Regresión lineal

DIMAS

18/11/2020

Regresión Lineal Simple

El modelo a nivel poblacional supone $E[Y|X_i]$ están perfectamente alineadas. Si están perfectamente alineadas, se puede representar en una recta. Donde β_1 es la ordenada al origen y β_2 es la pendiente.

$$E[Y|X_i] = \beta_1 + \beta_2 X_i$$

Si se desea tener los valores reales de Y_i , entonces se tiene la siguiente expresión

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \epsilon_i$$

Donde ϵ_i es el componente de error aleatorio y se supone que $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

Entonces

$$Y_i = E[Y|X_i] + \epsilon_i$$

En el caso de tener una muestra, la expresión es la siguiente

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$$

Si se desea saber a Y_i , entonces

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{\epsilon}_i$$

Por lo que

$$Y_i = \hat{Y}_i + \hat{\epsilon}_i$$

El término de error estimado $\hat{\epsilon}_i$ " se puede calular como

$$\hat{\epsilon}_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

Se desea encontrar las $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ que hacen que $\sum \hat{\epsilon}_i^2$ sea mínima

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum nX_iY_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum (X_i^2) - (\sum X_i)^2}$$

$$\hat{\beta_1} = \bar{Y} - \hat{\beta_2}\hat{X}$$

Ejemplo

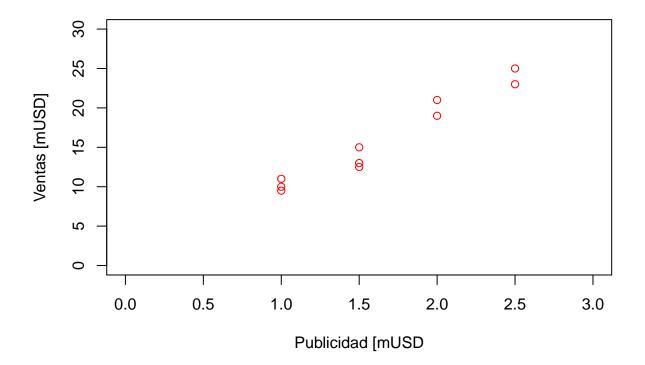
Para la siguiente muestra de $ventas\ VS\ publicidad$, encuentre la mejor recta que lo represente.

```
v <- c(10, 11, 9.5, 15, 13, 12.5, 21, 19, 25, 23)  #Ventas en Miles de Unidades (EJE Y) Podríamos
p <- c(1, 1, 1, 1.5, 1.5, 1.5, 2, 2, 2.5, 2.5) #Publicidad en Miles de Unidades (EJE X)
tabla_1 <- data.frame(Publicidad=p,Ventas=v)
tabla_1</pre>
```

```
Publicidad Ventas
##
## 1
              1.0
                     10.0
## 2
                     11.0
              1.0
## 3
              1.0
                      9.5
## 4
              1.5
                     15.0
              1.5
## 5
                     13.0
## 6
              1.5
                     12.5
              2.0
                     21.0
## 7
## 8
              2.0
                     19.0
                     25.0
## 9
              2.5
## 10
              2.5
                     23.0
```

plot(v~p, col="Red", main="Ventas VS Publicidad", xlab="Publicidad [mUSD", ylab="Ventas [mUSD]", xlim=c

Ventas VS Publicidad



Calculo de $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$

```
n <- length(v)
b_2 <- (n*sum(p*v)-sum(p)*sum(v))/(n*sum(p^2)-sum(p)^2)
b_1 <- mean(v)-b_2*mean(p)</pre>
```

