Δεύτερη σειρά εργασίας

Αξιμιώτης Δημήτριος AEM:10622

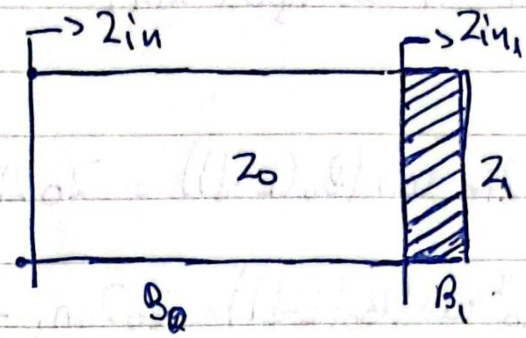
Ιούλιος 2024

1 Άσκηση 2.1

1.1 Θεωρητικός υπολογισμός tanδ, ϵ_r

Άσκηση 2.1

a)



$$f_c^{TE_{mn}} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

για TE_{10}

$$f_c = \frac{c}{2a} = 6{,}36\ GHz$$

ο επόμενος ρυθμός (TE_{11}) έχει $f_c = \frac{c}{2} > 10\ GHz$

οπότε επιλέγω τον επικρατέστερο

για το υλικό ισχύει ότι $\varepsilon^* = \varepsilon_0\varepsilon_r(1 - j\tan\delta)$

και εφόσον έχουμε βραχυκύκλωμα

$$Z_{in_1} = Z_1 j \tanh \beta_1 d$$

$$\text{με } Z_1 = \frac{\eta_0/\sqrt{\varepsilon_r^*}}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f\sqrt{\varepsilon_r^*}}\right)^2}} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_r^* - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$\beta_1 = \frac{2\pi f}{c_0}\sqrt{\varepsilon_r^* - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

για την γραμμή μεταφοράς

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \qquad \beta_0 = \frac{2\pi f}{c_0}\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$\text{και} \quad Z_{in} = Z_0 \frac{Z_{in_1} + jZ_0\tan(\beta_0(L-d))}{Z_0 + jZ_{in_1}\tan(\beta_0(L-d))} \quad (1)$$

λύνοντας την (1) ως προς Z_{in_1}

$$Z_{in}(Z_0 + jZ_{in_1}\tan(\beta_0(L-d))) = Z_0 Z_{in_1} + jZ_0^2\tan(\beta_0(L-d))$$

$$Z_{in}Z_0 - jZ_0^2\tan(\beta_0(L-d)) = Z_0 Z_{in_1} - jZ_{in}Z_{in_1}\tan(\beta_0(L-d)) \Rightarrow$$

$$Z_{in}Z_0 - jZ_0^2\tan(\beta_0(L-d)) = Z_{in_1}(Z_0 - jZ_{in}\tan(\beta_0(L-d))) \Rightarrow$$

$$Z_{in_1} = \frac{Z_{in}Z_0 - jZ_0^2\tan(\beta_0(L-d'))}{Z_0 - Z_{in}\tan(\beta_0(L-d'))j}$$

για $d' = d = 1{,}5\cdot10^{-3}m$ με $Z_{in} = 4{,}9678 + 43{,}9439j$

κάνω αντικατάσταση

$Z_{in_1} = \cancel{369{,}89 + 38{,}15j} = 5{,}3 + 135{,}56j$

για $d' = 2d = 3\cdot10^{-3}m$ με $Z_{in} = 108{,}5347 + 902{,}0138j$

κάνω αντικατάσταση

$Z_{in_2} = \cancel{907{,}96 + 37{,}065j}$ $\cancel{344{,}85 + 195{,}4j}$ $Z_{in_2} = 189{,}11 + 491j$

