

**Versuch**  
**602 - Röntgen-Emissions- und**  
**Absorbtionsspektren** TU Dortmund, Fakultät Physik  
Anfänger-Praktikum

Jan Adam

jan.adam@tu-dortmund.de

Dimitrios Skodras

dimitrios.skodras@tu-dortmund.de

13.November 2012

# Contents

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Das Emissionsspektrum . . . . .	3
2.1.1	Arten von Röntgenstrahlen . . . . .	3
2.1.2	Die Grobstruktur . . . . .	4
2.1.3	Die Feinstruktur . . . . .	5
2.2	Das Absorbtionsspektrum . . . . .	7
2.2.1	Innerer Photo-Effekt . . . . .	7
2.2.2	Fluoreszenz-Strahlung und Compton-Effekt . . . . .	8
2.3	Messung von Intensität und Energie der Röntgenstrahlung . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>10</b>
4.1	Bestimmung von $\sigma_{1,0}$ . . . . .	10
4.2	Bestimmung von $s_{2,1}$ . . . . .	14
4.3	Bestimmung von $\sigma_{1/2}$ anhand der $K_\alpha$ und $K_\beta$ Linie von Kupfer . . . . .	14
4.4	Bestimmung der Energieauflösung anhand der $K_\alpha$ Linie von Kupfer . . . . .	15
4.5	Fehlerrechnung . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>16</b>

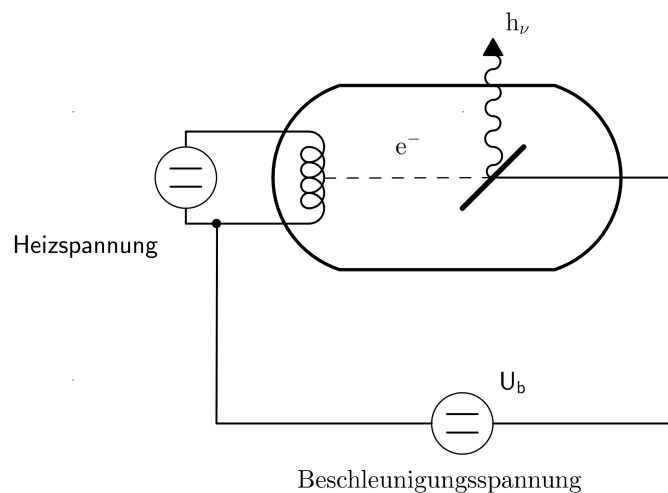
# 1 Einleitung

Wilhelm Conrad Röntgen (\*1845 in Remscheid; †1923 in München), entdeckte 1895 in der Julius-Maximilians-Universität Würzburg die nach ihm benannten Röntgenstrahlen, von ihm selbst und im englisch-sprachigen Raum auch X-Strahlen (engl. *X-Rays*) genannt. In diesem Versuch geht es um die Untersuchung des Emissionsspektrums der Röntgenstrahlung, sowie der Absorptionsspektren verschieden schwerer Elemente.

## 2 Theorie

### 2.1 Das Emissionsspektrum

Die erforderlichen Röntgenstrahlen entstehen durch schnelle Elektronen. Hierbei werden aus einer Glühkathode freie Elektronen thermisch emittiert, woraufhin sie in einem evakuierten Glaskolben mittels einer Anode mit einer Spannung  $U_b$  mehrerer kV beschleunigt werden. Dort prallen sie auf und durch im Folgenden aufgeführte Prozesse entsteht Röntgenstrahlung.



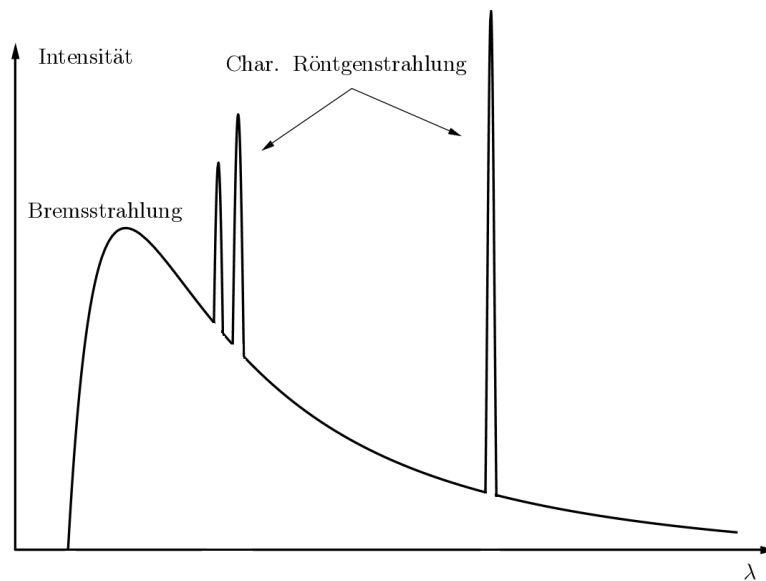
**Abb. 1:** Schematischer Aufbau einer Röntgenröhre

#### 2.1.1 Bremsstrahlung und charakteristische Röntgenstrahlung

Mit einer geringen Wahrscheinlichkeit können die schnellen Elektronen tiefer in die Atome des Anodenmaterials eintreten und damit in das Coulombpotenzial des Kerns. Durch die dort wirkenden elektromagnetischen Kräfte erfahren die freien Elektronen eine Änderung ihrer geradlinigen Bewegung und damit eine Beschleunigung. Beschleunigte Ladungsträger emittieren bekannterweise Photonen, deren Energiebereich kontinuierlich von quasi Null einem Maximalwert begrenzt wird, welcher der anfänglichen kinetischen

Energie des Elektrons gleicht. Die so entstehende Strahlung wird Bremsstrahlung genannt.