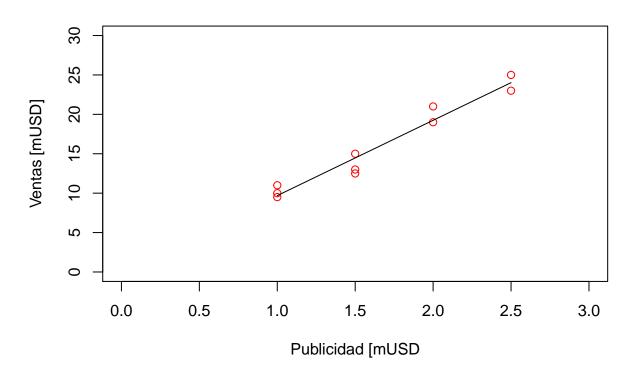
La respuesta es:

```
\hat{\beta}_1 = 0.14 \text{ y } \hat{\beta}_2 = 9.55
```

```
x_i <- seq(1, 2.5, by=.5)
y_i <- b_1 + (b_2*x_i)

plot(v~p, col="Red", main="Ventas VS Publicidad", xlab="Publicidad [mUSD", ylab="Ventas [mUSD]", xlim=c
lines(x_i, y_i)</pre>
```

Ventas VS Publicidad



Solución usando el comando lm

```
m_1 <- lm(Ventas~Publicidad, data= tabla_1 ) #Reconoce los encabezados de la tabla
#lm(tabla_1$Ventas ~ tabla_1$Publicidad )
#lm(v ~ p )
#lm(y~x)

m_1 #En donde intercept es la pendientes b1 y publicidad b2</pre>
```

##

```
## Call:
## lm(formula = Ventas ~ Publicidad, data = tabla_1)
## Coefficients:
## (Intercept)
               Publicidad
##
       0.1364
                     9.5537
#m_1$residuals
                              son los errores
#m_1$fitted.values
                              son valores ajustados
tabla_2 <- data.frame(Publicidad=p, Ventas= v, Ventas_estimadas = m_1$fitted.values, Errores_estimadas=
tabla_2
      {\tt Publicidad\ Ventas\ Ventas\_estimadas\ Errores\_estimadas}
## 1
            1.0
                  10.0
                               9.690083
                                                 0.3099174
## 2
                  11.0
            1.0
                                9.690083
                                                 1.3099174
## 3
                   9.5
                                                -0.1900826
             1.0
                               9.690083
                 15.0
## 4
            1.5
                               14.466942
                                                 0.5330579
## 5
            1.5
                 13.0
                               14.466942
                                                -1.4669421
```

plot(v ~ p, col="Red", main="Ventas VS Publicidad", xlab="Publicidad [mUSD", ylab="Ventas [mUSD]", xlim abline(m_1)

-1.9669421

1.7561983

-0.2438017

0.9793388

-1.0206612

6

7

8

9

10

1.5

2.0

2.0

2.5

2.5

12.5

21.0

19.0

25.0

23.0

14.466942

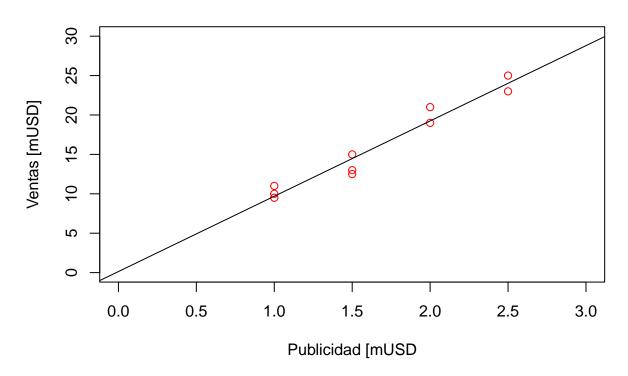
19.243802

19.243802

24.020661

24.020661

Ventas VS Publicidad



Ejemplo Práctico

Importar datos a R

```
## Warning: package 'readxl' was built under R version 3.6.3

Base <- read_excel("Base de datos encuestas.xlsx")
#View(Base)</pre>
```

Análisis de los datos

str(Base) #structure

\$;TE GUSTA TU CARRERA?