παίρνοντας τον λόγο τους

$$\frac{\cancel{jZ_1}\tanh(\beta_1 d)}{\cancel{jZ_1}\tanh(\beta_1 2d)} = \frac{\cancel{369{,}89 + 38{,}15j}}{\cancel{907{,}96 + 37{,}065j}} = \frac{\cancel{5{,}3 + 135{,}56j}}{\cancel{344{,}85 + 195{,}4j}}$$

$$\frac{\tanh(\cancel{\beta_1 d})}{\dfrac{2\tanh(\cancel{\beta_1 d})}{1+\tanh^2(\beta_1 d)}} = \cancel{0{,}401 - 0{,}0456j} \Rightarrow 0{,}5317 + 0{,}2394j$$

$\cancel{1+\tanh^2}(\beta_1 d) = \cancel{0{,}804 + 0{,}0513j}$ $\cancel{1{,}0633 + 0{,}5188}$

$$\frac{\dfrac{\tanh(\gamma_1 d)}{\dfrac{2\tanh(\gamma_1 d)}{1+\tanh^2(\gamma_1 d)}}}{} = \frac{Z_{in_1}}{Z_{in_2}}$$

φτάνω έπειτα από πράξεις

$\gamma_1 d = 0{,}0\cancel{188}^{5} + 0{,}6312j + jn\pi$ θέτω $n=0$

και $\gamma_1 = \dfrac{k^2 \tan\partial}{2B} + \cancel{2}Bj$

με $B = \dfrac{2\pi f}{c_0}\sqrt{\varepsilon_r - \left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2}$

και $k^2 = \dfrac{4\pi^2 f^2 \cdot \varepsilon_r}{c_0^2}$

$Bd = 0{,}6312 \Rightarrow \dfrac{2\pi f d}{c_0}\sqrt{\varepsilon_r - \left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2} = 0{,}6312 \Rightarrow$

$\varepsilon \cancel{r}$ $\sqrt{\varepsilon_r - \left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2} = 2{,}0092 \Rightarrow \varepsilon_r = 4{,}4790$

άρα $B = 420{,}3308$ rad/m

$k^2 = 1{,}9608 \cdot 10^5$

και $ad = \overset{0{,}0185}{\cancel{0{,}0188}} \Rightarrow \dfrac{k^2 \tan\partial}{2B} d = \overset{0{,}0185}{\cancel{0{,}0188}} \Rightarrow$

$\tan\partial = \cancel{0{,}0119}\ 0{,}0527$

Σαρώθηκε με το CamScanner

1.2 Υπολογισμός μέσω matlab

Εδώ ορίζεται η συνάρτηση υπολογισμού

```

function F=roots(x)
Zin=4.9678+43.9439*j;
Zo=120*pi/(sqrt(1-(6.56/10)^2));
co=3*10^8;
f=10^10;
b=(2*pi*f/co)*(sqrt(1-(6.56/10)^2));
L=0.06;
d=1.5*10^(-3);
Zin1 = (Zin*Zo-j*Zo*Zo*tan(b*(L-d)))/(Zo-Zin*j*tan(b*(L-d)));
be=(2*pi*f/(co))*sqrt(abs(x(1))-0.430336);
k=4*pi*pi*f*f*abs(x(1))/(co^2);
F=Zin1-(120*pi/(sqrt(abs(x(1))-0.430336)))*tanh(d*((k*abs(x(2))/(2*
    be))+be*j));
end
```

Υπολογισμός ριζών

```

fun=@roots;
x0=[4.4790,0.0527];
x = fsolve(fun,x0);
disp(['tand =',num2str(x(2))]);
disp([' r  =',num2str(x(1))]);
```

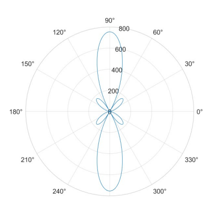
Δίνει λύσεις

$$tand = 0.052864 - 0.0079027i$$
$$er = 4.4786 - 3.4989 * 10^{-5}i$$

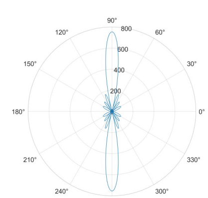
Αρκετά κοντά σε αυτες που υπολογίσαμε θεωρητικά

