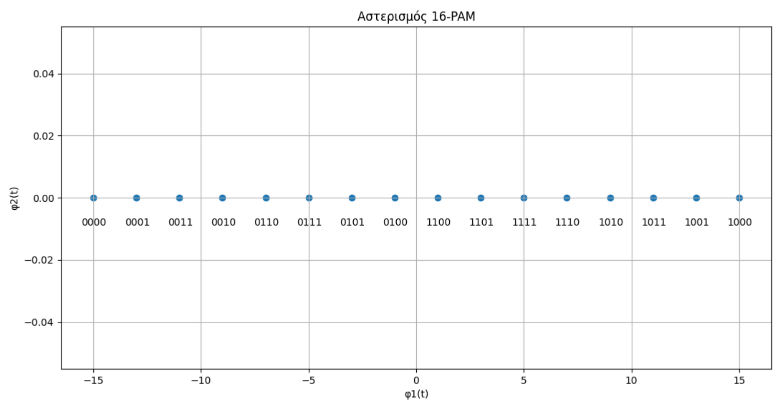
Εργασία Τηλεποικινωνιακών Συστημάτων 2

Αξιμιώτης Δημήτριος, AEM:10622
Φραϊδάκης Ιωάννης, AEM:10736

Μάιος 2024

1 Ερώτημα πρώτο

1.1 Ανάλυση PAPR για 16-PAM διαμόρφωση



Σχήμα 1

Γνωρίζουμε ότι για την PAM διαμόρφωση (βιβλίο[1] , σελ. 483, σχέση 7.16) :

$$E_s = \frac{E_g(M^2-1)}{3}$$

όπου E_s η μέση ενέργεια συμβόλου. Για να βρούμε το συντελεστή PAPR χρειαζόμαστε όμως και την μέγιστη ενέργεια του αστερισμού, η οποία ταυτίζεται με την ενέργεια του πιο απομακρισμένου συμβόλου :

$$s_M = (M-1)\sqrt{E_g} * \varphi_1(t)$$

$$E_{max} = (M-1)^2 E_g$$

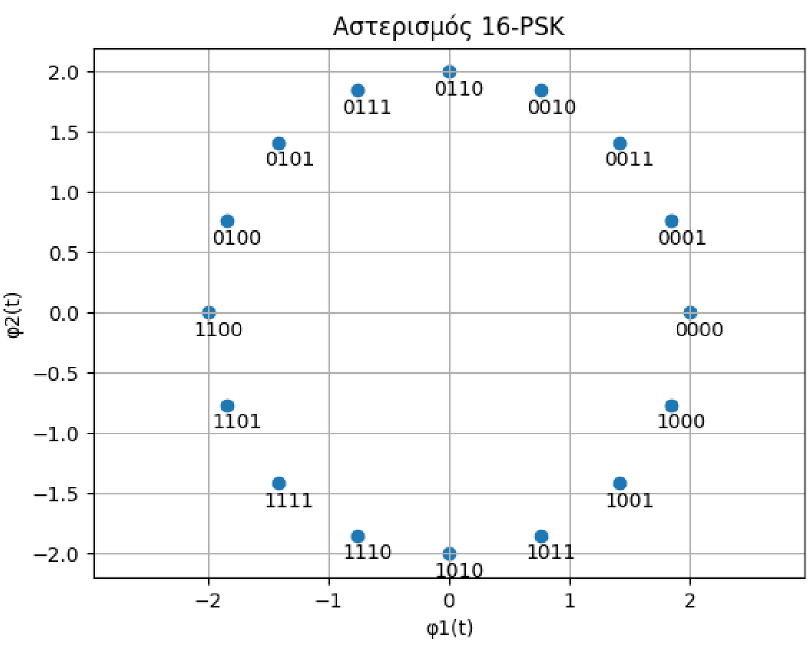
Οπότε προκύπτει :

$$PAPR = \frac{E_{max}}{E_s}$$

$$PAPR = \frac{3(M-1)^2}{(M^2-1)}$$

όπου για M=16 δίνει PAPR = 2.647 , σταθερό και ανεξάρτητο του d_{min}.

1.2 Ανάλυση PAPR για 16-PSK διαμόρφωση



Σχήμα 2

Γνωρίζουμε ότι για την PSK διαμόρφωση η E_s ειναι σταθερή για κάθε σύμβολο του αστερισμού καθώς τα σύμβολα ανήκουν στον ίδιο κύκλο (έχουν σταθερή περιβάλλουσα).

$$E_s = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} Es_i = \frac{ME_g}{M} = E_g$$

και

$$E_{max} = E_g$$

Οπότε προκύπτει :

$$PAPR = \frac{E_{max}}{E_s}$$

$$PAPR = 1$$

ανεξάρτητο του d_{min} και του αριθμού των συμβόλων!

1.3 Ανάλυση PAPR για 16-QAMδιαμόρφωση

Γνωρίζουμε ότι για την τετραγωνική QAM διαμόρφωση η d_{min} συναρτήσει της μέσης ενέργειας συμβόλου δίνεται απο τον τύπο (βιβλίο[1], σελ. 544, τύπος 7.187):

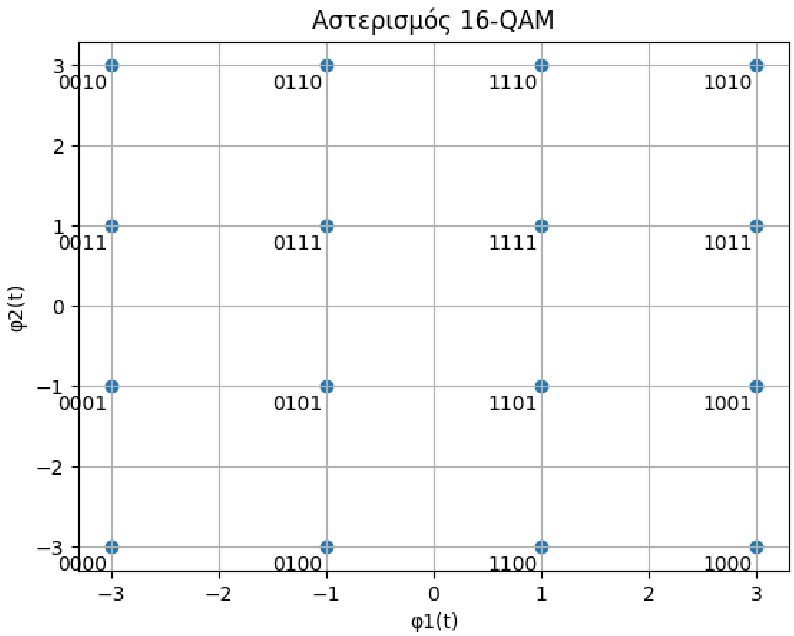
$$d_{min} = \sqrt{\frac{6E_s}{M-1}}$$

Για την μέγιστη ενέργεια του αστερισμού, θα παρουμε την ενέργεια του πιο απομακρισμένου συμβόλου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $(+3\sqrt{E_g}, +3\sqrt{E_g})$:

$$E_{max} = 9E_g + 9E_g = 18E_g$$

και επειδή

$$d_{min} = 2\sqrt{E_g} \Leftrightarrow E_g = \frac{d_{min}^2}{4}$$



Σχήμα 3

τελικά :

$$E_{max} = \frac{18d_{min}^2}{4} = \frac{9}{2} * \frac{6E_s}{(M-1)}$$

$$E_{max} = \frac{27E_s}{(M-1)}$$

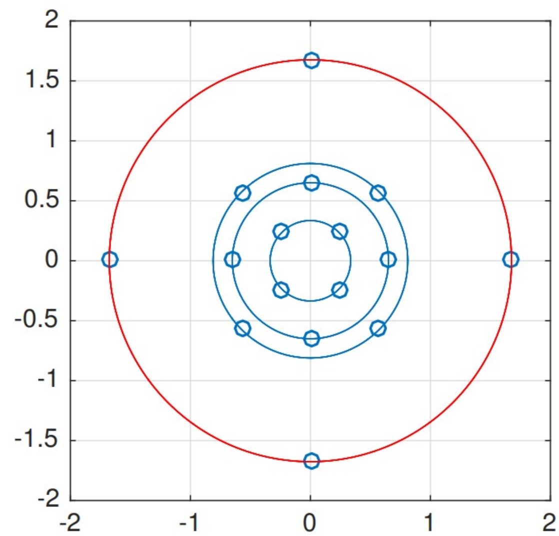
Έτσι :

$$PAPR = \frac{E_{max}}{E_s}$$

$$PAPR = \frac{27}{(M-1)}$$

Κάνοντας αντικατάσταση M=16 έχουμε PAPR=1.8 , ανεξάρτητο του d_{min}.

1.4 Ανάλυση PAPR για 16-CQAM με N=4



Σχήμα 4

Ακολουθώντας τον αλγόριθμο για την μεγιστοποίηση του PAPR για 16-CQAM, N=4 έχουμε :

$$R_1 = \frac{d_{min}}{2sin(\frac{\pi}{4})}$$

$$R_1 = 0.7071 d_{min}$$

Η επόμενη ακτίνα R_2 επιλέγεται ώστε καθε σύμβολο του 2ου κύκλου να έχει ελάχιστη απόσταση d_{min} με τα σύμβολα του 1ου κύκλου (όπως φαίνεται και στο σχήμα 4, μεταξύ τους τα σύμβολα του 2ου κύκλου απέχουν απόσταση μεγαλύτερη από d_{min}). Επιπλέον, τα σύμβολα του 1ου κύκλου απέχουν μεταξύ τους απόσταση d_{min} . Έτσι ένα οποιοδήποτε σύμβολο του 2ου κύκλου, έστω A, με τα δύο γειτονικά του από τον 1ο κύκλο, B και Γ, σχηματίζουν ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς d_{min} . Οπότε με νόμο συνημιτόνων στο OAB έχουμε :

$$\angle OBA = \pi/4 + \pi/3 = 7\pi/12$$

$$R_2 = \sqrt{d_{min}^2 + R_1^2 - 2d_{min} * R_1 * cos(7\pi/12)}$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει :

$$R_2 = 1.366 d_{min}$$

Για την επιλογή του R_3 , τα σύμβολα αυτού θα απέχουν ελάχιστη απόσταση απο τα σύμβολα του 1ου κύκλου ακτίνας R_1 . Επειδή τώρα και οι δύο έχουν στροφή κατα π/4 προκύπτει : $R_3 = d_{min} + R_1$ δηλαδή :

$$R_3 = 1.7071 d_{min}$$

Παρατηρούμε από το σχήμα 4 ότι τα σύμβολα του 2ου και 3ου κύκλου απέχουν απόστασση μεγαλύτερη της ελάχιστης.

Θέλουμε τώρα η μεση ενέργεια του αστερισμού να είναι ίση με 1 οπότε

$$E_s = \frac{1}{16}(4R_1^2 + 4R_2^2 + 4R_3^2 + 4R_4^2)$$

Αντικαθιστώντας με $E_s = 1$ και τις ακτίνες R_1, R_2, R_3 από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι :

$$R_4 = 4 - 5.28 d_{min}^2$$

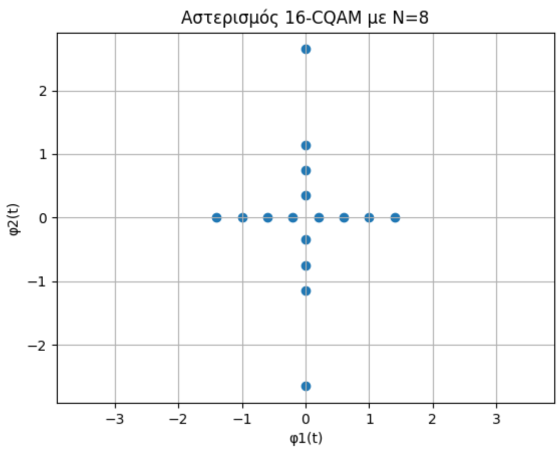
Η μεγιστη ενέργεια βρισκεται στον εξωτερικό κύκλο R_4 και η μέση ενέργεια του αστερισμού έχουμε επιλέξει μέσω αλγορίθμου να ειναι μονάδα οπότε έχουμε :

$$PAPR = \frac{E_{max}}{E_s}$$

$$PAPR = \frac{R_4^2}{1}$$

$$PAPR = 4 - 5.28 d_{min}^2$$

1.5 Ανάλυση PAPR για 16-CQAM με N=8



Σχήμα 5: 16-CQAM με N=8 διαμόρφωση για σύμβολα ανά 0,π/2 γωνία

Ακολουθώντας τον αλγόριθμο για την μεγιστοποίηση του PAPR για 16-CQAM, N=8 έχουμε :

$$R_1 = \frac{d_{min}}{2sin(\frac{\pi}{2})}$$

$$R_1 = 0.5d_{min}$$

Ομοίως με πριν, για την ακτίνα R_2 του 2ου κύκλου έχουμε τα ίδια ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς d_{min} όπως στην ακριβώς προηγούμενη ανάλυση. Επιπλέον η R_2 ταυτίζεται με το ύψος του ισόπλευρου αυτού τριγώνου, άρα :

$$R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}d_{min} = 0.866d_{min}$$

