cdot \rho_{ij}^{\alpha}$
  $\alpha =$ stat, sys; Varianzen σ; Korrelationsmatrix ρ

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- experimentell erfasste Daten $\Delta\Gamma$ (CLEO Collaboration)

Methode der kleinsten Quadrate

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{m} (\Delta\Gamma_i - g_i(f_+)) C_{ij}^{-1} (\Delta\Gamma_j - g_j(f_+))$$

- experimentell erfasste Daten $\Delta\Gamma$ (CLEO Collaboration)
- theoretische Werte $g = \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{24\pi^3} \int |p_K(q_i^2)|^3 \cdot |f_+(q_i^2)|^2 \mathrm{d}q_i^2$

Vorbereitung

Vorbereitung

- Ergebnisse für f_+ mit Werten der CLEO Collaboration (Lepton $=$ Positron)

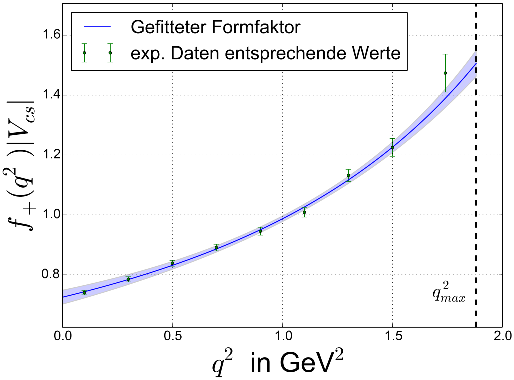
Vorbereitung

- Ergebnisse für f_+ mit Werten der CLEO Collaboration (Lepton = Positron)
- Für $D^+ \to \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ Betrachtung der Variation von t_0 und $\mathcal{O}$

Vorbereitung

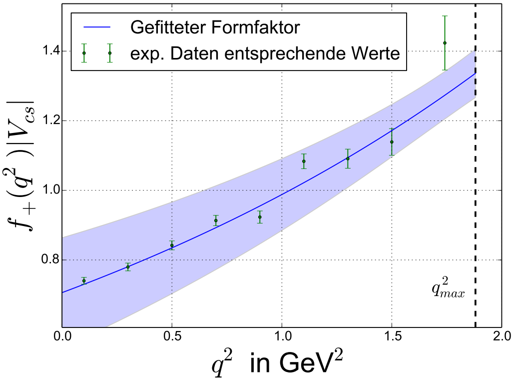
- Ergebnisse für f_+ mit Werten der CLEO Collaboration (Lepton = Positron)
- Für $D^+ \to \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ Betrachtung der Variation von t_0 und $\mathcal{O}$
- Bei $D^0 \to K^- e^+ \nu_e$ gelten entsprechende Einflüsse, nur nicht so deutlich

Repräsentativer Fit für $D^0 \to K^- e^+ \nu_e$



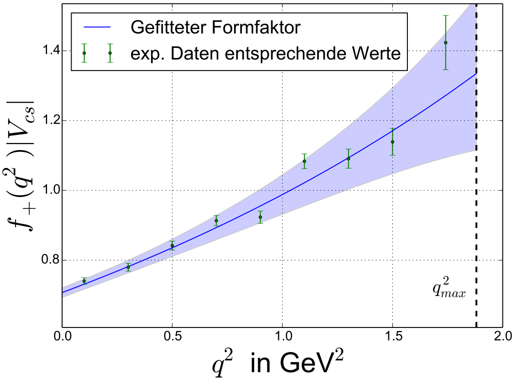
	Wert
t_0	t_{opt}
$\mathcal{O}$	2
a_0	0,744(7)
a_1	-0,775(257)
a_2	7,876(6,691)
χ	2,9
$f_+(0)\|V_{cs}\|$	0,725

Variation in t_0



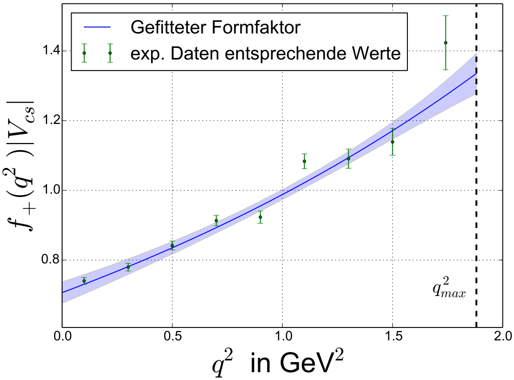
	Wert
t_0	t_-
$\mathcal{O}$	2
a_0	0,714(37)
a_1	1,22(1,17)
a_2	-12,67(8,90)
χ	12,0
$f_+(0)\|V_{cs}\|$	0,707

