

# **V57 – Rauschen**

**TU Dortmund, Fakultät Physik**

**Fortgeschrittenenpraktikum**

Kay Schönwald  
kay.schoenwald@udo.edu

Fabian Köhler  
fabian.koehler@udo.edu

10. Juni 2015

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Ziel</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2. Theorie</b>                                      | <b>1</b>  |
| 2.1. Grundlagen . . . . .                              | 1         |
| 2.2. Thermisches Rauschen . . . . .                    | 1         |
| 2.3. Schrotrauschen und Schottky-Beziehung . . . . .   | 2         |
| 2.4. $1/f$ -Rauschen und Funkeffekt . . . . .          | 4         |
| <b>3. Durchführung</b>                                 | <b>4</b>  |
| 3.1. Thermisches Rauschen eines Widerstandes . . . . . | 4         |
| 3.1.1. Einfache Schaltung . . . . .                    | 4         |
| 3.1.2. Korrelator-Schaltung . . . . .                  | 5         |
| 3.2. Stromrauschen an Elektronenröhren . . . . .       | 6         |
| 3.2.1. Messung des Schrotrauschens . . . . .           | 6         |
| 3.2.2. Messung des Funkeffekts . . . . .               | 6         |
| <b>4. Auswertung</b>                                   | <b>7</b>  |
| 4.1. Thermisches Rauschen an Widerständen . . . . .    | 7         |
| 4.1.1. Eigenrauschen der Schaltungen . . . . .         | 7         |
| 4.1.2. Kalibrationsmessung . . . . .                   | 8         |
| 4.1.3. Messung des thermischen Rauschens . . . . .     | 11        |
| 4.2. Reinmetallkathode . . . . .                       | 13        |
| 4.3. Oxyd-Kathode . . . . .                            | 15        |
| <b>5. Diskussion</b>                                   | <b>17</b> |
| 5.1. Thermisches Rauschen . . . . .                    | 17        |
| 5.2. Stromrauschen von Elektronenröhren . . . . .      | 17        |
| <b>A. Messdaten</b>                                    | <b>18</b> |

## 1. Ziel

Im Rahmen dieses Versuches soll das statistische Verhalten des elektronischen Rauschens untersucht werden. Aus dem thermischen Rauschen an einem Widerstand kann so die Boltzmann-Konstante  $k_B$  bestimmt werden. An einer Elektronenröhre kann mit Hilfe des Schrotrauschens die Elementarladung  $e_0$  ermittelt und das weit verbreitete  $1/f$ -Verhalten von Rauschenspektren beobachtet werden.

## 2. Theorie

### 2.1. Grundlagen

Rauschen ist ein stochastischer Prozess, das heißt Strom bzw. Spannung besitzen kein deterministisches Zeitverhalten. Deshalb werden in der Regel Mittelwerte betrachtet, auf die sich die Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung anwenden lassen. Lässt man alle Parameter einer Rauschquelle zeitlich unverändert gilt

$$\overline{U}(t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} U(t) dt = 0.$$

Deshalb bietet diese Observable keinen Aufschluss über das Rauschen, vielmehr interessiert der quadratische Mittelwert

$$\overline{U^2}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} U^2(t) dt = 0.$$

Ist die Mittelung unabhängig vom Mittelungsintervall  $[0, \tau]$  spricht man von einem stationären Rauschen. Es lässt sich weiter das Scharmittel

$$\langle U^2(t_0) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i^2(t_0)$$

definieren, bei dem über die Spannungswerte von  $N$  identischen Rauschquellen gemittelt wird. Ist die Schwankungserscheinung stationär, so ist dieser Mittelwert von  $t_0$  unabhängig. Bei einem ergodischen Rauschen gilt  $\langle U^2 \rangle = \overline{U^2}$ . Das thermische Rauschen eines Widerstandes oder auch der Schroteffekt einer Metalloberfläche im Vakuum zählen zu den ergodischen Phänomenen.

### 2.2. Thermisches Rauschen

Zunächst wird eine verlustlose Doppelleitung betrachtet (vgl. Abb. 1), die an ihren Enden kurzgeschlossen ist. Ein solches System ist schwingfähig mit Frequenzen  $\nu = \frac{nv}{2L}$  mit  $n \in \mathbb{N}^+$  bei einer Phasengeschwindigkeit  $v$ . Die mittlere Energie beträgt

$$\overline{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}.$$

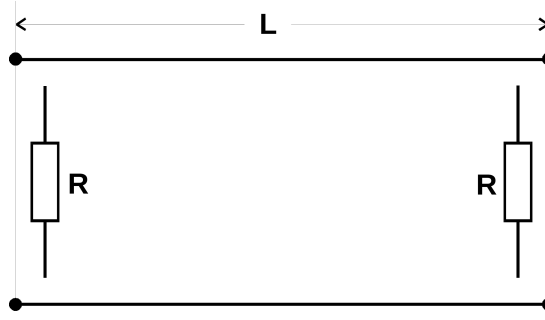


Abbildung 1: Verlustlose Doppelleitung mit kurzgeschlossenen Enden[3]

Die Leistung pro Frequenzintervall  $\Delta\nu$  ist somit

$$P = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \Delta\nu.$$

Nun werden die Enden der Doppelleitung mit einem Widerstand abgeschlossen (vgl. Abb. 1), an dem Energie in Form von Wärme abgestrahlt wird. Eine stationäre Schwingung kann sich nun ausbilden, wenn die Abstrahlung im Mittel durch eine Rauschspannung  $U_R(t)$  am Widerstand ausgeglichen wird. Die mittlere Rauschleistung ist

$$\overline{N} = \frac{Z\overline{U^2}}{(R + Z)^2},$$

wobei  $Z$  der Wellenwiderstand der Leitung ist. Im Fall  $Z = R$  wird die Rauschleistung maximiert und es ergibt sich

$$\overline{U^2} = 4RP = \frac{4Rh\nu\Delta\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \approx 4k_B TR\Delta\nu \quad (2.1)$$

als Ausdruck für das mittlere Rauschspannungsquadrat eines Widerstandes  $R$  bei einer Temperatur  $T$  im thermodynamischen Gleichgewicht. Diese Beziehung ist als Nyquist-Beziehung in der Literatur bekannt. Die Linearisierung ist gerechtfertigt, da bei Zimmertemperatur die Bose-Funktion bis zu einer Frequenz von  $\approx 10^{11}$  nahezu konstant ist. Es geht nur noch die Breite des durch den Messaufbau gegebenen Frequenzbereichs ein, nicht aber die Lage im Frequenzraum. Aus diesem Grund spricht man auch von weißem Rauschen. Bei der Messung wird sich jedoch feststellen lassen, dass  $\overline{U^2}$  kleiner ist als durch die Nyquist-Beziehung zu erwarten. Dies rührt daher, dass die verwendeten Kabel nicht ideal sind und somit eine endliche Kapazität aufweisen. Es ergibt sich

$$\overline{U^2}_{RC} = \frac{\overline{U^2}}{1 + (2\pi i\nu RC)^2}.$$

### 2.3. Schrotrauschen und Schottky-Beziehung

Der Schroteffekt ist am besten an einer Vakuumdiode mit einer Reinmetallkathode zu beobachten, die im Sättigungsbereich beobachtet wird. Der gemessene Strom  $I_{\text{ges}}(t)$  lässt

sich in einen konstanten Anteil  $I_0$  und Fluktuationen  $I(t)$ , also den Rauschstrom durch den Schroteffekt, aufteilen. Entsprechend soll  $\bar{I}(t) = 0$  gelten. Nun werden einige Annahmen gemacht, die allerdings beim Betrieb im Sättigungsbereich gut erfüllt sind.

1. Die Elektronen werden unabhängig voneinander von der Glühkathode emittiert.
2. Die Bewegung der Elektronen zur Anode erfolgt ohne Korrelation.
3. Die Elektronen haben keine Anfangsgeschwindigkeit nach dem Austritt aus der Kathode.
4. Der Weg-Zeit-Verlauf aller Elektronen sei gleich.
5. Die Elektronen schlagen keine Sekundärelektronen an der Anode aus.

Nun wird das Verhalten eines einzelnen Elektrons, welches sich von der Kathode zur Anode bewegt betrachtet. Während seiner Laufzeit  $\tau$  ruft es durch seine Influenzwirkung einen Strom

$$i_n(t) = e_0 f(t - t_n)$$

mit  $f(t - t_n) = 0 \quad \forall t \notin [t_n, t_n + \tau]$ . Auf Grund der Ladung des Elektrons gilt

$$e_0 = \int_{t_n}^{t_n + \tau} i_n(t) dt$$

und somit

$$\int_0^\tau f(\theta) d\theta = 1,$$

wobei  $\theta$  die Zeitkoordinate der Relativzeit ist. Der Strom aller Elektronen ist

$$I_{\text{ges}}(t) = e_0 \sum_n f(t - t_n).$$

Es lässt sich nun zeigen, dass mit  $W_{\text{Sch}} = e_0 I_0 f^2(\theta)$

$$\overline{I^2}(t) = \int_0^\infty W_{\text{Sch}}(\nu) d\nu$$

ist. Durch eine Fouriertransformation ergibt sich

$$W_{\text{Sch}}(\nu) = 2e_0 I_0 |F(\nu)|^2$$

und durch Beschränkung auf niedrige Frequenzen  $\nu \ll \frac{1}{2\pi\tau}$  ( $F(\nu) \approx 1$ )

$$W_{\text{Sch}}(\nu) = 2e_0 I_0. \quad (2.2)$$

Somit ist niederfrequentes Schrotrauschen frequenzunabhängig und ist somit ebenfalls weißes Rauschen. Als Resultat der Rechnung ergibt sich die Schottky-Beziehung