Statt das Atom nur zu passieren, wechselwirkt die charakteristische Röntgenstrahlung mit den Elektronen innerer Schalen. In einem Atom sind die Elektronen durch die Coulombkraft an den Kern mit einer gewissen eindeutigen Energie gebunden. Wenn nun ein schnelles freies Elektron hinreichend viel kinetische Energie hat, ist es in der Lage, ein Elektron der inneren Schalen zu stoßen und aus dem Atom zu schleudern. Das ionisierte Atom reagiert mit kaskadenartigem Nachrücken von Elektronen äußer Schalen. Wie zuvor gesagt, besitzen Elektronen eine eindeutige Bindungsenergie zum Kern, was bedeutet, dass der Übergang zwischen den Schalen mit diskreten Energiedifferenzen verbunden ist. Diese Differenzen führen zur Entstehung von Photonen im Energiebereich der Röntgenstrahlung.



**Abb. 2:** Intensitätsverteilung der Röntgenstrahlen in Abhängigkeit der Wellenlänge

Da die kinetische Energie der Elektronen durch die Beschleunigungsspannung festgelegt ist, wird die kürzeste Wellenlänge eines Photons wie folgt ausgedrückt:

$$E_{Ph} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = e_0 \cdot U_b = E_{kin} \Leftrightarrow \lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 \cdot U} \quad (1)$$

( $h$  = Plancksches Wirkungsquantum,  $e_0$  = Elementarladung,  $c$  = Lichtgeschwindigkeit)

### 2.1.2 Grobstruktur des Emissionsspektrums

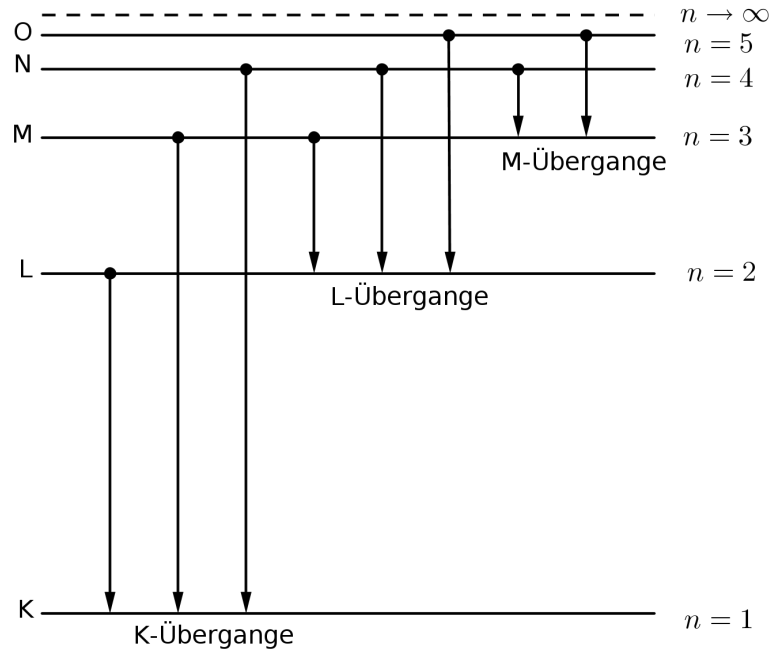
Da die Röntgenemission ein Vielteilchenproblem ist, wird um an die Energieeigenwerte heranzukommen, eine Eielektronenanregung betrachtet. Hierbei wird der Einfluss des

Kerns sowie der anderen Elektronen auf ein beteiligtes Elektron hergenommen und durch eine effektive Größe  $z_{eff}$  ausgedrückt, statt durch die Kernladungszahl  $z$ . Unter dieser Voraussetzung wird gemäß der Schrödinger-Gleichung bei einem Elektronenübergang von der  $m$ -ten zur  $n$ -ten Schale folgende Energie frei:

$$h \cdot \nu_{m,n} = R_{\infty} z_{eff,m,n}^2 \cdot \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (2)$$

( $R$  = Rydbergkonstante,  $n, m$  = Hauptquantenzahlen)

Die innerste Schale ( $n=1$ ) wird hierbei als K-Schale bezeichnet und alphabetisch fortschreitend für größere  $n$ . Wie in Abbildung (3) zu sehen ist, dass die L-Serie, also alle Übergänge auf das L-Niveau, energetisch niedriger sind, als die K-Serie, was an der  $1/n$ -Abhängigkeit liegt. Anhand der Energie bei Übergängen für kleine  $n$  und  $m$  erkennt man deutliche Unterschiede zu jene für große  $n$  und  $m$ . So entsteht Röntgenstrahlung auch nur, wenn Wechselwirkungen mit den innersten Schalen vorkommen.



**Abb. 3:** Mögliche Röntgenübergänge in einer Elektronenhülle

### 2.1.3 Feinstruktur des Emissionsspektrums

Anders als Gleichung (2) bietet im Rahmen der Störungsrechnung die Sommerfeldsche Feinstrukturformel eine bessere Näherung für  $m \rightarrow \infty$ .

