

Versuch 504 - Thermische Elektronenemission

**TU Dortmund, Fakultät Physik
Anfänger-Praktikum**

Jan Adam

jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras

dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

22.Januar 2013

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Versuchsaufbau	3
2.2	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung	4
3	Durchführung	4
4	Auswertung	4
4.1	Fehlerrechnung	4
4.2	Kennlinienschar der Hochvakuumdiode	5
4.3	Langmuir-Schottky Exponent	7
4.4	Kathodentemperatur	10
4.5	Austrittsarbeit des Kathodenmaterials Wolfram	13
5	Diskussion	13

1 Einleitung

Bei Metallen sind die äußeren Hüllenelektronen nur schwach an ihren Kern gebunden. Im kristallförmigen Gitter können sich die Elektronen daher nahezu frei bewegen, wodurch die gute elektrische Leitfähigkeit von Metallen erklärt werden kann. Erhält ein Elektron genügend Energie, um das nur noch schwache Potential der positiv geladenen Kerne zu überwinden, so kann es aus dem Metall austreten. Erreichen kann man dies, indem man die Kinetische Energie der Elektronen durch Stöße mit Photonen (Photoelektrischer Effekt) oder wie in diesem Versuch, durch Erhöhung ihrer thermischen Energie (Glühelctrischer Effekt), die benötigte Energie zuführt. Die Arbeit, die das Elektron leisten muss, um das Bindungspotential der Kerne zu verlassen, wird auch als Austrittsarbeit bezeichnet. Im Verlaufe des Versuchs soll die Temperaturabhängigkeit dieser Größe für das Metall Wolfram bestimmt werden.

Aus dem Pauli-Verbot, welches besagt, dass es immer nur ein Elektron mit einer bestimmten Energie geben darf folgt, dass Elektronen auch beim Absoluten Temperaturnullpunkt nicht alle energielos sein dürfen, sondern eine bestimmte diskrete Energie E mit einer Wahrscheinlichkeit $f(E)$ haben.

Die Verteilung wird durch die Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion beschrieben:

$$f(E) = \left(e^{\frac{E-\zeta}{kT}} - 1 \right)^{-1} \quad (1)$$

mit der Näherung:

$$f(E) = \left(e^{\frac{E-\zeta}{kT}} \right) \quad (2)$$

Die Anzahl der Elektronen, die eine bestimmte Energie haben, errechnet sich durch:

$$n(E) = \frac{2}{h^3} f(E) \quad (3)$$

und die Energie, die ein Elektron wenigstens braucht um
Richardson-Gleichung

$$j_s(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp \left(-\frac{e_0 \phi}{kT} \right) \quad (4)$$

2 Theorie

2.1 Versuchsaufbau

Damit die Elektronen nicht sofort mit den umgebenen Luftmolekülen wechselwirken, muss der Versuch im Vakuum durchgeführt werden. Die im Versuch benutzte Apparatur ist eine sog. Hochvakuum-Diode. Sie besteht aus einem evakuierten Glaskolben, in den auf zwei gegenüberliegende Seiten je ein Draht hineinragen. Zwischen den Drähten wird später eine Spannung angelegt, so dass die aus der Kathode austretenden Elektronen zur

Anode hin beschleunigt werden können. Um die Anzahl an ausgetretenen Elektronen zu erhöhen, wird die Kathode zudem von einem Strom durchflossen, der sie auf 1000 K bis 3000 K erhitzen kann.

2.2 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Da die Elektronen, die aus der Kathode ausgetreten sind, aber die Anode noch nicht erreicht haben, ebenfalls ein elektrisches Feld aufbauen, werden kathodennahe Elektronen weniger stark durch das äußere Feld beeinflusst. Solange das äußere Feld noch nicht stark genug ist, kann es sogar sein, dass einige Elektronen gar nicht bis zur Anode gelangen. Entsprechend ist auch die Konzentration von Elektronen nahe der Kathode größer als an der Anode.

Für die Größen Potential V , Feldstärke E und Raumladungsdichte ρ lassen sich folgenden Verläufe herleiten:

$$\begin{aligned} V &\sim x^{\frac{4}{3}} \\ E &\sim x^{\frac{1}{3}} \\ \rho &\sim x^{-\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

oder genauer:

$$j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2}. \quad (5)$$

Eigentlich müsste nach Gleichung (5) für $V=0$ auch $j=0$ gelten, aber dennoch kann man auch ohne angelegtes Potential einen Strom messen. Dieser rührt daher, dass die Elektronen bereits über einen gewissen Betrag an kinetischer Energie verfügen, wenn sie die Kathode verlassen. Dieser ist sogar groß genug, um gegen ein schwaches Gegenfeld anzulaufen. Entsprechend wird dieser Strom auch Anlaufstrom genannt.

