

Versuch V57

Elektrische

Schwankungsercheinungen

Julia Muchowski* Volker Austrup**

19.01.2015

TU Dortmund - Fakultät Physik

*julia.muchowski@tu-dortmund.de
**volker.austrup@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Theorie	3
2.1 Rauscheffekte	3
2.2 Mittel der Rauschspannung - Ergodizität	4
2.3 Thermisches Rauschen	4
2.4 Schrotrauschen	8
2.5 Frequenzabhängiges Rauschen - Der Funkel-Effekt	9
3 Versuchsaufbau	10
3.1 Rauschspektrometer	10
3.2 Korrelatorschaltung	10
3.3 Schrotrauschen	10
3.4 Rauschspektrum	10
4 Durchführung	12
5 Auswertung	12
5.1 Untersuchung des thermischen Rauschens	12
5.1.1 Bestimmung der Boltzmann-Konstante k_B mit Hilfe eines einfachen Spektrometers	13
5.1.2 Bestimmung der Rauschzahl eines einfachen Spektrometers	17
5.1.3 Bestimmung der Boltzmann-Konstante k_B mit Hilfe einer Korrelatorschaltung	19
5.1.4 Bestimmung der Rauschzahl der korrelierten Schaltung	24
5.2 Kennlinien der Reinmetallkathode	24
5.3 Bestimmung der Elementarladung e_0 mithilfe der Reinmetallkathode	26
5.4 Rauschspektrum einer Reinmetallkathode	26
5.5 Rauschspektrum einer Oxydmetallkathode	27
6 Diskussion	27
6.1 Bestimmung der Boltzmann-Konstante k_B gemäß der Nyquist-Beziehung	27
6.2 Bestimmung der Elementarladung e_0 gemäß der Schottky-Beziehung	32
6.3 Untersuchung des Rauschspektrums von Oxyd- und Reinmetallkathode	32
7 Anhang	33
Literatur	33

1 Einleitung

Elektrizitätstransport stellt, genau wie die Emission von Elektronen, einen statistischen Prozess dar. Dies ist unter normalen Umständen nicht wahrnehmbar, da an solchen Prozessen sehr viele Elektronen beteiligt sind. Daher können diese statistischen Effekte nur mit hochempfindlichen Messgeräten nachgewiesen werden. An den Enden eines ohmschen Widerstandes ergeben sich zum Beispiel typischerweise Spannungsverläufe wie in Abbildung 1 dargestellt. Aus der Untersuchung dieses Rauschens lassen sich die Boltzmann-Konstante k_B und die Elementarladung e_0 bestimmen.

2 Theorie

2.1 Rauscheffekte

Es gibt verschiedene Effekte, die zu diesen statistischen Prozessen beitragen. Der Grund für den in Abbildung 1 dargestellten Spannungsverlauf ist die Wärmebewegung der Elektronen. Diese läuft ungeordnet ab, sodass sich der Ladungsschwerpunkt ständig zwischen den beiden Enden des Widerstandes bewegt. Dieser Effekt wird auch als thermisches Rauschen bezeichnet.

Auch der Anodenstrom einer Hochvakuumdiode unterliegt statistischen Prozessen. Das liegt zum einen am sogenannten Schrot-Effekt. Dieser beruht darauf, dass Ladung in Form der Elementarladung e_0 gequantelt auftritt. An der Anode trifft daher kein konstanter Strom ein, sondern ein etwas unregelmäßiger. Die relativen Schwankungen befinden sich hier jedoch in einer Größenordnung von 10^{-8} . Einen weiteren Einfluss übt der Funken-Effekt aus, der insbesondere bei Oxyd-Kathoden auftritt. Er beruht auf zeitlicher Varianz der Austrittsarbeit und lässt sich vom Schrot-Effekt durch Frequenz- und Stromabhängigkeit unterscheiden.

Rauschen tritt aufgrund von Fluktuationen in der Ladungsträgerdichte auch in Halbleiterelementen auf und darüber hinaus in elektrischen Leitern mit kleinem Volumen bei hohen Stromdichten.

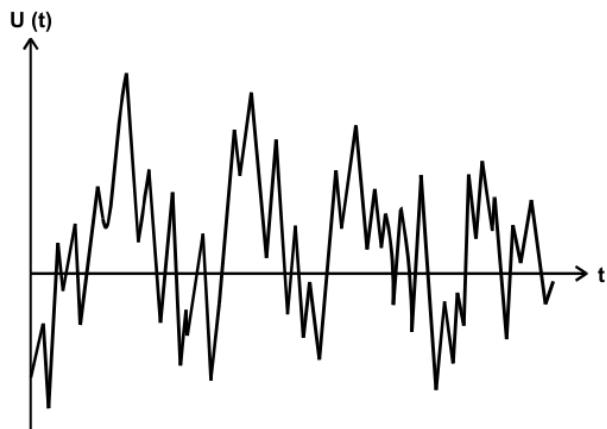


Abb. 1: Typischer Spannungsverlauf an einem ohmschen Widerstand.[1]

2.2 Mittel der Rauschspannung - Ergodizität

Unter der Annahme konstanter Parameter verschwindet der Mittelwert der Rauschspannung

$$\bar{U} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^\tau U(t) dt. \quad (2.1)$$

Daher wird im Folgenden der quadratische Mittelwert

$$\bar{U^2}(t) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau U^2(t) dt \quad (2.2)$$

betrachtet. Von einer stationären Schwankungerscheinung wird in diesem Zusammenhang gesprochen, wenn $\bar{U^2}(t)$ unabhängig von der Lage von τ ist. Andererseits gilt für das quadratische Scharmittel

$$\langle U^2(t_0) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N U_i^2(t_0) \quad (2.3)$$

mit einer großen Anzahl N an identischen Rauschquellen. Auch hier wird von einer stationären Schwankungerscheinung gesprochen, wenn $\langle U^2(t_0) \rangle$ unabhängig von der Wahl von t_0 ist. Wenn $\langle U^2(t_0) \rangle = \bar{U^2}(t)$ ist, ist die Schwankungerscheinung ergodisch. Ergodisch sind zum Beispiel das thermische Rauschen eines Widerstandes und der Schrot-Effekt einer Metalloberfläche im Vakuum. Diese sind im thermischen Gleichgewicht und bei konstantem Widerstand bzw. Emissionsstrom außerdem stationär.

2.3 Thermisches Rauschen

Widerstandsrauschen Zur Untersuchung des thermischen Widerstandsrauschens wird zunächst eine verlustlose Doppelleitung wie in Abbildung 2 betrachtet. Diese habe die Länge L . Bei dieser Länge sind genau die Eigenschwingungen realisierbar, für deren Wellenlänge

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (2.4)$$

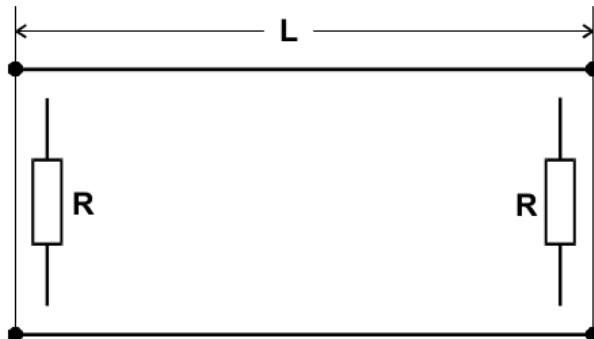


Abb. 2: Verlustlose Doppelleitung.[1]

gilt. Für die Anzahl der Eigenschwingungen Δn mit einer Frequenz zwischen ν und $\nu + \Delta\nu$ gilt damit

$$\Delta n = \frac{2L}{v} \nu \quad (2.5)$$

mit der Phasengeschwindigkeit v . Für $L \gg \lambda$ ist das Spektrum nahezu kontinuierlich. Nach dem Gleichverteilungssatz der statistischen Thermodynamik besitzt jede Schwingung eine mittlere Energie von

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2.6)$$

mit ihrer jeweiligen Frequenz ν . In der Leitung befindet sich demnach eine mittlere Energie

$$\Delta n \bar{E} = \frac{2L}{v} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \Delta\nu. \quad (2.7)$$

Aufgrund des Kurzschlusses an den Leitungsenden bilden sich stehende Wellen aus. Für die Leistung pro Frequenzintervall $\Delta\nu$ ergibt sich

$$P = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \Delta\nu. \quad (2.8)$$

Werden wie in Abbildung 2 die Leitungsenden über ohmsche Widerstände verbunden, wird darin die Energie in Wärme umgewandelt und damit abgegeben. Für stationäre Schwingungen muss also mithilfe einer Rauschspannung U_R Energie wieder hinzugeführt werden. Die maximal an die Leitung abzugebende Leistung ergibt sich aus dem mittleren Rauschstromquadrat \bar{I}^2

$$\bar{I}^2 = \frac{\bar{U}^2}{(R + Z)^2} \quad (2.9)$$

mit dem mittleren Rauschspannungsquadrat \bar{U}^2 und dem Wellenwiderstand Z . Die mittlere Rauschleistung folgt daraus zu

$$\bar{N} = Z\bar{I}^2 = \bar{U}^2 \frac{Z}{(R + Z)^2} \quad (2.10)$$

und wird maximal

$$\bar{N}_{\max} = \frac{\bar{U}^2}{4R}, \quad (2.11)$$

wenn $Z = R$ ist. Für den stationären Fall ist außerdem

$$P = \bar{N}_{\max}. \quad (2.12)$$

Damit ergibt sich für das mittlere Rauschspannungsquadrat im thermischen Gleichgewicht

$$\bar{U}^2 = 4R \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \Delta\nu. \quad (2.13)$$

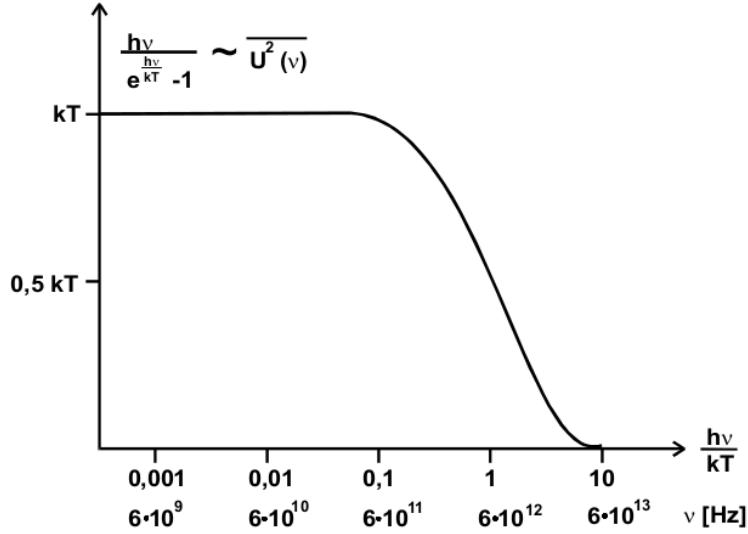


Abb. 3: Verlauf des mittleren Rauschspannungsquadrat in Abhängigkeit von der Frequenz. [1]

Der Verlauf dieser Gleichung ist in Abbildung 3 dargestellt. Für $h\nu \ll kT$ lässt sich Gleichung 2.13 mit der Nyquist-Beziehung

$$\overline{U^2} = 4kTR\Delta\nu \quad (2.14)$$

nähert. $\overline{U^2}$ hängt nicht mehr vom Wert des Frequenzbandes $\Delta\nu$ ab, sondern nur noch von seiner Breite. Es heißt daher auch weißes Rauschen eines Widerstandes.