$$\overline{I^2} = 2e_0 I_0 \Delta\nu. \quad (2.3)$$

## 2.4. $1/f$ -Rauschen und Funkeffekt

Rauschprozesse, bei denen sich die spektrale Leistungsdichte reziprok mit der Frequenz  $f$  bzw.  $\nu$  verhält, sind weit verbreitet. Solche Prozesse treten in allen elektronischen Bauelementen auf und kann auch in astronomischen oder physiologischen Prozessen beobachtet werden. Der Gültigkeitsbereich dieses Verhaltens erstreckt sich über viele Größenordnung und konnte auch Bereich von  $1 \mu\text{Hz}$  bestätigt werden. Es fehlt jedoch eine allgemeine Theorie zu solchen Rauschphänomenen, nur in einigen Spezialfällen ist eine theoretische Beschreibung gelungen. In diesem Versuch soll der Funkeffekt betrachtet werden, wie er bei Elektronenröhren mit Oxid-Kathode auftritt. Das Spektrum dieses Effektes kann durch

$$W_F(\nu) = \text{const} \cdot \frac{I_0^2}{\nu^\alpha}$$

mit  $\alpha \approx 1$  beschrieben werden, was bis ca.  $0,1 \text{ MHz}$  bestätigt wurde. Als Ursache dieses Phänomenes kommen für niedrige Frequenzen stoffliche Veränderungen, z.B. durch Diffusionsprozesse, in Frage, die zu sprunghaften Änderungen im Widerstand der Grenzschicht führen können. Für höhere Frequenzen sind lokale Schwankungen in der Austrittsarbeit als Ursprung denkbar.

## 3. Durchführung

### 3.1. Thermisches Rauschen eines Widerstandes

#### 3.1.1. Einfache Schaltung

Prinzipiell ist es mit der in Abb. 2 dargestellten Schaltung möglich die Rauschspannung eines Widerstandes zu vermessen. Das Messobjekt wird an den Eingang eines Vorverstärkers (Faktor  $V_V$ ) angeschlossen, welcher die Spannung innerhalb eines vom Gerät abhängigen Frequenzbereich linear verstärkt. Danach schließt sich ein Bandfilter an, welcher den Frequenzbereich  $\Delta\nu$  festlegt. Hinter einem Nachverstärker (Faktor  $V_N$ ) wird das Signal auf einen Quadrierer gegeben, welcher ebenfalls eine Verstärkung von  $V_=$  hervorruft. Anschließend kann der die Spannung an einem Voltmeter abgelesen werden.

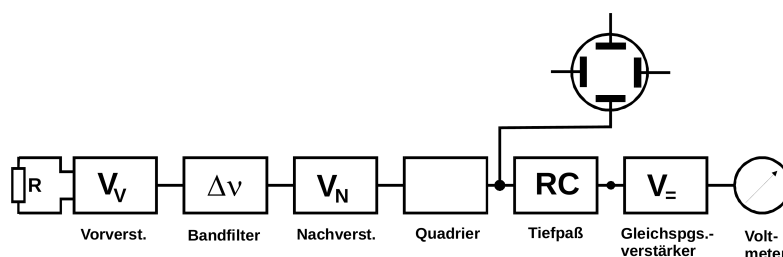


Abbildung 2: Einfache Schaltung zur Vermessung des thermischen Rauschens eines Widerstandes[3]

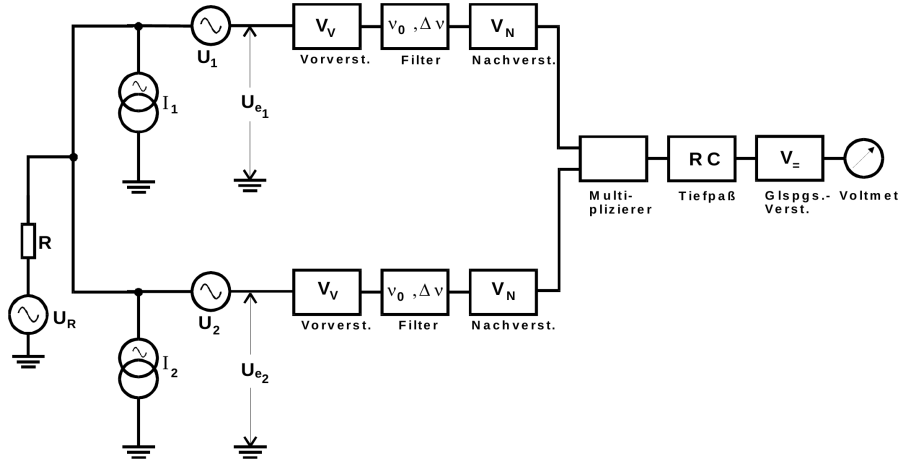


Abbildung 3: Korrelator-Schaltung zur Vermessung des thermischen Rauschens eines Widerstandes[3]

Das gemessene Rauschspannungsquadrat beträgt gemäß der Nyquist-Beziehung Gl. 2.1

$$\overline{U_a^2} = V_V^2 V_N^2 V_{\pm} \Delta \nu 4 k_B T R.$$

Der Vorfaktor  $V_V^2 V_N^2 V_{\pm} \Delta \nu$  kann mittels einer Kalibrationsmessung bestimmt werden. Dazu wird ein Sinussignal auf den Aufbau gegeben und der Kalibrationsfaktor

$$A = \int_0^{\infty} V_{\pm} V_V^2(\nu) V_N(\nu) d\nu$$

bestimmt.

Bei handelsüblichen Widerständen sind die auftretenden Rauschspannungen sehr klein. Deshalb sind hohe Verstärkungsgrade erforderlich, sodass das Eigenrauschen der Verstärker, vor allem des Vorverstärkers, durch die verwendeten Halbleiterbauelemente problematisch ist.

### 3.1.2. Korrelator-Schaltung

Ist  $|U_R| \ll |U|$  und die Rauschspannung somit deutlich kleiner als die Betriebsspannung des Verstärkers, so ist die Messung mit der einfachen Schaltung sehr ungenau. Mit der hier vorgestellten Korrelatorschaltung lassen sich deutlich bessere Ergebnisse erzielen. Es wird ausgenutzt, dass das Eigenrauschen zweier Verstärker unkorreliert erfolgt. Der prinzipielle Aufbau ist in Abb. 3 dargestellt.

Das zu Messende Signal wird auf zwei Vorverstärker gegeben und jeweils gefiltert, nachverstärkt und auf die Eingänge des Multiplizierers gegeben. Anschließend erfolgt noch eine Glättung mittels eines Tiefpasses. Verwendet man zwei gleiche Verstärkerkanäle so gilt in guter Näherung

$$\overline{U_a^2} = V_{\text{ges}}^2 \overline{U_R^2}$$

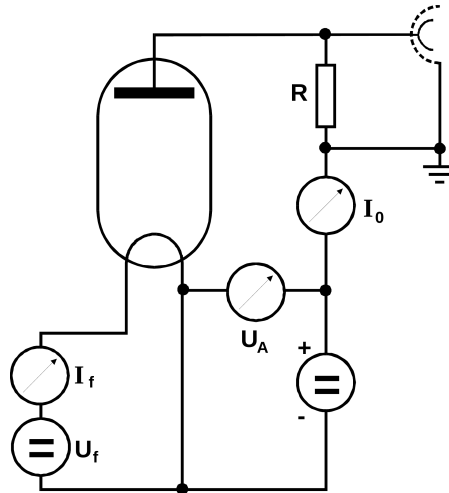


Abbildung 4: Beschaltung einer Schrot-Rauschquelle[3]

und die jeweiligen Verstärkerspannungen gehen nicht mehr ein. Somit können noch deutlich kleinere Rauschspannungen nachgewiesen und gemessen werden. Das Eigenrauschen von Verstärkern kann mit der sogenannten Rauschzahl

$$F(\nu) = \frac{\overline{U_a^2}(Z)}{4k_B T \Delta \nu V_{\text{ges}}^2 \Re(Z)}$$

verglichen werden. Der Idealfall wäre  $F = 1$ . Oft wird die Rauschzahl auch in Dezibel, also  $10 \log_{10}(F)$ , angegeben.

## 3.2. Stromrauschen an Elektronenröhren

### 3.2.1. Messung des Schrotrauschens

Der Schroteffekt soll hier an einer Elektronenröhre mit Reinmetallkathode vermessen werden. Die grundsätzliche Beschaltung einer solchen Röhre ist in Abb. 4 dargestellt. Zunächst werden bei verschiedenen Heizströmen Kennlinien  $I_0 = f(U_A)$  aufgenommen, um sicherzugehen, dass die Röhre im Sättigungsbereich betrieben wird. Dann treffen die Annahmen, die im theoretischen Teil getroffen wurden, in guter Näherung zu. Bei der Messung sollte der Anodenstrom konstant gehalten werden.

Anschließend kann die Vermessung des Rauschspektrums gemäß der Schaltung in Abb. 5 vorgenommen werden. Für Frequenzen unterhalb von 100 kHz wird ein Selektivverstärker verwendet, darüber ein Bandfilter.

### 3.2.2. Messung des Funkeffekts

Nun wird noch das Rauschspektrum einer Elektronenröhre mit Oxyd-Kathode vermessen. Dies erfolgt mit dem gleichen Aufbau (siehe Abb. 5) wie schon bei der anderen Röhre. Auch hier sollte der Anodenstrom wieder möglichst konstant gehalten werden.