In diesem Zusammenhang ist für diesen Versuch insbesondere die sog. Kennlinie der Hochvakuum-Diode interessant. Sie beschreibt den Verlauf des Anodenstroms in Abhängigkeit vom angelegten Potential und lässt sich in drei Bereiche gliedern: Anlaufstrom-, Raumladungs- und Sättigungsstromgebiet.

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Fehlerrechnung

Da viele für die Auswertung notwendigen Größen fehlerbehaftet sind, ist es wichtig, den Einfluss dieser Fehler auf die ermittelten Größen herauszufinden. Neben den, von den Messapparaturen verursachten Fehlern, dienen der Mittelwert

- die Gaußsche Fehlerfortpflanzung
- und die Standardabweichung des Mittelwerts

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad (6)$$

\bar{x} = Mittelwert, N = Anzahl der Messungen

$$\Delta G = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2}, \quad (7)$$

x_i = Variable, Δx_i = Fehler der Variable

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_i^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (8)$$

4.2 Kennlinienschar der Hochvakuumdiode

Unter Anlegung von fünf verschiedenen Heizströmen I_f wird die Beschleunigungsspannung U_A erhöht und der fließende Strom I_A gemessen. Ab einem gewissen Strom I_S hat die Beschleunigungsspannung keinen Einfluss mehr auf die weitere Steigung. Man spricht vom Sättigungsstrom.

In Abbildung 1 sind die Wertepaare visualisiert. Bei den ersten vier Heizströmen ist der Sättigungsstrom gut abschätzbar. Beim fünften wurde das Steigungsverhalten betrachtet und der zugehörige Schwellenwert abgeschätzt. Das Verhalten der Kurvenschar entspricht deutlich dem Erwarteten, vergleichbar mit Abbildung ??.

U_A in V	$I_f = 2,2$ A	$I_f = 2,4$ A	$I_f = 2,5$ A	$I_f = 2,6$ A	$I_f = 2,8$ A
	I_A in μA	I_A in μA	I_A in μA	I_A in μA	I_A in μA
1		3	5	5	6
2	3	7	8	9	13
3	4	10	12	15	18
4	6	13	16	18	24
5	7	16	20	24	29
6		19	24	28	35
7	8	22	28	33	40
8	9	24	32	38	46
9		27	35	42	52
10	10	30	40	48	57
11			44		
12	11	35	48	60	72
13	11		53		
14			57	70	86
15	12	43	61		
16				83	103
18				97	212
20	14	54	84	110	139
22			92	124	155
24				138	172
25	14	62	104	144	184
26				151	193
27			109		
28				165	213
30	15	68	120	177	233
32					255
34					276
35	16	72	133	206	
36					297
38					320
40	16	75	140	233	343
45			146	252	405
50	17	76	147	265	462
55				278	522
60			150	289	572
70		79	156	305	680
80			160	316	785
90		83	167	325	872
100	19	85	166	332	937
110					980
120					1010
125	19				
130					1040
140					1060
150		87	170	336	1080
200					1130
I_S	20	89	172	338	1190

Tabelle 1: Beschleunigungsspannung U_A und Strom I_A zu fünf Heizströmen I_f , sowie die Sättigungsströme I_S

