

Versuch 301

**Leerlaufspannung und
Innenwiderstand von
Spannungsquellen**

Shari Finner*

Malte Geisel-Brinck**

5. Juni 2012

TU Dortmund - Fakultät Physik

*shari.finner@tu-dortmund.de

**malte.geisel-brinck@tu-dortmund.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
3	Durchführung	4
3.1	Messprogramm	4
4	Auswertung	5
4.1	Fehlerrechnung	5
4.2	Bestimmung der Innenwiderstände und Leerlaufspannungen	5
4.2.1	Direkte Bestimmung	5
4.2.2	Monozelle ohne Gegenspannung	5
4.2.3	Monozelle mit Gegenspannung	6
4.2.4	Sinusspannung	6
4.2.5	Rechteckspannung	6
5	Diskussion	9
6	Literatur	9

1 Einleitung

An den Ausgangsklemmen einer realen Spannungsquelle liegt, solange keine Leistung abgegriffen wird, eine Leerlaufspannung U_0 an. Fließt jedoch über einen äußeren Widerstand R_a ein Strom, so sinkt die Klemmenspannung U_k auf einen Wert unter U_0 ab. Der Grund dafür ist der sog. Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle. Ziel dieses Versuchs ist die Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes.

2 Theorie

Für eine reale Gleichspannungsquelle kann ein Ersatzschaltbild (s. Abb. 1) verwendet werden, das aus einer idealen Spannungsquelle sowie dem Innenwiderstand R_i besteht.

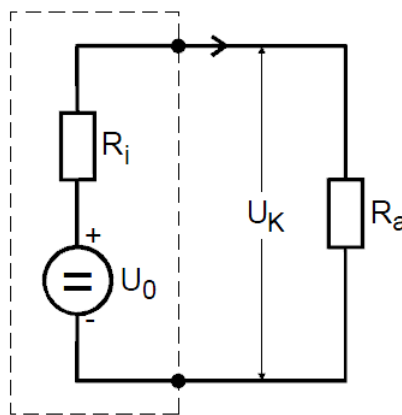


Abb. 1: Ersatzschaltbild einer idealen Spannungsquelle mit Lastwiderstand R_a [1]

Für die in Abb. 1 vorliegende Schaltung ergibt sich aus den Kirchhoffschen Regeln

$$U_0 = IR_i + IR_a, \quad (2.1)$$

woraus sich für die Klemmenspannung die folgende Beziehung ergibt:

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i. \quad (2.2)$$

Diese erklärt das Absinken der Klemmenspannung bei zunehmendem Strom.

Zur Messung der Leerlaufspannung kann ein hochohmiges Voltmeter verwendet werden, da für einen geringen Strom der zweite Summand IR_i vernachlässigbar klein wird, woraus folgt, dass $U_k \approx U_0$.

Auch elektrische Generatoren besitzen einen Innenwiderstand

$$R_i = \frac{dU_k}{dI}, \quad (2.3)$$

der beispielsweise durch Rückkopplungsmechanismen festgelegt ist. Demnach haben Änderungen des Belastungsstroms einen Einfluss auf die elektrischen Eigenschaften der Quelle.

3 Durchführung

3.1 Messprogramm

- Mit einem hochohmigen Voltmeter wird direkt die Leerlaufspannung einer Monozelle gemessen.
- Mit der in Abb. 2 abgebildeten Schaltung wird die Klemmenspannung U_k in Abhängigkeit des Belastungsstroms I aufgenommen. Dazu wird der Belastungswiderstand zwischen $0\ \Omega$ und $50\ \Omega$ variiert.
- U_k wird in Abhängigkeit von I mit der in Abb. 3 abgebildeten Schaltung gemessen. Dabei wird eine Gegenspannung von $U_G \approx U_0 + 2V$ an die Monozelle angelegt. Für die Klemmenspannung ergibt sich dann

$$U_k = U_0 + IR_i. \quad (3.1)$$

- Für einen RC-Generator wird jeweils am Rechteckausgang und am Sinusausgang U_k in Abhängigkeit von I mit der Schaltung in Abb. 2 gemessen. Dabei sind die Variationsbereiche des Widerstands:
 $V_R = [20; 250]\Omega$ und $V_S = [0, 1; 5]k\Omega$

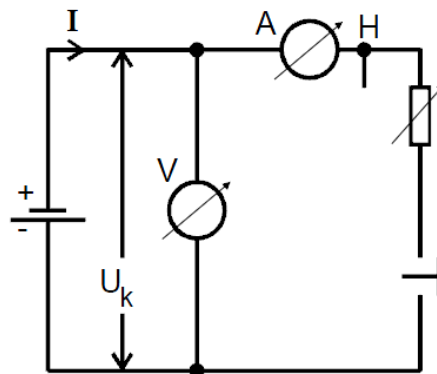


Abb. 2: Schaltung zur Bestimmung des Innenwiderstandes R_i [1]

