

Physikalisches Anfängerpraktikum
Universität Dortmund
WS 2006/2007

Versuch Nr. 602
Röntgen-Emissions- und
Absorptionsspektren

Hendrik Esch

hesch@gmx.de

Fabian Heisterkamp

fabianheisterkamp@hotmail.com

14.11.2006, Dortmund

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Das Spektrum der Röntgenstrahlung	3
2.2	Die Röntgenröhre	4
2.3	Die Feinstruktur der Röntgenemission	5
2.4	Das Röntgenabsorptionsspektrum	6
2.5	Experimentelle Bestimmung der Absorptionsenergie	8
2.6	Näherungen für Kupfer	8
3	Durchführung	8
4	Versuchsauswertung	9
4.1	Fehlerbetrachtung	9
4.2	Bestimmung der Abschirmzahl $\sigma_{1,0}$	9
4.3	Bestimmung der Abschirmzahl $s_{2,1}$	11
4.4	Abschätzung der Abschirmzahlen σ_1 und σ_2 von Kupfer	12
4.5	Bestimmung des energetischen Abschirmungsvermögens der Mess- apparatur	13
5	Diskussion	14
6	Anhang	15

1 Einleitung

In diesem Versuch soll mit Hilfe von Röntgenstrahlung die *Konstante der vollständigen Abschirmung* σ und die *Konstante der inneren Abschirmung* s für verschiedene Festkörper bestimmt werden. Im Gegensatz zu sichtbarem Licht, UV- und IR-Strahlung, ist Röntgenstrahlung in der Lage, Zugang zur inneren Elektronenhülle von Atomen zu erlangen. Ihr Spektrum schließt sich mit Energien von 10 bis 100 keV direkt an die energieärmere UV-Strahlung an.

2 Theorie

2.1 Das Spektrum der Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung entsteht durch das Abbremsen von schnellen Elektronen in Materie. Das Spektrum dieser Strahlung ist kontinuierlich. Dies liegt in der Vielzahl der möglichen Bremsvorgänge begründet. So können die Elektronen ihre kinetische Energie durch eine Vielzahl von Ionisationsvorgängen abgeben, so dass diese in Wärme umgewandelt wird und gar keine Strahlung entsteht.

Allerdings kann ein Elektron mit geringerer Wahrscheinlichkeit so tief in die Elektronenhülle eindringen, dass es durch das Coulomb-Feld des Kerns abgelenkt wird. Infolge dieser Beschleunigung strahlt das Elektron. Die Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses ist proportional zum Quadrat der Kernladungszahl z . Dies ist die sogenannte **Bremsstrahlung**. Da die Elektronen jedoch auch durch Ionisationsprozesse schon Energie verloren haben können, ist ihr Spektrum **kontinuierlich** von null bis zu einem Maximum. Diese maximale Energie der emittierten elektromagnetischen Strahlung ist dabei von der Beschleunigungsspannung abhängig:

$$E_{max} = h\nu_{max} = e_0 U \quad (2.1)$$

Die Strahlung maximaler Energie wird freigesetzt, wenn das Elektron in einem einzigen Bremsvorgang seine kinetische Energie verliert.

Zusätzlich zu den beschriebenen Wechselwirkungen kann das Elektron ein Elektron aus der inneren Hülle herausschlagen. Diese Ionisation ist aber an eine Mindestenergie für das einfallende Elektron gebunden, die der Bindungsenergie des herausgeschlagenen Elektrons entspricht. Das entstandene Elektronenloch wird durch ein Hüllenelektron eines höheren Energieniveaus geschlossen. Dieses Elektron strahlt dabei ein der Energiedifferenz der beiden Niveaus entsprechendes Photon ab. Darüber hinaus wird die im höheren Niveau entstehende Lücke in einem analogen Prozess durch ein weiteres Hüllenelektron geschlossen usw.. Infolge dieser Elektronensprünge entsteht Strahlung, die im Gegensatz zur Bremsstrahlung ein diskretes Spektrum besitzt:

$$E = h\nu = E_n - E_m \quad (2.2)$$

h ist dabei das Plancksche Wirkungsquantum. Die Energie dieser Strahlung hängt von den Atomen der bestrahlten Materie ab, so dass man sich für jedes Element ein charakteristisches Linienspektrum angeben lässt. Infolgedessen bezeichnet man diese Strahlung als **charakteristische Röntgenstrahlung**.