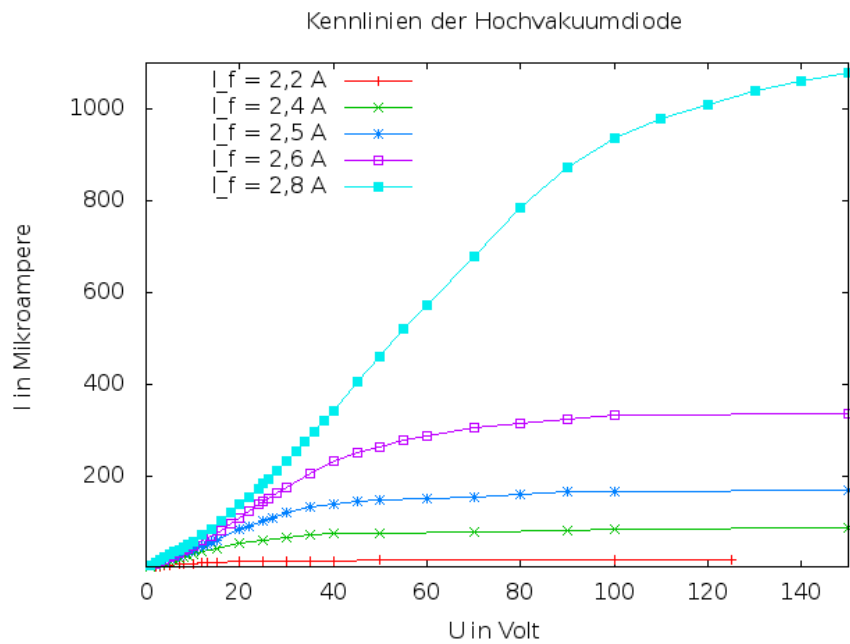


Abbildung 1: Wertepaare aus Tabelle 1

4.3 Langmuir-Schottky Exponent

Nach Gleichung (5) wird eine $\sqrt{V^3}$ -Abhängigkeit zwischen Stromdichte j und der Anodenspannung U_A erwartet. Unter Betrachtung des höchsten Heizstroms $I_f = 3,0$ A wird das Verhalten beobachtet. In Tabelle 2 werden die entsprechenden Wertepaare aufgeführt und in Abbildung 2 dargestellt. Der Fehler ΔU ergibt sich aus der Angabe des Messgeräts durch 1,5% seines Vollausschlags mit 60 V bzw. 100 V.

U_A in V	I_A in μA	$\ln(U/V)$	$\ln(I/\mu\text{A})$	ΔU in V
5	38	1,61	3,64	0,9
10	70	2,30	4,25	0,9
15	113	2,71	4,73	0,9
20	160	3,00	5,08	0,9
25	210	3,22	5,35	0,9
30	270	3,40	5,60	0,9
35	336	3,56	5,82	0,9
40	396	3,69	5,98	0,9
45	468	3,81	6,15	0,9
50	543	3,91	6,30	0,9
55	623	4,01	6,43	0,9
60	695	4,09	6,54	3,75
70	893	4,25	6,79	3,75
80	1070	4,38	6,98	3,75
90	1240	4,50	7,12	3,75

Tabelle 2: Beschleunigungsspannung U_A und Strom I_A bei einem Heizstrom $I_f = 3,0$ A

Mittels linearer Regression von GNUplot durchgeführt, ergibt sich nach reduzierter Gleichung (5)

$$\ln(j) \propto a \cdot \ln(V) \quad (9)$$

ein Exponent von

$$a = 1,247 \pm 0,03. \quad (10)$$

Durch einen Fit entsprechend der normalen Form von Gleichung (5) war ein besserer Wert für den Exponenten feststellbar

$$a = 1,39 \pm 0,05. \quad (11)$$

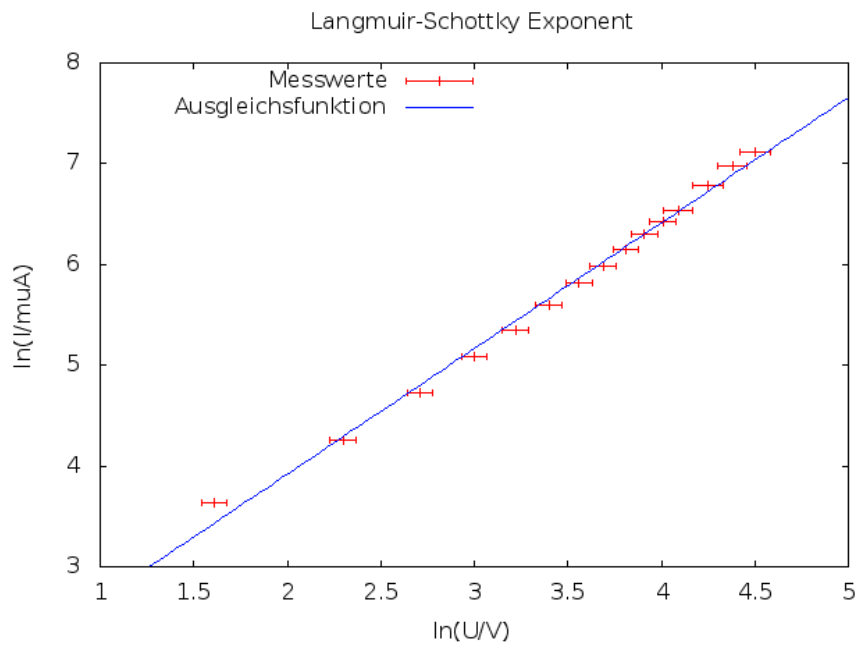


Abbildung 2: doppellogarithmische Auftragung von I_A und U_A bei einem Heizstrom von $I_f = 3,0$ A. Die Steigung entspricht dem Exponenten