\$;EN DONDE HICISTE TU BACHILLERATO?

```
## tibble [366 x 38] (S3: tbl_df/tbl/data.frame)

## $ MARCA TEMPORAL : chr [1:366] "2020/03/02 12

## $ NOMBRE DE USUARIO : chr [1:366] "JULSUAREZ19@G

## $ ¿CUAL ES TU EDAD? : num [1:366] 20 20 21 20 20

## $ ¿QUE CARRERA ESTUDIAS? : chr [1:366] "HOMBRE" "MUJE

## $ ¿QUE CARRERA ESTUDIAS? : chr [1:366] "MECANICA" "ME
```

chr [1:366] "SI" "SI" "SI"

: chr [1:366] "CCH" "PREPA U

```
## $ ¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?
## $ ¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?
                                                                                : num [1:366] 9.2 9 9.9 7.7
                                                                                : num [1:366] 8.7 8.9 9.2 8.
                                                                                : chr [1:366] "40% - 50%" "5
## $ ; CUAL ES TU AVANCE DE CREDITOS?
                                                                                : chr [1:366] "20% - 30%" "0
## $ ; CUAL ES TU NIVEL DE INGLES?
## $ ¿CUAL ES 10 NIVEL DE INGLES:

## $ ¿CUANTAS MATERIAS INSCRIBES EN PROMEDIO AL SEMESTRE?

## $ ¿CUANTAS MATERIAS HAS REPROBADO?

## $ ¿CUANTAS HORAS AL DIA, PASAS EN PROMEDIO EN LA FACULTAD?

## $ ;REALIZAS ALGUNA ACTIVIDAD EXTRACURRICULAR?
                                                                                : num [1:366] 5 6 6 7 5 5 5
                                                                                : num [1:366] 0 0 1 2 3 3 3
                                                                               : num [1:366] 5 8 8 8 9 10 9
                                                                                : chr [1:366] "SI" "NO" "SI"
    $ ¿CUANTAS HORAS EN PROMEDIO, LE DEDICAS A ESA ACTIVIDAD POR SEMANA? : num [1:366] 15 0 6 8 2 1 8
   $ ¿CUANTAS HORAS AL DIA TE TOMA TRANSPORTARTE A LA ESCUELA? : num [1:366] 2.5 2 4 1.5 1.
   $ ¿QUE TIPO DE TRANSPORTE UTILIZAS PARA IR A LA ESCUELA?
                                                                               : chr [1:366] "TRANSPORTE PU
                                                                                : chr [1:366] "NO" "NO" "NO"
## $ ; ERES FORANEO?
## $ ; CON QUIEN VIVES?
                                                                                : chr [1:366] "AMBOS PADRES"
## $ ; CUAL ES EL GRADO MAXIMO DE ESTUDIOS DE TU MADRE?
                                                                               : chr [1:366] "BACHILLERATO"
## $ ¿CUAL ES EL GRADO MAXIMO DE ESTUDIOS DE TU PADRE?
                                                                               : chr [1:366] "SECUNDARIA" "
## $ ; CUANTAS PERSONAS HABITAN CONTIGO?
                                                                                : num [1:366] 7 3 4 5 5 5 4
                                                                                : chr [1:366] "SI" "SI" "SI"
## $ ; CUENTAS CON HABITACION PROPIA?
                                                                                : chr [1:366] "SI" "SI" "SI"
## $ ; ERES RESPONSABLE DE ALGUNA MASCOTA?
                                                                                : chr [1:366] "NO" "SI" "SI"
## $ ; CUENTAS CON ALGUNA BECA?
                                                                                : chr [1:366] "SI" "NO" "NO"
## $ ; ESTUDIAS Y TRABAJAS?
## $ ¿CUANTAS HORAS A LA SEMANA TRABAJAS?
                                                                                : num [1:366] 15 0 0 0 4 2 0
## $ ;CUAL ES EL INGRESO PROMEDIO MENSUAL DE TU FAMILIA? : chr [1:366] "$20,001 - $50
## $ 27. ;CUANTO GASTAS SEMANALMENTE EN COSAS RELACIONADAS CON LA ESCUELA?: num [1:366] 500 400 200
## $ 28. ¿TE ENCUENTRAS EN UNA RELACION CON ALGUNA PERSONA? : chr [1:366] "NO" "SI" "N
                                                                                  : chr [1:366] "NO" "NO" "N
## $ 29. ¿TIENES HIJOS?
## $ 30. ¿CUANTOS HIJOS TIENES?
                                                                                  : num [1:366] NA NA NA NA
## $ 30. ¿CUANTOS HIJOS TIENES?
## $ 31. ¿TE HACES CARGO AL 100% DE TUS HIJOS?
## $ 32. ¿CUANTAS HORAS DIARIAS DUERMES EN PROMEDIO?
## $ 33. ¿CUENTAS CON LAPTOP PROPIA?
                                                                                  : chr [1:366] NA NA NA NA
                                                                         ## $ ¿QUE TIPO DE BEBIDA ES LA QUE MAS CONSUMES?
```