Ein realer Widerstand besitzt jedoch auch immer eine Eigenkapazität C . Dementsprechend ergibt sich ein Ersatzschaltbild wie in Abbildung 4 gezeigt. Die Rauschspannung U_{RC} , die am Widerstand abgegriffen werden kann, entspricht nicht U_R , sondern wird durch eine Übertragungsfunktion \ddot{U} verändert. Damit gilt

$$U_R = \ddot{U}U_{RC} = \frac{1}{1 + 2\pi i\nu RC} \quad (2.15)$$

und

$$\overline{U_{RC}^2} = \overline{U_R^2} \frac{1}{1 + (2\pi\nu RC)^2}. \quad (2.16)$$

Eigenrauschen der Verstärker Das Eigenrauschen der Verstärker kann ein Problem darstellen bei der Messung des Widerstandsrauschen. In Abbildung 5 ist ein Ersatzschaltbild eines realen Verstärkers dargestellt. Die Qualität eines Verstärkers kann durch die Rauschzahl F beschrieben werden

$$F(\nu_0, Z) = \frac{\overline{U_a^2}(Z)}{4kTRe(Z)\Delta\nu, V_{ges}^2} \quad (2.17)$$

wobei $\overline{U_a^2}(Z)$ die gemessene Signal an einem Rauschspektrometer ist, Z der Eingangswiderstand, k die Boltzmann Konstante, T die Temperatur und $\Delta\nu$ der Durchlassbereich im Frequenzspektrum. Für $F = 1$ ist das Eigenrauschen des Verstärkers Null.

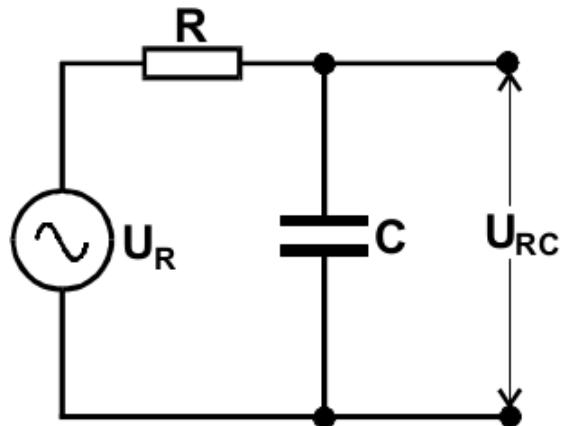


Abb. 4: Ersatzschaltbild eines realen ohmschen Widerstandes.[1]

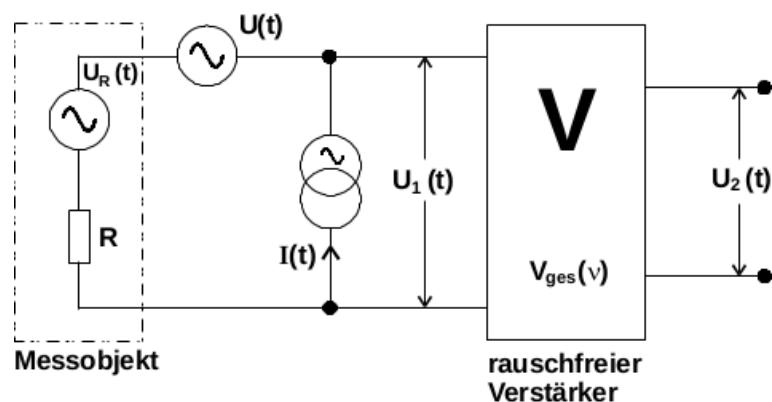


Abb. 5: Ersatzschaltbild eines realen Verstärkers.[1]

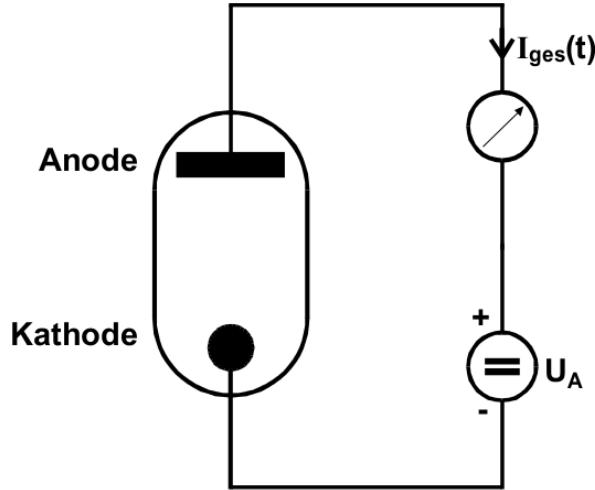


Abb. 6: Grundlegender Versuchsaufbau zur Untersuchung des Schrotrauschen.[1]

2.4 Schrotrauschen

Schrotrauschen lässt sich gut an einer Vakuumdiode im Sättigungsbetrieb untersuchen. Der prinzipielle Aufbau des Versuches ist in Abbildung 6 dargestellt. Er besteht aus einer Kathode, von der Elektronen emittiert werden, und einer Anode. Zwischen diesen beiden Elektroden wird eine Spannung angelegt, sodass die emittierten Elektronen in Richtung der Anode beschleunigt werden. Der Strom, der gemessen werden kann, lässt sich aufschreiben als

$$I_{\text{ges}}(t) = I_0 + I(t) \quad (2.18)$$

mit dem mittleren Anodenstrom I_0 und dem Rauschstrom $I(t)$, der im zeitlichen Mittel verschwindet, sodass

$$\bar{I}(t) = 0 \quad (2.19)$$

gilt. Zur Berechnung des mittleren Rauschstromquadrates wird der Influenzstrom eines einzelnen Elektrons betrachtet. Dieser ergibt sich zu

$$i_n(t) = e_0 f(t - t_n) \quad (2.20)$$

mit der Funktion f , die nur während der Laufzeit des Elektrons τ nicht verschwindet. Da in dieser Zeit die gesamte Ladung des Elektrons transportiert wird, muss

$$e_0 = \int_{t_n}^{t_n + \tau} i_n(t) dt \quad (2.21)$$

und damit

$$\int_0^\tau f(\theta) d\theta = 1 \quad (2.22)$$

gelten. Der Anodenstrom, der durch alle Elektronen die sich zum Zeitpunkt t zwischen Anoden und Kathode befinden erzeugt wird, ist damit gegeben durch

$$I_{\text{ges}}(t) = e_0 \sum_n f(t - t_n). \quad (2.23)$$

Das mittlere Rauschstromquadrat kann unter Verwendung des Campbellschen Theorems bestimmt werden zu

$$\overline{I^2} = e_0 I_0 \int_0^\tau f^2(\Theta) d\Theta. \quad (2.24)$$

Durch eine Fouriertransformation der Funktion f in den Frequenzraum ergibt sich aufgrund des Parsevalschen Theorems für das Rauschstromquadrat

$$\overline{I^2} = 2e_0 I_0 \int_0^\infty |F(\nu)|^2 d\nu. \quad (2.25)$$

Das Frequenzspektrum des Schrotrauschen ist über den folgenden Zusammenhang definiert

$$\overline{I^2}(t) = \int_0^\infty W_{\text{Schrot}}(\nu) d\nu. \quad (2.26)$$

Durch Vergleich der Gleichungen (2.25) und (2.26) kann das Frequenzspektrum des Schrotrauschen identifiziert werden mit

$$W_{\text{Schrot}}(\nu) = 2e_0 I_0 |F(\nu)|^2. \quad (2.27)$$

Im Bereich niedriger Frequenzen $\nu << \frac{1}{2\pi\tau}$ gilt $F(\nu) \approx 1$ und somit

$$W_{\text{Schrot}}(\nu) = 2e_0 I_0. \quad (2.28)$$

Diese Näherung gilt im Allgemeinen für Frequenzen $\nu < 100 \text{ MHz}$, da typische Laufzeiten der Elektronen in der Größenordnung von $\tau \approx 10^{-9}$ liegen. Es handelt sich in diesem Frequenzbereich um ein frequenzunabhängiges, weißes Rauschen. Für das Rauschstromquadrat gilt in dieser Näherung die Schottky-Beziehung

$$\overline{I^2} = 2e_0 I_0 \Delta\nu, \quad (2.29)$$

mit dem Frequenzbereich $\Delta\nu$ in dem das Rauschen gemessen wird.

2.5 Frequenzabhängiges Rauschen - Der Funkel-Effekt

Ein mit $1/\nu$ frequenzabhängiges Rauschen tritt in allen elektronischen Bauelementen auf und darüber hinaus auch bei z.B. astronomischen oder physiologischen Prozessen. Die Abhängigkeit des Rauschens vom Inversen der Frequenz besteht bis hin zu sehr kleinen Frequenzen. Eine untere Frequenzgrenze hierfür besteht nicht. Ein Beispiel für ein solches Rauschen ist der bei Elektronenröhren mit Oxydkathoden auftretende Funkel-Effekt. Durch Diffusion, die Umladung von Fremdatomen und bei höheren Frequenzen auch lokale Schwankungen der Austrittsarbeit kommt es bei der Emission der Elektronen aus der Oxydkathode zu einem Rauschen mit dem Frequenzspektrum

$$W_F(\nu) \propto \frac{I_0^2}{\nu^\alpha}, \quad (2.30)$$

mit $\alpha \approx 1$.