2 Άσκηση 2.2

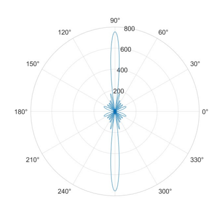
2.1 Διαγράμματα ακτινοβολίας στο οριζόντιο επίπεδο



Σχήμα 1: Διάγραμμα ακτινοβολίας στο $z = 0$ για αποστάσεις λ/4

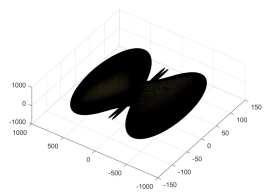


Σχήμα 2: Διάγραμμα ακτινοβολίας στο $z = 0$ για αποστάσεις λ/2

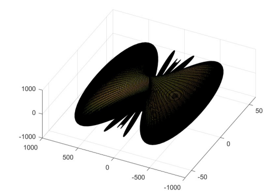


Σχήμα 3: Διάγραμμα ακτινοβολίας στο $z = 0$ για αποστάσεις 3λ/4

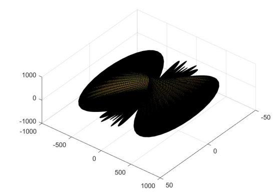
2.2 $3D$ διαγράμματα ακτινοβολίας



Σχήμα 4: $3D$ διάγραμμα ακτινοβολίας για αποστάσεις $\lambda/4$



Σχήμα 5: $3D$ διάγραμμα ακτινοβολίας για αποστάσεις $\lambda/2$



Σχήμα 6: $3D$ διάγραμμα ακτινοβολίας για αποστάσεις $3\lambda/4$

2.3 Υπολογισμός κατευθυντικότητας

Από το ορισμό της κατευθυντικότητας έχουμε ότι

$$D = \frac{P_{r,max}}{P_{r,av}} = \frac{4\pi r^2 P_{r,max}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} P_r r^2 sin\theta \, d\theta \, d\phi}$$

Απλοποιούνται οι αποστάσεις στο τετράγωνο πάνω και κάτω οπότε αρκεί να προσδιορίσουμε την μέγιστη ισχύ και το διπλό ολοκλήρωμα με κατα Riemman ολοκλήρωση

2.3.1 Για d= λ/4

$$P_{r,max} = 305.5775 W/m^2$$
$$Wr = 435.6769 W$$
$$D = \frac{4\pi * 305.5775}{435.6769} = 8.8113$$

Ενώ θεωρητικά παίρνουμε $D_1 = 2N(\lambda/4)/(\lambda) = N = 4$ με D_1 περίπου διπλάσιο του D.

2.3.2 Για d= λ/2

$$P_{r,max} = 305.5775 W/m^2$$

$$Wr = 222.2953 W$$
$$D = \frac{4\pi * 305.5775}{222.2953} = 17.2714$$

Ενώ θεωρητικά παίρνουμε $D_1 = 2N(\lambda/2)/(\lambda) = N = 8$ με D_1 περίπου διπλάσιο του D.

2.3.3 Για d= 3λ/4

$$P_{r,max} = 305.5775W/m^2$$

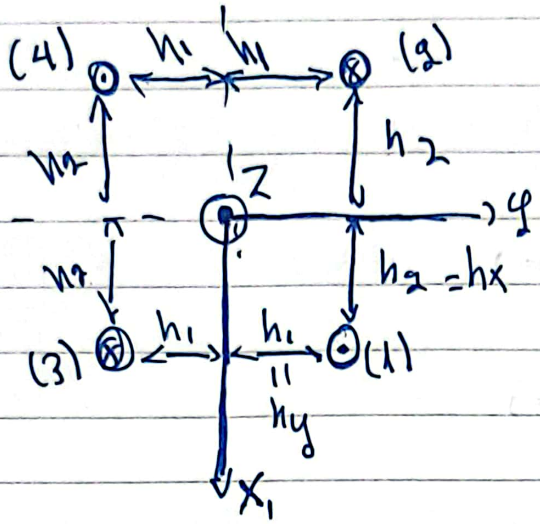
$$Wr = 155.4798W$$

$$D = \frac{4\pi * 305.5775}{155.4798} = 24.6961$$

Ενώ θεωρητικά παίρνουμε $D_1 = 2N(\lambda)/(\lambda) = N = 16$ με D_1 κατα 50 τις εκατό αυξημένο σε σχέση με το D.