names(Base) #headers de "Base"

```
[1] "MARCA TEMPORAL"
```

- ## [2] "NOMBRE DE USUARIO"
- ## [3] "; CUAL ES TU EDAD?"
- ## [4] "; CUAL ES TU SEXO BIOLOGICO?"
- ## [5] "¿QUE CARRERA ESTUDIAS?"
- ## [6] ";TE GUSTA TU CARRERA?"
- ## [7] ";EN DONDE HICISTE TU BACHILLERATO?"
- ## [8] "¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?"
- ## [9] "; CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?"
- ## [10] "¿CUAL ES TU AVANCE DE CREDITOS?"
- ## [11] "¿CUAL ES TU NIVEL DE INGLES?"
- ## [12] "¿CUANTAS MATERIAS INSCRIBES EN PROMEDIO AL SEMESTRE?"
- ## [13] "; CUANTAS MATERIAS HAS REPROBADO?"
- ## [14] "; CUANTAS HORAS AL DIA, PASAS EN PROMEDIO EN LA FACULTAD?"
- ## [15] "; REALIZAS ALGUNA ACTIVIDAD EXTRACURRICULAR?"
- ## [16] ";CUANTAS HORAS EN PROMEDIO, LE DEDICAS A ESA ACTIVIDAD POR SEMANA?"
- ## [17] "; CUANTAS HORAS AL DIA TE TOMA TRANSPORTARTE A LA ESCUELA?"
- ## [18] "¿QUE TIPO DE TRANSPORTE UTILIZAS PARA IR A LA ESCUELA?"
- ## [19] "; ERES FORANEO?"
- ## [20] "; CON QUIEN VIVES?"

```
## [21] "; CUAL ES EL GRADO MAXIMO DE ESTUDIOS DE TU MADRE?"
## [22] "¿CUAL ES EL GRADO MAXIMO DE ESTUDIOS DE TU PADRE?"
## [23] "; CUANTAS PERSONAS HABITAN CONTIGO?"
## [24] "¿CUENTAS CON HABITACION PROPIA?"
## [25] "; ERES RESPONSABLE DE ALGUNA MASCOTA?"
## [26] "; CUENTAS CON ALGUNA BECA?"
## [27] "; ESTUDIAS Y TRABAJAS?"
## [28] "; CUANTAS HORAS A LA SEMANA TRABAJAS?"
## [29] "¿CUAL ES EL INGRESO PROMEDIO MENSUAL DE TU FAMILIA?"
## [30] "27.\t¿CUANTO GASTAS SEMANALMENTE EN COSAS RELACIONADAS CON LA ESCUELA?"
## [31] "28.\t;TE ENCUENTRAS EN UNA RELACION CON ALGUNA PERSONA?"
## [32] "29.\t;TIENES HIJOS?"
## [33] "30.\t;CUANTOS HIJOS TIENES?"
## [34] "31.\t; TE HACES CARGO AL 100% DE TUS HIJOS?"
## [35] "32.\t;CUANTAS HORAS DIARIAS DUERMES EN PROMEDIO?"
## [36] "33.\t¿CUENTAS CON LAPTOP PROPIA?"
## [37] "; CUANTAS VECES AL MES CONSUMES ALCOHOL?"
## [38] "; QUE TIPO DE BEBIDA ES LA QUE MAS CONSUMES?"
```