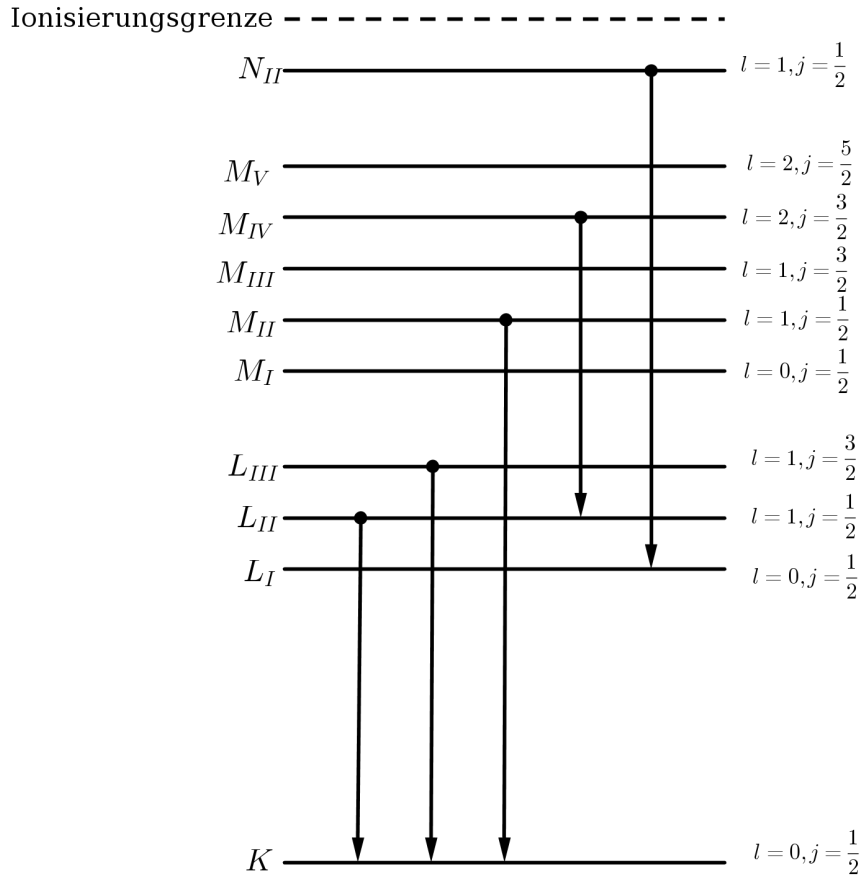
$$h \cdot \nu_{n,j} = -R_{\infty} \left\{ z_{eff1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right\} \quad (3)$$

( $\alpha$  = Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante,  $j$  = Gesamtdrehimpulszahl)

wobei sich  $j$  und  $z_{eff1,2}$  folgendermaßen ergeben:

$$j = l \pm \frac{1}{2}, \quad z_{eff1} = z - \sigma, \quad z_{eff2} = z - s$$

Hierbei ist  $l$  die Bahndrehimpulsquantenzahl und  $\sigma$  und  $s$  sogenannte Abschirmungszahlen. Die Konstante der vollständigen Abschirmung  $\sigma$  wird im Wesentlichen durch die Hüllenelektronen bestimmt, deren Ladungsverteilung in der  $n$ -ten Schale ihr Maximum erreicht, sowie durch die äußeren Elektronen.  $s$ , als Konstante der inneren Abschirmung, wird nur durch die Elektronen der  $n$ -ten Schale bestimmt. Andere Einflüsse der Kernladung sind nicht feststellbar.



**Abb. 4:** Feinstruktur-Aufspaltung

Da es neben  $n$  nun auch mehrere  $l$ - und  $j$ -Werte gibt, kann man die in 2.1.2 genannten Niveaus noch unterteilen, auch Feinstruktur-Aufspaltung genannt. Mit der Überlegung, dass  $l_{max} = n - 1$  ist, ergeben sich die in Abbildung (4) veranschaulichten Feinstrukturniveaus. Da für die K-Schale mit  $n=1$   $l=0$  ist, haben die Elektronen dort keinen Bahndrehimpuls und damit gibt es hier keine Substruktur. Für die L-Schale sind  $l=0$  und  $l=1$  denkbar. Daher ergibt sich für die Drehimpulszahlen zu  $[l = 1, j = \frac{3}{2}]$ ,  $[l = 1, j = \frac{1}{2}]$ ,  $[l = 0, j = \frac{1}{2}]$ . Also drei Unterniveaus.

Bei den Übergängen sind nicht alle Kombinationen möglich. Für das Wechseln des Energieniveaus gibt es folgende zwei Einschränkungen. Zum einen darf die Änderung des Bahndrehimpuls zweier beteiligter Niveaus nur  $\Delta l = \pm 1$  betragen. Zum anderen werden alle Übergänge für  $\Delta n \geq 3$  als sehr unwahrscheinlich angesehen.

## 2.2 Das Absorbtionsspektrum

Die Intensität der Röntgenstrahlen nimmt beim Passieren von Materie energie- und materialabhängig ab. Im Wesentlichen ist das auf Absorbtion zurückzuführen. Geringfügig auch auf Streuung.

### 2.2.1 Innerer Photo-Effekt

Diese Absorbtion wird innerer Photo-Effekt genannt. Hierbei dringt ein hoch energetisches Photon in die inneren Schalen des Atoms vor, im Gegensatz zum äußeren Photo-Effekt, und überträgt einem Elektron seine Energie. Da die umliegenden Schalen allesamt besetzt sind, ist eben dieser Energiebetrag erforderlich, um das gestoßene Elektron aus dem Atom mit einer endlichen kinetischen Restenergie zu befördern. Daher muss dieser Lichtquant auch mindestens diese Energie aufbringen. Speziell für die K-Schale gilt daher nach (3):

$$h\nu_{K_{Abs}} = E_{1,\frac{1}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ (z - \sigma_{1,0})^2 + \alpha^2 (z - s_{1,0})^4 \cdot \frac{1}{4} \right\} \quad (4)$$