Για την επιλογή του R_3 , αντίστοιχα με την προηγούμενη σελίδα έχουμε :

$$R_3 = d_{min} + R_1$$

$$R_3 = 1.5d_{min}$$

Με την ίδια λογική τώρα, λόγω συμμετρίας θα ισχύει :

$$R_4 = R_2 + d_{min}$$
$$R_5 = R_3 + d_{min}$$
$$R_6 = R_4 + d_{min}$$
$$R_7 = R_5 + d_{min}$$

και προκύπτουν τα αποτελέσματα :

$$R_4 = 1.866d_{min}$$
$$R_5 = 2.5d_{min}$$
$$R_6 = 2.866d_{min}$$
$$R_7 = 3.5d_{min}$$

Η επιλογή του R_8 θα γίνει ώστε η μέση ενέργεια του αστερισμού να προκύπτει ίση με την μονάδα οπότε :

$$E_s = \frac{2R_8^2 + 2R_7^2 + 2R_6^2 + 2R_5^2 + 2R_4^2 + 2R_3^2 + 2R_2^2 + 2R_1^2}{16}$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω εκφράσεις που βρίκαμε για τα $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7$ ως προς το d_{min} και θέτοντας $E_s = 1$ προκύπτει ότι :

$$R_8 = 8 - 33.2 * d_{min}^2$$

Η μεγιστη ενέργεια βρισκεται στον εξωτερικό κύκλο R_8 και η μέση ενέργεια του αστερισμού έχουμε επιλέξει μέσω αλγορίθμου να ειναι μονάδα οπότε έχουμε :

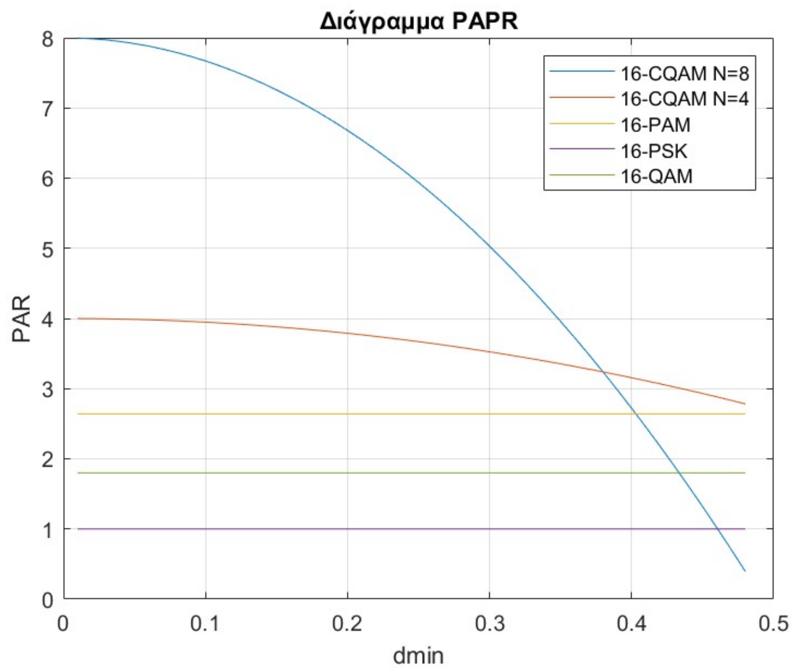
$$PAPR = \frac{E_{max}}{E_s}$$

$$PAPR = \frac{R_8^2}{1}$$

$$PAPR = 8 - 33.2 * d_{min}^2$$

1.6 Προσομοίωση αποτελεσμάτων

Με βάση όλη την παραπάνω ανάλυση, μεσω προσομοίωσης παίρνουμε τις εξής γραφικες παραστάσεις του PAPR ως προς d_{min} :

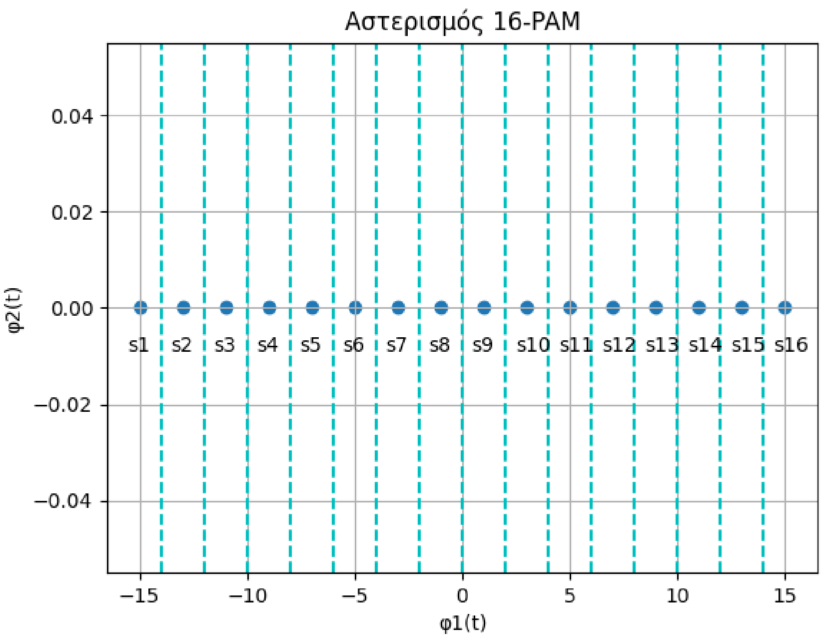


Σχήμα 6

Παρατήρηση : Στο 16 - CQAM με N=8, το αποτέλεσμα δεν ταυτίζεται απόλυτα με αυτό του *paper*[2] διότι ο αλγόριθμος κατασκευής του αστερισμού δεν ειναι αιτιοκρατικός.