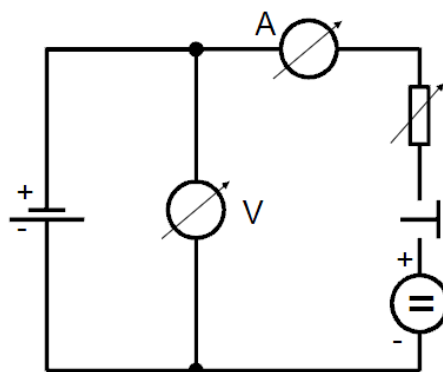


Abb. 3: Schaltung unter Verwendung einer Gegenspannung zur Bestimmung des Innenwiderstandes R_i [1]

4 Auswertung

4.1 Fehlerrechnung

Im Folgenden werden die grundsätzlich fehlerbelasteten Messwerte ausgewertet. Dazu werden die hier aufgeführten Formeln verwendet. Der Mittelwert \bar{x} einer Messreihe mit N Messwerten x_i wird errechnet durch

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i . \quad (4.1)$$

Die Messwerte werden durch Ausgleichsgeraden der Form $y = m \cdot x + b$ gefittet. Die Steigung der Ausgleichsgeraden m wird durch

$$m = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} [2] \quad (4.2)$$

und der Y-Achsenabschnitt b durch

$$b = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N y_i - m \sum_{i=1}^N x_i \right) [2] \quad (4.3)$$

berechnet. Als Maß für die Genauigkeit der Geraden ergeben sich der Fehler der Steigung zu

$$\Delta m = \sqrt{\frac{1}{(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - m \cdot x_i - b)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}} [2] \quad (4.4)$$

und der des Y-Achsenabschnitts zu

$$\Delta b = \sqrt{\frac{1}{N(N-2)} \sum_{i=1}^N (y_i - m \cdot x_i - b)^2 + (\bar{x} \Delta m)^2} . [2] \quad (4.5)$$

4.2 Bestimmung der Innenwiderstände und Leerlaufspannungen

4.2.1 Direkte Bestimmung

Bei der direkten Messung der Spannung an der Monozelle ergibt sich $U_0 = 1,55 \text{ V}$. Der Eigenwiderstand des Messgeräts liegt laut Herstellerangabe bei $R_V \approx 10 \text{ M}\Omega$.

4.2.2 Monozelle ohne Gegenspannung

Die in Tab. 1 aufgeführten Werte sind in Abb. 4 dargestellt. Daraus liefert die Ausgleichsgerade mit der Steigung m den Innenwiderstand

$$R_i = -m = (17,5 \pm 0,2) \Omega$$

und mit b die Leerlaufspannung

$$U_0 = b = (1,53 \pm 0,01) \text{ V} .$$

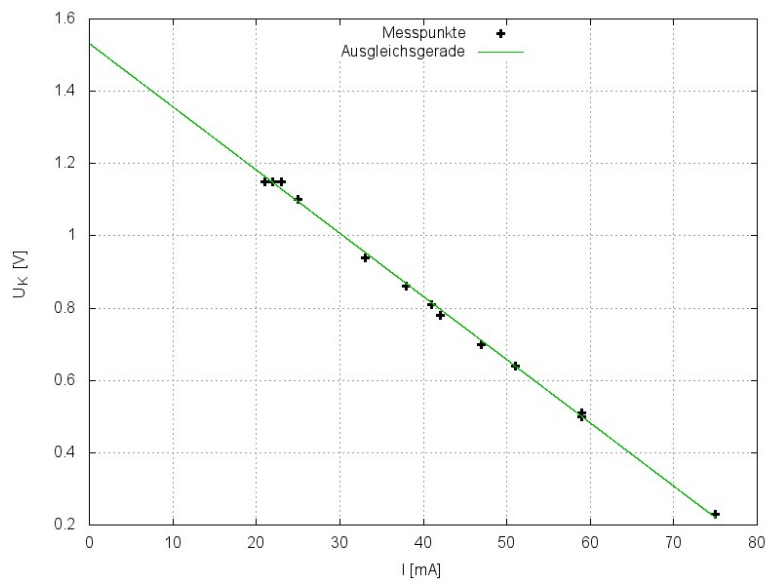


Abb. 4: Plot mit Ausgleichsgeraden der Messungen an der Monozelle.