$s_{1,0}$  verschwindet für wenige Elektronen, was auf der K-Schale für zwei Elektronen gegeben ist. So lässt sich nun  $\sigma_{1,0}$  durch eine Messung von  $h\nu_{K_{Abs}}$  bestimmen. Die drei L-Absorbtionsenergien lassen sich als weiteres Beispiel wie folgt aus (3) ermitteln:

$$h\nu_{L_{Abs,I}} = E_{2,0,\frac{1}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ \frac{(z - \sigma_{2,0})^2}{8} + \alpha^2 \frac{(z - s_{2,0})^4}{8} \cdot \frac{5}{8} \right\}, \quad (5)$$

$$h\nu_{L_{Abs,II}} = E_{2,1,\frac{1}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ \frac{(z - \sigma_{2,1})^2}{4} + \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{8} \cdot \frac{5}{8} \right\}, \quad (6)$$

sowie

$$h\nu_{L_{Abs,III}} = E_{2,1,\frac{3}{2}} - E_{\infty} = R_{\infty} \left\{ \frac{(z - \sigma_{2,1})^2}{4} + \alpha^2 \frac{(z - s_{1,0})^4}{8} \cdot \frac{1}{8} \right\}. \quad (7)$$

$s_{2,1}$  lässt sich nun über die Differenz von (6) und (7) berechnen.

$$h\nu_{L_{Abs,II}} - h\nu_{L_{Abs,III}} = R_{\infty} \alpha^2 \frac{(z - s_{2,1})^4}{16} \quad (8)$$

### 2.2.2 Fluoreszenz-Strahlung und Compton-Effekt

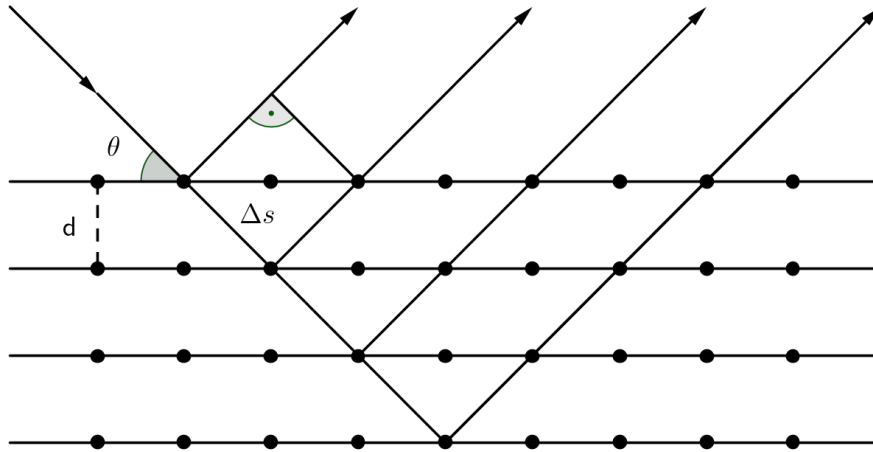
Weitere Effekte, die bei der Wechselwirkung von Röntgenstrahlung und Materie auftreten sind die Fluoreszenz-Strahlung und der Compton-Effekt. Ähnlich wie bei der charakteristischen Röntgenstrahlung (Abbildung 1) entstehen durch das Emittieren eines inneren Elektrons kaskadenartige Elektronenübergänge äußerer Schalen auf innere. Hierbei wird ebenfalls für das Material charakteristische Röntgenstrahlung frei. Im Gegensatz zum Photo-Effekt ionisiert ein Photon nicht das Atom, sondern gibt lediglich einen Teil seiner Energie und seines Impulses an ein nahezu freies Elektron ab und bewegt sich danach mit verringertem Energie- und Impulswert in geänderter Richtung fort. Das erklärt die Abnahme der Intensität in diesen Energiebereichen (Compton-Kontinuum).

### 2.3 Messung von Intensität und Energie der Röntgenstrahlung

Die in (4), (5), (6) und (7) aufgeführten Absorbtionsenergien müssen nun auch experimentell bestimmt werden. Hierzu wird eine Probe des betrachteten Materials mit geringer Dicke mit monoenergetischen Röntgenquanten bestrahlt und die Intensität, also die Messungen pro Zeit und Fläche, in Abhängigkeit der Energie aufgetragen. Wenn die Energie ausreicht, werden Elektronen innerer Schalen herausgestoßen und die Intensitätskurve erhält an dieser Stelle eine Unstetigkeitsstelle, die idealerweise eine Kante ergibt (Abbildung (2)), daher auch Absorbtionskante. Wegen der ionisierenden Wirkung der Röntgenstrahlung wird zur Intensitätsmessung häufig ein Geiger-Müller-Zählrohr in Verbindung mit einem elektronischen Zählwerk genutzt. Mit aufwendigeren Messgeräten, wie einem Szintillations-Detektor können auch Energiewerte der Quanten ermittelt werden, indem bei Registrierung eines Quants ein zur Quantenenergie proportionaler elektrischer Impuls abgegeben wird.

Für dieses Experiment wird jedoch die Welleneigenschaft der Röntgenstrahlung zur Energiewertbestimmung genutzt. Kristalle, mit ihrer räumlich periodischen Anordnung sind geeignet, um einfallende Photonen in alle Raumrichtungen elastisch zu streuen. Das Interferenzmodell sagt aus, dass dann konstruktive Interferenz entsteht, wenn der Gangunterschied  $\Delta s$  ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  ist.