2.4 Ακτινοβολία με αγώγιμα επίπεδα

δ)



για την προσέγγιση του πλάτους $r_i \simeq r$, $\theta_i \simeq \theta$

για την προσέγγιση της φάσης

$$r_i = r - \vec{\rho}_i \cdot \hat{r} = r - (x_i \hat{x} + y_i \hat{y}) \cdot (\cos\phi \sin\theta \hat{x} + \sin\phi \sin\theta \hat{y} + \cos\theta \hat{z})$$

$$= r - (x_i \cos\phi \sin\theta + y_i \sin\phi \sin\theta)$$

έχουμε δίπολα $\lambda/2$ άρα

$$E_\theta(r_i) = j60 I_0 \frac{e^{-jk(r-(x_i\cos\phi\sin\theta + y_i\sin\phi\sin\theta))}}{r} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

$$E_\theta(r)_{o\lambda} = E_\theta(r_1) + E_\theta(r_2) + E_\theta(r_3) + E_\theta(r_4) =$$

$$= j60 I_0 \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta \, r} e^{-jkr} \cdot \Big(e^{jkh_x\cos\phi\sin\theta + jkh_y\sin\phi\sin\theta} +$$
$$- e^{-jkh_x\cos\phi\sin\theta + jkh_y\sin\phi\sin\theta}$$
$$- e^{jkh_x\cos\phi\sin\theta - jkh_y\sin\phi\sin\theta}$$
$$e^{-jkh_x\cos\phi\sin\theta - jkh_y\sin\phi\sin\theta} \Big)$$

παίρνοντας το μέτρο και θέλοντας μέγιστο σε $(\varphi,\theta)=(45°,90°)$
αντικαθιστώντας

$$|E_{\theta\varphi}| = E_{max}\left| e^{jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_x + jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_y} - e^{-jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_x + jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_y} + e^{jkh_x\frac{\sqrt{2}}{2} - jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_y} e^{-jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_x - jk\frac{\sqrt{2}}{2}h_y} \right|$$

$$= E_{max}\left| 2\cos\left(k\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(h_x+h_y)\right) + 2\cos\left(k\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x-h_y)\right)\right|$$

(1) $2\cos\left(k\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x+h_y)\right) = 2$ και $-2\cos\left(k\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x-h_y)\right) = 2$

ή (2) $2\cos\left(k\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x+h_y)\right) = -2$ και $2\cos\left(k\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x-h_y)\right) = 2$

λύνοντας την (1)

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x+h_y) = 2k\pi$, $k=0$ $\quad k'=\frac{2\pi}{\lambda}$

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x-h_y) = 2k\pi+\pi$, $k=0$

$h_x+h_y=0 \Rightarrow h_x=-h_y$

$\frac{\cancel{2\pi}}{\lambda}\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}(-2h_y)=\cancel{\pi} \Rightarrow -2\sqrt{2}h_y=\lambda \Rightarrow h_y=-\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}$, $h_x=\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}$

λύνοντας την (2)

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x+h_y)=2k\pi+\pi \Rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}2h_x=\cancel{\pi} \Rightarrow h_x=\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}$

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x-h_y)=2k\pi$, $k=0 \Rightarrow h_x=h_y$, $h_y=\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}$

καθώς θέλουμε $h_x, h_y > 0$ συνεχίζουμε με την 2η λύση
έστω $\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x+h_y) = k\pi$
και $\frac{2\pi}{\lambda}(h_x-h_y)=2\pi$