4.2.3 Monozelle mit Gegenspannung

Die in Abb. 5 abgebildeten Werte aus Tab. 1 liefern

$$R_i = m = (14,7 \pm 0,5) \, \Omega$$

und

$$U_0 = -b = (1,20 \pm 0,08) \, \text{V} .$$

Die eingestellte Gegenspannung beträgt $U_G = 3,6 \, \text{V}$.

4.2.4 Sinusspannung

Die am Sinusausgang des RC-Generators gemessenen Stromstärken und Spannungen sind in Tab. 1 aufgeführt. Aus dem Plot in Abb. 6 ergibt sich

$$R_i = -m = (616 \pm 6) \, \Omega$$

und

$$U_0 = b = (1,45 \pm 0,01) \, \text{V} .$$

4.2.5 Rechteckspannung

Die durch den RC-Generators erzeugte Rechteckspannung liefert die in Tab. 1 aufgeführten Werte. Aus Abb. 7 ergibt sich

$$R_i = -m = (55,1 \pm 0,5) \, \Omega$$

und

$$U_0 = b = (0,619 \pm 0,002) \, \text{V} .$$

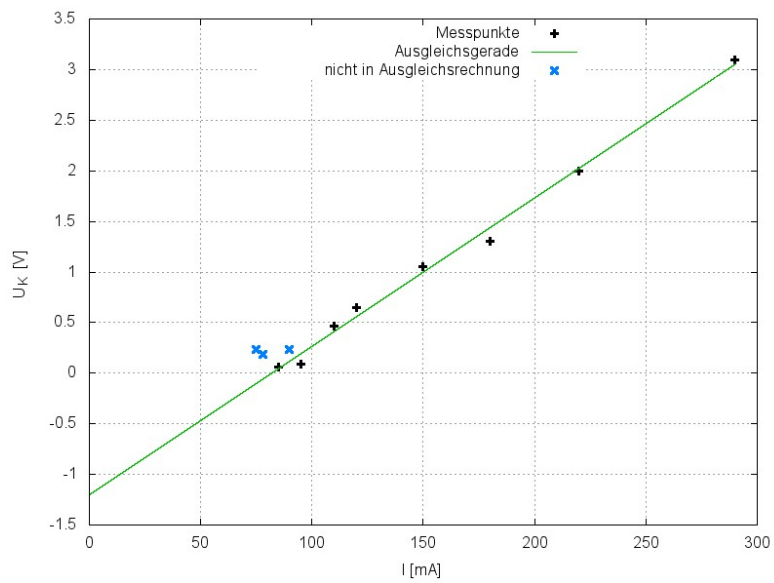


Abb. 5: Plot mit Ausgleichsgeraden der Messungen an der Monozelle mit der Gegenspannung U_0 .

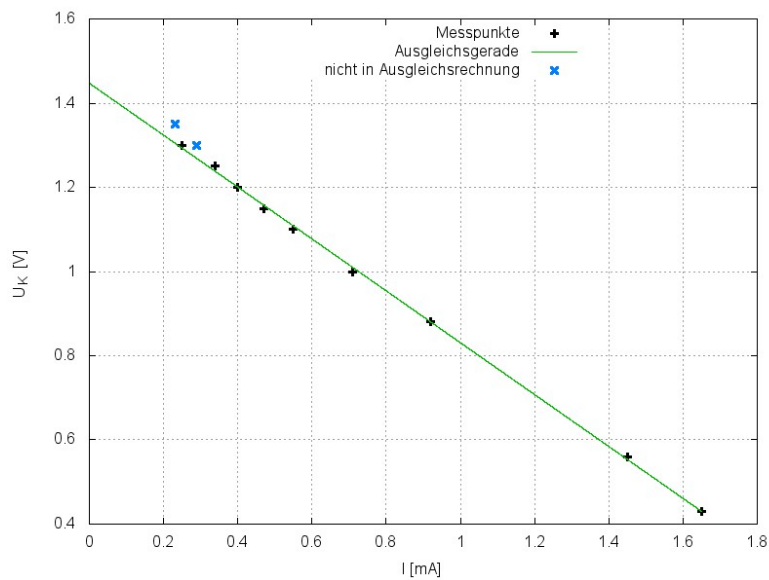


Abb. 6: Plot mit Ausgleichsgerade der Messungen am Sinusspannungsgenerator.