**Abb. 5:** Interferenz am Kristallgitter ( $\Delta s$  ist der Weg, den ein benachbarter Strahl mehr zurücklegen muss)

Für den Gangunterschied gilt:

$$\Delta s = n \cdot \lambda = 2d \sin(\theta) \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}. \quad (9)$$

Diese Gleichung wird als Braggsche Reflexionsbedingung bezeichnet.  $d$  ist hierbei der Gitterabstand,  $\theta$  ist der Einfallswinkel der Röntgenstrahlen und  $\lambda$  ihre Wellenlänge. Die Energie der Röntgenstrahlung kann nun wie folgt berechnet werden:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc \cdot n}{2d \sin(\theta)} \quad (10)$$

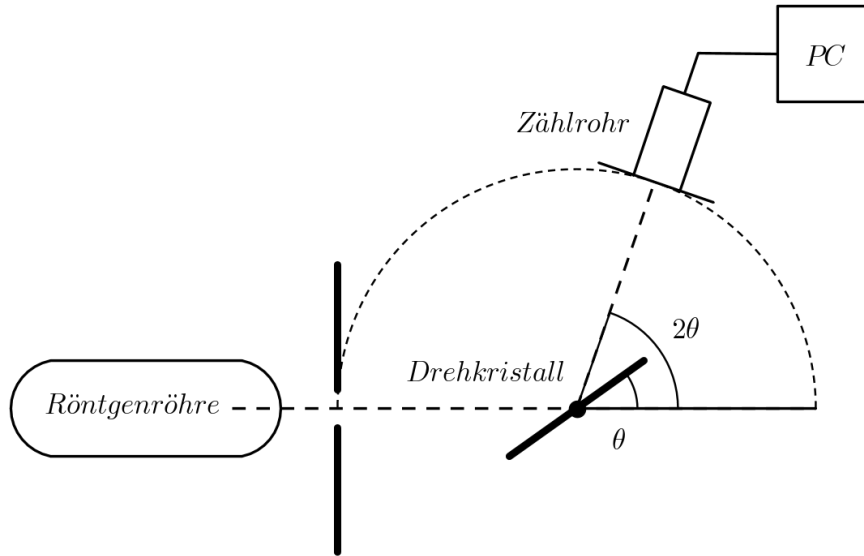
Neben dem Nutzen, eine einfache Energie-Winkel-Beziehung zu haben, kann man mit einem Kristall aus polyenergetischer Strahlung nahezu monoenergetische erzeugen.

### 3 Durchführung

Die für die Auswertung interessanten Parameter des in Abbildung 15 dargestellten Versuchsaufbaus für das Experiment sind gegeben durch:

Beschleunigungsspannung $U_b$	10-24 kV
Anodenmaterial	Kupfer ( $_{29}\text{Cu}$ )
Schwenkkristall	LiF-Einkristall
Netzabstand $d$	2,01 Å
Interferenzordnung $n$	1

Table 1: Parameter des Versuchsaufbaus



**Abb. 6:** Schematischer Aufbau

Die Winkel des Einkristalls und des Zählrohrs sind beide voll automatisch über den Computer einstellbar. Ein Impulsratemeter kann die vom Zählrohr erfassten Impulse verarbeiten. Aufgrund der Tatsache, dass die Emission von Röntgenquanten nicht einheitlich ist und damit unregelmäßigen Schwankungen unterliegt, wird die Messgenauigkeit herabgesetzt. Hierzu wird die Zeitkonstante des Impulsmeters mit dem PC auf 10 s gesetzt. Dies wiederum hat den Nachteil, dass rapide Zählratenänderungen übergangen werden und damit beispielsweise die Absorptionskanten nicht mehr wahrgenommen. Daher sind mehrere Durchführungen mit verschiedenen Zeitkonstanten erforderlich, um die besten Messergebnisse zu erzielen. Da die beiden Winkel ein Verhältnis von 2:1 haben, ist stets die Bragg-Reflexionsbedingung gegeben, womit die Strahlintensität in Abhängigkeit des Winkels  $\theta$  und damit die Energie nach (10) aufgetragen werden kann.

Das Emissionsspektrum wird ohne Befestigung einer Materialprobe in einem Winkelbereich für  $7^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$  ausgemessen. Zur Aufnahme des Absorptionsspektrums wird die Probe auf die Blende des Zählrohrs geschraubt und in einem Winkelbereich von  $9^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$  erstellt.

Untersuchte Materialien sind:  $_{32}\text{Germanium}$ ,  $_{38}\text{Strontium}$ ,  $_{79}\text{Gold}$ ,  $_{83}\text{Wismut}$

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung von $\sigma_{1,0}$

Um die Abschirmkonstante  $\sigma_{1,0}$  zu bestimmen verwendet man Gleichung 10. Da sich innerhalb der K-Schale kaum Elektronen aufhalten, geht  $s_{1,0} \rightarrow 0$ , wodurch sich die

Formel zu

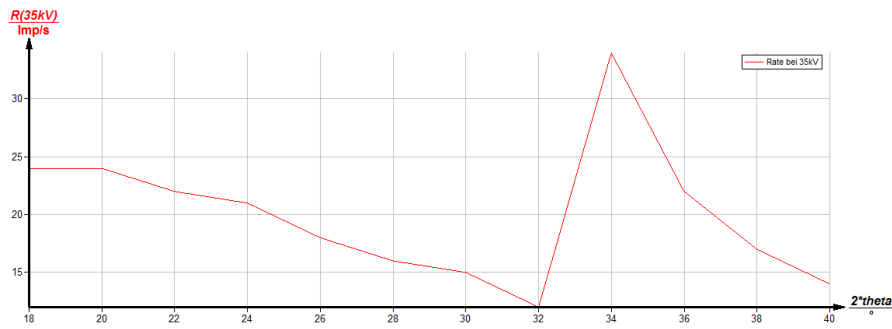
$$\sigma^2 - 2\sigma z + z^2 - \frac{h\nu_{K,abs}}{R_\infty} + \frac{\alpha^2 z^4}{4} = 0 \quad (11)$$

umstellen lässt. Durch Anwendung der Mitternachtsformel errechnet sich  $\sigma_{1,0}$  zu