Ihr Linienspektrum lässt sich anhand der Lage der Energieniveaus, die man mit der Schrödinger-Gleichung bestimmen kann, berechnen. Allerdings ist dies sehr

kompliziert, da die Röntgenemission bei Viel-Elektronen-Atomen erfolgt, so dass das Energieeigenwertproblem kaum lösbar ist. Infolgedessen vereinfacht man auf die sogenannte **Einelektronenangregung**. Man geht von der Annahme aus, dass sich das einfallende Elektron in einem aus dem Feld des Kerns und dem Feldern der Hüllenelektronen bestehenden Coulombfeld befindet. Der Einfluss der die Wirkung des Kernfelds verringernden Hüllenelektronen wird durch Substitution der Kernladungszahl z durch eine schwächere, effektive Kernladung z_{eff} berücksichtigt. Infolgedessen hat das einfallende Elektron folgende potentielle Energie

$$U = -\frac{z_{eff}e_0^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (2.3)$$

wobei ϵ_0 die Influenzkonstante und r der Abstand des einfallenden Elektrons vom Kern ist. Die Schrödinger-Gleichung liefert mit dieser groben Näherung(nur für hinreichend kleine z) diese Energieeigenwerte:

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2.4)$$

R_∞ ist dabei die Rydberg-Energie und n die Hauptquantenzahl. Daraus folgt für den Elektronenübergang zwischen zwei Energieniveaus:

$$h\nu_{m,n} = R_\infty z_{eff,n,m}^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (2.5)$$

Diese für $n < m$ gültige Gleichung erlaubt es, das Linienspektrum eines Atoms zu berechnen. Die Nomenklatur(vgl. Abbildung 1) der Übergänge erfolgt dabei nach der untersten Schale, wobei die erste Schale aus historischen Gründen K-Schale und die übrigen in alphabetischer Reihenfolge M-, N-, O-Schale usw. genannt werden.

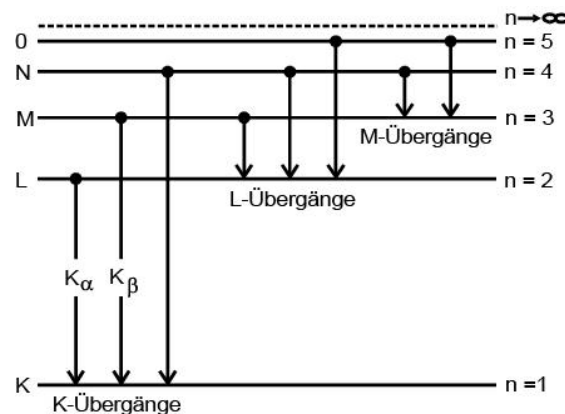


Abbildung 1: Mögliche Röntgenübergänge in der Elektronenhülle(ohne Berücksichtigung der Feinstruktur)[SCR]

2.2 Die Röntgenröhre

In diesem Versuch werden die Röntgenstrahlen mit Hilfe einer *Röntgenröhre* erzeugt(vgl. Abbildung 2. Sie besteht aus einem evakuierten, vakuumdichten Glasbehälter, in dem sich ein Glühdraht, die Kathode, befindet. Aus diesem werden durch

thermische Emission Elektronen freigesetzt, die durch eine Beschleunigungsspannung U zur gegenüberliegenden Anode beschleunigt werden. Infolgedessen prallen sie mit hoher Geschwindigkeit auf die Anode.

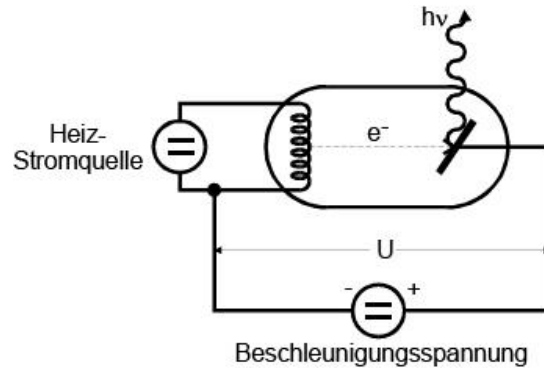


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Röntgenröhre[SCR]

2.3 Die Feinstruktur der Röntgenemission

Wie bereits erwähnt, ist Gleichung (2.4) nur eine grobe Näherung für kleine z . Deshalb werden im Folgenden auch die relativistische Massenabhängigkeit der Elektronenmasse und der Einfluss der Drehimpuls des *aktiven* Hüllenelektrons erfasst. Sie werden als **Störung** behandelt und das Problem mit Hilfe der **Störungsrechnung** gelöst. Man erhält die **Sommerfeldsche Feinstrukturformel**:

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left\{ z_{eff1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right\} \quad (2.6)$$

Bei α handelt es sich um die Feinstrukturkonstante. J ist die Gesamtdrehimpulszahl des *aktiven* Elektrons und definiert als Summe von Bahndrehimpulszahl l und Spinquantenzahl $s = \pm \frac{1}{2}$:

- $j = l + \frac{1}{2}$
- $j = l - \frac{1}{2}$

Offensichtlich wurden in Gl. (2.6) zwei effektive Kernladungszahlen z_{eff1} und z_{eff2} benutzt. Sie hängen von den **Abschirmungszahlen** σ und s ab:

- $z_{eff1} = z - \sigma$
- $z_{eff2} = z - s$

σ und s beschreiben den Einfluss der Elektronenhülle. σ drückt als "Konstante der vollständigen Abschirmung" den Einfluss der gesamten Elektronenhülle aus und hängt daher sowohl von der Hauptquantenzahl n als auch der Bahndrehimpulszahl l ab, da auch diese die Elektronendichte maßgeblich beeinflusst ($\Rightarrow \sigma = \sigma_{n,l}$). s dagegen drückt nur den Einfluss der inneren Elektronenhülle aus, ist aber auch von der Hauptquantenzahl n und der Bahndrehimpulszahl l abhängig ($\Rightarrow s = s_{n,l}$). Damit folgt aus Gl.(2.6):

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left\{ (z - \sigma_{n,l})^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 (z - s_{n,l})^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right\} \quad (2.7)$$

Zu jeder Hauptquantenzahl $n >$ existieren mehrere Werte für l und j . Infolgedessen ist jedes Energieniveau in mehrere Unterniveaus aufgespalten. Dieses in Abbildung 3 dargestellte Phänomen bezeichnet man als **Feinstrukturaufspaltung**. Es hat außerdem zur Folge, dass sich die Zahl der möglichen Elektronenübergänge gegenüber Abschnitt 2.2 vergrößert.

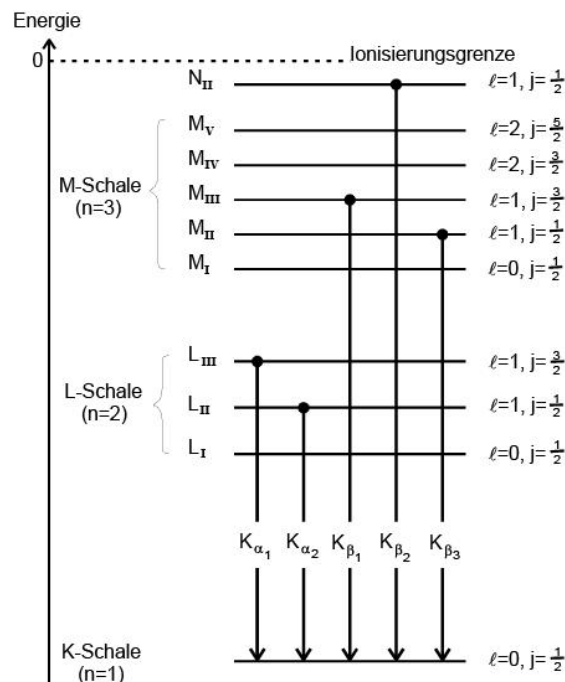


Abbildung 3: Feinstrukturaufspaltung und mögliche Elektronenübergänge eines charakteristischen Röntgenspektrums[SCR]

Es ist zu beachten, dass Abbildung 3 die *möglichen* Übergänge zeigt. Die tatsächlichen Übergänge folgen jedoch bestimmten **Auswahlregeln**:

So treten Übergänge mit merklicher Intensität nur für $\Delta l = 1$ auf und Übergänge mit $\Delta n \geq 3$ sind sehr unwahrscheinlich.

2.4 Das Röntgenabsorptionspektrum

Der Durchgang von Röntgenstrahlung durch Materie geht mit einer Intensitätsschwächung einher. Diese Schwächung kann dadurch erfolgen, dass ein Quant ein äußeres Hüllenelektron trifft, einen Teil seiner Energie an dieses abgibt und in anderer Richtung seinen Weg fortsetzt. Diese Streuung bezeichnet man als den **Compton-Effekt**.