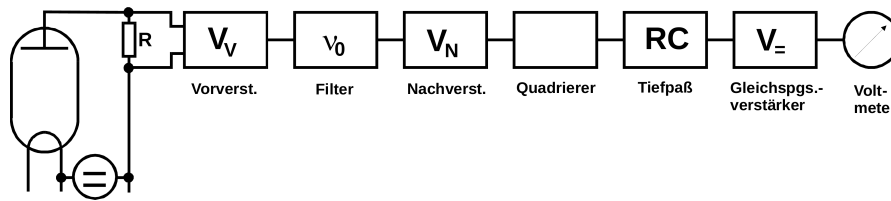


Abbildung 5: Aufbau eines einfachen Rauschspektrometers zur Vermessung des Spektrums einer Rauschquelle[3]

### Anmerkung

Bei der Auswertung des Versuches sind die vielen denkbaren Verstärkungsfaktoren denkbar. Diese lauten

$V_V$ : Vorverstärkungsfaktor

$V_A$ : Abschwächungsfaktor eines evtl. verwendeten Abschwächers

$V_S$ : Verstärkungsfaktor des Selektiv-Verstärkers

$V_N$ : Nachverstärkungsfaktor

$V_=$ : Gleichspannungsverstärkung des Quadrierers

Bis auf  $V_=$  treten alle Faktoren quadratisch auf.

Außerdem sind noch einige Limitierungen im Frequenzraum zu berücksichtigen. So treten Störungen in ungeradzahligen Vielfachen der Netzfrequenz 50 Hz auf. Die am stärksten für 50 Hz und 150 Hz sind. Diese Frequenzen sind also nicht für Messungen geeignet, stattdessen sollte man Werte darüber/darunter verwenden. Die Grenzfrequenz des Multiplizier-Gliedes liegt bei 500 kHz, sodass sämtliche Messfrequenzen unterhalb dieser Schranke liegen sollten.

## 4. Auswertung

### 4.1. Thermisches Rauschen an Widerständen

#### 4.1.1. Eigenrauschen der Schaltungen

Um die gemessene Spannung vom Eigenrauschen der Schaltung selbst zu bereinigen, wurde dieses unter Verwendung von  $0\Omega$ -Abschlüssen für beide Schaltungen vermessen. Die Ergebnisse befinden sich in den Tabellen 1 und 2.

Bei der einfachen Schaltung sind Verstärkungsfaktoren  $V_V = 1000$  und  $V_= = 10$  zu berücksichtigen. In der Korrelatorschaltung tritt zusätzlich  $V_S = 10$  auf.

#### 4.1.2. Kalibrationsmessung

Anschließend wird für jeden Aufbau eine Kalibrationsmessung durchgeführt. Dazu wird ein Sinussignal eines Funktionsgenerators auf die jeweiligen Schaltungen gegeben. Der Nachverstärkungsfaktor der einfachen Schaltung war dabei durchgehend  $V_N = 10$  und der der Korrelatorschaltung  $V_N = 2$ . Für verschiedene Frequenzen wurden jeweils die Rauschspannungsquadrate gemessen (siehe Tab. 5 und 6). Die Ergebnisse wurden in den Abb. 8a graphisch dargestellt.

Die Durchlasskurve des Selektivverstärkers folgt der Gleichung

$$\beta = \frac{\overline{U_a^2}}{V_{\text{ges}} U_e^2} = \frac{C}{Q^2} \frac{1}{\eta^2 + \eta^{-2} + Q^{-2} - 2}$$

mit einem Normierungsfaktor  $C$  und  $\eta = \frac{\nu}{\nu_0}$ .

Für den einfachen Verstärkeraufbau ergibt sich der theoretische Wert

$$A_{\text{theo}} = \int_0^\infty V_{\text{V}}^2(\nu) V_N(\nu) d\nu = 99\,000 \text{ kHz}$$

und der experimentell ermittelte Wert von

$$A_{\text{exp}} = (91\,900 \pm 1700) \text{ kHz},$$

dabei wurde ein Fehler von 5 % in der gemessenen Spannung angesetzt.

Damit ergibt sich mit dem theoretischen Wert eine Rauschzahl von

$$F(500 \Omega) = \frac{\overline{U_a^2}(500 \Omega)}{4k_B T \cdot 500 \Omega \cdot \Delta\nu V_{\text{ges}}^2} = 1,2 \pm 0,2,$$

dabei wurde eine Unsicherheit in der Spannung von  $\Delta U = 50 \text{ mV}$  und einer Unsicherheit in der Verstärkung von 10 % geschätzt gegen die die Unsicherheit in der Bestimmung der Durchlassfrequenz zu vernachlässigen ist. Dieser Wert liegt schon über  $F = 1$  und scheint daher unrealistisch. Benutzt man den experimentell bestimmten Wert verstärkt sich dieser Effekt noch weiter.

Für die Korrelatorschaltung ergibt sich

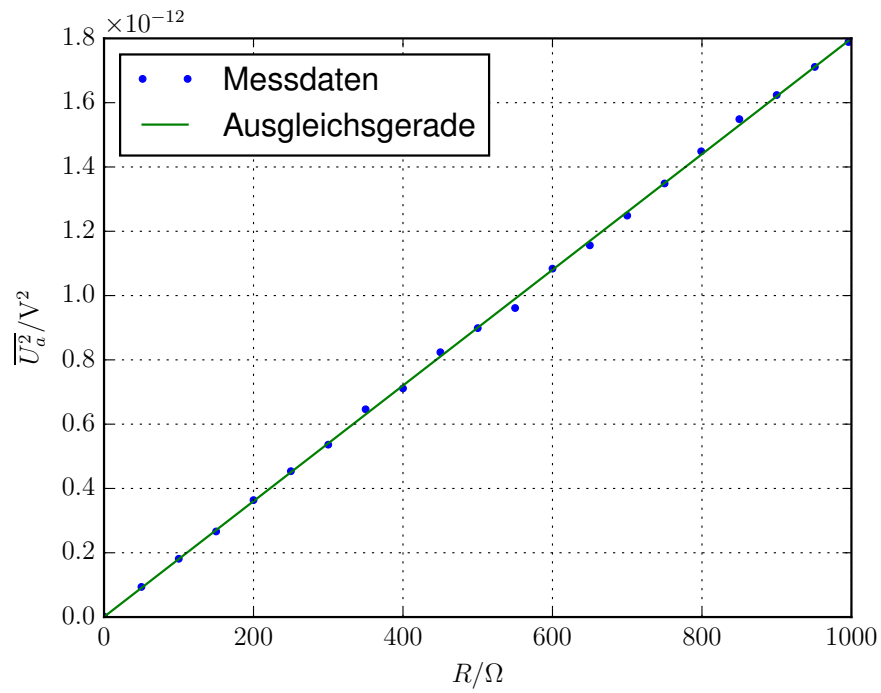
$$\begin{aligned} A_{\text{theo}} &= 13\,160,0 \text{ kHz} \\ A_{\text{exp}} &= (15\,351 \pm 27) \text{ kHz}. \end{aligned}$$

Für die numerische Integration wurde das in *SciPy* implementierte Simpsonverfahren verwendet. Damit ergibt sich ein effektives Frequenzintervall von

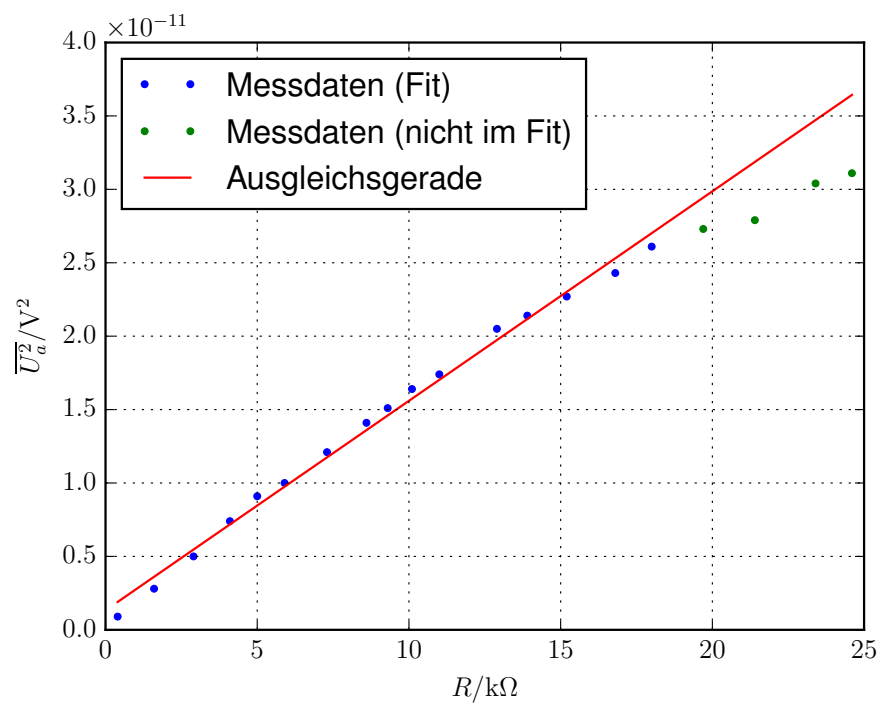
$$\Delta\nu = (4,50 \pm 0,01) \text{ kHz}.$$