summary(Base)

```
## MARCA TEMPORAL NOMBRE DE USUARIO ¿CUAL ES TU EDAD?
## Length:366 Min. :17.00
## Class:character Class:character 1st Qu.:20.00
## Mode :character Mode :character Median :21.00
##
                                         Mean :21.04
##
                                         3rd Qu.:22.00
##
                                         Max.
                                                :32.00
##
   ¿CUAL ES TU SEXO BIOLOGICO? ¿QUE CARRERA ESTUDIAS? ¿TE GUSTA TU CARRERA?
## Length:366
                                                     Length:366
                          Length:366
## Class :character
                               Class :character
                                                     Class : character
                             Class :character
Mode :character
## Mode :character
                                                    Mode :character
##
##
##
##
  ;EN DONDE HICISTE TU BACHILLERATO? ;CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?
## Length:366
                                      Min. : 7.00
                                      1st Qu.: 8.40
## Class :character
## Mode :character
                                      Median : 8.80
##
                                      Mean : 8.77
##
                                      3rd Qu.: 9.20
##
                                      Max. :10.00
##
  ¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA? ¿CUAL ES TU AVANCE DE CREDITOS?
## Min. :6.400
                                              Length:366
## 1st Qu.:8.062
                                              Class : character
## Median :8.505
                                              Mode :character
## Mean :8.505
   3rd Qu.:8.960
##
## Max. :9.950
##
## ; CUAL ES TU NIVEL DE INGLES?
```

```
## Length:366
## Class :character
## Mode :character
##
##
##
##
## ; CUANTAS MATERIAS INSCRIBES EN PROMEDIO AL SEMESTRE?
## Min. : 4.000
## 1st Qu.: 5.000
## Median : 6.000
## Mean : 6.038
## 3rd Qu.: 6.000
## Max. :50.000
##
## ¿CUANTAS MATERIAS HAS REPROBADO?
## Min. : 0.000
## 1st Qu.: 0.000
## Median : 1.000
## Mean : 2.309
## 3rd Qu.: 3.750
## Max. :15.000
##
## ; CUANTAS HORAS AL DIA, PASAS EN PROMEDIO EN LA FACULTAD?
## Min. : 4.000
## 1st Qu.: 7.000
## Median: 8.000
## Mean : 8.481
## 3rd Qu.:10.000
## Max. :45.000
##
## ¿REALIZAS ALGUNA ACTIVIDAD EXTRACURRICULAR?
## Length:366
## Class :character
## Mode :character
##
##
##
##
## ¿CUANTAS HORAS EN PROMEDIO, LE DEDICAS A ESA ACTIVIDAD POR SEMANA?
## Min. : 0.000
## 1st Qu.: 0.000
## Median : 1.500
## Mean : 3.822
## 3rd Qu.: 6.000
## Max. :42.000
##
## ; CUANTAS HORAS AL DIA TE TOMA TRANSPORTARTE A LA ESCUELA?
## Min. : 0.100
## 1st Qu.: 1.000
## Median : 2.000
## Mean : 2.371
## 3rd Qu.: 3.000
## Max. :45.000
```

```
##
## ;QUE TIPO DE TRANSPORTE UTILIZAS PARA IR A LA ESCUELA? ;ERES FORANEO?
## Length:366
                                                      Class :character
## Class :character
## Mode :character
                                                      Mode :character
##
##
##
##
## ¿CON QUIEN VIVES? ¿CUAL ES EL GRADO MAXIMO DE ESTUDIOS DE TU MADRE?
## Length:366
              Length:366
## Class :character Class :character
## Mode :character Mode :character
##
##
##
##
## ; CUAL ES EL GRADO MAXIMO DE ESTUDIOS DE TU PADRE?
## Length:366
## Class :character
## Mode :character
##
##
##
##
## ¿CUANTAS PERSONAS HABITAN CONTIGO? ¿CUENTAS CON HABITACION PROPIA?
## Min. : 0.00
                                   Length:366
## 1st Qu.: 3.00
                                   Class :character
## Median: 4.00
                                   Mode :character
## Mean : 3.88
## 3rd Qu.: 4.00
## Max. :47.00
##
## ¿ERES RESPONSABLE DE ALGUNA MASCOTA? ¿CUENTAS CON ALGUNA BECA?
## Length:366
                                     Length:366
## Class :character
                                     Class :character
## Mode :character
                                    Mode :character
##
##
##
##
## ¿ESTUDIAS Y TRABAJAS? ¿CUANTAS HORAS A LA SEMANA TRABAJAS?
## Length:366
               Min. : 0.000
##
                        Mean : 6.433
##
                        3rd Qu.: 8.000
##
                        Max. :72.000
##
                        NA's
                             :134
## ¿CUAL ES EL INGRESO PROMEDIO MENSUAL DE TU FAMILIA?
## Length:366
## Class :character
## Mode :character
```