2 Ερώτημα Δεύτερο

2.1 Ανάλυση πιθανότητας σφάλματος για 16-PAM διαμόρφωση



Σχήμα 7

Σχεδιάζοντας τις περιοχές απόφασης για μια 16-PAM διαμόρφωση ισχύει :

$$d_{min} = 2\sqrt{E_g}$$

Η ενέργεια ενός συμβόλου του αστερισμού δίνεται από τη σχέση :

$$Es_i = (2i - M - 1)^2 E_g$$

Εκτελώντας Energy harvesting θα έχουμε νεα ενέργεια για τα σύμβολα καθώς υπάρχει συρρίκνωση του αστερισμού οποτε :

$$Es_i' = Es_i - e(x_i)$$

Θεωρώντας ότι η ενεργεια που τραβάμε είναι ένα ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου εν τέλη μπορουμε να γράψουμε :

$$Es_i' = Es_i - \rho Es_i$$

όπου ρ ενας συντελεστής που παίρνει τιμές στο [0,1]. Άρα :

$$(2i - M - 1)^2 E_g' = (2i - M - 1)^2 E_g(1 - \rho)$$

$$E_g' = E_g(1 - \rho)$$

$$d_{min}' = 2\sqrt{E_g(1 - \rho)}$$

Γνωρίζοντας ότι η πιθανότητα σφάλματος ενός PAM αστερισμού δίνεται από :

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} Q(\sqrt{\frac{2E_g}{N_o}})$$

παίρνοντας το E_g έχουμε :

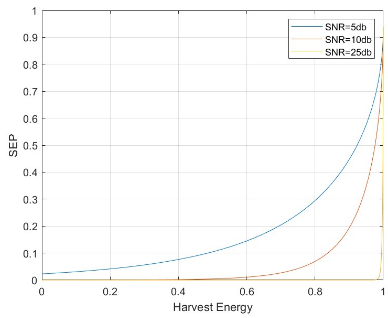
$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} Q(\sqrt{\frac{2E_g(1-\rho)}{N_o}})$$

Τέλος ακολουθώντας Gray Coding μπορούμε να πάρουμε για M=16 :

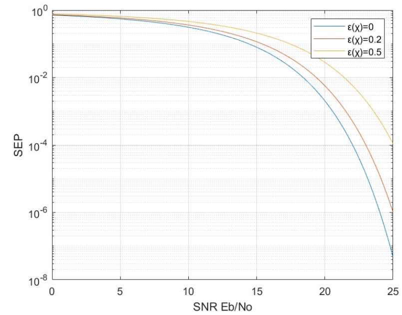
$$E_g = \frac{3E_s}{M^2 - 1}$$

$$E_b = \frac{E_s}{log_2(16)}$$

$$P_s = \frac{2(M-1)}{M} Q(\sqrt{\frac{24 * E_b(1-\rho)}{N_o(M^2-1)}})$$



(α΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό σηματοθορυβικό λόγο συναρτήσει του ε(χ)



(β΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό ε(χ) συναρτήσει του σηματοθορυβικό λόγου

Σχήμα 8: Θεωρούμε λογο SNR ,Eb/No και ε(χ) την ενέργεια που δεσμεύουμε ως ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου

Μπορούμε όμως για την αναπαράσταση της πιθανότητας σφάλματος ως προς την ενέργεια που δεσμεύουμε ,να θεωρήσουμε ότι είναι ίδια για όλα τα σύμβολα. Σε αυτήν την περίπτωση για παράδειγμα έχουμε για το σύμβολο s_9 :

$$s_9' = \sqrt{E_g - \epsilon(x)}$$

Ενώ για το σύμβολο s_{10} θα έχει και αυτό καινούρια συντεταγμένη :

$$s_{10}' = \sqrt{9E_g - \epsilon(x)}$$

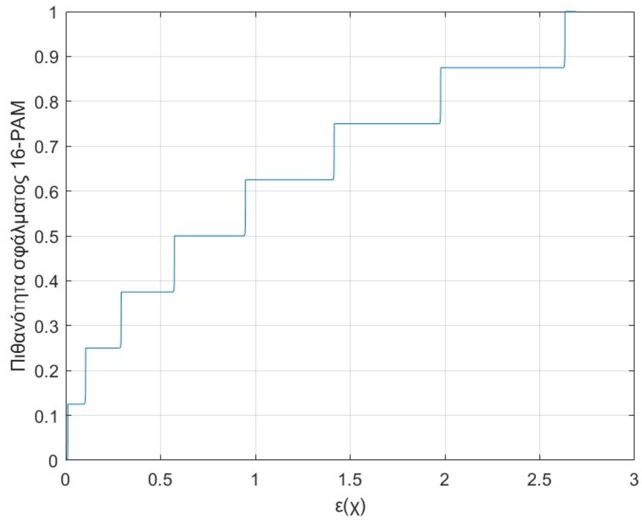
Επομένως για την καινούρια πιθανότητα σφάλματος του s_9 :

$$P_{s_9} = 1 - Pr(0 < r < \frac{\sqrt{9E_g - \epsilon(x)} + \sqrt{E_g - \epsilon(x)}}{2})$$

$$P_{s_9} = 1 - Pr(-\sqrt{E_g - \epsilon(x)} < n < \frac{\sqrt{9E_g - \epsilon(x)} - \sqrt{E_g - \epsilon(x)}}{2})$$

$$P_{s_9} = Q(\frac{\sqrt{E_g - \epsilon(x)}}{\sigma}) + Q(\frac{\frac{\sqrt{9E_g - \epsilon(x)} - \sqrt{E_g - \epsilon(x)}}{2}}{\sigma})$$

Ακολουθώντας παρόμοια λογική για τα υπόλοιπα σύμβολα του αστερισμού κάνοντας προσομοίωση παιρνουμε για $16 - PAM$:



Σχήμα 9: Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος για ιδια ενέργεια δέσμευσης σε καθε σύμβολο