$k'\frac{\sqrt{2}}{2} 2 h_x = 4k\pi + \pi \Rightarrow$

$\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{2}\, h_x = 4k\pi + \pi \Rightarrow h_x = \frac{\lambda(4k+1)}{2\sqrt{2}}$

$\cancel{h_x - h_y = 2k\pi \frac{2}{\sqrt{2}k'}} \Rightarrow h_x - \frac{2k\pi 2}{\sqrt{2}k'} = h_y$

$\cancel{h_y = \frac{\lambda(4k+1)}{2\sqrt{2}} - \frac{4k\lambda}{2\sqrt{2}}}$

μια επόμενη λύση θα μπορούσε να είναι απ' την 1

$\cancel{k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x - h_y) = -2\pi} \Rightarrow$

$\cancel{k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x - h_y) = -\pi}$

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x + h_y) = 2\pi$ $\qquad \frac{h_x + h_y}{h_y - h_x} = 2 \Rightarrow h_y = 3h_x$

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_y - h_x) = \pi$

$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\sqrt{2}}{2} 4h_x = 2\pi \Rightarrow h_x = \frac{\lambda}{2\sqrt{2}}, \quad h_y = \frac{3\lambda}{2\sqrt{2}}$

η επόμενη λύση από την 2

$k'\frac{\sqrt{2}}{2}(h_x + h_y) = 3\pi$

$h_x = h_y$ $\qquad \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\sqrt{2}}{2} 2h_x = 3\pi \Rightarrow h_x = \frac{3\lambda}{2\sqrt{2}}$

$h_y = \frac{3\lambda}{2\sqrt{2}}$

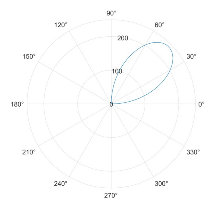
Μέσω επίλυσης προκύπτουν 3 ζευγάρια λύσεων

$$(h_x, h_y) = (\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}, \frac{\lambda}{2\sqrt{2}})$$

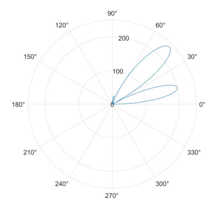
$$(h_x, h_y) = (\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}, \frac{3\lambda}{2\sqrt{2}})$$

$$(h_x, h_y) = (\frac{3\lambda}{2\sqrt{2}}, \frac{3\lambda}{2\sqrt{2}})$$

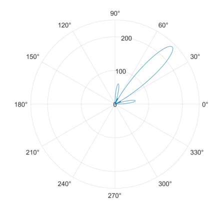
οπότε για αυτές τις 3 περιπτώσεις έχουμε αντίστοιχα διαγράμματα ακτινοβολίας



Σχήμα 7: Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας για το πρώτο ζευγάρι λύσεων

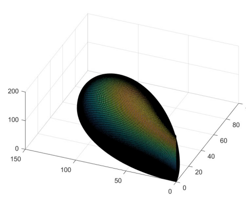


Σχήμα 8: Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας για το δεύτερο ζευγάρι λύσεων

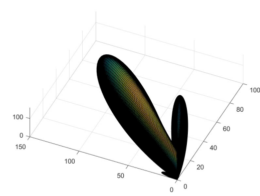


Σχήμα 9: Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας για το τρίτο ζευγάρι λύσεων

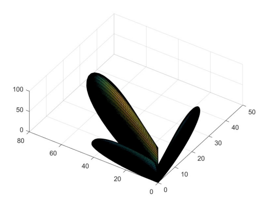
Σε όλες τις απεικονίσεις δεν περιλαμβάνεται γωνίες απο 90 εώς 360 μοίρες καθώς εκεί βρίσκεται το αγώγιμο επίπεδο