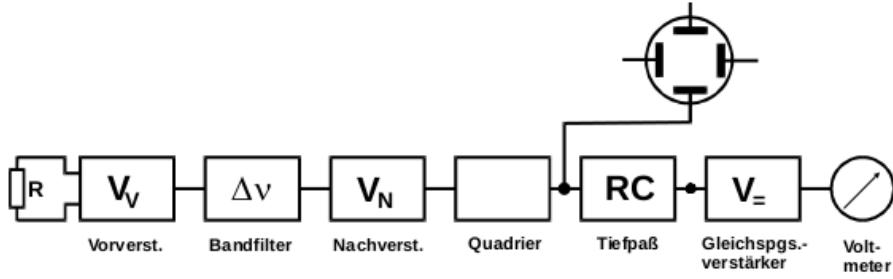


Abb. 7: Aufbau eines Rauschspektrometers.[1]

3 Versuchsaufbau

3.1 Rauschspektrometer

Der allgemeine Aufbau eines Rauschspektrometers ist in Abbildung 7 zu sehen. Die an dem Widerstand abgegriffene Spannung wird verstärkt, gefiltert, erneut verstärkt, quadriert, integriert und ein weiteres mal verstärkt bevor sie mit dem Voltmeter gemessen wird. Die gemessene Spannung entspricht

$$U_a^2 = V_{ges} \Delta\nu 4kTR, \quad (3.1)$$

wobei V_{ges} das Produkt aller eingestellten Verstärkungsfaktoren ist. Mit diesem Aufbau kann so das Widerstandsrauschen verschiedener Widerstände gemessen werden.

3.2 Korrelatorschaltung

Da zwei getrennt arbeitende Verstärker unkorreliert sind können durch eine Korrelatorschaltung wie sie in Abbildung 8 dargestellt ist deutlich kleinere Rauschspannungen gemessen werden. Bei diesem Schaltungsaufbau wird die zu messende Rauschspannung parallel auf zwei Verstärker gegeben und der bereits in Abbildung 7 geschilderte Verlauf wird parallel mit den beiden Spannungen U_1 und U_2 durchgeführt. An der Stelle des Quadrierers werden die beiden Spannungen hier multipliziert bevor das Signal integriert und am Voltmeter gemessen wird. Näherungsweise gilt für die gemessene Spannung

$$U_{a,Korr}^2 = V_{ges}^2 \overline{U_R^2}. \quad (3.2)$$

3.3 Schrotrauschen

Zur Messung des Schrotrauschens einer Reinmetallkathode wird die Röhre in der in Abbildung 7 dargestellten Schaltung vor den Widerstand geschaltet.

3.4 Rauschspektrum

Die Schaltung zur Aufnahme des Frequenzspektrums ist in Abbildung 9 dargestellt. Der

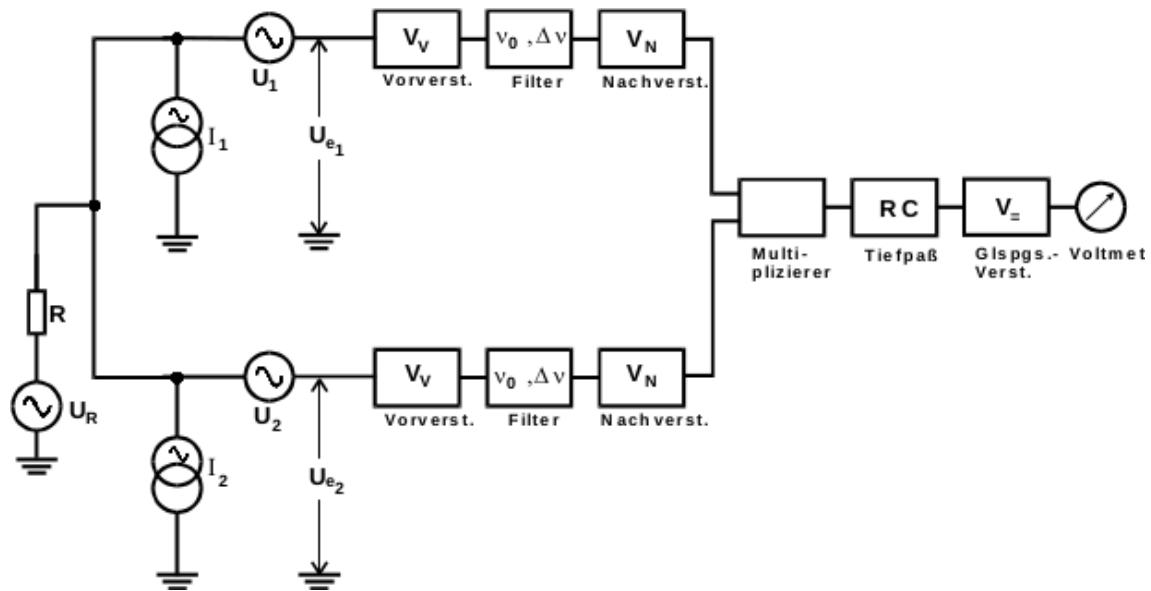


Abb. 8: Aufbau einer Korrektorschaltung.[1]

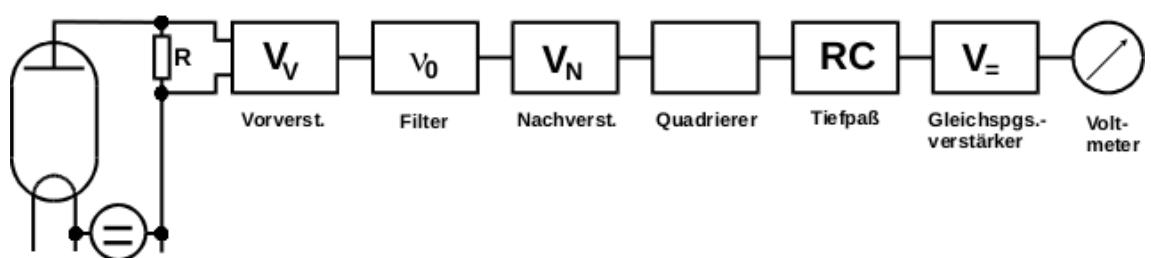


Abb. 9: Aufbau zur Messung des Rauschspektrums.[1]

Aufbau entspricht dem in Abbildung 7 gezeigten bei Austausch des Bandfilters durch einen Selektivverstärker und Ergänzung der jeweiligen Röhre.

4 Durchführung

Das Signal des Funktionsgenerators wird anhand des Oszilloskops überprüft. Die Amplitude der Wechselspannung liegt konstant bei 122 mV über einen Frequenzbereich von 10 Hz bis 100 kHz. Diese Amplitude wird für die folgenden Messreihen beibehalten.

Eichung des Rauschspektrometers und der Korrelatorschaltung Vor Beginn der Messungen erfolgt eine Eichung der jeweiligen Schaltung. Bei dem Rauschspektrometer wird der Multiplier auf AC 1 V eingestellt und der Gain auf 10. Die Frequenzbreite des Bandpassfilters liegt bei 10 kHz bis 50 kHz. Bei der Korrelatorschaltung wird der Selektivverstärker auf 30 kHz eingestellt. Für verschiedene Frequenzen des Signals des Funktionsgenerators wird das Quadrat der Rauschspannung am Voltmeter abgelesen. Der Nachverstärker wird für jede Messung auf die maximal mögliche Verstärkung eingestellt.

Eigenrauschen der Verstärker Bei dieser Messreihe wird der Einfluss der Verstärker auf die zu messende Rauschspannung ermittelt. An die Stelle des Widerstandes wird ein Kurzschlusswiderstand geschaltet. Für verschiedene Gains des Nachverstärkers wird U^2 bzw. U_{AB} gemessen.

Rauschspannung von Widerständen Für Widerstände zwischen 100Ω und $100 \text{ k}\Omega$ wird U^2 bei maximal möglichem Gain des Nachverstärkers gemessen.

Rauschspektrum Für eine Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode und für eine Oxydkathode wird das jeweilige Rauschspektrum über einen Frequenzbereich von 10 Hz bis 100 kHz aufgenommen. Dazu wird U^2 für die verschiedenen Frequenzen bei jeweils maximalem Gain des Nachverstärkers aufgenommen. Grundsätzlich sollten die Kathoden für die Messreihe im Sättigungsbereich arbeiten. Bei der Oxydkathode ist dies nicht möglich. Bei der Reinmetallkathode werden für drei verschiedene Heizströme die Kennlinien der Kathode aufgenommen, damit sichergestellt werden kann, dass diese im Sättigungsbereich betrieben wird. Dazu wird jeweils der Anodenstrom in Abhängigkeit der Anodenspannung gemessen.

5 Auswertung

5.1 Untersuchung des thermischen Rauschens

Als erstes soll das thermische Rauschen mit Hilfe eines Rauschspektrometers untersucht werden. Dazu wird zunächst überprüft, ob die vom Funktionsgenerator abgegebene Spannung eine konstante Amplitude aufweist. Die zugehörigen Messwerte der Amplitude bei verschiedenen Frequenzen sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Wie aus den Daten schnell ersichtlich wird, ist die Amplitude über den gesamten untersuchten Frequenzbereich des Funktionsgenerators konstant. Zur Untersuchung des

f in Hz	U in mV
10	122
30	122
45	122
100	122
10^3	122
10^4	122
10^5	122

Tabelle 1: Spannungsamplitude bei verschiedenen Frequenzen.