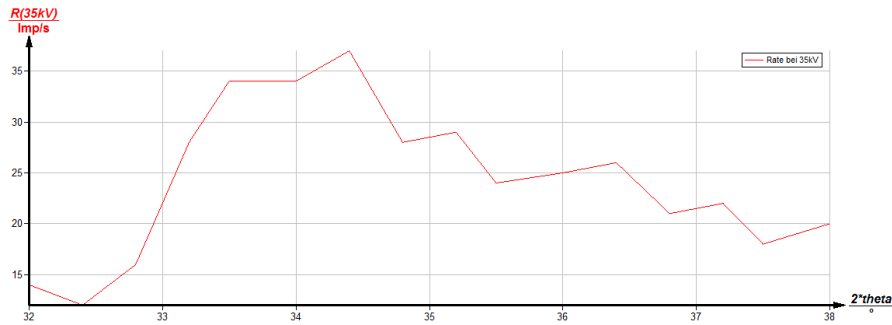
$$\sigma_{1,0} = z \pm \sqrt{\frac{h\nu_{K,abs}}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 z^4}{4}}. \quad (12)$$

Dabei ist  $h\nu_{K,abs}$  die Energie, deren zugehörige Wellenlänge an der Absorptionskante absorbiert wird. Man bestimmt also aus den gemessenen Kurven die Lage der Absorptionskanten, rechnet den entsprechenden Winkel in Bogenmaß um, setzt ihn in Gleichung (10) ein und erhält so die diskrete Energie, die absorbiert wird.

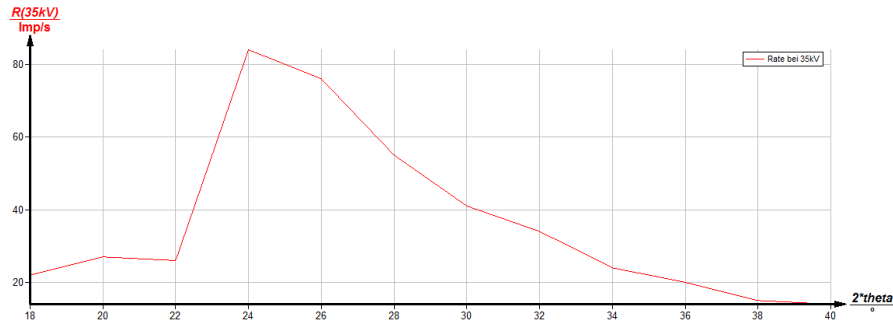
Die Analyse der Proben ergab folgende Kurven, aus denen die Absorptionswinkel abgelesen wurden:



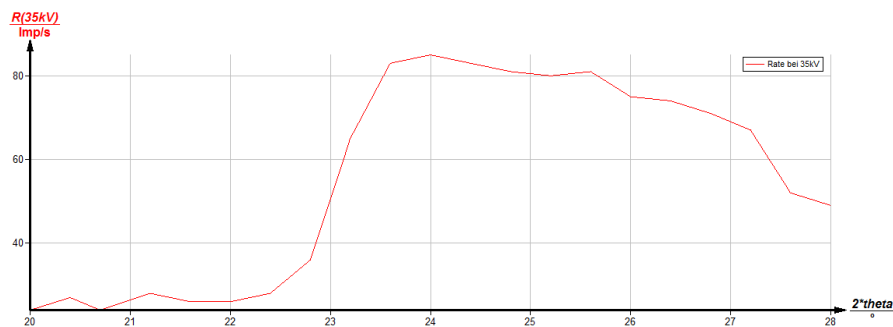
**Abb. 7:** Beugungsfigur von Germanium mit Auflösung 1 Grad



**Abb. 8:** Germanium mit Auflösung 0,2 Grad



**Abb. 9:** Beugungsfigur von Strontium mit Auflösung 1 Grad



**Abb. 10:** Strontium mit Auflösung 0,2 Grad

Abgelesen bzw. berechnet werden die Gradzahl der K-Kanten und die zugehörigen Energien :

Element	Winkel $\Theta$ der K-Kante	Zugehörige Energie
Germanium (32)	$16,6^\circ$	$10795 \pm 18,84\text{eV}$
Strontium (38)	$11,5^\circ$	$15469 \pm 27,00\text{eV}$

Setzt man diese Winkel weiter in Gleichung (12) ein, wobei  $R_\infty = 13,6057\text{eV}$  die Rydbergenergie,  $\alpha = 7,2974 \cdot 10^{-3}$  die Feinstrukturkonstante und  $z$  die Protonenzahl des Elements ist, ergeben sich die hier angegebenen Energien und daraus die Abschirmkonstante  $\sigma_{1,0}$  mittels Gleichung (12).