Berechnet man mit diesen Werten die Rauschzahl ergibt sich

$$F(500 \Omega) = 0,80 \pm 0,01.$$

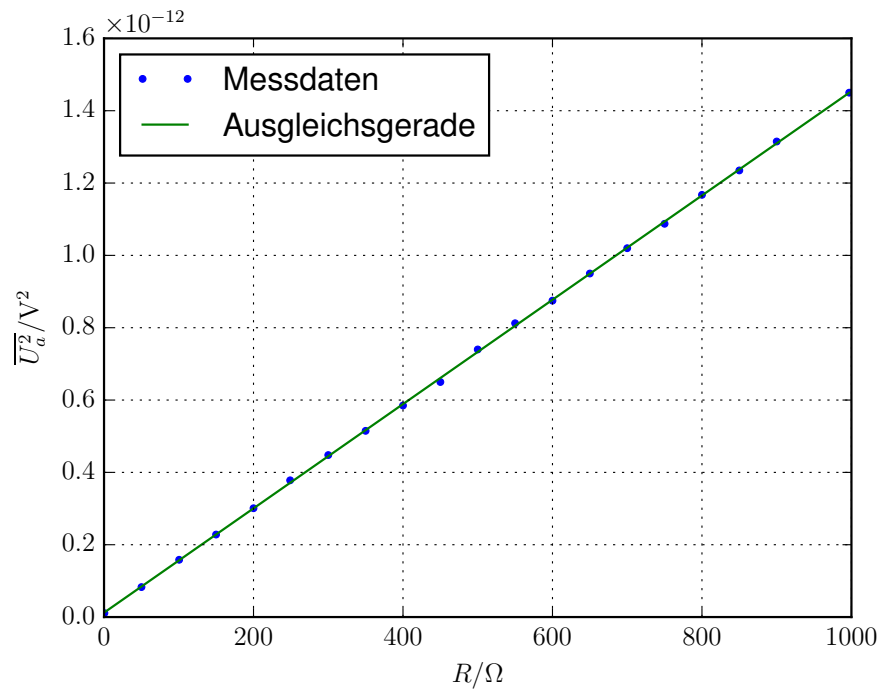


(a) Erster Widerstand

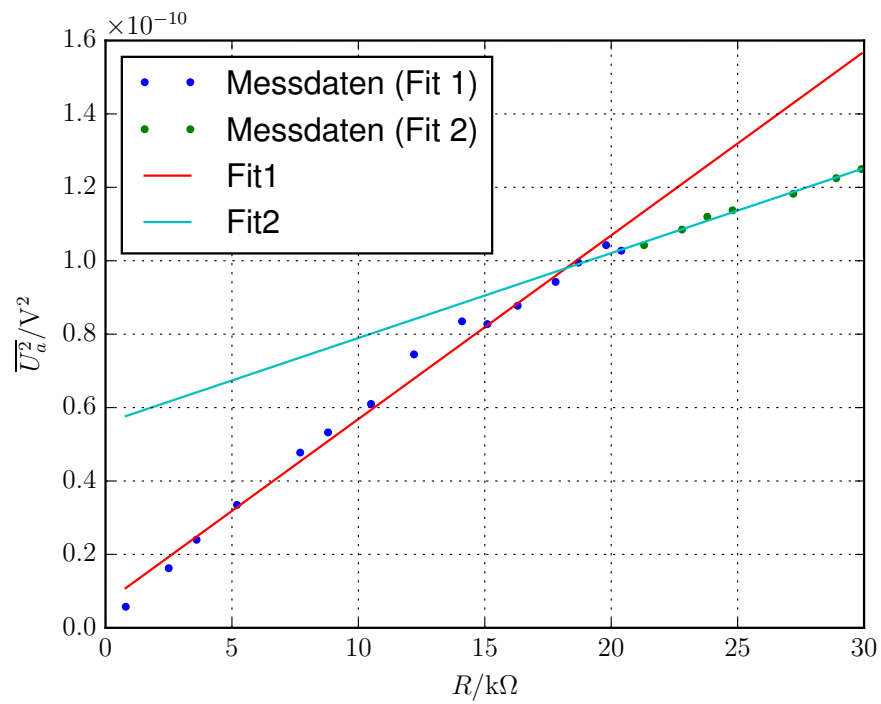


(b) Zweiter Widerstand

Abbildung 6: Gemitteltetes Rauschspannungsquadrat an zwei verschiedenen Widerständen gemäß der einfachen Schaltung



(a) Erster Widerstand



(b) Zweiter Widerstand

Abbildung 7: Gemitteltetes Rauschspannungsquadrat an zwei verschiedenen Widerständen gemäß der Korrelator-Schaltung

#### 4.1.3. Messung des thermischen Rauschens

Die Messwerte des thermische Rauschen für den ersten variablen Widerstand sind in Tabelle 7 zusammengefasst und in Abbildung 6a graphisch dargestellt. Ein linearer Fit der Form  $\overline{U_a^2} = a \cdot R + b$  ergibt

$$\begin{aligned}a_1 &= (1,799 \pm 0,008) \cdot 10^{-15} \text{ V A} \\b_1 &= (0,6 \pm 4,6) \cdot 10^{-15} \text{ V}^2.\end{aligned}$$

Mit Gleichung 2.1 ergibt sich daraus

$$k_{\text{B},1}^{\text{exp}} = (1,534 \pm 0,007) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.$$

Für den zweiten Widerstand, wobei die Messwerte in Tabelle 8 zu finden sind und in Abbildung 6b dargestellt sind, ergibt sich analog:

$$\begin{aligned}a_2 &= (1,427 \pm 0,032) \cdot 10^{-15} \text{ V A} \\b_2 &= (1,33 \pm 0,33) \cdot 10^{-12} \text{ V}^2 \\k_{\text{B},2}^{\text{exp}} &= (1,217 \pm 0,027) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.\end{aligned}$$

Für die Korrelatorschaltung kann die Auswertung übernommen werden. Die Messwerte sind in Tabelle 9 und 10 zusammengefasst und in den Abbildungen 7a und 7b dargestellt. Für den ersten Widerstand ergibt sich:

$$\begin{aligned}a_3 &= (1,442 \pm 0,004) \cdot 10^{-15} \text{ V A} \\b_3 &= (-1,5 \pm 2,0) \cdot 10^{-15} \text{ V}^2 \\k_{\text{B},3}^{\text{exp}} &= (1,2294 \pm 0,0030) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.\end{aligned}$$

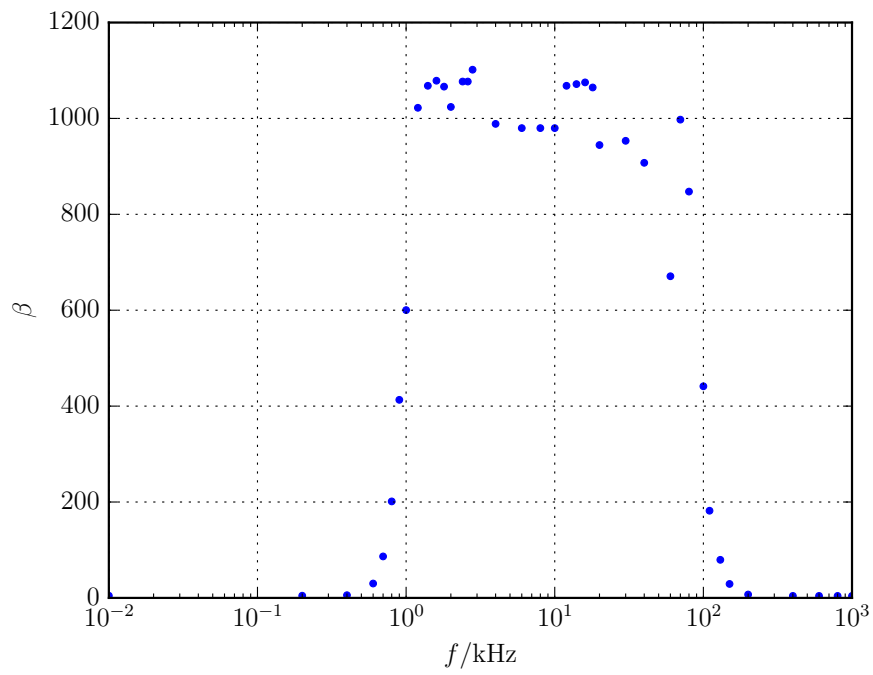
Für den zweiten Widerstand ergibt sich ein Knick in dem Spektrum, weshalb für die beiden unterschiedlich gefärbten Messwerte unabhängige linearen Fits vorgenommen werden.