Gain	U^2 in V	ΔU^2 in V
200	0.023	0.000
500	0.066	0.000
1000	0.214	0.002

Tabelle 2: Bestimmung des Eigenrauschen des Verstärkers bei variablem Gain am Nachverstärker.

thermischen Rauschens wird nun ein Bandpass in die Schaltung eingefügt. Nach Gleichung 2.14 ist hier die Breite des Frequenzbandes entscheidend. Daher wird im Folgenden die Durchlasskurve der Verstärkerschaltung mit Bandpass betrachtet. Die Eingangsspannung wird zu diesem Zweck um einen Faktor von $V_- = 500$ auf $U_E = 244 \mu\text{V}$ verringert. Anschließend wird die Amplitude bei verschiedenen Frequenzen vermessen. Da der Verstärkungsfaktor variiert wird, muss die gemessene Amplitude auf η normiert werden. Dies geschieht gemäß der Vorschrift

$$\eta = \frac{\overline{U_A^2}(f)}{U_E^2 V_- V_N^2 V_V^2}. \quad (5.1)$$

Hierbei muss zudem noch das Eigenrauschen des Verstärkers betrachtet werden, das zu Abweichungen führen kann. Dazu wird das Rauschspannungsquadrat für verschiedene Einstellungen des Nachverstärkers vermessen. Dabei ergeben sich die Messwerte in Tabelle 2. Der Gesamtverstärkungsfaktor muss dementsprechend jeweils um das Eigenrauschen des Verstärkers bereinigt werden.

5.1.1 Bestimmung der Boltzmann-Konstante k_B mit Hilfe eines einfachen Spektrometers

Aus der Durchlasskurve, wie sie in Abbildung 10 zu sehen ist, lässt sich die Frequenzbreite $\Delta\nu$ nach dem Zusammenhang

$$\Delta\nu = \int_0^\infty \eta(\nu) d\nu \quad (5.2)$$

berechnen. Dies wird hier mithilfe der Trapezintegration realisiert. Zur Bestimmung des Fehlers wird die Fehlerabschätzung für das Restglied der Trapezintegration genutzt. Diese lautet

$$|R(f)| = \frac{b-a}{12} h^2 \max(f''(x)). \quad (5.3)$$

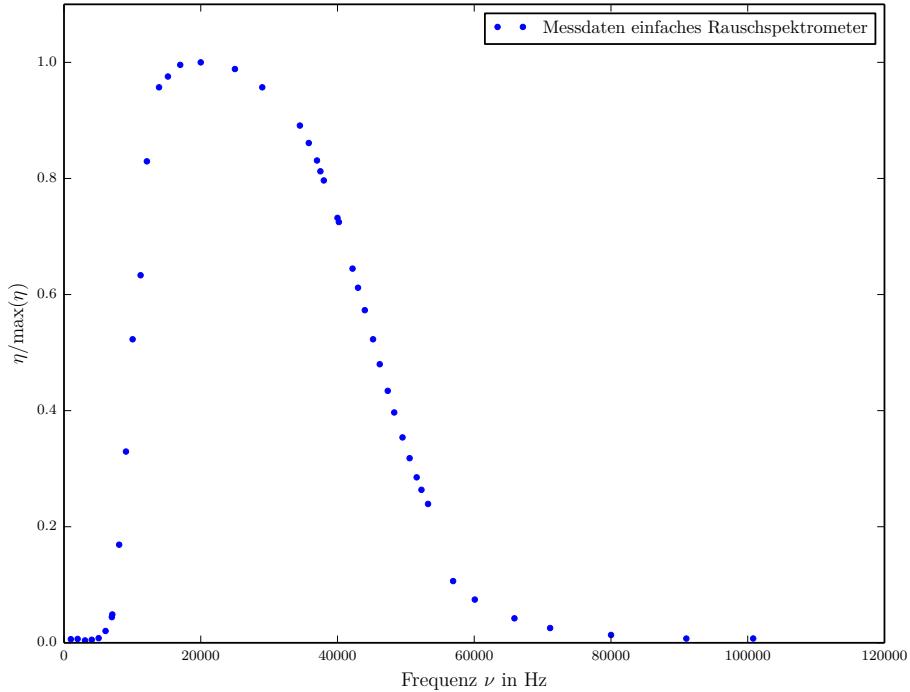


Abb. 10: Durchlasskurve des Bandpasses in einem einfachen Spektrometer.

Die Ableitung wird stückweise aus den verschiedenen Messpunkten berechnet. Es ergibt sich daraus

$$\Delta\nu = (3.6 \pm 0.4) \times 10^4 \text{ Hz.} \quad (5.4)$$

Die dafür verwendeten Messwerte sind in Tabelle 3 zu sehen.

Um die Boltzmann-Konstante zu bestimmen, wird die Rauschspannung bei variablem Widerstand R bestimmt. Dazu werden im Experiment zwei verstellbare Widerstände benutzt, von denen der eine Widerstände im Bereich von 100 bis 1000Ω und der andere Widerstände zwischen 1000 und 100000Ω liefert. Die beiden Größen werden gegeneinander aufgetragen und eine lineare Ausgleichsrechnung der Form

$$y = mx + b \quad (5.5)$$

durchgeführt. Die für die beiden verschiedenen Widerstände bestimmten Messwerte sind in den Tabellen 4 und 5 aufgelistet.

In Abbildung 11 sind die zum kleineren Widerstand gehörenden Messwerte und die entsprechende Ausgleichsgerade zu sehen. Aus ihrer Steigung m_1 ergibt sich nach Gleichung 2.14 die gesuchte Boltzmann-Konstante bei einer Steigung von

$$m_1 = (4.523 \pm 0.007) \times 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{s}} \quad (5.6)$$

Frequenz f in Hz	gain	U^2 in V	ΔU^2 in V	η in 10^{-3}	$\Delta\eta$ in 10^{-6}
1000	1000	1.10	0.10	0.002	0.168
1993	1000	1.17	0.05	0.002	0.084
3077	500	0.19	0.04	0.001	0.269
4058	500	0.24	0.01	0.002	0.067
5066	500	0.36	0.01	0.002	0.067
6078	500	0.90	0.01	0.006	0.067
6994	500	1.94	0.01	0.013	0.067
7069	500	2.14	0.02	0.014	0.134
8067	200	1.19	0.01	0.050	0.420
9064	200	2.31	0.01	0.097	0.420
10035	200	3.66	0.02	0.153	0.840
11200	200	4.43	0.01	0.186	0.420
12120	200	5.80	0.01	0.243	0.420
13900	200	6.69	0.01	0.281	0.420
15200	200	6.82	0.01	0.286	0.420
17000	200	6.96	0.01	0.292	0.420
20000	200	6.99	0.01	0.293	0.420
25000	200	6.91	0.01	0.290	0.420
29000	200	6.69	0.01	0.281	0.420
34500	200	6.23	0.01	0.261	0.420
35800	200	6.02	0.01	0.252	0.420
37000	200	5.81	0.01	0.244	0.420
37500	200	5.68	0.01	0.238	0.420
38000	200	5.57	0.01	0.233	0.420
40000	200	5.12	0.01	0.215	0.420
40200	200	5.07	0.01	0.212	0.420
42200	200	4.51	0.01	0.189	0.420
43000	200	4.28	0.01	0.179	0.420
43996	200	4.01	0.01	0.168	0.420
45200	200	3.66	0.01	0.153	0.420
46180	200	3.36	0.01	0.141	0.420
47350	200	3.04	0.01	0.127	0.420
48300	200	2.78	0.01	0.116	0.420
49510	200	2.48	0.01	0.104	0.420
50550	200	2.23	0.01	0.093	0.420
51580	200	2.00	0.01	0.084	0.420
52280	200	1.85	0.01	0.077	0.420
53244	200	1.68	0.01	0.070	0.420
56910	500	4.65	0.02	0.031	0.134
60080	500	3.26	0.02	0.022	0.134
65880	500	1.85	0.02	0.012	0.134
71100	500	1.12	0.02	0.007	0.134
80010	500	0.60	0.03	0.004	0.202
91020	500	0.33	0.02	0.002	0.134
100800	1000	1.31	0.01	0.002	0.017

Tabelle 3: Messwerte zur Durchlasskurve im einfachen Spektrometer.

Widerstand	U^2 in V	ΔU^2 in V	Gain am Nachverstärker
100	0.199	0.002	1000
200	0.336	0.003	1000
300	0.470	0.005	1000
400	0.609	0.004	1000
500	0.742	0.007	1000
600	0.876	0.007	1000
700	1.016	0.005	1000
800	1.148	0.008	1000
900	1.288	0.008	1000
995	1.412	0.008	1000

Tabelle 4: Rauschspannung bei variablem Widerstand zwischen 100 und 1000 Ω .

Widerstand	U^2 in V	ΔU^2 in V	Gain am Nachverstärker
1010	1.438	0.007	1000
3950	0.890	0.009	500
5850	1.314	0.005	500
7300	1.640	0.020	500
9050	1.970	0.010	500
11700	2.550	0.020	500
15600	3.290	0.020	500
16800	0.850	0.010	200
17900	0.890	0.010	200
20100	0.980	0.020	200
22900	1.110	0.010	200
25000	1.180	0.010	200
30300	1.360	0.010	200
40600	1.770	0.010	200
50400	1.810	0.010	200
59100	1.930	0.010	200
69400	2.020	0.010	200
80100	2.080	0.010	200
90700	2.100	0.010	200

Tabelle 5: Rauschspannung bei variablem Widerstand zwischen 1000 und 100000 Ω .