##

```
##
##
##
  27.\t¿CUANTO GASTAS SEMANALMENTE EN COSAS RELACIONADAS CON LA ESCUELA?
##
## Min. : 20.0
## 1st Qu.: 200.0
## Median: 300.0
## Mean : 393.7
## 3rd Qu.: 500.0
## Max. :1500.0
##
## 28.\t;TE ENCUENTRAS EN UNA RELACION CON ALGUNA PERSONA?
                                                          29.\t;TIENES HIJOS?
## Length:366
                                                       Length:366
## Class :character
                                                       Class : character
## Mode :character
                                                       Mode :character
##
##
##
##
## 30.\t;CUANTOS HIJOS TIENES? 31.\t;TE HACES CARGO AL 100% DE TUS HIJOS?
## Min. :0.00000 Length:366
## 1st Qu.:0.00000
                           Class : character
## Median :0.00000
                           Mode :character
## Mean :0.00571
## 3rd Qu.:0.00000
## Max. :1.00000
## NA's :191
## 32.\t;CUANTAS HORAS DIARIAS DUERMES EN PROMEDIO?
## Min. : 2.000
## 1st Qu.: 5.000
## Median : 6.000
## Mean : 5.689
## 3rd Qu.: 6.000
## Max. :10.000
##
## 33.\t;CUENTAS CON LAPTOP PROPIA? ;CUANTAS VECES AL MES CONSUMES ALCOHOL?
## Length:366
                    Length:366
## Class :character
                                Class : character
## Mode :character
                                 Mode :character
##
##
##
##
##
  ¿QUE TIPO DE BEBIDA ES LA QUE MAS CONSUMES?
## Length:366
## Class :character
## Mode :character
##
##
##
##
```

[&]quot;Cuál fue tu promedio de bachillerato?"

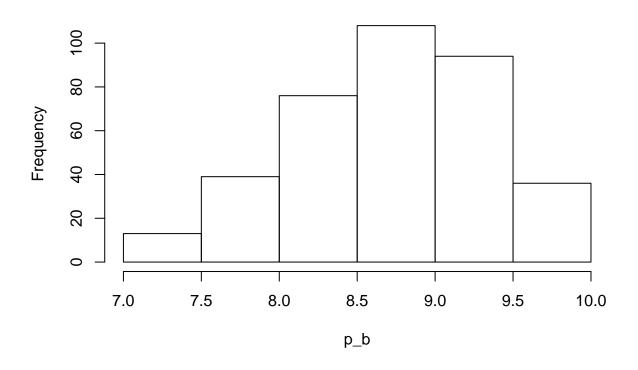
```
p_b <- Base$'¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?'
mean(p_b)

## [1] 8.77

sd(p_b)

## [1] 0.6209242
hist(p_b)</pre>
```

Histogram of p_b



"Cuál fue tu promedio de licenciatura?"