Element	Protonenzahl $z$	Abschirmungskonstante $\sigma_{1,0}$
Germanium	32	$4,08 \pm 0,025$
Strontium	38	$4,69 \pm 0,030$

Für die Elemente höherer Ordnung soll die Abschirmzahl  $s_{2,1}$  bestimmt werden. Hierfür werden die folgenden Absorptionsspektren benötigt:

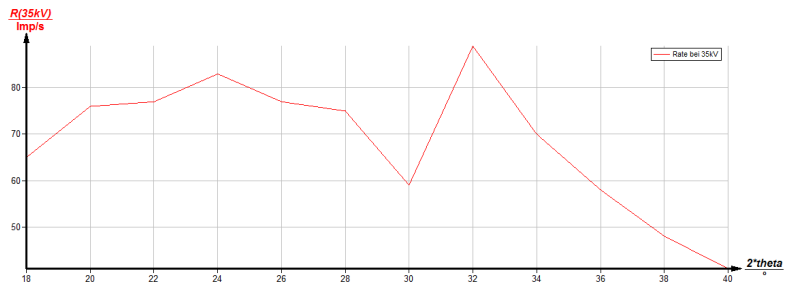


Abb. 11: Gold mit Auflösung 1 Grad

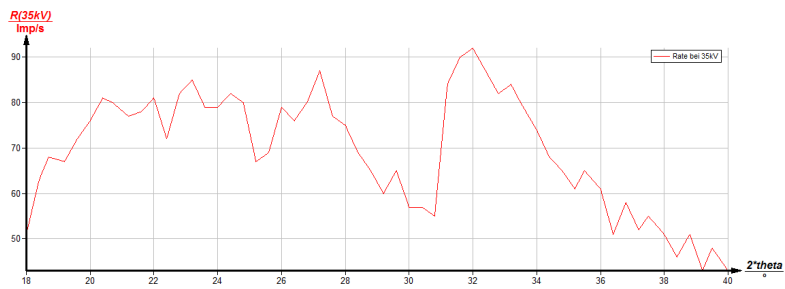


Abb. 12: Gold mit Auflösung 0,2 Grad

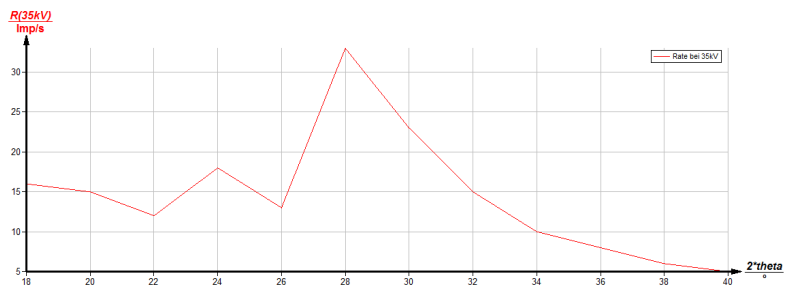


Abb. 13: Wismut mit Auflösung 1 Grad

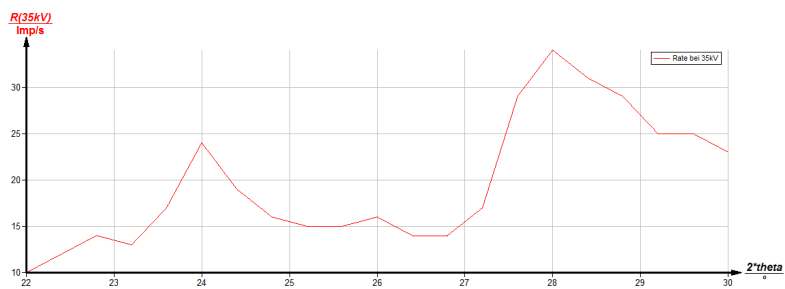


Abb. 14: Wismut mit Auflösung 0,2 Grad

## 4.2 Bestimmung von $s_{2,1}$

Um die innere Abschirmkonstante  $s_{2,1}$  zu bestimmen, benötigt man die in der Versuchsanleitung gegebene Gleichung:

$$(s_{2,1} - z)^2 = \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E}{R_\infty} \right) \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E}{R_\infty} \right). \quad (13)$$

Umgestellt nach  $s_{2,1}$  ergibt dies

$$s_{2,1} = z \pm \sqrt{\left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E}{R_\infty} \right) \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E}{R_\infty} \right)}. \quad (14)$$

In folgender Tabelle sind die Elemente Gold und Wismut zusammen mit den abgelesenen  $L_{II}$  und  $L_{III}$  Winkeln und den daraus berechneten Energien eingetragen

Element	$L_{II}$ Winkel	$L_{III}$ Winkel	$E_{II}$	$E_{III}$	$\Delta E$
Gold (79)	12,9°	15,5°	13814 ± 24,11eV	11540 ± 20,14eV	2273,98eV
Wismut (83)	11,85°	13,7°	15019 ± 26,21eV	13022 ± 22,73eV	1996,82eV

Einsetzen der Werte aus der Tabelle in Formel 14 ergibt für die beiden Metalle:

$$\text{Gold} : s_{2,1} = -0,29$$

$$\text{Wismut} : s_{2,1} = 4,96$$

## 4.3 Bestimmung von $\sigma_{1/2}$ anhand der $K_\alpha$ und $K_\beta$ Linie von Kupfer

Mit Gleichung

$$E_{K_\beta} \approx E_{K,abs} = R_\infty (z - \sigma_1)^2 \quad (15)$$

lässt sich  $\sigma_1$  berechnen als

$$\sigma_1 = z \pm \sqrt{\frac{E_{K_\beta}}{R_\infty}} \quad (16)$$

Die Energie  $E_{K_\beta}$  wird wieder über Gleichung (10) zu

$$E_{K_\beta} = 7893,37\text{eV}$$

und somit

$$\sigma_1 = 4,42.$$

Desweiteren lässt sich  $\sigma_2$  durch Umstellen folgender Gleichung

$$E_{K_\alpha} = R_\infty(z - \sigma_1)^2 - R_\infty \frac{1}{4}(z - \sigma_2)^2 \quad (17)$$

$$\sigma_2 = z - \sqrt{\frac{4(E_{K_\beta} - E_{K_\alpha})}{R_\infty}} \quad (18)$$

berechnen, indem die Energiedifferenz  $\Delta E = E_{K_\beta} - E_{K_\alpha}$ , die Protonenzahl  $z$  und die Rydbergenergie einsetzt.