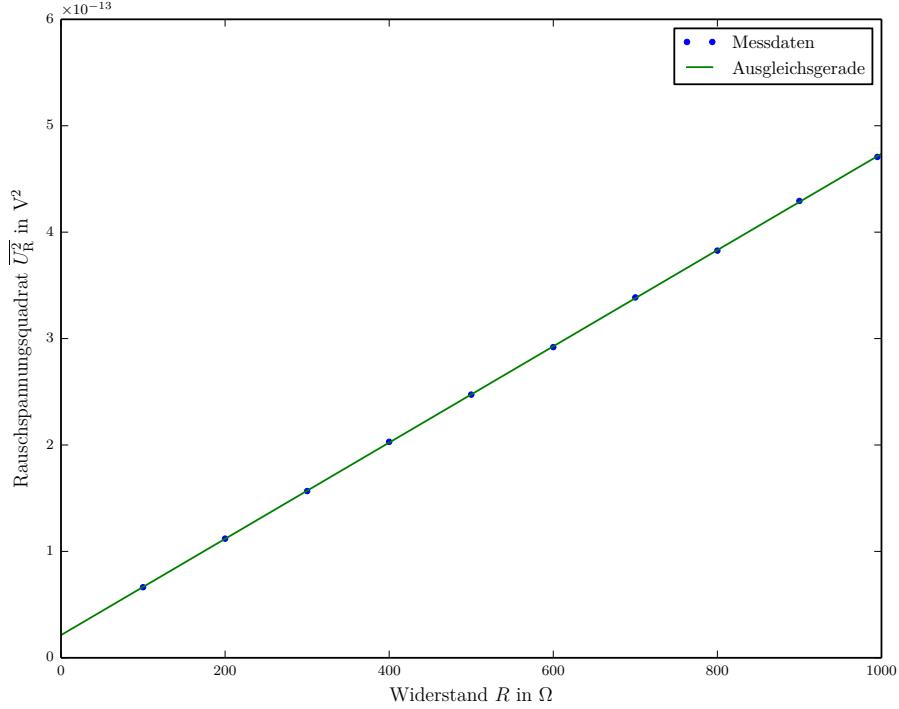


Abb. 11: Rauschspannung bei variablem Widerstand.

zu

$$k_{B,1} = 1.06 \pm 0.13 \frac{J}{K}. \quad (5.7)$$

In Abbildung 12 sind die zum größeren Widerstand gehörenden Messwerte und die entsprechende Ausgleichsgerade zu sehen. Aus ihrer Steigung m_2 ergibt sich die gesuchte Boltzmann-Konstante bei einer Steigung von

$$m_2 = (6.63 \pm 0.05) \times 10^{-15} \frac{J}{s} \quad (5.8)$$

zu

$$k_{B,2} = (8 \pm 2) \times 10^{-22} \frac{J}{K}. \quad (5.9)$$

5.1.2 Bestimmung der Rauschzahl eines einfachen Spektrometers

Die Rauschzahl des einfachen Spektrometers wird gemäß Gleichung 2.17 bei einem Widerstand von $R = 500 \Omega$ bestimmt. Dazu werden die entsprechenden Daten aus den Messwerten abgelesen zu

$$\overline{U}_A^2(500 \Omega) = (0.742 \pm 0.007) V, \quad (5.10)$$

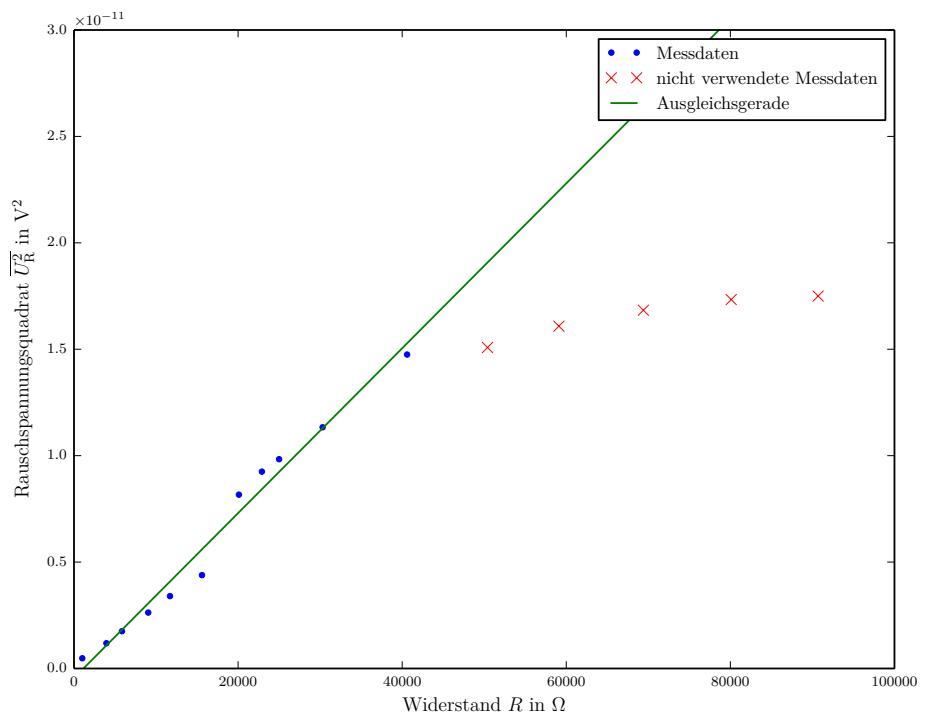


Abb. 12: Rauschspannung bei variablem Widerstand.

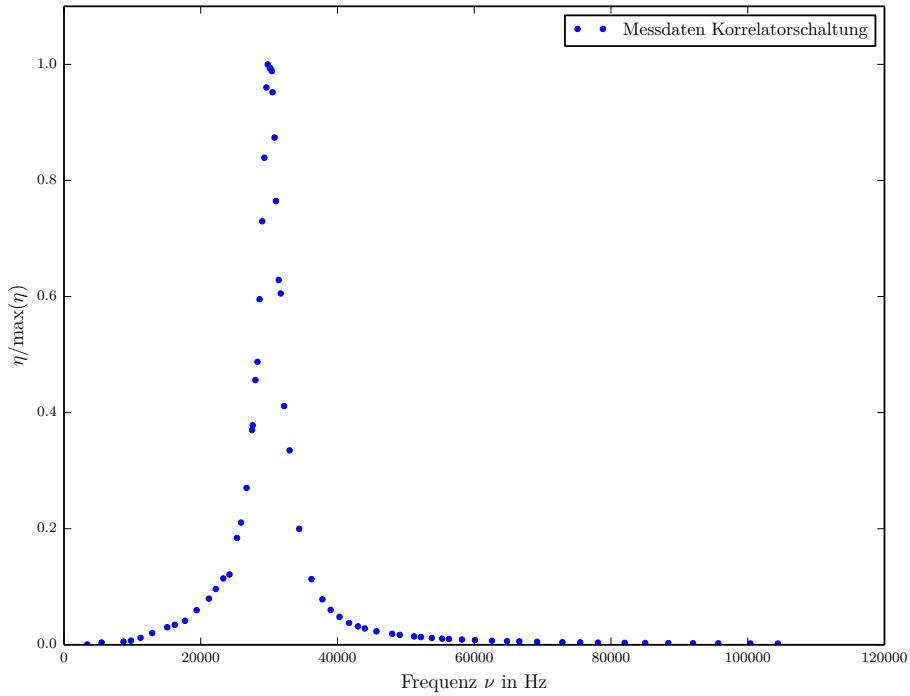


Abb. 13: Durchlasskurve in der Korrelatorschaltung.

$$T = 295 \text{ K}, \quad (5.11)$$

$$V_{\text{ges}}^2 = V_{\text{V}}^2 V_{\text{N}}^2 V_{\text{=}} = 3 \cdot 10^{12}. \quad (5.12)$$

Damit ergibt sich für die Rauschzahl

$$F = 0.84 \pm 0.10. \quad (5.13)$$

Der Fehler folgt dabei hauptsächlich aus der Fortpflanzung der in der Ermittlung von $\Delta\nu$ entstehenden Unsicherheiten.

5.1.3 Bestimmung der Boltzmann-Konstante k_B mit Hilfe einer Korrelatorschaltung

Analog wird die Boltzmann-Konstante mit einer Korrelatorschaltung bestimmt. Die Messwerte sind in Tabelle 6 aufgeführt, die dazugehörige Durchlasskurve ist in Abbildung 13 zu sehen. Durch Integration ergibt sich

$$\Delta\nu = (6.6 \pm 1.4) \cdot 10^3 \text{ Hz}. \quad (5.14)$$

Die Rauschspannung wird erneut gegen den Widerstand aufgetragen und eine lineare Regression durchgeführt. Die Messdaten für den kleineren Widerstand sind in Tabelle 7 aufgeführt, die Messwerte für den größeren Widerstand in Tabelle 8.

Frequenz f in Hz	gain	U^2 in V	η in 10^{-3}	Frequenz f in Hz	gain	U^2 in V	η in 10^{-3}
3400	50	0.080	0.047	32200	10	2.490	41.655
5500	50	0.610	0.403	33000	10	2.030	33.929
8700	50	0.850	0.564	34400	20	4.830	20.240
9800	50	1.100	0.732	36200	20	2.740	11.464
11200	20	0.300	1.218	37800	20	1.900	7.936
12900	20	0.500	2.058	39000	20	1.460	6.089
15100	20	0.740	3.065	40300	20	1.170	4.871
16200	20	0.840	3.485	41700	50	5.680	3.809
17700	10	0.260	4.199	43000	50	4.810	3.225
19400	10	0.370	6.047	44000	50	4.260	2.855
21200	10	0.490	8.062	45700	50	3.520	2.358
22200	10	0.590	9.742	48000	50	2.860	1.915
23300	10	0.700	11.590	49100	50	2.580	1.727
24200	10	0.740	12.261	51200	50	2.180	1.458
25300	10	1.120	18.644	52200	50	2.010	1.344
25900	10	1.280	21.332	53800	50	1.790	1.196
26700	10	1.640	27.378	55300	50	1.620	1.082
27500	10	2.240	37.456	56300	50	1.530	1.021
27600	10	2.290	38.296	58200	50	1.380	0.920
28000	10	2.760	46.191	60100	50	1.240	0.826
28300	10	2.950	49.382	62600	50	1.080	0.719
28600	10	3.600	60.300	64800	100	3.780	0.633
29000	10	4.410	73.905	66600	100	3.550	0.595
29300	10	5.070	84.991	69200	100	3.150	0.527
29600	10	5.800	97.252	72900	100	2.720	0.455
29800	10	6.040	101.283	75500	100	2.530	0.423
30100	10	6.000	100.611	78100	100	2.300	0.385
30200	10	6.000	100.611	82000	100	2.080	0.348
30400	10	5.970	100.107	85000	100	1.910	0.319
30500	10	5.750	96.412	88400	100	1.740	0.291
30800	10	5.280	88.518	92000	100	1.640	0.274
31000	10	4.620	77.432	95700	100	1.530	0.255
31400	10	3.800	63.659	100400	100	1.410	0.235
31700	10	3.660	61.307	104400	100	1.360	0.227

Tabelle 6: Messwerte zur Durchlasskurve in der Korrelatorschaltung. Auf die Angabe der Fehler von U^2 und η wird hier verzichtet, da diese sich im Experiment als sehr klein und nahezu konstant erwiesen.