Variation in t_0



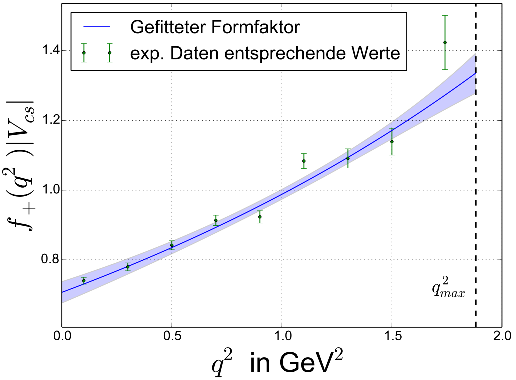
	Wert
t_0	0
$\mathcal{O}$	2
a_0	0,707(14)
a_1	-1,356(685)
a_2	-12,58(8,81)
χ	12,0
$f_+(0)\|V_{cs}\|$	0,707

Variation in t_0



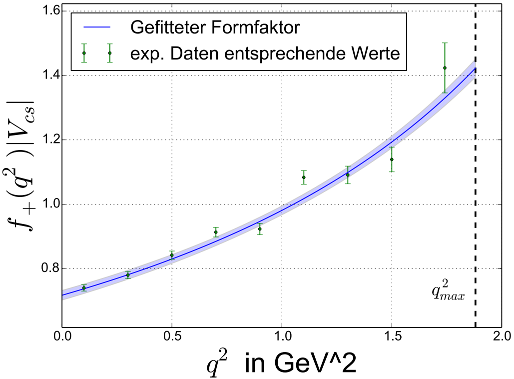
	Wert
t_0	t_{opt}
$\mathcal{O}$	2
a_0	0,744(11)
a_1	-0,071(324)
a_2	-12,56(8,78)
χ	12,0
$f_+(0)\|V_{cs}\|$	0,707

Variation in $\mathcal{O}$



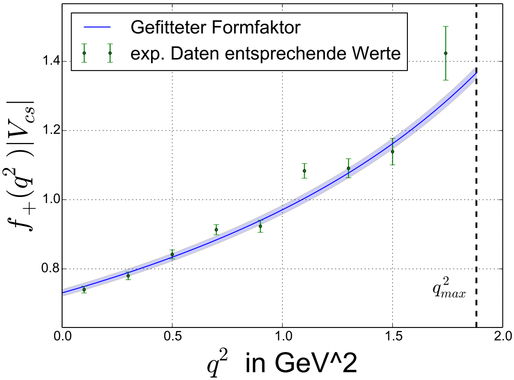
	Wert
t_0	t_{opt}
$\mathcal{O}$	2
a_0	0,744(11)
a_1	-0,071(324)
a_2	-12,56(8,78)
χ	12,0
$f_+(0)\|V_{cs}\|$	0,707

Variation in $\mathcal{O}$



	Wert
t_0	t_{opt}
$\mathcal{O}$	1
a_0	0,739(10)
a_1	-0,421(207)
a_2	
χ	14,1
$f_+(0)\|V_{cs}\|$	0,718

Variation in $\mathcal{O}$



	Wert
t_0 $\mathcal{O}$	t_{opt} 0
a_0 a_1 a_2	0,731(9)
χ $f_+(0)\|V_{cs}\|$	18,2 0,731

Diskussion

Diskussion

Variation in t_0:

Variation in $\mathcal{O}$:

Diskussion

Variation in t_0:

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar

Variation in $\mathcal{O}$:

Diskussion

Variation in t_0:

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar
- Für $f(0)|V_{cs}|$ bietet $t_0 = 0$ die geringste Varianz

Variation in $\mathcal{O}$:

Diskussion

Variation in t_0:

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar
- Für $f(0)|V_{cs}|$ bietet $t_0 = 0$ die geringste Varianz

Variation in $\mathcal{O}$:

- Höhere Ordnung bedingt größer werdende Fehlerschläuche wegen zunehmendem Beitrag weiterer Koeffizienten

Diskussion

Variation in t_0:

- Bei t_{opt} ist im Verlauf von q^2 ein deutlich geringerer Fehlerschlauch erkennbar
- Für $f(0)|V_{cs}|$ bietet $t_0 = 0$ die geringste Varianz

Variation in $\mathcal{O}$:

- Höhere Ordnung bedingt größer werdende Fehlerschläuche wegen zunehmendem Beitrag weiterer Koeffizienten
- Ordnung manipuliert $f(0)|V_{cs}|$ nur geringfügig - erst in zweiter Nachkommastelle feststellbar

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung
- Wert für $f(0)|V_{cs}|$ ähnlich anderen Parametrisierungen, die bei CLEO aufgeführt sind