Für die blau dargestellten Messdaten ergibt sich:

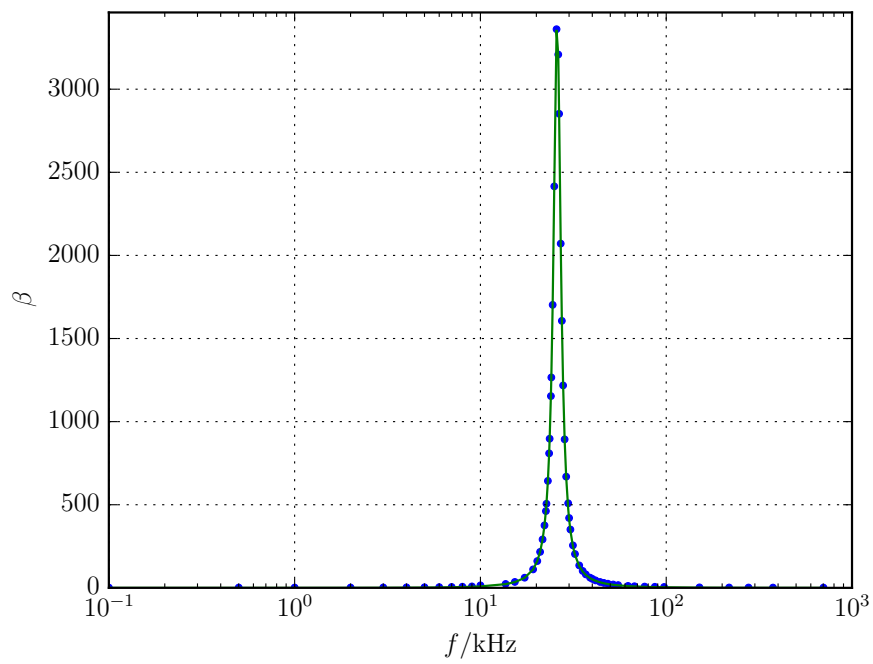
$$\begin{aligned}a_4 &= (5,01 \pm 0,15) \cdot 10^{-15} \text{ V A} \\b_4 &= (6,81 \pm 2,00) \cdot 10^{-12} \text{ V}^2 \\k_{\text{B},4}^{\text{exp}} &= (4,27 \pm 0,13) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.\end{aligned}$$

und für die grün dargestellten Messdaten:

$$\begin{aligned}a_4 &= (2,31 \pm 0,15) \cdot 10^{-15} \text{ V A} \\b_4 &= (5,58 \pm 2,00) \cdot 10^{-12} \text{ V}^2 \\k_{\text{B},4}^{\text{exp}} &= (1,97 \pm 0,08) \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.\end{aligned}$$



(a) Einfache Schaltung mit Bandfilter



(b) Korrelatorschaltung mit Selektiverstärkern

Abbildung 8: Durchlasskurven der einfachen und der Korrelator-Schaltung

## 4.2. Reinmetallkathode

Zunächst wurden Kennlinien der Röhre aufgenommen (siehe Tab. 11) aufgenommen und graphisch dargestellt (siehe Abb. 9a). Dabei wurden drei unterschiedliche Heizströme verwendet. Dies dient dazu, zu prüfen, ob die Röhre in Sättigung betrieben wird. Dies ist erforderlich, damit die im theoretischen Teil geforderten Bedingungen gut erfüllt sind. Anschließend wurde das Rauschspektrum der Röhre aufgenommen.

Die Messwerte befinden sich in Tab. 12 und sind in Abb. 9b dargestellt. Aus dem Plateau des Schrotrauschens kann mittels der Schottky-Beziehung (2.3) die Elementarladung

$$e_0 = (1,617 \pm 0,014) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

bestimmt werden.

Die Messdaten der  $e_0$ -Messung finden sich in Tab. 13 und sind in Abb. 10 dargestellt. Stellt man die Schottky-Beziehung zu

$$\overline{U_a^2} = \frac{2e_0\delta\nu}{R} I_0$$

um, kann über eine lineare Regression  $e_0$  bestimmt werden. Dies ergibt für die Steigung

$$\frac{2e_0\delta\nu}{R} = (5,01 \pm 0,05) \cdot 10^{-8} \text{ C Hz } \Omega^{-1},$$

woraus sich

$$e_0 = (1,708 \pm 0,008) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

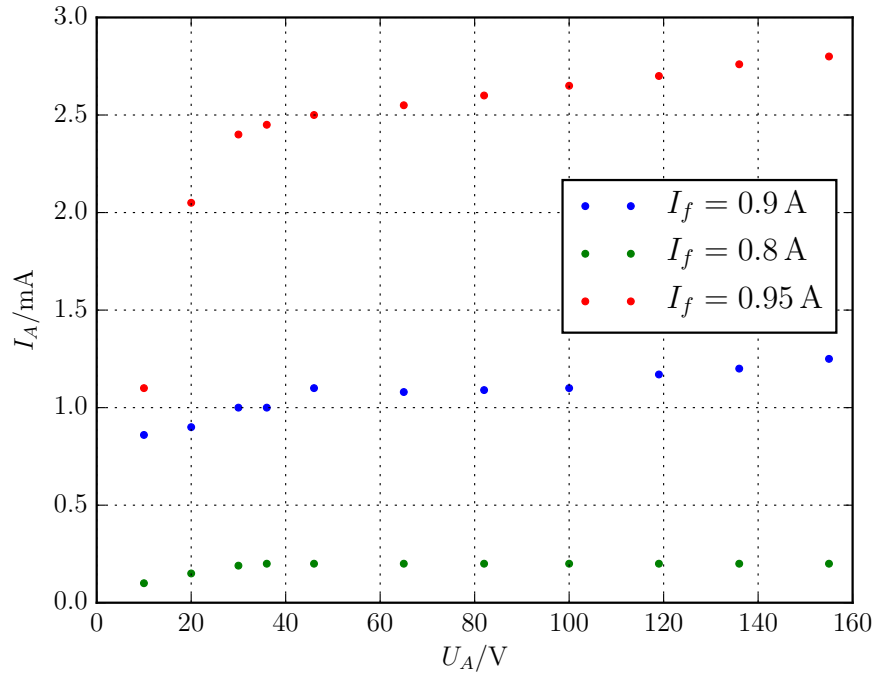
ergibt.

Aus der Beziehung (2.2) ergibt sich als Theoriewert für das Leistungsspektrum des Schrotrauschens

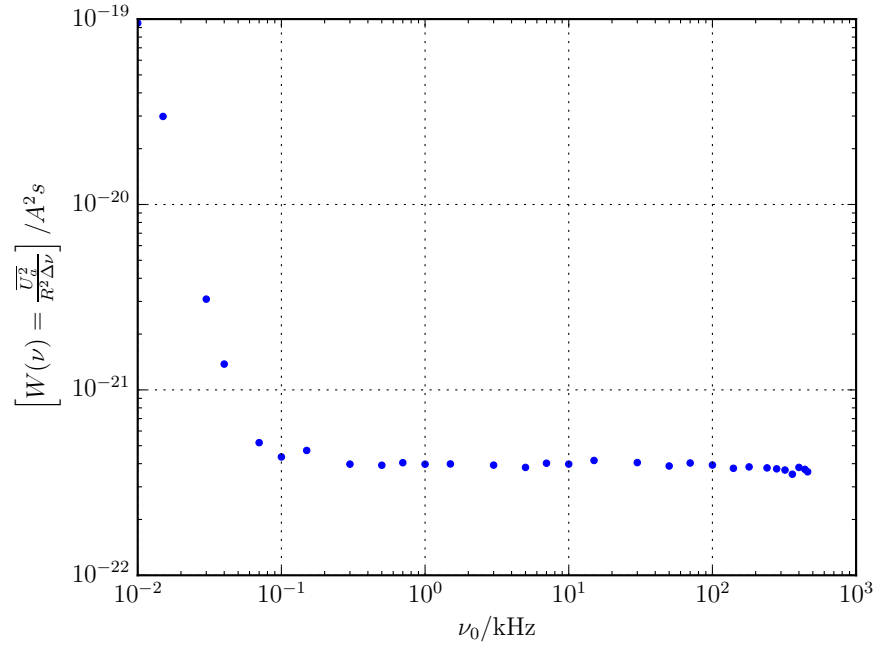
$$W_{\text{Schrot}}^{\text{th}} = 3,85 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s.}$$

Aus dem Plateau berechnet sich

$$W_{\text{Schrot}}^{\text{exp}} = (3,93 \pm 0,05) \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s.}$$



(a) Kennlinien



(b) Rauschspektrum

Abbildung 9: Messung der Kennlinien und des Rauschspektrums der Reinmetallkathode



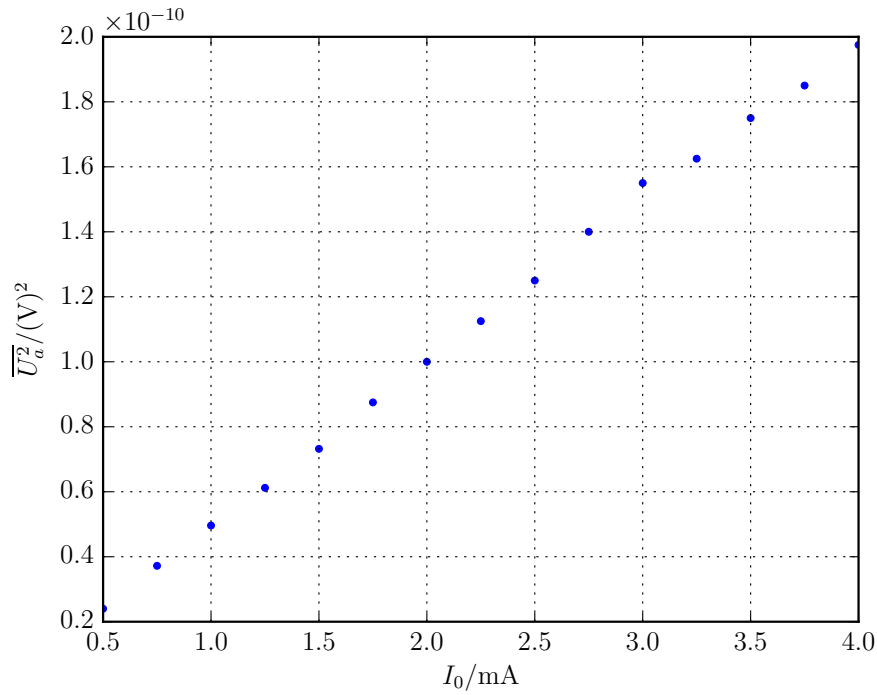


Abbildung 10: Messung von  $e_0$  mit der Reinmetallkathode

### 4.3. Oxyd-Kathode

Logarithmiert man die Gleichung (2.4) für das Leistungsspektrum des Funkeffektes so erhält man