Widerstand	U^2 in V	ΔU^2 in V	Gain am Nachverstärker
100	0.29	0.05	200
200	0.57	0.05	200
300	0.83	0.05	200
400	1.10	0.01	200
500	1.36	0.03	200
600	1.66	0.03	200
700	0.47	0.01	100
800	0.54	0.01	100
900	0.61	0.01	100
995	0.65	0.01	100

Tabelle 7: Rauschspannung bei variablem Widerstand zwischen 100 und 1000 Ω .

Widerstand	U^2 in V	ΔU^2 in V	Gain am Nachverstärker
1250	0.75	0.01	100
2100	1.38	0.03	100
3100	0.53	0.01	50
3960	0.65	0.01	50
5100	0.85	0.02	50
5920	0.95	0.01	50
7200	1.14	0.03	50
8900	1.40	0.01	50
10000	1.53	0.03	50
11110	1.67	0.02	50
13600	1.94	0.03	50
15300	2.10	0.01	50
16800	0.37	0.01	20
17700	0.39	0.01	20
19900	0.40	0.01	20
22800	0.43	0.01	20
24500	0.45	0.01	20
30000	0.47	0.01	20
40200	0.48	0.01	20
50000	0.47	0.01	20
59800	0.42	0.01	20
70100	0.39	0.01	20
79900	0.37	0.01	20
90300	0.34	0.01	20
97400	0.33	0.01	20

Tabelle 8: Rauschspannung bei variablem Widerstand zwischen 1000 und 100000 Ω .

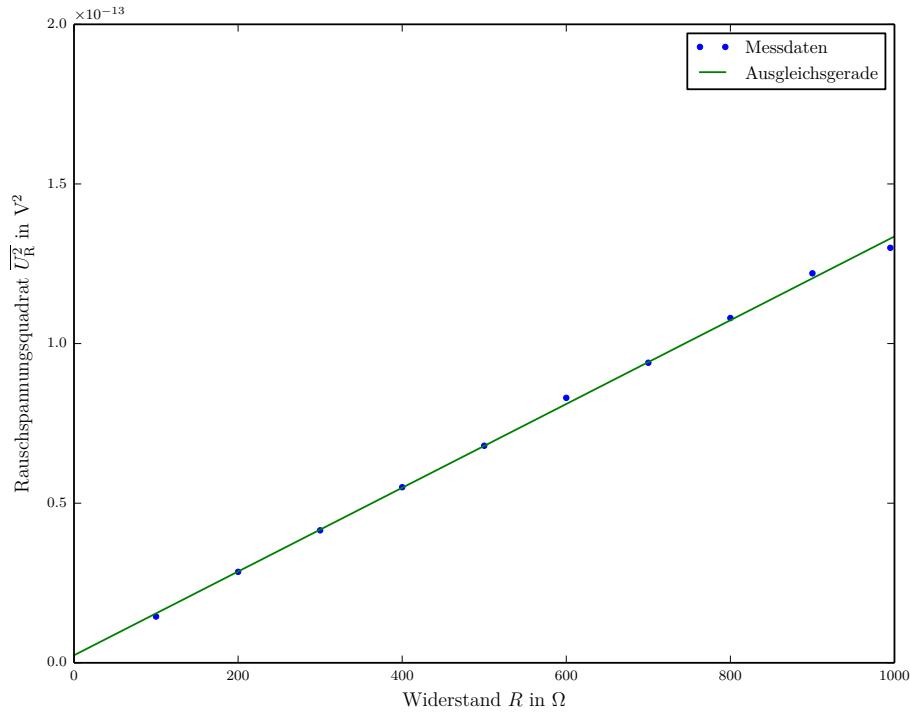


Abb. 14: Rauschspannung bei variablem Widerstand.

Aus der Regression ergibt sich

$$m_1 = (1.31 \pm 0.02) \times 10^{-16} \frac{J}{s} \quad (5.15)$$

und damit

$$k_{B,1} = (1.7 \pm 0.2) \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (5.16)$$

aus den Messwerten für den kleineren Widerstand und

$$m_2 = (1.02 \pm 0.02) \times 10^{-16} \frac{J}{s} \quad (5.17)$$

und damit

$$k_{B,2} = (1.3 \pm 0.2) \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (5.18)$$

aus den Messwerten für den größeren Widerstand.

Die Messwerte zum kleineren Widerstand und die zugehörige Ausgleichsgerade sind in Abbildung 14 graphisch dargestellt. Gleches gilt für die Messwerte zum größeren Widerstand in Abbildung 15.

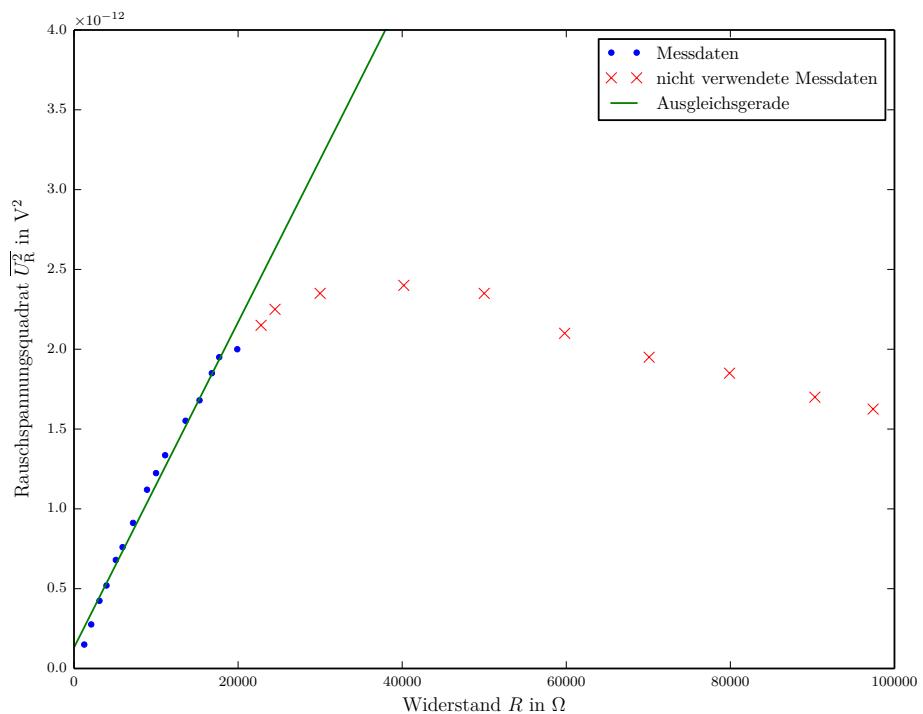


Abb. 15: Rauschspannung bei variablem Widerstand.

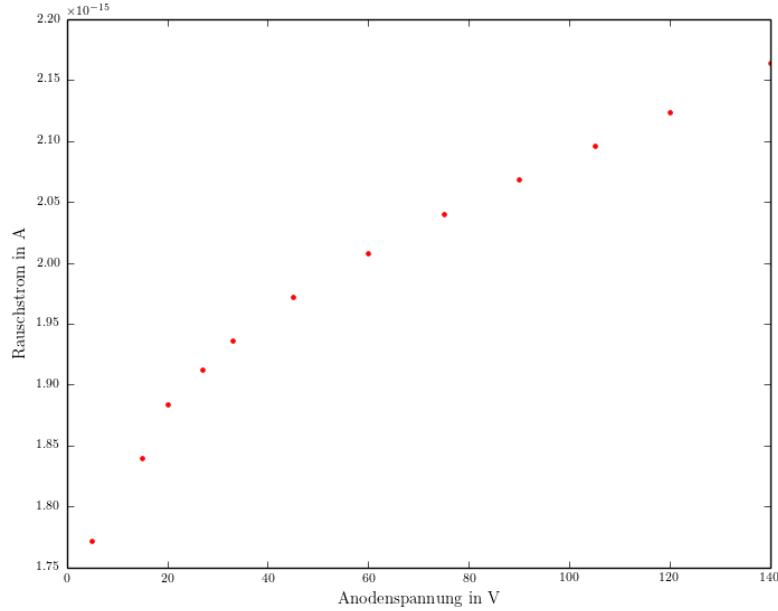


Abb. 16: Kennlinie für einen Heizstrom von $I_A = 0.8 \text{ A}$.

5.1.4 Bestimmung der Rauschzahl der korrelierten Schaltung

Um die Rauschzahl der korrelierten Schaltung zu bestimmen, wird analog zur Bestimmung beim unkorrelierten Rauschspektrometer Gleichung 2.17 genutzt. Hier ist

$$\overline{U_A^2}(500 \Omega) = (1.36 \pm 0.03) \text{ V}, \quad (5.19)$$

$$T = 295 \text{ K} \quad (5.20)$$

und

$$V_{\text{ges}}^2 = 1.2 \cdot 10^{13}. \quad (5.21)$$

Damit folgt für die Rauschzahl

$$F = 2.1 \pm 0.5. \quad (5.22)$$

Wie zuvor folgt der Fehler zum größten Teil aus Unsicherheiten in der Bestimmung von $\Delta\nu$.

5.2 Kennlinien der Reinmetallkathode

Zur Untersuchung der Reinmetallkathode werden für verschiedene Anodenströme Kennlinien aufgenommen. Diese sind in den Abbildungen 16 bis 18 dargestellt.

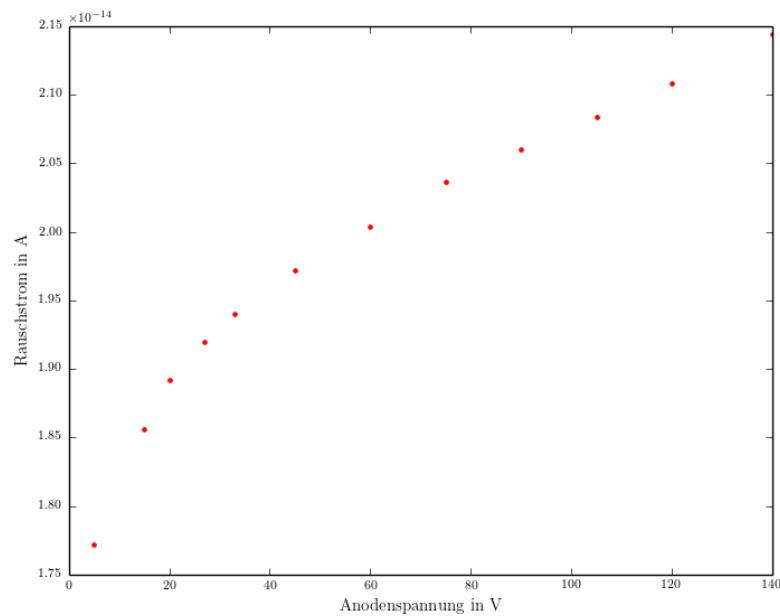


Abb. 17: Kennlinie für einen Heizstrom von $I_A = 0.9 \text{ A}$.