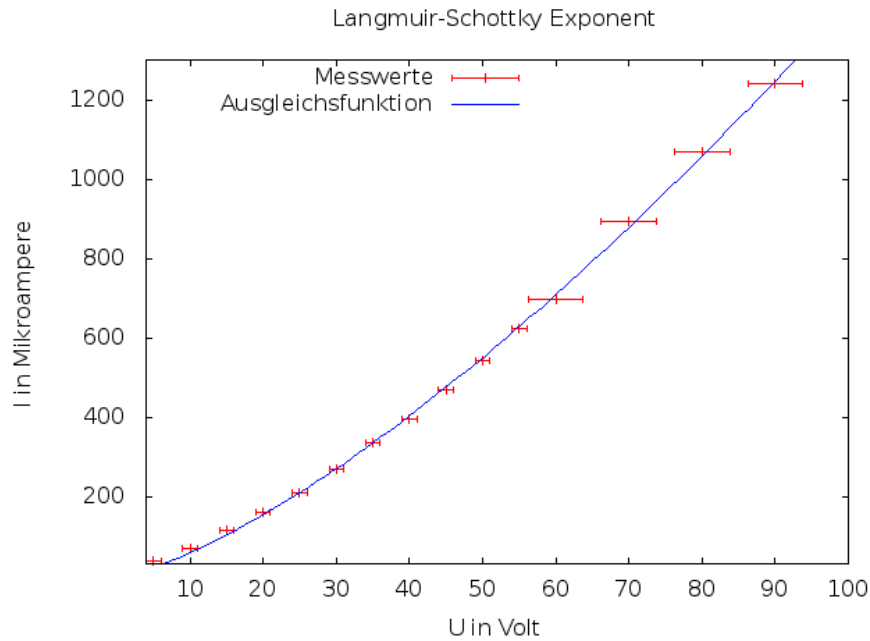


Abbildung 3: Darstellung der $\sqrt{V^3}$ -Abhängigkeit zwischen Stromdichte j und Anodenspannung U_A

4.4 Kathodentemperatur

Die Stromdichte $j(V)$ hängt im Bereich des Anlaufstromgebiets zudem von der Temperatur der Kathode nach Gleichung (??) ab. Durch die gemessene Anodenspannung, sowie den Anodenstrom lässt sich somit die Kathodentemperatur T ermitteln. Da die Anodenspannung für ein Gegenfeld benötigt wird, ist V_A negativ. Die Korrektur der Spannung muss aufgrund des Spannungsabfalls am Nanoamperemeter durchgeführt werden, welcher einen Innenwiderstand von $R_i = 1\text{M}\Omega$ aufweist.

U_{mess} in V	U_{korrr} in V	I_{mess} in nA	$\ln(I_{mess}/nA)$	ΔU in V	ΔI in nA
0	0,255	255	5,541	0,02	0,06
-0,1	0,295	195	5,273	0,02	0,06
-0,2	0,350	150	5,011	0,02	0,06
-0,3	0,410	110	4,700	0,02	0,06
-0,4	0,478	78	4,357	0,02	0,06
-0,5	0,553	53	3,970	0,02	0,06
-0,6	0,631	31	3,434	0,02	0,06
-0,7	0,721	21	3,045	0,02	0,06
-0,8	0,813	13	2,565	0,02	0,06
-0,9	0,908	7,5	2,015	0,02	0,06
-0,93	0,936	5,5	1,705	0,02	0,06

Tabelle 3: U_A gegen I_A zur Ermittlung der Kathodentemperatur

Von GNUplot wird die reduzierte Gleichung (??)