Σχήμα 10: $3D$ διάγραμμα ακτινοβολίας για το πρώτο ζευγάρι λύσεων



Σχήμα 11: $3D$ διάγραμμα ακτινοβολίας για το δεύτερο ζευγάρι λύσεων

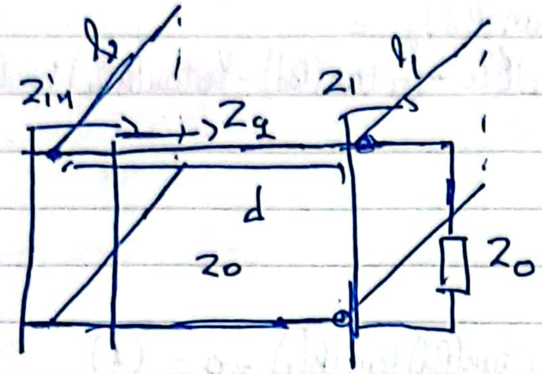


Σχήμα 12: $3D$ διάγραμμα ακτινοβολίας για το τρίτο ζευγάρι λύσεων

3 Άσκηση 2.3

Άσκηση 2.3

a)



$$Y_L = A_L + G_L j$$

$$Z_{oc_1} = -j\frac{Z_0}{\tan(\beta l_1)} \qquad Y_{oc_1} = \frac{+j\tan(\beta l_1)}{Z_0} = Y_0 j \tan(\beta l_1)$$

$$Z_{oc_2} = \frac{-jZ_0}{\tan(\beta l_2)} \Rightarrow Y_{oc_2} = \frac{j\tan(\beta l_2)}{Z_0} = Y_0 \tan(\beta l_2) j$$

$$Y_1 = Y_L + Y_{oc_1} \qquad Y_1 = A_L + (G_L + Y_0 \tan(\beta l_1))j$$

$$Y_2 = Y_0 \frac{Y_1 + jY_0\tan(\beta d)}{Y_0 + jY_1\tan(\beta d)}$$

$$Y_{in} = Y_2 + Y_{oc_2} \Rightarrow Y_{in} = Y_0 \frac{A_L + (G_L + Y_0\tan(\beta l_1))j + jY_0\tan(\beta d)}{Y_0 + (A_L + (G_L + Y_0\tan(\beta l_1))j)j\tan(\beta d)}$$

$$+ Y_0\tan(\beta l_2) j$$

θέλουμε $Y_{in} = Y_0$ άρα

$$Y_0 = Y_0 \frac{A_L + G_L j + Y_0 j\tan(\beta l_1) + jY_0\tan(\beta d)}{Y_0 - \frac{G_L}{\tan(\beta d)} - Y_0\tan(\beta l_1)\tan\beta d + A_L j\tan(\beta d)} + Y_0\tan(\beta l_2) j \Rightarrow$$

$$1 = \frac{A_L + j(Y_0\tan(\beta d) + Y_0\tan(\beta l_1) + G_L)}{\left(Y_0 - \frac{G_L}{\tan(\beta d)} - Y_0\tan(\beta l_1)\tan(\beta d) + A_L(\tan(\beta d))j\right)} + \tan(\beta l_2) j$$

$$\frac{Y_0 - G_L\tan(Bd) - Y_0\tan(Bl_1)\tan(Bd) + A_L\tan(Bd)j}{A_L + j[Y_0\tan(Bd) + Y_0\tan(Bl_1) + G_L] + \tan(Bl_2)[Y_0 - G_L\tan(Bd) - Y_0\tan(Bl_1)\tan(Bd)]j - A_L\tan(Bd)\tan(Bl_2)} =$$

έχουμε πραγματικό μέρος

$$Y_0 - G_L\tan(Bd) - Y_0\tan(Bl_1)\tan(Bd) - A_L + A_L\tan(Bd)\tan(Bl_2) = 0 \quad (1)$$

για το μιγαδικό

$$-A_L\tan(Bd) + Y_0\tan(Bd) + Y_0\tan(Bl_1) + G_L + \tan(Bl_2)Y_0 - G\tan(Bd)\tan(Bl_2)$$
$$- Y_0\tan(Bl_1)\tan(Bl_2)\tan(Bd) = 0 \quad (2)$$

B)