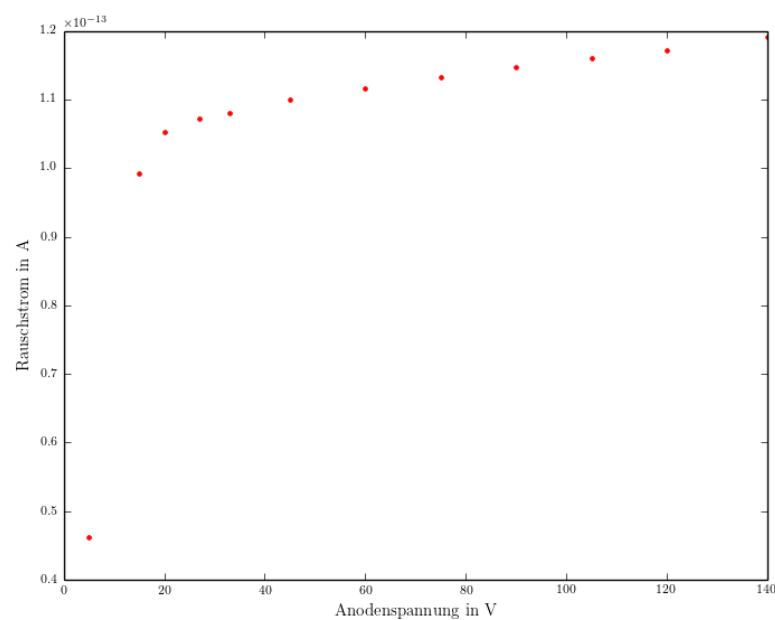


Abb. 18: Kennlinie für einen Heizstrom von $I_A = 1.0 \text{ A}$.

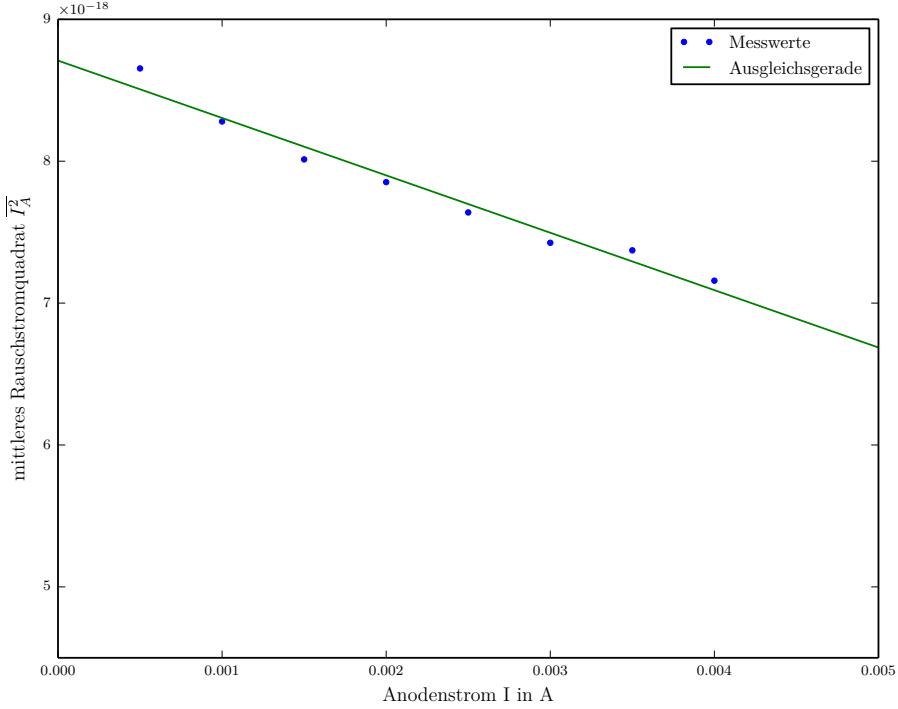


Abb. 19: Mittleres Rauschstromquadrat aufgetragen gegen Anodenstrom.

5.3 Bestimmung der Elementarladung e_0 mithilfe der Reinmetallkathode

Die Elementarladung kann mithilfe der Reinmetallkathode aus der Schottky-Beziehung 2.29 ermittelt werden. Dazu wird der Bandpass des Rauschspektrometers auf eine Breite von $\Delta\nu = 1000$ Hz eingeregelt. Dann wird das mittlere Rauschstromquadrat \bar{I}_A^2 gemessen und gegen den Anodenstrom I aufgetragen. Dies ist in Abbildung 19 zu sehen. Die zugehörigen Messwerte sind in Tabelle 9 aufgeführt.

Die lineare Ausgleichsrechnung ergibt

$$m = (-4.0 \pm 0.3) \times 10^{-16} \text{ C/s} \quad (5.23)$$

und damit für die Elementarladung

$$e_0 = (-2.02 \pm 0.14) 10^{-19} \text{ C.} \quad (5.24)$$

5.4 Rauschspektrum einer Reinmetallkathode

In Abbildung 20 ist das Rauschspektrum der Hochvakuumdiode mit Reinmetallkathode zu sehen. Dieses wird ermittelt gemäß

$$W_{\text{Sch}}(\nu) = \frac{\overline{U^2}(\nu)}{R^2 \Delta\nu(\nu)}. \quad (5.25)$$

I in A	Gain am Nachverstärker	$\overline{U^2}$ in V	$\Delta \overline{U^2}$ in V
0.0005	200	0.0162	0.0005
0.0010	200	0.0155	0.0005
0.0015	200	0.0150	0.0005
0.0020	200	0.0147	0.0003
0.0025	200	0.0143	0.0003
0.0030	200	0.0139	0.0002
0.0035	200	0.0138	0.0002
0.0040	200	0.0134	0.0002

Tabelle 9: Messwerte Reinmetallkathode

In blau ist der bei hohen Frequenzen konstante Anteil, der Schrotanteil dargestellt. Schwarze Punkte zeigen Messwerte des Funkelanteils an, während die grünen Punkte den um den Schrotanteil korrigierten Funkelanteil darstellen. Rot sind Punkte markiert, die nicht zur weiteren Betrachtung verwendet werden. Die zugehörigen Messwerte sind in Tabelle 10 aufgeführt. Für den Schrotanteil ergibt sich

$$W_{\text{Sch}} = (6.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-22} \text{ A}^2\text{s} \quad (5.26)$$

und für den Funkelanteil

$$F = -2.9 \pm 0.2. \quad (5.27)$$

5.5 Rauschspektrum einer Oxydmetallkathode

In Abbildung 21 ist das Rauschspektrum der Hochvakuumdiode mit Oxydmetallkathode zu sehen. Die zugehörigen Messwerte sind in Tabelle 11 aufgeführt.

Aus dem Graphen lässt sich ablesen

$$W_{\text{Sch}} = (4.72 \pm 0.11) \cdot 10^{-21} \text{ A}^2\text{s}. \quad (5.28)$$

Außerdem folgt aus der Steigung der Gerade des Funkelanteils der Funkelkoeffizient zu

$$F = -1.004 \pm 0.012. \quad (5.29)$$

6 Diskussion

6.1 Bestimmung der Boltzmann-Konstante k_B gemäß der Nyquist-Beziehung

Im Experiment wurde die Boltzmann-Konstante mithilfe eines einfachen Rauschspektrometers sowie mithilfe einer korrelierten Schaltung bestimmt. Die so erhaltenen Ergebnisse sind in Tabelle 12 aufgeführt.

Der Vergleich mit dem Literaturwert

$$k_B, \text{Lit} = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}[3] \quad (6.1)$$

f in Hz	Δf in Hz	gain	$\bar{U^2}$ in V	$\Delta \bar{U^2}$ in V	W in A ² s	ΔW in A ² s
460000	21500.00	2	1.010	0.020	0.536	0.011
400000	24300.00	2	1.120	0.020	0.526	0.009
300000	23400.00	2	1.090	0.020	0.532	0.010
200000	18800.00	2	0.990	0.020	0.601	0.012
100000	12100.00	2	0.620	0.020	0.585	0.019
100000	12100.00	2	0.775	0.005	0.731	0.005
85000	10465.00	2	0.675	0.005	0.736	0.005
70000	8830.00	2	0.476	0.004	0.615	0.005
55000	7195.00	2	0.472	0.003	0.749	0.005
40000	5450.00	5	2.100	0.030	0.704	0.010
25000	3425.00	5	1.350	0.050	0.720	0.027
15000	2075.00	5	0.830	0.030	0.731	0.026
10000	1400.00	5	0.565	0.005	0.737	0.007
8500	1190.70	5	0.478	0.003	0.733	0.005
7000	980.70	5	0.400	0.002	0.745	0.004
5500	770.70	10	1.180	0.010	0.699	0.006
4000	560.70	10	0.870	0.010	0.708	0.008
2500	350.70	10	0.565	0.010	0.736	0.013
1500	210.70	20	1.620	0.020	0.878	0.011
1000	140.70	20	1.300	0.020	1.055	0.016
850	119.70	20	1.000	0.100	0.954	0.095
700	98.70	20	0.850	0.050	0.983	0.058
550	77.70	20	0.680	0.020	0.999	0.029
400	56.70	20	0.500	0.050	1.007	0.101
250	35.70	50	2.300	0.200	1.177	0.102
150	21.70	50	1.300	0.100	1.094	0.084
100	14.70	50	0.900	0.100	1.118	0.124
85	12.45	50	1.200	0.100	1.760	0.147
70	10.20	50	1.100	0.100	1.970	0.179
55	7.95	50	0.900	0.100	2.067	0.230
40	5.70	50	1.400	0.100	4.486	0.320
25	3.45	50	3.400	0.300	17.998	1.588
15	1.95	20	2.500	0.300	146.337	17.560
10	1.20	20	4.200	0.400	399.500	38.048