$$\ln(W_F(\nu)) = -\alpha \ln(\nu) + \text{const}$$

Der der Funkelexponent  $\alpha$  kann nun mittels linearer Ausgleichsrechnung bestimmt werden. Bei einem Fit mit einer Funktion des Typs  $f(x) = ax + b$  ergibt sich

$$a = -1,042 \pm 0,022,$$

$$b = -39,46 \pm 0,12$$

und somit

$$\alpha = 1,042 \pm 0,022.$$

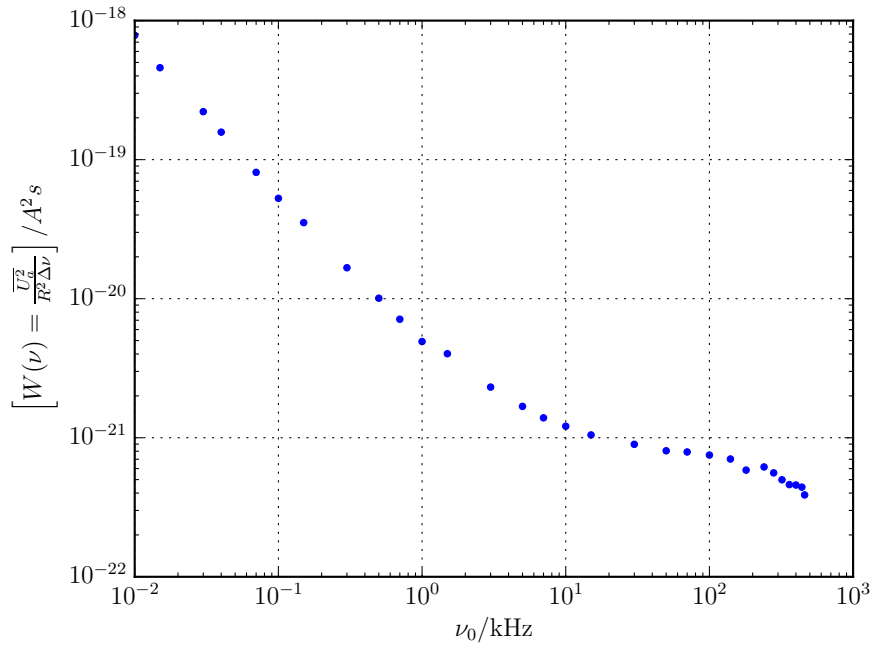
Dabei wurden alle Werte mit  $\nu < 3,1 \text{ kHz}$  berücksichtigt, um das spätere Plateau des Schrotrauschens nicht einfließen zu lassen.

Aus der Gleichung (2.2) ergibt mit  $I_0 = 1,4 \text{ mA}$  sich als theoretischer Wert für das Leistungsspektrum des Schrotrauschens

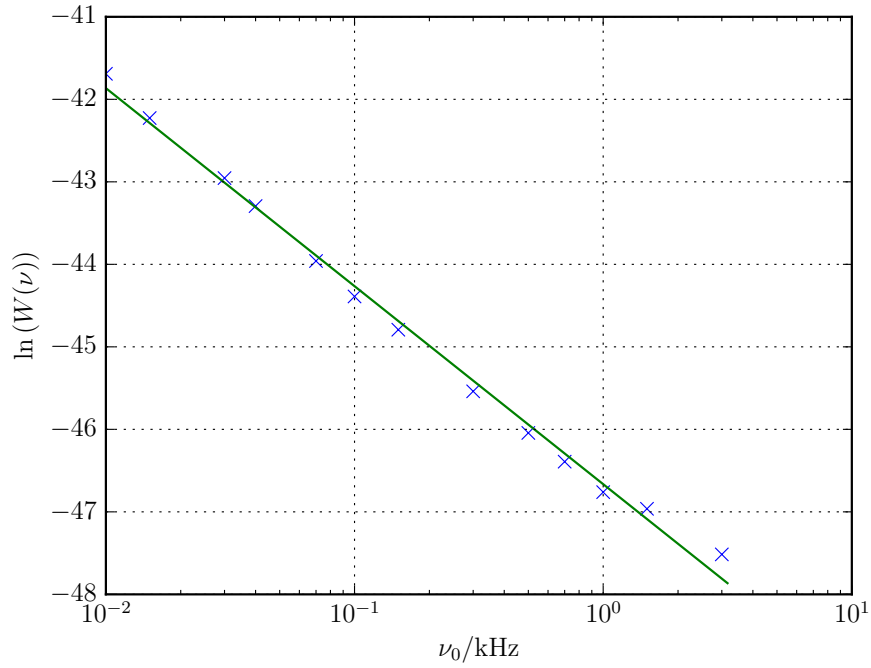
$$W_{\text{Schrot}}^{\text{th}} = 4,486\,094\,382 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s}.$$

Aus dem Plateau bei höheren Frequenzen ergibt sich der Wert

$$W_{\text{Schrot}}^{\text{exp}} = (3,1 \pm 1,4) \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{ s}.$$



(a) Rauschspektrum



(b) Funkelanteil

Abbildung 11: Messung des Rauschspektrums der Oxyd-Kathode und dem sich daraus ergebenden Funkelanteils

## 5. Diskussion

Die Funktionsweise der beiden Schaltungen konnte über die Kalibrationsmessungen verifiziert werden. Die Durchlasskurven haben die erwartete Gestalt, allerdings waren die Schwankungen bei der Vermessung des  $500\,\Omega$  Widerstandes zu groß um die Rauschzahl verlässlich bestimmen zu können.

### 5.1. Thermisches Rauschen

Die Theorie des thermischen Rauschens konnte mit diesem Versuch verifiziert werden. Die Messwerte der Boltzmannkonstante  $k_B^{\text{lit}} = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  [2] konnte in drei Messungen mit einem relativen Fehler von  $\approx 12\%$  bestimmt werden. Nur die Messung des zweiten Widerstandes über die Korrelatorschaltung weicht stark ab. Der Knick in dem Spektrum lässt allerdings auf einen systematischen Fehler des Versuchsaufbaus schließen. Da dieser in der Vermessung des ersten Widerstandes noch nicht aufgetreten ist, wird der Anschluss des zweiten Widerstandes dafür verantwortlich sein. Unter Umständen war der zweite Widerstand nicht optimal angeschlossen wodurch es zu einer effektiven Erhöhung des Widerstandes kam.

### 5.2. Stromrauschen von Elektronenröhren

Wie die Kennlinien zeigen konnte selbst die Reinmetallkathode nicht komplett im Sättigungsbereich betrieben werden, da das Plateau noch eine endliche Steigung aufweist. Das theoretische Leistungsspektrum liegt im  $2\sigma$ -Intervall des experimentellen Wertes und bestätigt damit die Theorie des Schrotrauschens.

Die gemessene Elementarladung liegt nah am Literaturwert  $e_0^{\text{lit}} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  [1]. Der experimentelle Wert, der über das Plateau des Schrotrauschens bestimmt wurde, stimmt im  $1\sigma$ -Intervall mit dem theoretischen überein. Die Bestimmung über den veränderten Eingangsstrom liefert eine Abweichung von  $7\%$ .

Dabei fällt allerdings auf, dass die Bestimmung über das Plateau des Schrotrauschens einen besseren Wert liefert als die Messung über die Veränderung des Eingangsstroms. Dies ist ungewöhnlich, da die erste Messung davon abhängt wie gut die Kathode im Sättigungsbereich ist.

Bei der Oxyd-Kathode kann der Funkelexponent mit  $\alpha = 1,04 \pm 0,20$  verifiziert werden. Die Leistung des Schrotrauschens ist wie erwartet kleiner als der theoretisch ermittelte Wert, da eine Oxyd-Kathode nicht im Sättigungsbereich betrieben werden kann und daher das effektive Feld an der Kathode durch Raumladungen kleiner ist als der theoretisch eingestellte Wert.

## Literatur

- [1] NIST Codata. *Boltzmann constant*. 10. Mai 2015. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?k>.

- [2] NIST Codata. *Elementary charge*. 10. Mai 2015. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>.
- [3] TU Dortmund Fakultät Physik. *Fortgeschrittenen Praktikum, V57*. 10. Mai 2015. URL: [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung\\_FPBSc.html](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html).

| $V_N$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $V_N$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $V_N$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ |
|-------|------------------------------|-------|------------------------------|-------|------------------------------|
| 1     | 3,2                          | 20    | 3,9                          | 200   | 30,5                         |
| 2     | 3,6                          | 50    | 5,3                          | 500   | 168                          |
| 5     | 3,9                          | 100   | 10,0                         | 1000  | 635                          |
| 10    | 3,9                          |       |                              |       |                              |

Tabelle 1: Eigenrauschen der einfachen Schaltung

| $V_N$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $V_N$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $V_N$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ |
|-------|------------------------------|-------|------------------------------|-------|------------------------------|
| 1     | 3,8                          | 20    | 3,9                          | 200   | 5,5                          |
| 2     | 3,9                          | 50    | 4,2                          | 500   | 17                           |
| 5     | 3,9                          | 100   | 5,0                          | 1000  | 70                           |
| 10    | 3,9                          |       |                              |       |                              |