$Z_0 = 50\Omega$ $\quad Y_0 = 0{,}02$ $\quad d = \frac{\lambda}{8}$ $\quad Bd = \frac{\pi}{4}$

$Z_L = 20 - 30j\,\Omega$ $\quad A_L = 0{,}0154$ $\quad G_L = +0{,}0231.$ $\quad \tan(Bd) = 1$

$\tan(Bl_1) \to a$

απλά αντικαθιστώ $\quad \tan(Bl_2) \to c$

$$0{,}02 - 0{,}0231 - 0{,}02a - 0{,}0154 + 0{,}0154 \cdot c = 0$$
$$\to \quad 0{,}0154c - 0{,}02a = 0{,}0185 \quad (1)$$

$$-0{,}0154 + 0{,}02 + 0{,}02a + 0{,}0231 + 0{,}02c - 0{,}0231c - 0{,}02ac = 0$$
$$0{,}0277 + 0{,}02a - 0{,}0031c - 0{,}02ac = 0 \Rightarrow$$
$$0{,}0277 + 0{,}0154c - 0{,}0185 - 0{,}0031c - (0{,}0154c - 0{,}0185)c = 0$$
$$0{,}\cancel{0277} + 0{,}0123c + 9{,}2\cdot10^{-3} + 0{,}0185c^2 - 0{,}0154c^2 = 0$$
$$\cancel{0{,}0248} \quad 0{,}0308c + 9{,}2\cdot10^{-3} - 0{,}0154c^2 = 0 \Rightarrow$$
$$1{,}54c^2 - 3{,}08c - 0{,}92 = 0$$

$\Delta = \cancel{3{,}8194}\ 15.1536$

$$c = \frac{3{,}08 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot 1{,}54} \to \cancel{1{,}63}\ 2{,}2638, \quad \to \cancel{0{,}365}\ -0{,}2638$$

$$a = \frac{0{,}0154c - 0{,}0185}{0{,}02} \to \cancel{0{,}33}\ 0{,}81, \quad \to -\cancel{0{,}4395}\ -1.1286$$

για ζεύγος λύσεων $a = 0{,}\cancel{33}\,81$ $c = \cancel{1{,}63}\ 2{,}2683$

$\beta l_1 = 0{,}318 \Rightarrow$

$l_1 = \dfrac{0{,}318\,\lambda}{2\pi} = \dfrac{0{,}318 \cdot 3\cdot 10^8}{2\pi \cdot 5\cdot 10^9} \Rightarrow \cancel{l_1 = 0{,}003044}$

$l_1 = 0{,}006501\ m$

$\cancel{l_2 = 0{,}009745}$

$l_2 = 0{,}01102\ m$

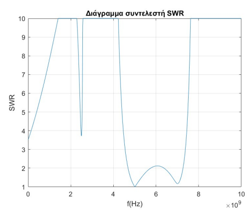
για ζεύγος $a = -0{,}64$ $c = 0{,}365$

$\beta l_1 = 2{,}57 \Rightarrow \cancel{l_1 = 0{,}0245}$ $\cancel{0{,}0245}$ $l_2 = 0{,}0275\ m$

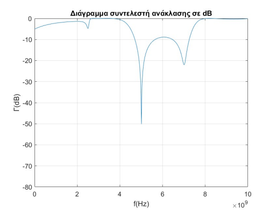
$\beta l_2 = \cancel{0{,}365}\ 0{,}35 \Rightarrow \cancel{l_2 = 0{,}003342}$ $\cancel{0{,}0034}$ $l_2 = 0{,}0219\ m$

Όπως φαίνεται υπάρχουν 2 ζευγάρια λύσεων ενα μικρά και ενα με μεγαλύτερα μήκη.