Winkel $K_\alpha$	Winkel $K_\beta$	$E_\alpha$	$E_\beta$	$\Delta E$
20,5°	23°	8806 ± 15,37eV	7893 ± 13,78eV	913,37eV

Einsetzen der Werte ergibt:

$$\sigma_2 = 12,27$$

#### 4.4 Bestimmung der Energieauflösung anhand der $K_\alpha$ Linie von Kupfer

Lässt man die Röntgenstrahlen nur auf Kupfer treffen, so entsteht ein Beugungsbild mit den beiden sehr charakteristischen  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  Linien.

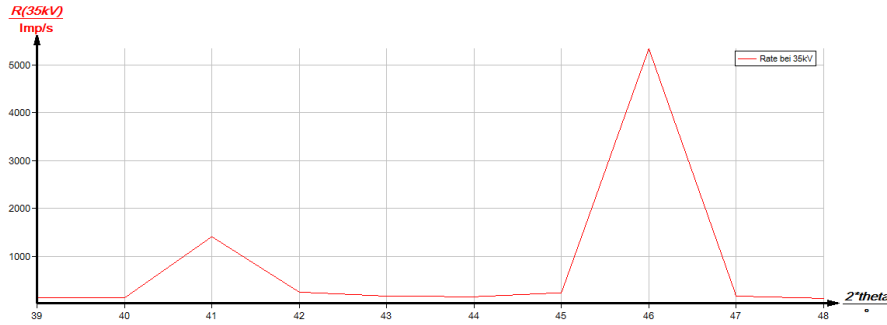


Abb. 15:  $K_\alpha$  und  $K_\beta$  Linie von Kupfer

Obwohl es sich dabei um diskrete Energien handelt, weist das Beugungsbild dennoch eine Ausdehnung  $\Theta_{1/2}$  auf. Der Spektrograph ist demnach nicht in der Lage, die infinitesimal kleine Ausdehnung der Kurve darzustellen und verschmiert sie über einen breiteren Bereich, welcher der kleinstmöglichen Auflösung des Gerätes entspricht. Mittels Formel 10 lässt sich der Zusammenhang zwischen der Energie und des Beugungswinkels einer bestimmten Intensitätslinie herstellen. Bildet man also die Differenz der Energien für die Winkel  $\Theta_1$ , bei welchem das Maximum beginnt und  $\Theta_2$ , bei welchem es aufhört, so erhält man den Betrag der kleinsten Energie  $\Delta E$ , die noch von dem Gerät aufgelöst werden kann.

Für die Breite des Energiepeaks lassen sich die Winkel

$$\Theta_1 = 40,4^\circ \text{ und } \Theta_2 = 41,7^\circ$$

ablesen. Eingesetzt in Formel 10 ergibt dies eine Energie von

$$757 \pm 41,52eV \text{ bzw } 737 \pm 40,46eV.$$

Bildet man die Differenz, so erhält man den Wert

$$\Delta E_{min} = 19,47eV$$

für die kleinste, mit dem Gerät auflösbare Energie.

## 4.5 Fehlerrechnung

Die Fehler der Konstanten wurden mit folgenden Formeln berechnet. Da die Winkel mit einer Auflösung von  $1^\circ$  bzw  $0,2^\circ$  abgelesen wurden und zur Bestimmung der Absorptionskanten immer ein Mittelwert gebildet wurde, sind die

$$\Delta x = 0,5^\circ \text{ bzw } \Delta x = 0,1^\circ.$$

Mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes

$$\Delta y = \sqrt{\sum_i \left( \frac{\delta f}{\delta x_i} \right)^2} \quad (19)$$

berechnen sich die Fehler für die Energien zu

$$\Delta E = \frac{ch\pi}{180 \cdot 4,02 \cdot 10^{-10} \sin\left(\frac{\pi}{180}x\right)} \quad (20)$$

für die  $\sigma_{1,0}$  zu

$$\Delta \sigma_{1,0} = \frac{1}{2R_\infty} \left( \frac{E}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 z^4}{4} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \Delta E. \quad (21)$$

Die Berechnung des Fehlers für  $s_{2,0}$  erscheint wenig sinnvoll, da bei Gold aufgrund des schlechten Plots ganz offensichtlich ein falscher Winkel abgelesen wurde und das Ergebnis insgesamt bereits falsch ist.

## 5 Diskussion

Da die Messungen zu kleine Energien für die Absorptionskanten ergeben, lassen sich größtenteils die Folgerechnungen nicht durchführen. Dies ist entweder auf einen Fehler bei der Auswertung zurückzuführen oder die Messwerte sind einfach zu ungenau. Die Berechnung des Auflösungsvermögens des Gerätes ergibt einen Wert von  $19,47eV$ , was einfach viel zu viel ist für einen derartige Präzisionsversuch. Der Wert liegt sogar deutlich



über der Ionisierungsenergie von Wasserstoff (13,6eV) und verfälscht somit die Ergebnisse stark.

Zudem lassen sich die Absorptionskanten aus den Graphen nicht zufriedenstellend ablesen. Die Kanten sind bei einer Auflösung von  $1^\circ$  viel zu grob abgegrenzt und bei einer Erhöhung der Auflösung auf  $0,2^\circ$  musste die Messdauer pro Winkel halbiert werden, damit die Messung nicht zu lange dauert, wodurch sich viele statistische Fehler ergeben haben. Diese waren zum Teil so stark, dass die Kurven nicht mehr zur Auswertung verwendet werden konnte, da sie teilweise die Größenordnung weiterer L-Kanten hatten.