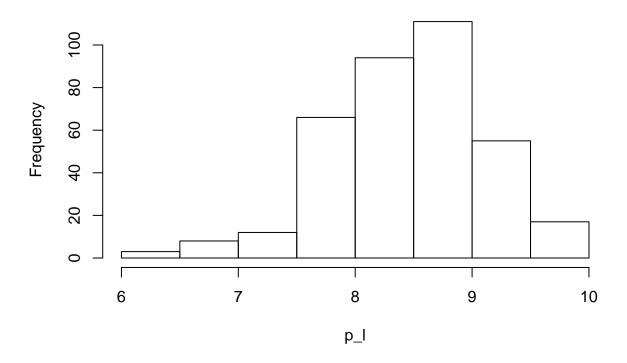
```
p_1 <- Base$'¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?'
mean(p_1)</pre>
```

[1] 8.505464

 $sd(p_1)$

[1] 0.637307

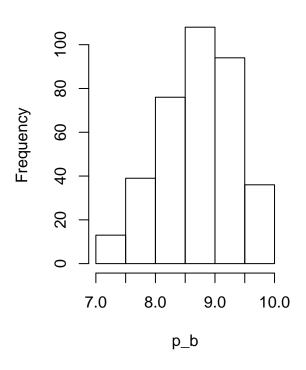
Histogram of p_I

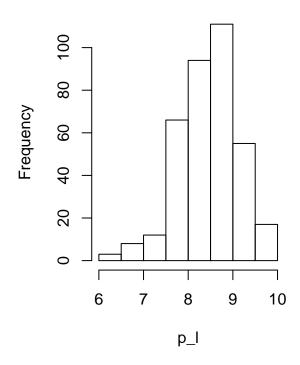


```
par(mfrow=c(1,2)) #para emparejar dos graficas en una
#mfrow o mfcol para asignar el número de renglones, columnas
hist(p_b)
hist(p_l)
```

Histogram of p_b

Histogram of p_I





dev.off() # funcion para reiniciar

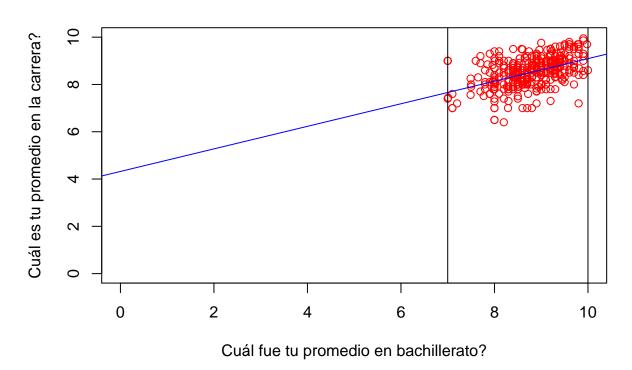
null device
1

Regresión lineal

m_2 <- lm('¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?'~ '¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?', data=
#m_2 <- lm(Base\$'¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?'~Base\$'¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERAT

plot((Base\$'¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?'~Base\$'¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?'),
abline(m_2, col="Blue")
abline(v=c(7,10))

Bachillerato VS Carrera



cor(Base\$'¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?', Base\$'¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?')
[1] 0.4648126

Resultados

```
m_2 #intercept es la BO por la cruza el eje de las y cuando x=0
```

```
##
## Call:
## lm(formula = '¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?' ~ '¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?'
## data = Base)
##
## Coefficients:
## (Intercept)
##
## 4.3215
## '¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?'
## 0.4771

#intercept es BO y es el valor que minimiza los errores al cuadrado
summary(m_2)
```