Tabelle 2: Eigenrauschen der Korrelator-Schaltung

## A. Messdaten

|                   | Mittenfrequenz $\nu_0$                           | Bandbreite $\Delta\nu$                      |
|-------------------|--|---|
|                   | $10 \text{ Hz} \leq \nu_0 \leq 100 \text{ Hz}$   | $\Delta\nu = 0.15\nu_0 - 0,3 \text{ Hz}$    |
|                   | $100 \text{ Hz} \leq \nu_0 \leq 10 \text{ kHz}$  | $\Delta\nu = 0.140\nu_0 + 0,7 \text{ Hz}$   |
|                   | $10 \text{ kHz} \leq \nu_0 < 50 \text{ kHz}$     | $\Delta\nu = 0.135\nu_0 + 0,05 \text{ kHz}$ |
| $R = 2200 \Omega$ | $50 \text{ kHz} \leq \nu_0 \leq 100 \text{ kHz}$ | $\Delta\nu = 0.115\nu_0 + 1,05 \text{ kHz}$ |
| $R = 4680 \Omega$ | $50 \text{ kHz} \leq \nu_0 \leq 100 \text{ kHz}$ | $\Delta\nu = 0.109\nu_0 + 1,2 \text{ kHz}$  |

Tabelle 3: Bandbreite des Selektivverstärkers für verschiedene Mittenfrequenzen

| $\nu_0/\text{kHz}$ | $R = 4680\ \Omega$     | $R = 2200\ \Omega$     | $\nu_0/\text{kHz}$ | $R = 4680\ \Omega$     | $R = 2200\ \Omega$     |
|--------------------|------------------------|------------------------|--------------------|------------------------|------------------------|
|                    | $\Delta\nu/\text{kHz}$ | $\Delta\nu/\text{kHz}$ |                    | $\Delta\nu/\text{kHz}$ | $\Delta\nu/\text{kHz}$ |
| 120                | 11.6                   | 12.2                   | 320                | $24,0 \pm 0,4$         | $33,0 \pm 0,5$         |
| 140                | 13.0                   | 14.4                   | 340                | $24,4 \pm 0,4$         | $33,5 \pm 0,5$         |
| 160                | 14.4                   | 16.3                   | 360                | $24,4 \pm 0,4$         | $35,2 \pm 0,3$         |
| 180                | 16.1                   | 18.5                   | 380                | $24,4 \pm 0,4$         | $35,6 \pm 0,2$         |
| 200                | 18.8                   | $21,5 \pm 0,2$         | 400                | $24,3 \pm 0,4$         | $35,8 \pm 0,2$         |
| 220                | $21,0 \pm 0,2$         | $23,6 \pm 0,2$         | 440                | $23,0 \pm 0,4$         | $35,2 \pm 0,2$         |
| 240                | $20,9 \pm 0,2$         | $24,8 \pm 0,4$         | 460                | $21,5 \pm 0,4$         | $24,4 \pm 0,2$         |
| 260                | $20,6 \pm 0,2$         | $24,5 \pm 0,4$         |                    |                        |                        |
| 280                | $21,3 \pm 0,2$         | $27,5 \pm 0,5$         |                    |                        |                        |
| 300                | $23,4 \pm 0,4$         | $29,5 \pm 0,3$         |                    |                        |                        |

Tabelle 4: Bandbreite des Bandfilters für verschiedene Mittenfrequenzen

| $f/\text{kHz}$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $\beta$ | $f/\text{kHz}$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $\beta$ |
|----------------|------------------------------|---------|----------------|------------------------------|---------|
| 1000           | 0,0235                       | 4,59    | 0,8            | 1,14                         | 1068,07 |
| 800            | 0,0235                       | 4,59    | 0,6            | 0,17                         | 1071,61 |
| 600            | 0,0236                       | 5,65    | 0,7            | 0,49                         | 1075,14 |
| 400            | 0,0239                       | 30,01   | 0,4            | 0,032                        | 1064,54 |
| 200            | 0,040                        | 86,51   | 0,2            | 0,026                        | 944,50  |
| 150            | 0,165                        | 201,26  | 0,01           | 0,026                        | 953,32  |
| 130            | 0,45                         | 413,11  | 0,9            | 2,34                         | 907,42  |
| 110            | 0,103                        | 600,24  | 1,2            | 5,79                         | 997,46  |
| 100            | 2,5                          | 1022,17 | 1,4            | 6,05                         | 670,86  |
| 80             | 4,8                          | 1068,07 | 1,6            | 6,11                         | 847,40  |
| 60             | 3,8                          | 1078,67 | 1,8            | 6,04                         | 441,35  |
| 70             | 5,65                         | 1066,31 | 30             | 5,4                          | 181,84  |
| 40             | 5,14                         | 1023,94 | 2,4            | 6,10                         | 79,44   |
| 20             | 5,35                         | 1076,90 | 2,6            | 6,10                         | 29,13   |
| 10             | 5,55                         | 1076,90 | 2,8            | 6,24                         | 7,06    |
| 8              | 5,55                         | 1101,62 | 12             | 6,05                         | 4,22    |
| 6              | 5,55                         | 988,63  | 14             | 6,07                         | 4,17    |
| 4              | 5,60                         | 979,80  | 16             | 6,09                         | 4,15    |
| 2              | 5,80                         | 979,80  | 18             | 6,03                         | 4,15    |
| 1              | 3,40                         | 979,80  |                |                              |         |

Tabelle 5: Kalibrationsmessung der einfachen Schaltung

| $f/\text{kHz}$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $\beta$ | $f/\text{kHz}$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $\beta$ |
|----------------|------------------------------|---------|----------------|------------------------------|---------|
| 0,1            | 4,4                          | 1,76    | 27,045         | 5170                         | 2070,98 |
| 0,5            | 4,4                          | 1,76    | 27,431         | 4010                         | 1606,31 |
| 1              | 4,4                          | 1,76    | 27,861         | 3040                         | 1217,75 |
| 2              | 4,7                          | 1,88    | 28,393         | 2230                         | 893,29  |
| 3              | 5,7                          | 2,28    | 28,947         | 1670                         | 668,96  |
| 4              | 6,9                          | 2,76    | 29,669         | 1207                         | 508,73  |
| 5              | 8,6                          | 3,44    | 30,012         | 1049                         | 420,21  |
| 6              | 10,5                         | 4,21    | 30,498         | 876                          | 350,91  |
| 7              | 13,4                         | 5,37    | 31,466         | 638                          | 255,57  |
| 8              | 17,0                         | 6,81    | 32,279         | 508                          | 203,49  |
| 9              | 21,2                         | 8,49    | 34,027         | 337                          | 134,99  |
| 10             | 37,2                         | 14,90   | 35,511         | 254                          | 101,75  |
| 13,665         | 58,5                         | 23,43   | 36,917         | 202                          | 80,92   |
| 15,32          | 88,6                         | 35,49   | 38,936         | 153                          | 61,29   |
| 17,30          | 152,4                        | 61,05   | 40,075         | 134                          | 53,68   |
| 19,21          | 277                          | 110,96  | 41,666         | 111,6                        | 44,70   |
| 20,229         | 402                          | 161,03  | 44,061         | 88,3                         | 35,37   |
| 20,95          | 540                          | 216,31  | 46,174         | 74,1                         | 29,68   |
| 21,60          | 727                          | 291,22  | 48,547         | 62,0                         | 24,84   |
| 22,12          | 938                          | 375,74  | 51,839         | 50,0                         | 20,03   |
| 22,51          | 1153                         | 461,97  | 55,116         | 41,3                         | 16,54   |
| 22,67          | 1263                         | 505,93  | 62,283         | 29,0                         | 11,62   |
| 23,07          | 1606                         | 643,33  | 67,462         | 23,9                         | 9,57    |
| 23,43          | 2020                         | 809,17  | 76,492         | 18,7                         | 7,49    |
| 23,58          | 2240                         | 897,29  | 86,845         | 15,7                         | 6,28    |
| 23,950         | 2880                         | 1153,66 | 97,441         | 13,1                         | 5,25    |
| 24,078         | 3160                         | 1265,82 | 150,987        | 7,0                          | 2,80    |
| 24,480         | 4250                         | 1702,45 | 218,016        | 5,1                          | 2,04    |
| 24,975         | 6030                         | 2415,48 | 277,339        | 4,7                          | 1,88    |
| 25,688         | 8390                         | 3360,84 | 375,501        | 4,0                          | 1,60    |
| 26,238         | 8010                         | 3208,62 | 701,983        | 3,7                          | 1,48    |
| 26,513         | 7120                         | 2852,11 |                |                              |         |

Tabelle 6: Kalibrationsmessung der Korrelator-Schaltung

| $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ |
|------------|------------------------------|------------|------------------------------|------------|------------------------------|
| 996        | 746                          | 650        | 493                          | 300        | 245                          |
| 951        | 715                          | 600        | 464                          | 250        | 212                          |
| 900        | 680                          | 550        | 415                          | 200        | 176                          |
| 850        | 650                          | 500        | 390                          | 150        | 137                          |
| 799        | 610                          | 450        | 360                          | 100        | 103                          |
| 750        | 570                          | 400        | 315                          | 50         | 68                           |
| 700        | 540                          | 350        | 289                          | 0          | 31                           |

Tabelle 7: Thermisches Rauschen am ersten Widerstand in der einfachen Schaltung

| $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ |
|--------------------|------------------------------|--------------------|------------------------------|--------------------|------------------------------|--------------------|------------------------------|
| 24,6               | 3,12                         | 16,8               | 2,44                         | 10,1               | 1,65                         | 5,0                | 0,92                         |
| 23,4               | 3,05                         | 15,2               | 2,28                         | 9,3                | 1,52                         | 4,1                | 0,75                         |
| 21,4               | 2,80                         | 13,9               | 2,15                         | 8,6                | 1,42                         | 2,9                | 0,51                         |
| 19,7               | 2,74                         | 12,9               | 2,06                         | 7,3                | 1,22                         | 1,6                | 0,29                         |
| 18,0               | 2,62                         | 11,0               | 1,75                         | 5,9                | 1,01                         | 0,4                | 0,10                         |