2.2 Ανάλυση για 16-QAM διαμόρφωση

Σχεδιάζοντας της περιοχες απόφασης για μια 16-QAM διαμόρφωση θα ορίσουμε την απόσταση 2 γειτονικών συμβόλων με d_{min} πχ για το s_{11} με το $s_7, s_{12}, s_{15}, s_{10}$:

$$P_{s_{11}} = 1 - P_c$$

$$P_{s_{11}} = 1 - Pr(0 < r_x < d_{min})Pr(0 < r_y < d_{min})$$

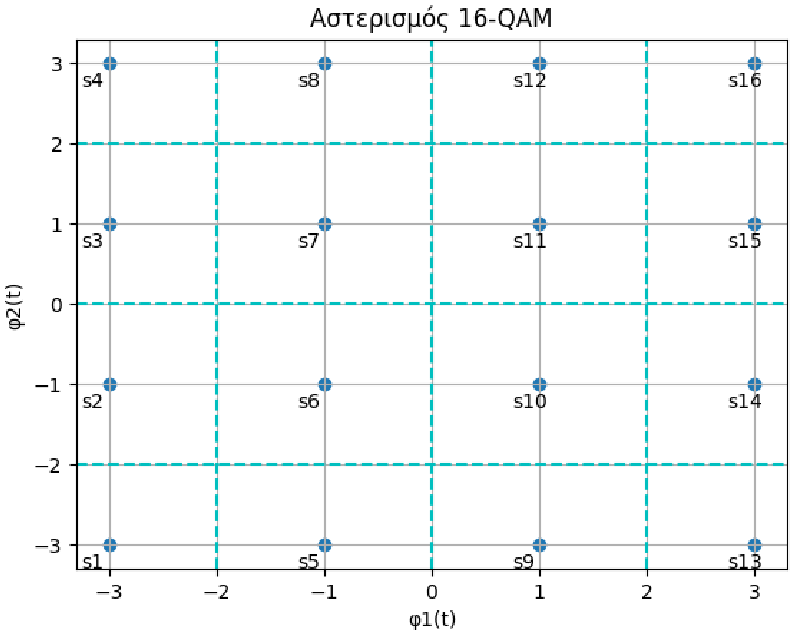
$$P_{s_{11}} = 1 - Pr(0 < n_x + \frac{d_{min}}{2} < d_{min})Pr(0 < n_y + \frac{d_{min}}{2} < d_{min})$$

$$P_{s_{11}} = 1 - Pr(-\frac{d_{min}}{2} < n_x < \frac{d_{min}}{2})Pr(-\frac{d_{min}}{2} < n_y < \frac{d_{min}}{2})$$

$$P_{s_{11}} = 1 - (1 - 2Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}))(1 - 2Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}))$$

$$P_{s_{11}} = 4Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}) - 4Q^2(\frac{d_{min}}{2\sigma})$$

Καθώς τα s_7, s_{11}, s_6, s_{10} καταλαμβάνουν το ίδιο εμβαδό κάνουμε την ίδια ανάλυση για αυτά τα σύμβολα για την πιθανότητα σφαλματος. Κάνοντας ανάλυση για τα σύμβολα $s_8, s_{12}, s_{15}, s_{14}, s_9, s_5, s_2, s_3$ έχουμε :



Σχήμα 10

$$P_{s_{15}} = 1 - P_c$$

$$P_{s_{15}} = 1 - Pr(r_x > d_{min})Pr(0 < r_y < d_{min})$$

$$P_{s_{15}} = 1 - Pr(n_x + \frac{3d_{min}}{2} > d_{min})Pr(0 < n_y + \frac{d_{min}}{2} < d_{min})$$

$$P_{s_{15}} = 1 - Pr(-\frac{d_{min}}{2} < n_x)Pr(-\frac{d_{min}}{2} < n_y < \frac{d_{min}}{2})$$

$$P_{s_{15}} = 1 - (1 - Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}))(1 - 2Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}))$$

$$P_{s_{15}} = 3Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}) - 2Q^2(\frac{d_{min}}{2\sigma})$$

Ομοίως για τα s_1, s_4, s_{13}, s_{16} :

$$P_{s_{16}} = 1 - P_c$$

$$P_{s_{16}} = 1 - Pr(r_x > d_{min})Pr(r_y > d_{min})$$

$$P_{s_{16}} = 1 - Pr(n_x + \frac{3d_{min}}{2} > d_{min})Pr(n_y + \frac{3d_{min}}{2} > d_{min})$$

$$P_{s_{16}} = 1 - Pr(-\frac{d_{min}}{2} < n_x)Pr(-\frac{d_{min}}{2} < n_y)$$

$$P_{s_{16}} = 1 - (1 - Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}))(1 - Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}))$$

$$P_{s_{16}} = 2Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}) - Q^2(\frac{d_{min}}{2\sigma})$$

Άρα για τον αστερισμό :

$$P_s = \frac{4P_1 + 8P_2 + 4P_3}{16}$$

και προκύπτει ότι :

$$P_s = 3Q(\frac{d_{min}}{2\sigma}) - 2.25Q^2(\frac{d_{min}}{2\sigma})$$

Για τα παραπάνω σετ συμβόλων στο αστερισμο μπορουμε να υπολογίσουμε την ενέργεια του κάθε συμβόλου όπου :

$$Es_{11} = \frac{d_{min}^2}{4} + \frac{d_{min}^2}{4}$$

$$Es_{15} = \frac{d_{min}^2}{4} + \frac{9d_{min}^2}{4}$$

$$Es_{16} = \frac{9d_{min}^2}{4} + \frac{9d_{min}^2}{4}$$

$$E_s = \frac{4Es_1 + 8Es_2 + 4Es_3}{16}$$

$$E_s = \frac{5}{2}d_{min}^2$$

Εκτελώντας Energy harvesting θα έχουμε νεα ενέργεια για τα σύμβολα καθώς υπάρχει συρρίκνωση του αστερισμού οποτε :

$$Es_i' = Es_i - e(x_i)$$

Θεωρώντας ότι η ενεργεια που τραβάμε είναι ένα ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου εν τέλη μπορουμε να γράψουμε :

$$Es_i' = Es_i - \rho Es_i$$

Οπου ρ ενας συντελεστής που παίρνει τιμές στο [0,1]. Οπότε θα προκύψει νεο d_{min} με :

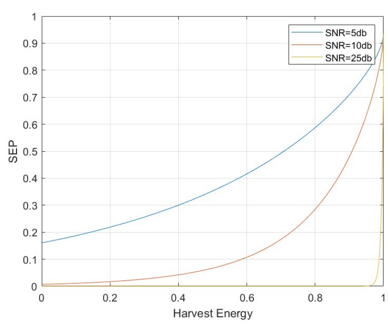
$$d_{min}' = d_{min}\sqrt{1-\rho}$$

$$d_{min} = \sqrt{0.4E_s}$$

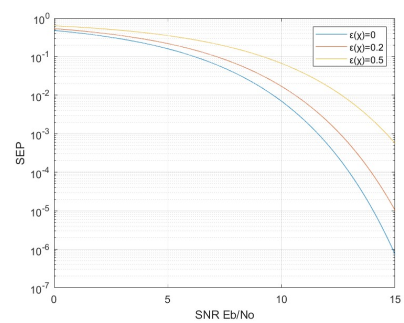
$$E_b = \frac{E_s}{log_2(16)}$$

Αντικαθιστώντας απο τις παραπάνω σχέσεις που βρίκαμε καταλήγουμε :

$$P_s = 3Q(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3.2E_b(1-\rho)}{No}}) - 2.25Q^2(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3.2E_b(1-\rho)}{No}})$$