Tabelle 10: Messwerte Rauschspektrum Reinmetallkathode

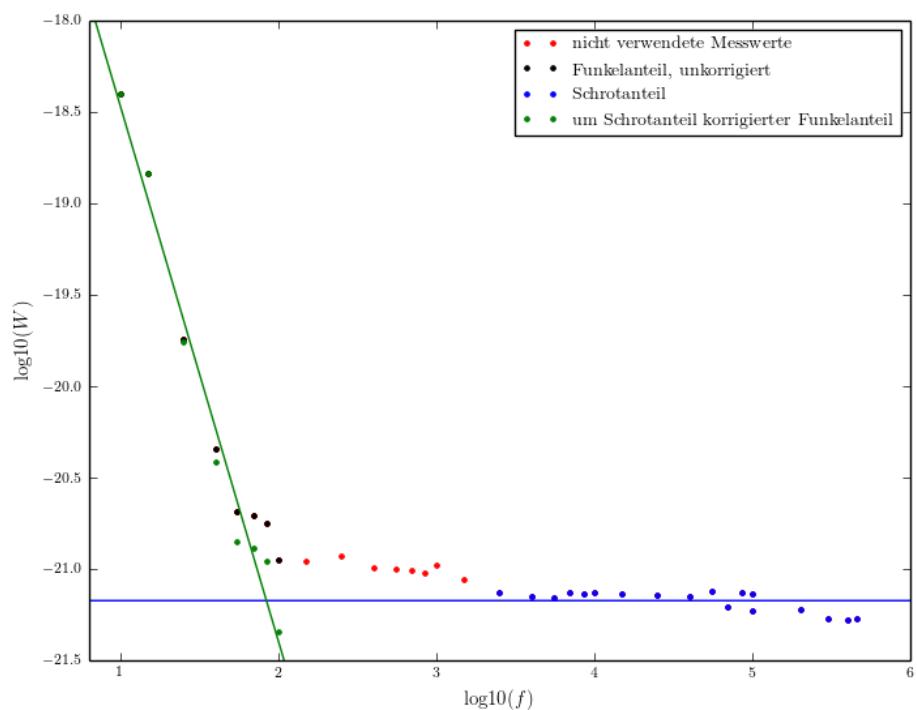


Abb. 20: Rauschspektrum der Reinmetallkathode.

f in Hz	Δf in Hz	gain	$\overline{U^2}$ in V	$\Delta \overline{U^2}$ in V	W in A^2s	ΔW in A^2s
460000	34300.00	50	174.00	3.00	4.192	0.016
400000	35800.00	50	171.00	2.00	3.948	0.010
300000	29500.00	50	153.00	2.00	4.286	0.012
200000	21500.00	50	124.00	2.00	4.766	0.017
100000	12550.00	5	0.80	0.01	5.268	0.015
85000	10825.00	10	2.43	0.02	4.638	0.008
70000	9100.00	10	2.07	0.01	4.700	0.005
55000	7375.00	10	1.70	0.03	4.763	0.019
40000	5450.00	10	1.30	0.01	4.928	0.008
25000	3425.00	10	0.88	0.02	5.309	0.027
15000	2075.00	10	0.60	0.02	5.974	0.044
10000	1400.00	20	1.82	0.03	6.715	0.024
8500	1190.70	20	1.78	0.03	7.722	0.029
7000	980.70	20	1.60	0.03	8.427	0.035
5500	770.70	20	1.37	0.03	9.182	0.044
4000	560.70	20	1.16	0.01	10.686	0.020
2500	350.70	20	0.96	0.01	14.139	0.033
1500	210.70	20	0.82	0.01	20.102	0.054
1000	140.70	20	0.75	0.02	27.534	0.162
850	119.70	20	0.67	0.01	28.912	0.095
700	98.70	20	0.65	0.03	34.017	0.347
550	77.70	20	0.63	0.03	41.881	0.441
400	56.70	20	0.63	0.03	57.392	0.604
250	35.70	20	0.61	0.03	88.258	0.959
150	21.70	20	0.65	0.03	154.721	1.578
100	14.70	50	3.80	0.20	213.639	2.485
85	12.45	50	3.70	0.10	245.611	1.467
70	10.20	50	3.80	0.10	307.892	1.790
55	7.95	50	4.00	0.20	415.822	4.594
40	5.70	50	4.00	0.10	579.962	3.204
25	3.45	50	4.20	0.30	1006.109	15.881
15	1.95	50	4.10	0.50	1737.656	46.828
10	1.20	50	4.00	0.20	2754.821	30.438

Tabelle 11: Messwerte Rauschspektrum Oxydkathode

	k_B , einfach in J/K	k_B , korrigiert in J/K
R_1	$(1.1 \pm 0.1) \times 10^{-23}$	$(1.7 \pm 0.2) \times 10^{-23}$
R_2	$(8 \pm 2) \times 10^{-22}$	$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-23}$

Tabelle 12: Vergleich der auf verschiedene Weisen bestimmten Werte für die Boltzmann-Konstante.

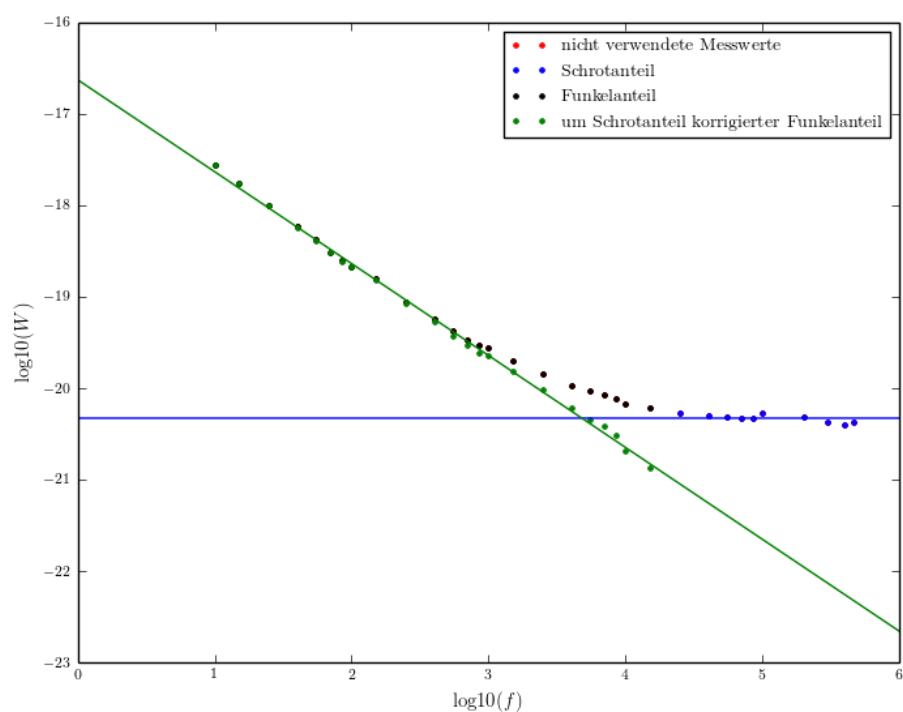


Abb. 21: Rauschspektrum der Oxydometallkathode.

	rel. Abweichung (einfach)	rel. Abweichung (korr.)
R_1	20%	23%
R_2	35%	6%

Tabelle 13: Vergleich der auf verschiedene Weisen bestimmten Werte für die Boltzmann-Konstante.

zeigt, dass alle bestimmten Werte in der richtigen Größenordnung liegen. Es ist jedoch auch zu erkennen, dass bei allen Werten außer einem der Literaturwert nicht innerhalb der Fehlerintervalle liegt. Bei den mit dem einfachen Rauschspektrometer bestimmten Werten ist eine leichte Abweichung nach unten zu erkennen, wohingegen die Werte beim korrelierten Aufbau tendenziell etwas zu groß sind. Die relativen Abweichungen vom Literaturwert sind in Tabelle 13 aufgeführt.

6.2 Bestimmung der Elementarladung e_0 gemäß der Schottky-Beziehung

Die Elementarladung wurde mithilfe der Schottky-Beziehung zu

$$e_0 = (2.02 \pm 0.14) \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (6.2)$$

bestimmt. Ein Vergleich mit dem Literaturwert

$$e_{0,Lit} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}[2] \quad (6.3)$$

lässt erkennen, dass der gemessene Wert in der richtigen Größenordnung liegt. Es tritt jedoch eine relative Abweichung von 26% auf, die nicht mehr mit dem Fehlerintervall vereinbar ist.

6.3 Untersuchung des Rauschspektrums von Oxyd- und Reinmetallkathode

Bei der Untersuchung des Rauschspektrums der Oxydkathode wurde der Funkelkoeffizient zu

$$F = -1.004 \pm 0.012 \quad (6.4)$$

bestimmt. Dies stimmt sehr gut mit dem erwarteten Wert von $F = -1$ überein. Demgegenüber steht bei der Reinmetallkathode ein Wert von

$$F = -2.9 \pm 0.2, \quad (6.5)$$

was eine große Abweichung von der Erwartung darstellt. Für das Schrotrauschen der Oxydmetallkathode wurde

$$W_{\text{Sch}} = (4.72 \pm 0.11) \cdot 10^{-21} \text{ A}^2 \text{s} \quad (6.6)$$

bestimmt. Der zu erwartende Wert ergibt sich aus Gleichung 2.28 mit der Elementarladung

$$e_0 = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (6.7)$$

und

$$I_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ A} \quad (6.8)$$

zu

$$W_{\text{Sch}} = 3.2 \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{s}. \quad (6.9)$$

Der ermittelte Wert liegt also etwa eine Größenordnung darüber. Anders ist es bei der Reinmetallkathode, wo der ermittelte Wert mit

$$W_{\text{Sch}} = (6.7 \pm 0.3) \cdot 10^{-22} \text{ A}^2 \text{s} \quad (6.10)$$

nur um einen Faktor 2 von der Erwartung abweicht.

7 Anhang

Kopie der Original-Messdaten

Literatur

- [1] Versuch Nr. V57 - Elektrische Schwankungserscheinungen, TU Dortmund, Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum vom 19.01.2015
- [2] CODATA <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>, aufgerufen am 06.03.15
- [3] CODATA <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?k>, aufgerufen am 06.03.15