Maßgeblich ist aber die andere Form der Wechselwirkung, die man als **inneren Photoeffekt** bezeichnet. Ein Quant trifft auf ein inneres Hüllenelektron eines Absorberatoms. Ist seine Quantenenergie $h\nu$ größer als die Bindungsenergie E_B (vgl. Gl.(2.8) dieses Elektrons, so erhält das Elektron die überschüssige Energie in Form von kinetischer Energie und wird aus seiner Bindung gelöst. Die Energiebilanz lautet:

$$h\nu = E_B + E_{kin} \quad (2.8)$$

Da die Wahrscheinlichkeit dieser Photoabsorption von der Kernladungszahl z und der Quantenenergie E abhängt, kommt man zu folgender, grober Näherung für

den Absorptionskoeffizienten μ :

$$\mu \propto z^5 E^{-3,5} \quad (2.9)$$

Da das abgelöste Elektron nicht in eine benachbarte Schale, da diese besetzt ist, eingliedert werden kann, muss es in die obersten, unbesetzten Schalen oder den kontinuierlichen Energiebereich übergehen. Da der Energie-Unterschied zwischen letzteren beiden verschwindend gering ist, nähert man die Ionisationsenergie der n -ten Schale wie folgt an: $E(n) - E(\infty)$

Daraus folgt für die K-Schale:

$$h\nu_{K_{Abs}} = E_{1,\frac{1}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ (z - \sigma_{1,0})^2 + \alpha^2 (z - s_{1,0})^4 \cdot \frac{1}{4} \right\} \quad (2.10)$$

Weil in der K-Schale nur zwei Elektronen vorhanden sind, verschwindet die *Konstante der inneren Abschirmung* $s_{1,0}$, so dass man aus folgender Näherung die *Konstante der vollständigen Abschirmung* $\sigma_{1,0}$ leicht bestimmen kann:

$$h\nu_{K_{Abs}} = R_{\infty} \{ (z - \sigma_{1,0})^2 \} \quad (2.11)$$

Ein weiteres Beispiel zur Bestimmung der Abschirmzahl aus dem Absorptionsspektrum stellt die L-Schale dar, für deren Absorptionsenergien gilt:

$$h\nu_{L,abs,I} = E_{2,0,\frac{1}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ \frac{(z - \sigma_{2,0})^2}{8} + \alpha^2 \frac{(z - s_{2,0})^4}{8} \cdot \frac{5}{8} \right\} \quad (2.12)$$

$$h\nu_{L,abs,II} = E_{2,1,\frac{1}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ \frac{(z - \sigma_{2,1})^2}{4} + \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{8} \cdot \frac{5}{8} \right\} \quad (2.13)$$

$$h\nu_{L,abs,III} = E_{2,1,\frac{3}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ \frac{(z - \sigma_{2,1})^2}{4} + \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{8} \cdot \frac{1}{8} \right\} \quad (2.14)$$

Aus der Differenz von (2.13) und (2.14) lässt sich nun die Abschirmzahl $s_{2,1}$ berechnen:

$$h\nu_{L,abs,II} - h\nu_{L,abs,III} = R_{\infty} \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{16} \quad (2.15)$$

Diese beiden Beispiele zeigen, dass sich die gesuchten Abschirmzahlen gut aus dem Absorptionsspektrum ermitteln lassen. Die Gleichungen, die Absorptionsenergien beschreiben, erlauben Näherungen und Eliminationen, die es ermöglichen, aus einer gemessenen Absorptionsenergie eine Abschirmzahl zu berechnen.

Diese Näherungen gelten allerdings nicht für $z > 70$. Für diese Stoffe gibt es folgenden Zusammenhang:

$$(z - s_{2,1})^2 = \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E}{R_{\infty}}} - \frac{5\Delta E}{R_{\infty}} \right) \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E}{R_{\infty}} \right) \quad (2.16)$$

Für $\Delta E := h\nu_{L,abs,III} - h\nu_{L,abs,II}$.

2.5 Experimentelle Bestimmung der Absorptionsenergie

Zur Bestimmung der Absorptionsenergie bestrahlt man eine dünne Schicht des zu untersuchenden Stoffes mit monoenergetischer Röntgenstrahlung und misst die Intensität der Transmission in Abhängigkeit von der Energie. Die graphische Darstellung dieser Messwerte entspricht idealerweise der Abbildung 4.

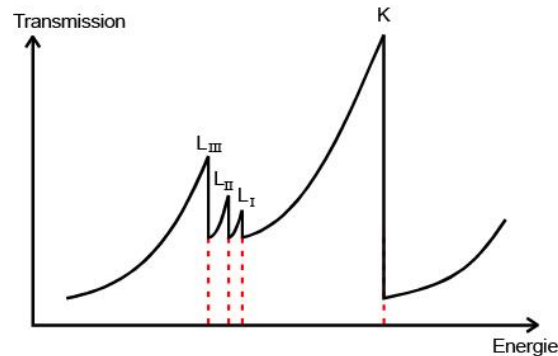


Abbildung 4: Ein typisches Röntgen-Absorptionsspektrum mit K- und L-Kanten[SCR]

Wie man sieht, treten mehrere Unstetigkeiten auf, die sogenannten **Absorptionskanten**. Diese entsprechen den gesuchten Absorptionsenergien. Infolgedessen gibt es in der L-Schale drei solcher Kanten, während in der K-Schale nur eine vorhanden ist.