(α΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό σηματοθορυβικό λόγο συναρτήσει του ε(χ)



(β΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό ε(χ) συναρτήσει του σηματοθορυβικό λόγου

Σχήμα 11: Θεωρούμε λογο SNR ,Eb/No και ε(χ) την ενέργεια που δεσμεύουμε ως ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου

Ωστόσο αφαιρώντας την ίδια ενέργεια ανά σύμβολο έχουμε για το s_{11} :

$$E'_{s_{11}} = E_{s_{11}} - \epsilon(x)$$

$$Ex'_{s_{11}} = E'_{s_{11}} cos(45)^2$$

$$Ey'_{s_{11}} = E'_{s_{11}} sin(45)^2$$

Το σύμβολο s_{11} θα βρίσκεται σε νέες συντεταγμένες $(dx'_{s_{11}}, dy'_{s_{11}})$ με :

$$dx'_{s_{11}} = \sqrt{Ex'_{s_{11}}}$$

$$dy'_{s_{11}} = \sqrt{Ey'_{s_{11}}}$$

Για το σύμβολο s_{15} :

$$E'_{s_{15}} = E_{s_{15}} - \epsilon(x)$$

$$Ex'_{s_{15}} = E'_{s_{15}} cos(18.44)^2$$

$$Ey'_{s_{15}} = E'_{s_{15}} sin(18.44)^2$$

Το σύμβολο s_{15} θα βρίσκεται σε νέες συντεταγμένες : $(dx'_{s_{15}}, dy'_{s_{15}})$ με :

$$dx'_{s_{15}} = \sqrt{Ex'_{s_{15}}}$$

$$dy'_{s_{15}} = \sqrt{Ey'_{s_{15}}}$$

Για το σύμβολο s_{12} :

$$E'_{s_{12}} = E_{s_{12}} - \epsilon(x)$$

$$Ex'_{s_{12}} = E'_{s_{12}} cos(71.56)^2$$

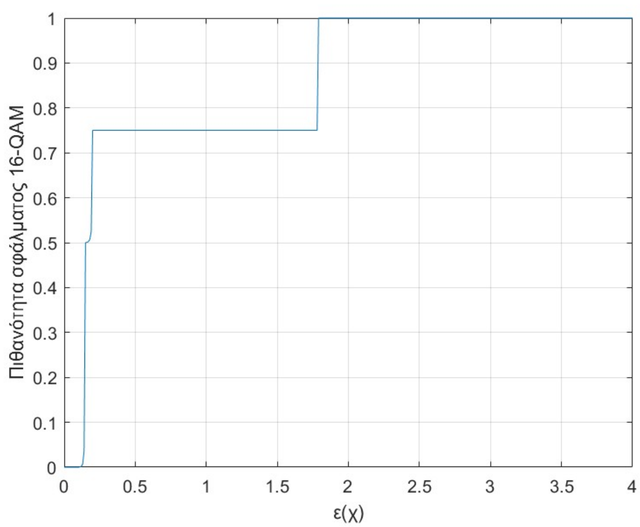
$$Ey'_{s_{12}} = E'_{s_{12}} sin(71.56)^2$$

Το σύμβολο s_{12} θα βρίσκεται σε νέες συντεταγμένες : $(dx'_{s_{12}}, dy'_{s_{12}})$ με :

$$dx'_{s_{12}} = \sqrt{Ex'_{s_{12}}}$$

$$dy'_{s_{12}} = \sqrt{Ey'_{s_{12}}}$$

Ακολουθώντας την ιδια λογική για τα υπόλοιπα σύμβολα μπορούμε να βρούμε τις καινούριες αποστάσεις που ακολουθήσαμε παραπάνω για τον υπολογισμό πιθανότητας σφάλματος του αστερισμού και να βγάλουμε μέσω προσομοίωσης συναρτήσει του ε(χ) :



Σχήμα 12: Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος για ιδια ενέργεια δέσμευσης σε καθε σύμβολο.Στην περίπτωση που αφαιρώντας ενέργεια αυτή γίνει ίση με το 0, προφανώς η πιθανότητα σφάλματος είναι 1.

2.3 Ανάλυση για 16-CQAM n=4 max d_{min} διαμόρφωση

Ακολουθώντας τον τύπο (4) απο την τρίτη σελίδα του πρώτου φυλλαδίου θα βγάλουμε αντίστοιχη σχέση για την πιθανότητα σφάλματος του αστερισμού. Όπως γνωρίζουμε απ την ανάλυση που κάναμε στο πρώτο ερώτημα εχουμε αντίστοιχες επιλογές για τις ακτίνες του αστερισμού :

$$R_1 = 0.7071 d_{min}$$

$$R_2 = 1.36601 d_{min}$$

$$R_3 = 1.7071 d_{min}$$

Για την επιλογή του R_4 καθώς θέλουμε ελάχιστη απόσταση από γειτονικά σύμβολα ίση με d_{min} προκύπτει ότι :

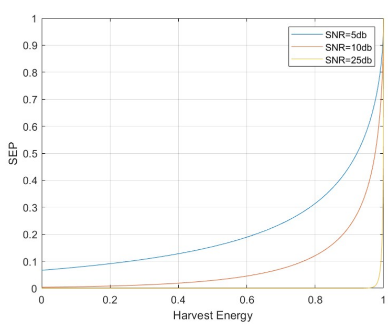
$$R_4 = R_2 + d_{min}$$

$$R_4 = 2.36601 d_{min}$$

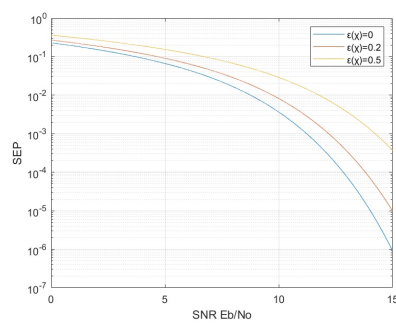
Για καθε επίπεδο στον αστερισμό έχουμε αντίστοιχο τύπο για την πιθανότητα σφάλματος της μορφής :

$$P_e = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v(i) Q(\sqrt{\frac{2(R_i^2 - \epsilon(R_1))}{N_o}} * sin(\frac{\pi}{n}))$$