##

```
## Call:
## lm(formula = '¿CUAL ES TU PROMEDIO ACTUAL EN LA CARRERA?' ~ '¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?'
       data = Base)
##
## Residuals:
##
       Min
                1Q Median
                                    3Q
                                            Max
## -1.83353 -0.37665 -0.00373 0.33595 1.33896
##
## Coefficients:
##
                                            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)
                                             4.32150 0.41878 10.32 <2e-16
## ';CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?' 0.47708 0.04763 10.02 <2e-16
## (Intercept)
## '¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?' ***
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
## Residual standard error: 0.5651 on 364 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.2161, Adjusted R-squared: 0.2139
## F-statistic: 100.3 on 1 and 364 DF, p-value: < 2.2e-16
confint(m_2, level=0.95)
                                                2.5 %
                                                       97.5 %
## (Intercept)
                                            3.4979719 5.1450352
## '¿CUAL FUE TU PROMEDIO DE BACHILLERATO?' 0.3834071 0.5707459
                                      Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i
                     P_A = Promedio \ Actual, \ P_B = Promedio \ Bachillerato
                                  P_A = 4.3214 + 0.4771P_B
#Esta sección ya podría considerarse como un pronóstico
P_B <- 9
P_A=4.3214 +0.4771*P_B
P_A
## [1] 8.6153
Covarianza
```

Correlación ~ "Desviación estándar"

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$-1 \le \rho \le 1$$

Es la fuerza de la relación lineal entre dos variables alelatorias. Es la fuerza de como covarian las dos variables aleatorias.

Fuerza de relación lineal: que tan bien se aproximan a una recta los valores de las dos variables.

Correlación no implica causalidad

```
x_p <- c(1,2,2,3,3,3,4,4,5,6,6)
y_p <- c(1.5, 1.5, 2.5, 2.5, 3, 3.5, 4.5, 5.5, 6, 6.5)

r_xy <- cor(x_p, y_p)
r_yx <- cor(y_p, x_p)

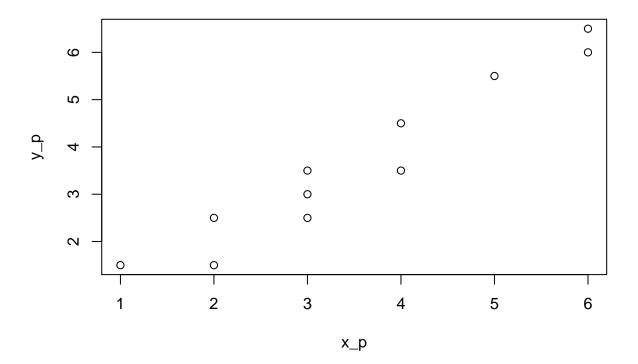
sd(x_p)</pre>
```

[1] 1.634848

```
sd(y_p)
```

[1] 1.735983

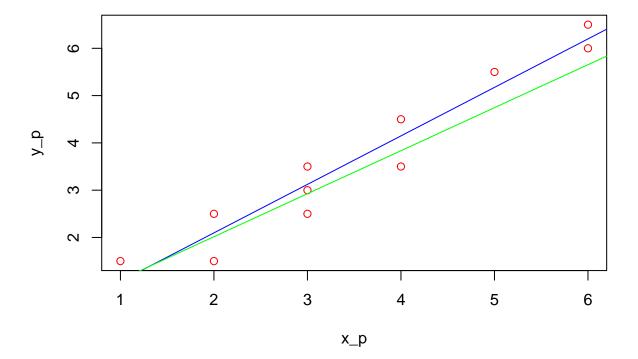
```
plot(y_p~x_p)
```



```
ml_yx <- lm(y_p~x_p)
ml_xy <- lm(x_p~y_p)
```

Un modelo lineal tampoco representa causalidad

```
plot(y_p~x_p, col="Red")
abline(ml_yx, col="Blue")
abline(ml_xy, col="Green")
```



La única manera de demostrar la causalidad es por conceptos y teorías externas.