2.6 Näherungen für Kupfer

Die Abschirmzahlen σ_1 und σ_2 für Kupfer(Cu) kann folgendermaßen nähern(Vernachlässigung des Drehimpulses):

$$E_{K,abs} = R_{\infty}(z - \sigma_1)^2 \quad (2.17)$$

$$E_{K_{\alpha}} = R_{\infty}(z - \sigma_1)^2 - R_{\infty}\frac{1}{4}(z - \sigma_2)^2 \quad (2.18)$$

Die eingesetzte Apparatur erlaubt aber keine hinreichend genaue Bestimmung von $E_{K,abs}$, so dass stattdessen mit $E_{K_{\beta}}$ gerechnet werden muss. Infolgedessen ist eine Bestimmung von σ_2 aus (2.18) wenig sinnvoll, denn hierzu müsste man das mit Hilfe von $E_{K_{\beta}}$ bestimmte σ_1 einsetzen.

3 Durchführung

Abbildung 5 zeigt die beim Versuch verwendete Apparatur verwendete Messapparatur. Mit Hochspannung wird zunächst Röntgenstrahlung erzeugt, die durch eine Blende auf einen drehbaren LiF-Einkristall geleitet wird. In diesem liegen die Netzebenen parallel zur Oberfläche und haben einen Abstand von $d = 2,01$ Angstrom[SCR]. Ausserdem verwenden wir während der gesamten Auswertung für das Planck'sche Wirkungsquantum $h = 4,13567 \cdot 10^{-15} \text{eV}[1]$ und für die Vakuumlichtgeschwindigkeit $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}[1]$. Es tritt nur die Reflexion mit Interferenzordnung $n = 1$ [SCR] auf und der unter der Braggbedingung gestreute

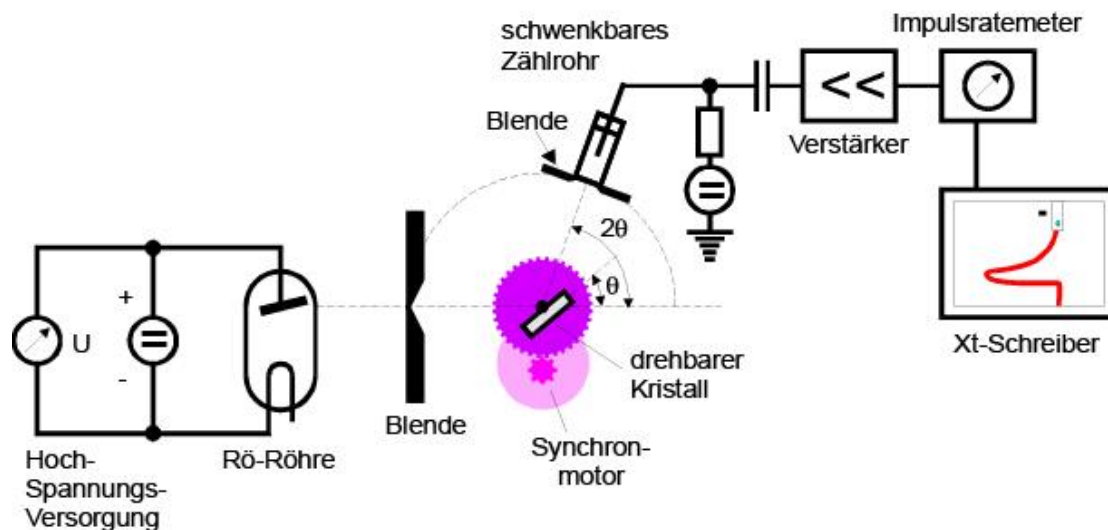


Abbildung 5: Schematische Darstellung der verwendeten Messapparatur,[SCR]

Teilstrahl trifft im Anschluss, nachdem er das zu untersuchende Material durchlaufen hat, auf ein Zählrohr. Über eine Schnittstelle können die Impulse dann grafisch auf einem Computer dargestellt werden. Nachteilig wirkt sich aus, dass die Emission von Röntgen-Quanten ein statistischer Prozess ist und deshalb die Intensität des Röntgen-Strahls nicht konstant bleibt. Diese Schwankungen lassen sich herabsetzen, indem man eine hohe Zeitkonstante im Impulsratemeter einschaltet, was leider bei schnellen Änderungen der Zählrate (beispielsweise an den Absorptionskanten) Fehler in der Messung liefert. Daher ist ein Kompromiss für die Zeitkonstante zu wählen.