Όπου v(i) ο αριθμός των συμβόλων που απέχουν την ελάχιστη απόσταση απο γειτονικά σύμβολα , n ο αριθμός των συμβόλων ανα επίπεδο και N ο αριθμός των επιπέδων. Για i=1,v(1)=4, i=2,v(2)=2, i=3,v(3)=1, i=4,v(4)=1 :



(α΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό σηματοθορυβικό λόγο συναρτήσει του ε(χ)

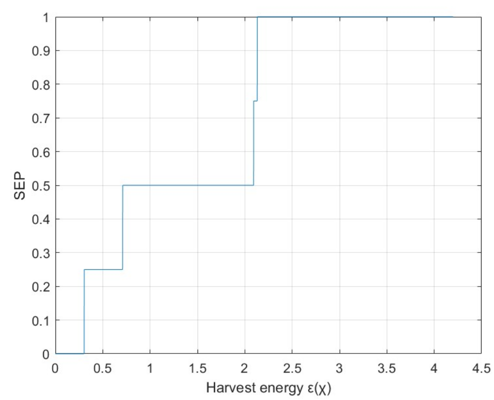


(β΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό ε(χ) συναρτήσει του σηματοθορυβικό λόγου

Σχήμα 13: Θεωρούμε λογο SNR ,Eb/No και ε(χ) την ενέργεια που δεσμεύουμε ως ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου

Μπορούμε να αφαιρέσουμε την ίδια ενεργεια για κάθε σύμβολο του αστερισμού οπότε όταν μηδενιστεί η ενέργεια ενός επιπέδου σε αυτήν την περιπτωση η πιθανότητα σφάλματος γίνεται ίση με μονάδα για κάθε ενα απο τα επίπεδα τα οποία η ενέργεια τους έχει μηδενιστεί.

Επιλέγοντας μεγάλο αριθμό $SNR = \frac{E_s}{N_o} = 19.208dB$ και $dmin = 0.617$ Προκύπτει χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο τύπο για τον υπολογισμό πιθανότητας σφάλματος για τον $16 - CQAM$ N=4.



Σχήμα 14: Καθώς το SNR έχει μεγάλη τιμή βλέπουμε ότι η πιθανότητα σφάλματος παίρνει τιμές 0.25,0.5,0.75,1 καθώς υπάρχουν 4 επίπεδα διαφορετικής ενέργειας και όταν μηδενιστεί το ένα απο αυτά η συνολική πιθανότητα αυξάνεται κατά 0.25

2.4 Ανάλυση για 16-CQAM n=4 max PAPR διαμόρφωση

Ακολουθώντας την ίδια λογική με αυτά που κάναμε στον παραπάνω έχουμε

$$R_1 = 0.7071 d_{min}$$

$$R_2 = 1.36601 d_{min}$$

$$R_3 = 1.7071 d_{min}$$

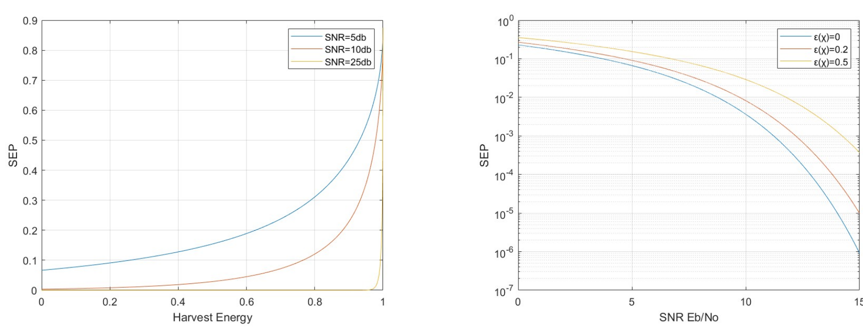
Για την επιλογή του R_4 καθώς θέλουμε μέγιστο συντελεστή PAPR προκύπτει ότι:

$$R_4 = 4 - 5.28 d_{min}^2$$

Για καθε επίπεδο στον αστερισμό έχουμε αντίστοιχο τύπο για την πιθανότητα σφάλματος της μορφής :

$$P_e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v(i) Q\left(\sqrt{\frac{2(R_i^2 - \epsilon(R_i))}{N_o}} * sin(\frac{\pi}{n})\right)$$

Όπου v(i) ο αριθμός των συμβόλων που απέχουν την ελάχιστη απόσταση απο γειτονικά σύμβολα , n ο αριθμός των συμβόλων ανα επίπεδο και N ο αριθμός των επιπέδων. Για i=1,v(1)=4, i=2,v(2)=2, i=3,v(3)=1, i=4,v(4)=0, καθώς στο τέταρτο επίπεδο δεν υπάρχουν γειτονικά σύμβολα που να απεχουν απόσταση d_{min}



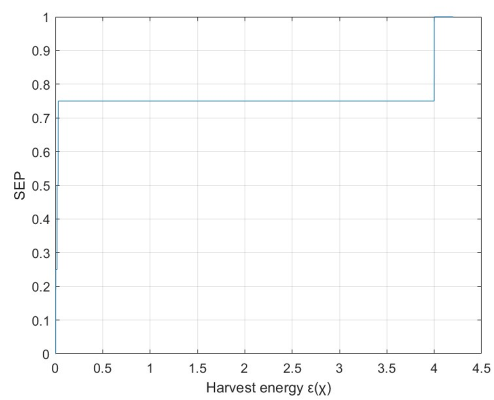
(α΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό σηματοθορυβικό λόγο συναρτήσει του ε(χ)

(β΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό ε(χ) συναρτήσει του σηματοθορυβικό λόγου

Σχήμα 15: Θεωρούμε λογο SNR ,Eb/No και ε(χ) την ενέργεια που δεσμεύουμε ως ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου

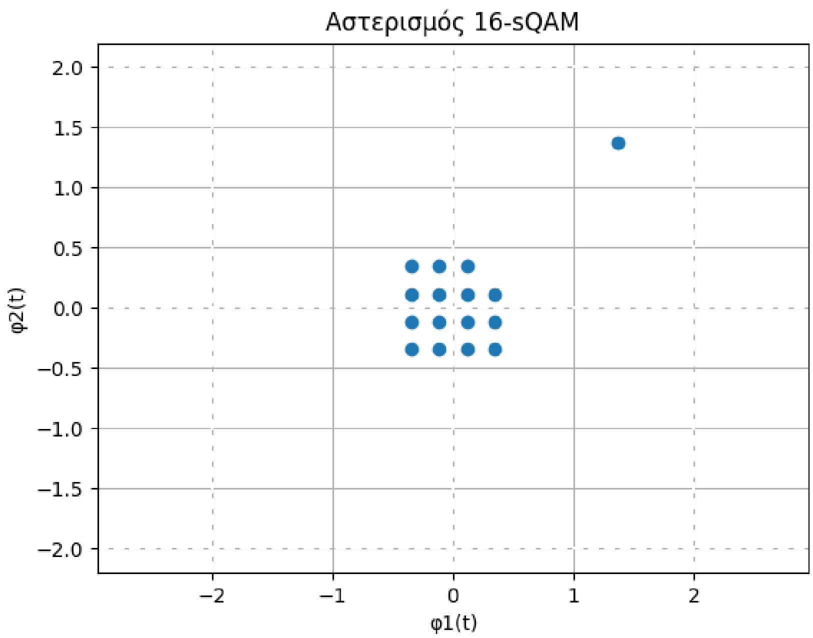
Μπορούμε να αφαιρέσουμε την ίδια ενεργεια για κάθε σύμβολο του αστερισμού οπότε όταν μηδενιστεί η ενέργεια ενός επιπέδου σε αυτήν την περιπτωση η πιθανότητα σφάλματος γίνεται ίση με μονάδα για κάθε ενα απο τα επίπεδα τα οποία η ενέργεια τους έχει μηδενιστεί.

Επιλέγοντας μεγάλο αριθμό $SNR = \frac{E_s}{N_o} = 19.208dB$ και $dmin = 0.1$ Προκύπτει χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο τύπο για τον υπολογισμό πιθανότητας σφάλματος για τον $16 - CQAM$ N=4.



Σχήμα 16: Καθώς το SNR έχει μεγάλη τιμή βλέπουμε ότι η πιθανότητα σφάλματος παίρνει τιμές 0.25,0.5,0.75,1 καθώς υπάρχουν 4 επίπεδα διαφορετικής ενέργειας και όταν μηδενιστεί το ένα απο αυτά η συνολική πιθανότητα αυξάνεται κατά 0.25.Ωστόσο καθώς το τελευταίο επίπεδο έχει μεγαλύτερη ενέργεια απο τα 3 εσωτερικά βλέπουμε ότι κρατά τιμή 0.75 για μεγαλύτερα ε(χ) καθώς τα εσωτερικά έχουν πολύ μικρότερη ενέργεια

2.5 Ανάλυση βελτιστοποιημένου αστερισμού 16-sQAM για SWIPT



Σχήμα 17: Βελτιστοποιημένος αστερισμός με PAPR=14.1 ,d_{min}=0.23

Γνωρίζοντας από τις σχέσεις (6),(7),(8) και (9) του δευτέρου φυλλαδίου ότι :

$$\gamma = \frac{M - i * PAPR}{M - i}$$

$$P_{sQAM} = \frac{M-i}{M} P_{\gamma QAM} + \frac{i}{M} P_{\max QAM}$$

$$P_{\gamma,QAM} = 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(k\sqrt{\frac{E_s \gamma}{No}}\right) - \left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M}\right) Q^2\left(k\sqrt{\frac{E_s \gamma}{No}}\right)$$

$$P_{\max QAM} = Q\left(\frac{D_{dec}}{\sqrt{2N_0}}\right) = Q\left(\frac{|x_M| - D_{mid}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

Καθώς όπως έχουμε επιλέξει και στο σχήμα ενα σύμβολο να είναι απομακρυσμένο απο τον αστερισμό έχουμε i=1 και για 16 σύμβολα συνολικά M=16.

Η επιλογή του k δίνεται από :

$$k = \left(\frac{2(M-1)}{3} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Για PAPR=14.1 ,d_{min}=0.23 έχουμε γ=0.1266, k=0.316.

Το D_{mid} μπορούμε να το υπολογίσουμε γεωμετρικά και είναι ίσο με :

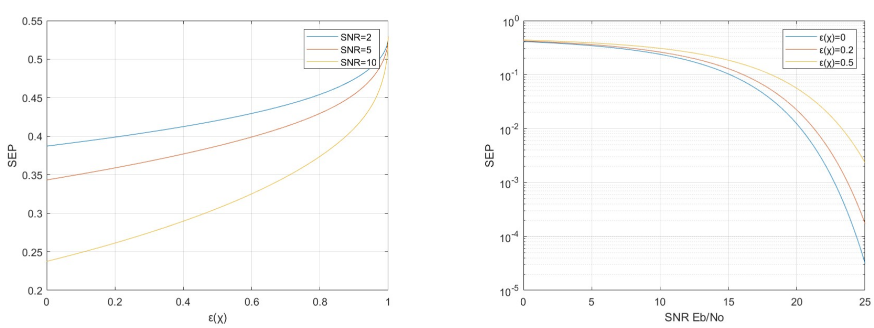
$$D_{mid} = \sqrt{2} d_{min} = 0.325$$

Ενώ για το x_M :

$$|x_M| = \sqrt{PAPR}$$

Ορίζουμε E_s την μέση ενέργεια του αστερισμού η οποία ισούται με την μονάδα και ακολουθώντας gray coding ισχύει ότι :

$$Eb = \frac{E_s}{log_2(16)}$$



(α΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό σηματοθορυβικό λόγο συναρτήσει του ε(χ)

(β΄) Διάγραμμα πιθανότητας σφάλματος αστερισμού για σταθερό ε(χ) συναρτήσει του σηματοθορυβικό λόγου

Σχήμα 18: Θεωρούμε λογο SNR ,Eb/No και ε(χ) την ενέργεια που δεσμεύουμε ως ποσοστό της αρχικής ενέργειας του συμβόλου

Αναφορές

[1] G. K. Karagiannidis, K. N. Pappi, *"Telecommunication systems 4th edition"*, Tziolas, 2018.

[2] G. M. Kraidy, C. Psomas, and I. Krikidis, *"Fundamentals of Circular QAM for Wireless Information and Power Transfer"*, IEEE 22nd International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), Lucca, Italy, 2021.

[3] M. J. L. Morales, K. Chen-Hu and A. G. Armada, *"Optimum Constellation for Symbol-Error-Rate to PAPR Ratio Minimization in SWIPT"*, IEEE 95th Vehicular Technology Conference: (VTC2022-Spring), Helsinki, Finland, 2022.