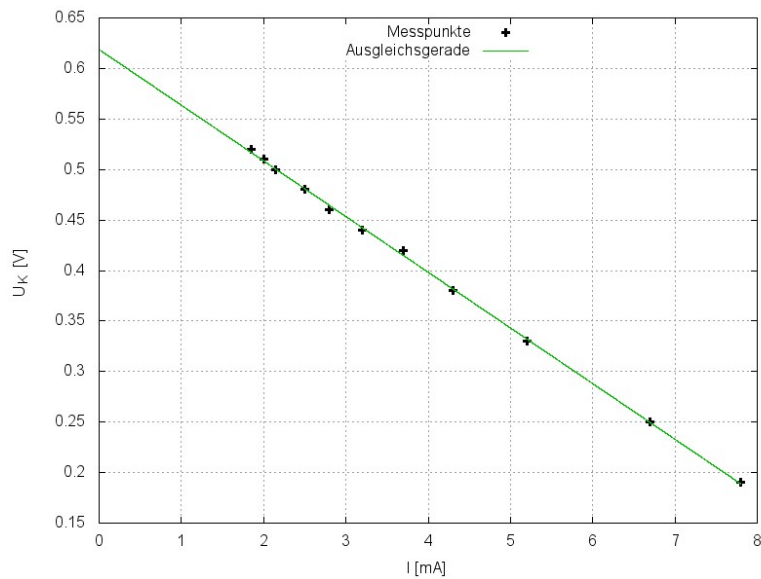


Abb. 7: Plot mit Ausgleichsgerade der Messungen am Rechteckspannungsgenerator.

Monozelle		Monozelle mit U_G		Sinusspannung		Rechteckspannung	
I [mA]	U_K [V]	I [mA]	U_K [V]	I [mA]	U_K [V]	I [mA]	U_K [V]
75	0,23	290	3,1	1,65	0,43	7,8	0,19
59	0,50	220	2,0	1,45	0,56	6,7	0,25
59	0,51	180	1,3	0,92	0,88	5,2	0,33
51	0,64	150	1,05	0,71	1,00	4,3	0,38
47	0,70	120	0,65	0,55	1,10	3,7	0,42
42	0,78	110	0,47	0,47	1,15	3,2	0,44
41	0,81	90	0,23	0,40	1,20	2,8	0,46
38	0,86	95	0,09	0,34	1,25	2,5	0,48
33	0,94	85	0,063	0,29	1,30	2,15	0,50
25	1,10	78	0,185	0,25	1,30	2,00	0,51
23	1,15	75	0,230	0,23	1,35	1,85	0,52
23	1,15						
22	1,15						
21	1,15						

Tab. 1: Die gemessenen Belastungsstrom- I und Klemmspannungswerte U_K für die Monozelle ohne und mit Gegenspannung, einen Sinus- und einen Rechteckspannungsgenerator (grau: von der Ausgleichsrechnung ausgenommen).

5 Diskussion

Aufgrund der drei verschiedenen ermittelten Werte des Innenwiderstands R_i der Monozelle kann keine präzise Aussage über den tatsächlichen Wert gemacht werden. Es waren während der Messungen zeitweise starke Schwankungen bei der Spannungsmessung zu erkennen. Da die Messung mit Gegenspannung (deutliche Abweichung des Wertes R_i zu denen der vorangegangenen Messungen) als letztes durchgeführt wurde und aufgrund der erwähnten Schwankungen, sind vermutlich Ermüdungserscheinungen der Batterie der Monozelle der Grund für die Differenzen der ermittelten Werte. Deshalb ist anzunehmen, dass der tatsächliche Wert von R_i nahe denen der ersten beiden Messungen liegt (direkte Messung: $R_i = 1,55 \Omega$; ohne U_G : $R_i \approx 1,53 \Omega$).

Bei der direkten Messung an der Monozelle ist ein systemischer Fehler gemacht worden: Der Spannungsabfall am Innenwiderstand der Zelle wurde bei der Spannungsmessung nicht berücksichtigt. Da $R_i \approx 10 \Omega$ aber um mehrere Größenordnungen kleiner ist als der Eigenwiderstand des Messgeräts $R_V \approx 10^7 \Omega$ kann dieser in guter Näherung vernachlässigt werden.

Um bei der Messung der Klemmspannung U_k eine Reduktion durch den Spannungsabfall am (realen) Amperemeter zu vermeiden, wird das Voltmeter vor das Strommessgerät geschaltet und nicht in Punkt H (siehe Abb. 2).

6 Literatur

- [1] Physikalisches Anfängerpraktikum, TU Dortmund, Skript zu Versuch Nr. 301, Version vom 5.6.2012
(<http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf>)
- [2] G.L. Squires, Messergebnisse u. ihre Auswertung, W. de Gruyther