Die Messapparatur läuft stark automatisiert und muss deshalb vor Versuchbeginn kalibriert werden. Dies bedeutet vor allem, dass sichergestellt ist, dass die *Bragg*-Bedingung erfüllt ist. Der Neigungswinkel des Kristalls und des Zählrohrs müssen ein Verhältnis von 1:2 bilden. Während der Messung übernimmt dann ein Synchronmotor die Winkeleinstellung.

4 Versuchsauswertung

4.1 Fehlerbetrachtung

Bei den folgenden Berechnungen wird der Fehler jeweils nicht beachtet, da die systematischen Fehler im Vergleich zu statistischen Fehlern nur sehr gering ins Gewicht fallen bzw. vernachlässigbar klein sind. Beispiele für statistische Fehler wären, die schwierige Ablesbarkeit vom Computer, sodass oft nicht klar wurde, wo eine Linie beginnt bzw. endet. Eine recht ungenaue Winkelskala als x-Achse des Graphen hat ebenfalls für Fehler gesorgt.

4.2 Bestimmung der Abschirmzahl $\sigma_{1,0}$

Im ersten Versuchsteil wird die Abschirmzahl $\sigma_{1,0}$ für Gallium (Graph 1) und Brom (Graph 2) über die energetische Lage der K-Schale bestimmt. Gemessen werden dabei die Winkel und über die *Bragg*-Reflexion $n\lambda = 2d \sin \theta$ erhält man die Energie mit (4.1).

$$E = \frac{hcn}{2d \sin \theta} \quad (4.1)$$

An der K-Kante müsste theoretisch eine Unstetigkeitsstelle auftreten. Allerdings hat die Messapparatur ein endliches Winkelauflösungsvermögen und die Absorptionskante ändert sich nicht unstetig. Durch eine Faltung kann man aber zeigen, dass die Absorptionskante an der x-Stelle liegt, wo die Intensität I den Wert

$$I_L = \frac{1}{2} (I_{max} + I_{min}) \quad (4.2)$$

annimmt. Dies wird in Abbildung 6 grafisch verdeutlicht.

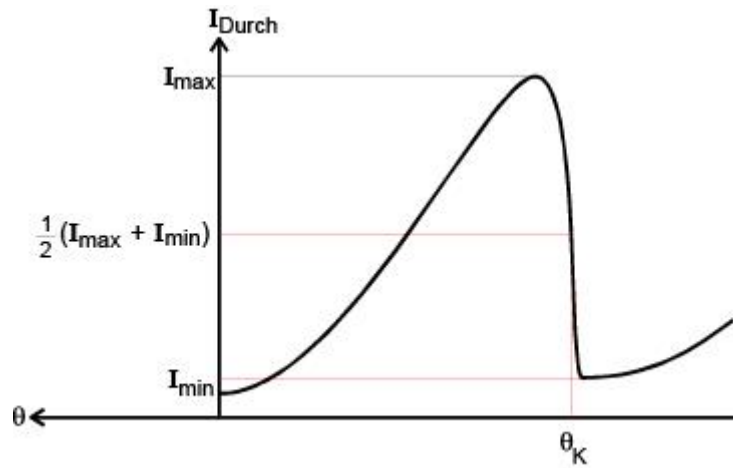


Abbildung 6: Bestimmung der Unstetigkeitsstelle,[SCR]

Wir bestimmen also für I_{max} und I_{min} einen Mittelwert mit (4.3) und bekommen mit (4.2) den passenden Wert für I . Dessen x-Wert liefert uns den gesuchten Winkel.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_n \quad (4.3)$$

In Tabelle 1 sind die Messwerte und Zwischenergebnisse zusammengefasst. Aus den Winkeln und (4.1) lassen sich nun die Energien berechnen und über (4.4) erhalten wir abschliessend die gesuchten Abschirmzahlen $\sigma_{1,0}$ für die drei Elemente.

$$\sigma_{1,0} = z - \sqrt{\frac{E}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 z^4}{4}} \quad (4.4)$$

Hier ist z die Kernladungszahl und α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante $\alpha = 0,007297[1]$ und R_∞ die Rydberg-Energie $R_\infty = 13,60569\text{eV}[1]$. Die Ergebnisse sind abschliessend in Tabelle 2 aufgetragen.