Tabelle 8: Thermisches Rauschen am zweiten Widerstand in der einfachen Schaltung

| $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ |
|------------|------------------------------|------------|------------------------------|------------|------------------------------|------------|------------------------------|
| 0,5        | 4,4                          | 249        | 151,3                        | 500        | 296                          | 750        | 435                          |
| 50,1       | 33,2                         | 300        | 179,2                        | 550        | 325                          | 800        | 467                          |
| 100,5      | 63,4                         | 350        | 206                          | 600        | 350                          | 850        | 494                          |
| 149,9      | 91,3                         | 400        | 234                          | 650        | 380                          | 900        | 526                          |
| 200        | 120,4                        | 450        | 260                          | 700        | 408                          | 997        | 580                          |

Tabelle 9: Thermisches Rauschen am ersten Widerstand in der Korrelator-Schaltung

| $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ | $R/\text{k}\Omega$ | $\overline{U_a^2}/\text{mV}$ |
|--------------------|------------------------------|--------------------|------------------------------|--------------------|------------------------------|--------------------|------------------------------|
| 29,9               | 500                          | 21,3               | 417                          | 15,1               | 331                          | 7,7                | 191                          |
| 28,9               | 490                          | 20,4               | 411                          | 14,1               | 334                          | 5,2                | 134                          |
| 27,2               | 473                          | 19,8               | 417                          | 12,2               | 298                          | 3,6                | 96                           |
| 24,8               | 455                          | 18,7               | 398                          | 10,5               | 244                          | 2,5                | 65                           |
| 23,8               | 448                          | 17,8               | 377                          | 8,8                | 213                          | 0,8                | 23                           |
| 22,8               | 434                          | 16,3               | 351                          |                    |                              |                    |                              |

Tabelle 10: Thermisches Rauschen am zweiten Widerstand in der Korrelator-Schaltung



| $U_A/\text{V}$ | $I_f = 0,9 \text{ A}$<br>$I_0/\text{mA}$ | $I_f = 0,8 \text{ A}$<br>$I_0/\text{mA}$ | $I_f = 0,95 \text{ A}$<br>$I_0/\text{mA}$ |
|----------------|--|--|---|
| 155            | 1,25                                     | 0,2                                      | 2,8                                       |
| 136            | 1,2                                      | 0,2                                      | 2,76                                      |
| 119            | 1,17                                     | 0,2                                      | 2,7                                       |
| 100            | 1,1                                      | 0,2                                      | 2,65                                      |
| 82             | 1,09                                     | 0,2                                      | 2,6                                       |
| 65             | 1,08                                     | 0,2                                      | 2,55                                      |
| 46             | 1,1                                      | 0,2                                      | 2,5                                       |
| 36             | 1,0                                      | 0,2                                      | 2,45                                      |
| 30             | 1,0                                      | 0,19                                     | 2,4                                       |
| 20             | 0,9                                      | 0,15                                     | 2,05                                      |
| 10             | 0,86                                     | 0,1                                      | 1,1                                       |

Tabelle 11: Kennlinien der Reinmetallkathode

| $\nu_0/\text{kHz}$ | $\overline{U_a^2}/\text{V}$ | $\overline{U_{a_{\min}}^2}/\text{V}$ | $\overline{U_{a_{\max}}^2}/\text{V}$ | $V_N$ |
|--------------------|-----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------|
| 100                | 0,417                       | 0,415                                | 0,423                                | 2     |
| 70                 | 0,312                       | 0,311                                | 0,315                                | 2     |
| 50                 | 1,415                       | 1,400                                | 1,425                                | 5     |
| 30                 | 0,91                        | 0,90                                 | 1,02                                 | 5     |
| 15                 | 0,473                       | 0,472                                | 0,479                                | 5     |
| 10                 | 0,305                       | 0,300                                | 0,311                                | 5     |
| 7                  | 0,216                       | 0,214                                | 0,219                                | 5     |
| 5                  | 0,586                       | 0,580                                | 0,595                                | 10    |
| 3                  | 0,362                       | 0,359                                | 0,374                                | 10    |
| 1,5                | 0,184                       | 0,177                                | 0,190                                | 10    |
| 1                  | 0,49                        | 0,48                                 | 0,50                                 | 20    |
| 0,7                | 0,35                        | 0,34                                 | 0,36                                 | 20    |
| 0,5                | 0,243                       | 0,24                                 | 0,255                                | 20    |
| 0,3                | 0,93                        | 0,89                                 | 0,95                                 | 50    |
| 0,15               | 0,56                        | 0,54                                 | 0,57                                 | 50    |
| 0,1                | 0,35                        | 0,34                                 | 0,37                                 | 50    |
| 0,07               | 0,29                        | 0,25                                 | 0,31                                 | 50    |
| 0,04               | 0,43                        | 0,39                                 | 0,45                                 | 50    |
| 0,03               | 0,71                        | 0,64                                 | 0,77                                 | 50    |
| 0,015              | 0,51                        | 0,47                                 | 0,60                                 | 20    |
| 0,01               | 1,0                         | 0,9                                  | 1,2                                  | 20    |
| 140                | 0,430                       | 0,429                                | 0,432                                | 20    |
| 180                | 0,542                       | 0,541                                | 0,543                                | 20    |
| 240                | 0,695                       | 0,690                                | 0,697                                | 20    |
| 280                | 0,700                       | 0,699                                | 0,702                                | 20    |
| 320                | 0,777                       | 0,773                                | 0,782                                | 20    |
| 360                | 0,750                       | 0,749                                | 0,754                                | 20    |
| 400                | 0,813                       | 0,808                                | 0,815                                | 20    |
| 440                | 0,751                       | 0,747                                | 0,753                                | 20    |
| 460                | 0,681                       | 0,678                                | 0,684                                | 20    |

Tabelle 12: Reinmetall-Kathode

| $I_0/\text{mA}$ | $\overline{U_a^2}/\text{V}$ | $V_N$ | $I_0/\text{mA}$ | $\overline{U_a^2}/\text{V}$ | $V_N$ |
|-----------------|-----------------------------|-------|-----------------|-----------------------------|-------|
| 0,5             | 0,60                        | 5     | 3,5             | 0,70                        | 2     |
| 0,75            | 0,93                        | 5     | 4               | 0,79                        | 2     |
| 1               | 1,24                        | 5     | 3,75            | 0,74                        | 2     |
| 1,25            | 1,53                        | 5     | 3,25            | 0,65                        | 2     |
| 1,5             | 1,83                        | 5     | 2,75            | 0,56                        | 2     |
| 2               | 0,40                        | 2     | 2,25            | 0,45                        | 2     |
| 2,5             | 0,50                        | 2     | 1,75            | 0,35                        | 2     |
| 3               | 0,62                        | 2     |                 |                             |       |

Tabelle 13:  $e_0$ -Messung mit der Reinmetallkathode

| $\nu_0/\text{kHz}$ | $\overline{U_a^2}/\text{V}$ | $\overline{U_{a_{\min}}^2}/\text{V}$ | $\overline{U_{a_{\max}}^2}/\text{V}$ | $V_N$ |
|--------------------|-----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------|
| 100                | 1,14                        | 1,13                                 | 1,15                                 | 5     |
| 70                 | 0,87                        | 0,853                                | 0,862                                | 5     |
| 50                 | 0,663                       | 0,659                                | 0,676                                | 5     |
| 30                 | 0,445                       | 0,441                                | 0,457                                | 5     |
| 15                 | 0,263                       | 0,261                                | 0,272                                | 5     |
| 10                 | 0,205                       | 0,201                                | 0,213                                | 5     |
| 7                  | 0,660                       | 0,640                                | 0,667                                | 10    |
| 5                  | 0,570                       | 0,558                                | 0,575                                | 10    |
| 3                  | 0,471                       | 0,461                                | 0,480                                | 10    |
| 1,5                | 0,410                       | 0,399                                | 0,422                                | 10    |
| 1                  | 0,335                       | 0,318                                | 0,344                                | 10    |
| 0,7                | 1,36                        | 1,32                                 | 1,42                                 | 20    |
| 0,5                | 1,38                        | 1,35                                 | 1,403                                | 20    |
| 0,3                | 1,38                        | 1,32                                 | 1,41                                 | 20    |
| 0,15               | 1,48                        | 1,45                                 | 1,51                                 | 20    |
| 0,1                | 1,50                        | 1,44                                 | 1,55                                 | 20    |
| 0,07               | 1,60                        | 1,54                                 | 1,66                                 | 20    |
| 0,04               | 1,74                        | 1,62                                 | 1,86                                 | 20    |
| 0,03               | 1,8                         | 1,74                                 | 2,15                                 | 20    |
| 0,015              | 1,73                        | 1,56                                 | 1,80                                 | 20    |
| 0,01               | 1,82                        | 1,52                                 | 1,99                                 | 20    |
| 140                | 1,225                       | 1,219                                | 1,233                                | 50    |
| 180                | 1,310                       | 1,30                                 | 1,318                                | 50    |
| 240                | 1,85                        | 1,84                                 | 1,86                                 | 50    |
| 280                | 1,86                        | 1,85                                 | 1,87                                 | 50    |
| 320                | 1,99                        | 1,98                                 | 2,00                                 | 50    |
| 360                | 1,96                        | 1,95                                 | 1,97                                 | 50    |
| 400                | 1,98                        | 1,97                                 | 2,02                                 | 50    |
| 440                | 1,88                        | 1,87                                 | 1,90                                 | 50    |
| 460                | 1,61                        | 1,60                                 | 1,62                                 | 50    |

Tabelle 14: Oxyd-Kathode