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung
- Wert für $f(0)|V_{cs}|$ ähnlich anderen Parametrisierungen, die bei CLEO aufgeführt sind
- Durch Rechnung Gitterquantenchromodynamik ergibt sich $f(0)$=0,73

Diskussion

Parametrisierung und Formfaktor:

- Graphen zeugen von einer die Messwerte gut beschreibenden Parametrisierung
- Wert für $f(0)|V_{cs}|$ ähnlich anderen Parametrisierungen, die bei CLEO aufgeführt sind
- Durch Rechnung Gitterquantenchromodynamik ergibt sich $f(0)$=0,73

$\rightarrow$ für $|V_{cs}|$ ergeben sich $|V_{cs,D^+}| = 0,97$ und $|V_{cs,D^0}| = 0,99$ (vgl. Wolfenstein: $V_{cs} = 1 - {}^1/_2\lambda^2 = 0,98$)

Ausblick

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)

- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
  - $\rightarrow$ ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
  - $\rightarrow$ ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung
  - $\rightarrow$ Sind alle Quarkflavour-Änderungsprozesse mit drei Generationen...

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
  - $\rightarrow$ ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung
  - $\rightarrow$ Sind alle Quarkflavour-Änderungsprozesse mit drei Generationen...
  - $\rightarrow$ ... bzw. allein durch elektroschwache WW auch quantitativ beschreibbar?

Ausblick

Unitarität der CKM-Matrix

- Unitaritätsdreieck in komplexer Ebene erstellbar aus CKM-Elementen (Fläche ist Maß für CP-Verletzung)
  - $\rightarrow$ ist sie ausreichend für das Materie-Antimaterie-Ungleichgewicht?
- CKM-Matrix 3-dimensional zur Erklärung der CP-Verletzung
  - $\rightarrow$ Sind alle Quarkflavour-Änderungsprozesse mit drei Generationen...
  - $\rightarrow$ ... bzw. allein durch elektroschwache WW auch quantitativ beschreibbar?

$\rightarrow$ Verbesserte Ausmessung aller CKM-Elemente!

Bonus

Bonusfolien

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

$$\mathrm{d}\Gamma = \frac{|M|^2}{2m_D}\mathrm{d}\Phi$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Matrixelement

$$
\begin{aligned}
M &= \langle K l \nu | \mathcal{H} | D \rangle \\
&= \frac{G_F V_{cs}}{\sqrt{2}} [f_+(q^2) P^\mu] \bar{u}(k_l) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(k_\nu) \\
|M|^2 &= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{2} |f_+(q^2)^2| P^\mu P^\nu \underbrace{[\bar{u}(k_l) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(k_\nu)]^2}_{\text{Casimirs Trick}} \\
&= \frac{G_F^2 |V_{cs}|^2}{2} |f_+(q^2)^2| P^\mu P^\nu \cdot 8 (k_{l,\mu} k_{\nu,\nu} - g_{\mu\nu} k_l k_\nu + k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}) \\
&= 4 G_F^2 |V_{cs}|^2 |f_+(q^2)|^2 (2 P^\mu P^\nu - P^2 g^{\mu\nu}) k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}
\end{aligned}
$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite
Phasenraum

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{1}{(2\pi)^5}\frac{\mathrm{d}^3 p_K}{2E_K}\int \frac{\mathrm{d}^3 k_1}{2E_1}\frac{\mathrm{d}^3 k_2}{2E_2}\delta^4(p_D - p_K - k_1 - k_2) k_{l,\nu} k_{\nu,\mu}$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Benutzte Gleichheiten

$$\frac{\mathrm{d}^3 p_K}{2E_K} = 2\pi |p_K| \mathrm{d}E_K$$

$$|p_K| = \frac{\sqrt{\lambda(m_D^2, m_K^2, q^2)}}{2m_D}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}^3 k_1}{2(2\pi)^3 E_1} \frac{\mathrm{d}^3 k_2}{2(2\pi)^3 E_2} \delta^4(q - k_1 - k_2) k_{1,\mu} k_{2,\nu} = \frac{\pi}{24}(q^2 g_{\mu\nu} + 2q_\mu q_\nu)$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Phasenraum

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{|p_K| \mathrm{d}E_K}{(2\pi)^4} \frac{\pi}{24} (q^2 g_{\mu,\nu} + 2 q_\mu q_\nu)$$

Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite

Matrixelement und Phasenraum

Unter Verwendung von

$$(2P^\mu P^\nu - P^2 g^{\mu\nu})(q^2 g_{\mu,\nu} + 2q_\mu q_\nu) = 4\lambda(m_D^2, m_K^2, q^2) = 16 m_D^2 |p_K|^2$$

ergibt sich die oben aufgeführte Zerfallsbreite