	Gallium		Brom	
i	Min [Imp/s]	Max [Imp/s]	Min [Imp/s]	Max [Imp/s]
1	36,0	44,0	19,0	30,0
2	34,0	48,0	18,0	27,0
3	35,0	47,0	17,0	27,0
4	37,0	45,0	18,0	27,0
5	35,0	50,0	18,0	24,0
Mittelwert \bar{x}	35,4	46,8	18,0	27,0
I_L [Imp/s]	41,1		22,5	
θ_L [°]	17,4		13,05	

Tabelle 1: Messung der K-Kanten von Gallium($z = 31$) und Brom($z = 35$)

Element	E [eV]	$\sigma_{1,0}$ [AU]
Gallium	10300	3,69
Brom	13700	3,63

Tabelle 2: Ergebnisse der Bestimmung von $\sigma_{1,0}$

4.3 Bestimmung der Abschirmzahl $s_{2,1}$

Das Vorgehen im zweiten Versuchsteil ist mit dem zur Bestimmung von $\sigma_{1,0}$ in Kapitel 4.2 fast identisch. Dieses mal wird die Abschirmzahl $s_{2,1}$ allerdings mit (4.5) bestimmt. ΔE ist in diesem Falle $\Delta E = |E_{LIII} - E_{LII}|$.

$$s_{2,1} = z - \sqrt{\left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E}{R_\infty}\right) \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E}{R_\infty}\right)} \quad (4.5)$$

In Tabelle 3 sind die Messwerte und Zwischenergebnisse für Platin(Graph 3) und in 4 für Gold(Graph 4) aufgeführt.

	L_{II} -Kante		L_{III} -Kante	
i	Min [Imp/s]	Max [Imp/s]	Min [Imp/s]	Max [Imp/s]
1	27	30	25	28
2	28	27	26	33
3	27	29	23	33
4	28	28	24	34
5	26	26	24	33
Mittelwert \bar{x}	27,2	28	24,4	32,2
I_L [Imp/s]	27,6		28,3	
θ_L [°]	13,4		15,4	

Tabelle 3: Messung der L-Kanten von Platin($z = 78$)

	L_{II} -Kante		L_{III} -Kante	
i	Min [Imp/s]	Max [Imp/s]	Min [Imp/s]	Max [Imp/s]
1	42	35	33	39
2	43	38	34	41
3	44	37	33	41
4	42	34	34	38
Mittelwert \bar{x}	42,75	36,00	33,50	39,75
I_L [Imp/s]	39,4		36,6	
θ_L [°]	13,1		15,1	

Tabelle 4: Messung der L-Kanten von Gold($z = 79$)

Man erhält schließlich mit (4.1) berechnet für E und mit (4.5) berechnet für $s_{2,1}$ die in Tabelle 5 aufgetragenen Ergebnisse.

Element	$E_{L_{II}}$ [eV]	$E_{L_{III}}$ [eV]	ΔE [eV]	$s_{2,1}$ [AU]
Platin	13308	11614	1694	3,73
Gold	13608	11839	1768	4,02

Tabelle 5: Ergebnisse der Bestimmung von $s_{2,1}$

4.4 Abschätzung der Abschirmzahlen σ_1 und σ_2 von Kupfer

Für die Abschätzung der beiden Abschirmzahlen machen wir uns Beziehung 4.6 und 4.7 zu nutze.

$$\sigma_1 = z - \sqrt{\frac{E_\beta}{R_\infty}} \quad (4.6)$$

$$\sigma_2 = z - \sqrt{-4 \cdot \frac{E_\alpha - R_\infty(z - \sigma_1)^2}{R_\infty}} \quad (4.7)$$

Zur Bestimmung der Werte wird hier eine Emissionskennlinie(Graph 5) für Kupfer aufgenommen und der zu den K-Linien gehörige Winkel abgelesen. Wir können also die Winkel auf

$$\theta_\alpha = 22,6^\circ$$

$$\theta_\beta = 20,2^\circ$$

berechnen und erhalten mit (4.1) die Energie. Diese Ergebnisse nutzen wir um mit (4.6) und (4.7) σ_1 und σ_2 zu bestimmen. Die errechneten Werte sind alle in Tabelle 6 einsehbar.

Auch hier wurden wieder keine Fehler berücksichtigt, da sie am Endergebnis kaum eine Rolle spielen.

	E [eV]	$\theta_k [^\circ]$
K_α	8026	22,6
K_β	8932	20,2
σ_1	3,378	
σ_2	12,676	

Tabelle 6: Ergebnisse der Bestimmung von σ_1 und σ_2 von Kupfer

4.5 Bestimmung des energetischen Abschirmungsvermögens der Messapparatur

Man kann aus der Winkelbreite ($\theta_{1,2}$ der Emissionslinie(Graph 5) bei halber Intensität die Winkel $\theta_{\alpha 1}$ und $\theta_{\alpha 2}$ bestimmen. Abbildung 7 zeigt die Definition der Winkelauflösung $\theta_{1,2}$ bei einer Emissionslinie.