$$T = \frac{e_0}{k_B b} \quad (12)$$

mit den Messwerten aus Tabelle 3 gefittet, was zum Koeffizienten b mit

$$b = (-5,463 \pm 0,079) \frac{1}{V} \quad (13)$$

führt und damit zu einer Kathodentemperatur von

$$T = (2125 \pm 1,1) K. \quad (14)$$

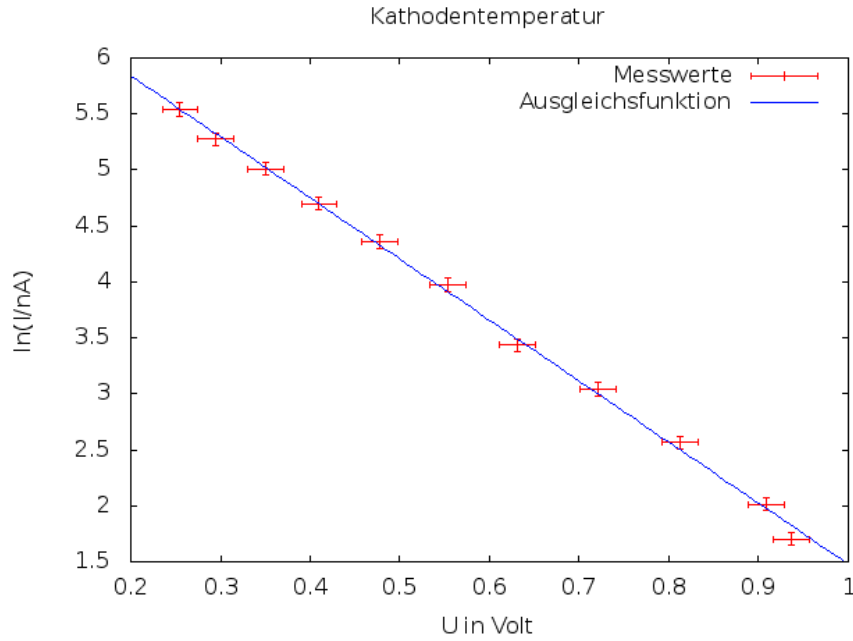


Abbildung 4: Abhängigkeit von U und $\ln(I)$ im Anlaufstromgebiet zur Ermittlung des Koeffizienten b

Die Kathodentemperatur lässt sich im Bereich des Raumladungsgebiets aus einer Leistungsbilanz herausrechnen. Hierzu werden die Heizleistungen, die in Abschnitt 4.2 aufgeführt sind verwendet und nach folgender Gleichung die Kathodentemperatur ermittelt.

$$T = \sqrt[4]{\frac{I_f U_f - N_{WL}}{f \eta \sigma}} \quad (15)$$

N_{WL} = Wärmeleitung, f = Kathodenoberfläche, η = Emissionsgrad, σ = Stefan-Boltzmann Konstante

I_f	U_f	T_K
2,2	3,20	1813
2,4	3,72	1940
2,5	4,01	2004
2,6	4,30	2066
2,8	4,89	2183

Tabelle 4: Kathodentemperatur T_K errechnet aus der Heizleistungsbilanz

4.5 Austrittsarbeit des Kathodenmaterials Wolfram

Um nun die Austrittsarbeit zu errechnen, wird die Richardson-Gleichung (4) nach Φ umgestellt. Die I_S - T_K -Wertepaare, die in den Abschnitten 4.2 und 4.4 ermittelt wurden, werden entsprechend eingesetzt.

$$\Phi = \frac{k_B T}{e_0} \cdot \ln \left(\frac{I_S}{T_K^2} A \right) \quad \text{mit} \quad A = \frac{h^3}{4\pi f e_0 m_0 k^2} \quad (16)$$

I_f in A	I_S in μA	T_K in K	Φ in eV
2,2	19	1813	4,62
2,4	88	1940	4,72
2,5	170	2004	4,77
2,6	336	2066	4,81
2,8	1190	2183	4,86

Tabelle 5: Austrittsarbeiten Φ zu den verschiedenen Kathodentemperaturen und den Sättigungsströmen

Aus den in Tabelle 5 angegebenen Austrittsarbeiten ergibt sich der Mittelwert zu

$$\bar{\Phi} = (4,755 \pm 0,006) \text{ eV} \quad (17)$$

5 Diskussion

Der in Abschnitt 4.3 ermittelte Wert für den Langmuir-Schottky Exponenten mit einem Wert von

$$a = 1,241 \pm 0,03 \quad \text{bzw.} \quad 1,39 \pm 0,05$$

liegt nahe bei dem erwarteten Wert von 1,5 mit einem Fehler von 17,3 % bzw. 7,4 %.

Die in 4.4 ermittelte Kathodentemperatur, welche zu einem Heizstrom von 3,0 A gehört, bewegt sich in derselben Größenordnung, wie die im selben Abschnitt errechnete Kathodentemperatur bei 2,8 A

$$T = (2125 \pm 1,1) \text{ K} \quad \text{und} \quad T_{K,2,8} = 2183 \text{ K}$$

Und schließlich die Austrittsarbeit von Wolfram, errechnet in Abschnitt 4.5, mit einem Wert von

$$\Phi = (4,755 \pm 0,006) \text{ eV}$$

hat eine Abweichung von 4,5 % zum Referenzwert ¹

¹Adeos Media GmbH (2004), URL: www.formel-sammlung.de