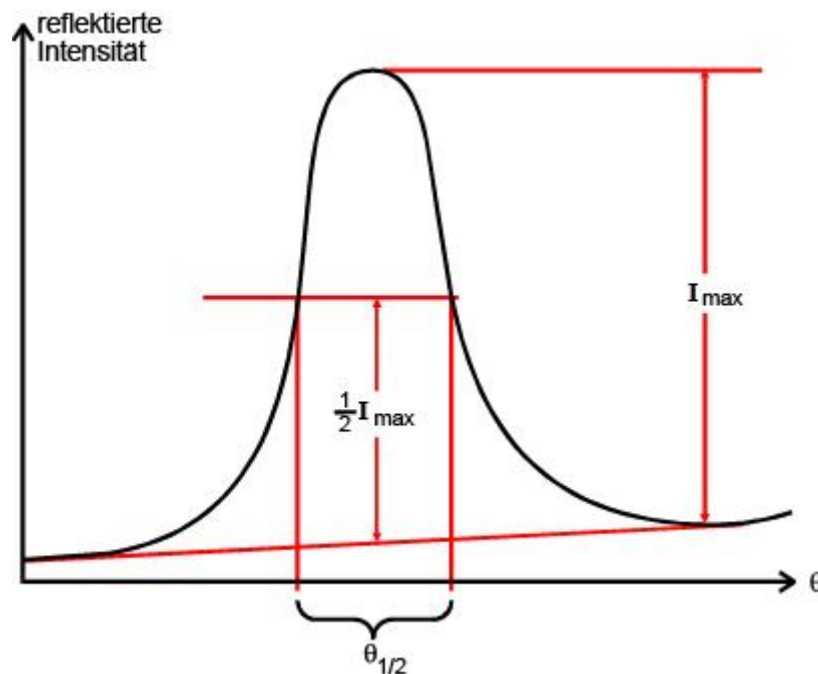


Abbildung 7: Winkelauflösung bei einer Emissionslinie,[SCR]

Methodisch Winkel bestimmt, aus denen mit (4.1) wieder die Energie (in diesem Falle E_1 und E_2) bestimmt werden kann. Daraus können wir die Energieauflösung δE nach (4.8) berechnen.

$$\delta E = E_1 - E_2 \quad (4.8)$$

In Tabelle 7 sind diese Werte aufgelistet.

Wenn man die Kurve auf Intensität 0 extrapoliert erhält man die maximale Energie. Wir haben zunächst den Winkel auf

$$\theta_{max} = 4,63^\circ$$

i	$\theta_i [^\circ]$	E_i [eV]
1	22,25	8154
2	22,75	7984
δE [eV]	170	
$\delta \theta [^\circ]$	0,5	

Tabelle 7: Ergebnisse zur Bestimmung der Energieauflösung

bestimmt und man erhält dann mit (4.1) eine maximale Energie von:

$$E_{max} = 38,2 \text{ keV}$$

Da die Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre bei etwa 35kV lag, entsprechen die beiden Werte der gleichen Grössenordnung.

5 Diskussion

Zunächst sind in Tabelle 8 die gemessenen Werte zum Vergleich mit bekannten Theoriewerten[2] aufgeführt.

Wert	E [eV]	$E_{Literatur}$ [eV]
$K_{Gallium}$	10300	10386
K_{Brom}	13700	13483
$L_{Platin,II}$	13308	13277
$L_{Platin,III}$	11614	11568
$L_{Gold,II}$	13608	13739
$L_{Gold,III}$	11839	11925
$K_{Kupfer,\alpha}$	8026	8048
$K_{Kupfer,\beta}$	8932	8905

Tabelle 8: Vergleich der Messung mit Literaturwerten

Wenn man nun die gemessenen Energien mit denen aus der Literatur vergleicht, fällt auf, dass es nur geringe Abweichungen ($\sim 1\%$) auftauchen. Dies lässt darauf schliessen, dass die Messung recht zuverlässig war. Allerdings war die Bestimmung der K-Kanten und vor allem der L-Kanten anhand des Graphen nicht immer leicht möglich, sodass ein nachschlagen, in welchem Winkelbereich sich die Kante ungefähr befindet, nötig war.

6 Anhang

Literatur und Bildnachweise

[SCR]Bestimmung von C_p/C_v mit Ultraschall Experimentelle Übungen für Physiker vom 3.11.2006

<http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/AP-Anleitungen/Atomphysik/Versuch%20Nr.602.pdf>

[1]Committee on Data for Science and Technology. 2002 CODATA recommended values, Dezember 2002

[2]X-ray absorption edges, characteristic X-ray lines and fluorescence yields

http://www.kayelaby.npl.co.uk/atomic_and_nuclear_physics/4_2/4_2_1.html, 1995