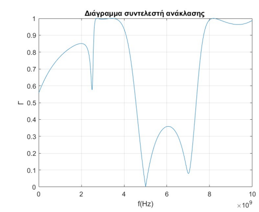
Για το ζευγάρι με τα μεγαλύτερα μήκη εχουμε Όπως φαίνεται απο το διάγραμμα



Σχήμα 13: Διάγραμμα συντελεστή SWR



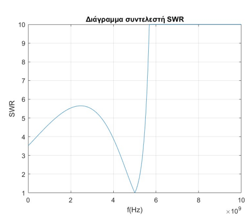
Σχήμα 14: Διαγραμμα μετρου ανάκλασης Γ σε db



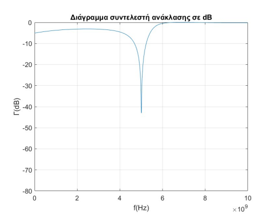
Σχήμα 15: Διαγραμμα μετρου ανάκλασης Γ

έχουμε προσαρμογή για τα $5Ghz$ με εύρος ζώνης γυρω απο $(4.69Ghz$,$5.71Ghz)$=$1.02Ghz$

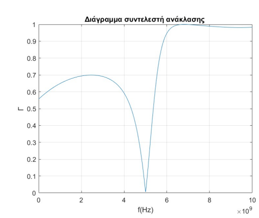
Για το ζευγάρι με τις μικρότερες λύσεις. Πάλι όπως φαίνεται απο το διάγραμμα



Σχήμα 16: Διάγραμμα συντελεστή SWR



Σχήμα 17: Διαγραμμα μετρου ανάκλασης Γ σε db

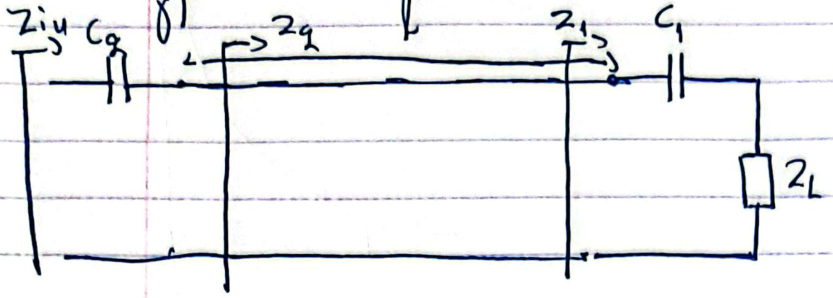


Σχήμα 18: Διαγραμμα μετρου ανάκλασης Γ

έχουμε προσαρμογή για τα $5Ghz$ με εύρος ζώνης γυρω απο $(4.64Ghz$,$5.25Ghz)$=$0.61Ghz$.

Συνεπώς οι κλαδωτές μεγαλύτερου μήκους δίνουν μεγαλύτερο εύρος ζώνης.

γ)



τοποθετώντας στην θέση των κλαδωτών σε σειρά με τους πυκνωτές με $l = \frac{\lambda}{8}$

$z_L = 0{,}4 - 0{,}6j$ για να έχουμε προσαρμογή θέλουμε $z_{in} = 1$

Οι πυκνωτές έχουν αρνητική αντίδραση και είναι αδύνατο ~~σε~~ με αυτό το μήκος της γραμμής να φέρουμε σε προσαρμογή καθώς δεν μπορούμε να φτάσουμε σε κύκλο $g = 1$ ώστε προσθέτοντας αντίδραση πυκνωτή να φτάσουμε στο $z_{in} = 1$

Μπορούμε όμως με διαφορετικό μήκος γραμμής έστω

$x_{c_1} = -0{,}15j$ $\quad z_1 = 0{,}4 - 0{,}75j$

κινούμενοι στον SWR κύκλο του z_1 φτάνουμε σε αντίσταση

$z_2 = 1 + 1{,}5j$

για $l = (0{,}5 - 0{,}39)\lambda + 0{,}176\lambda = 0{,}286\lambda$

οπότε αν $x_{c_2} = -1{,}5j$

$z_{in} = 1$ οπότε έχουμε προσαρμογή

$X_{c_1} = Z_0 x_{c_1} \Rightarrow X_{c_1} = -50 \cdot 0{,}15j \Rightarrow$

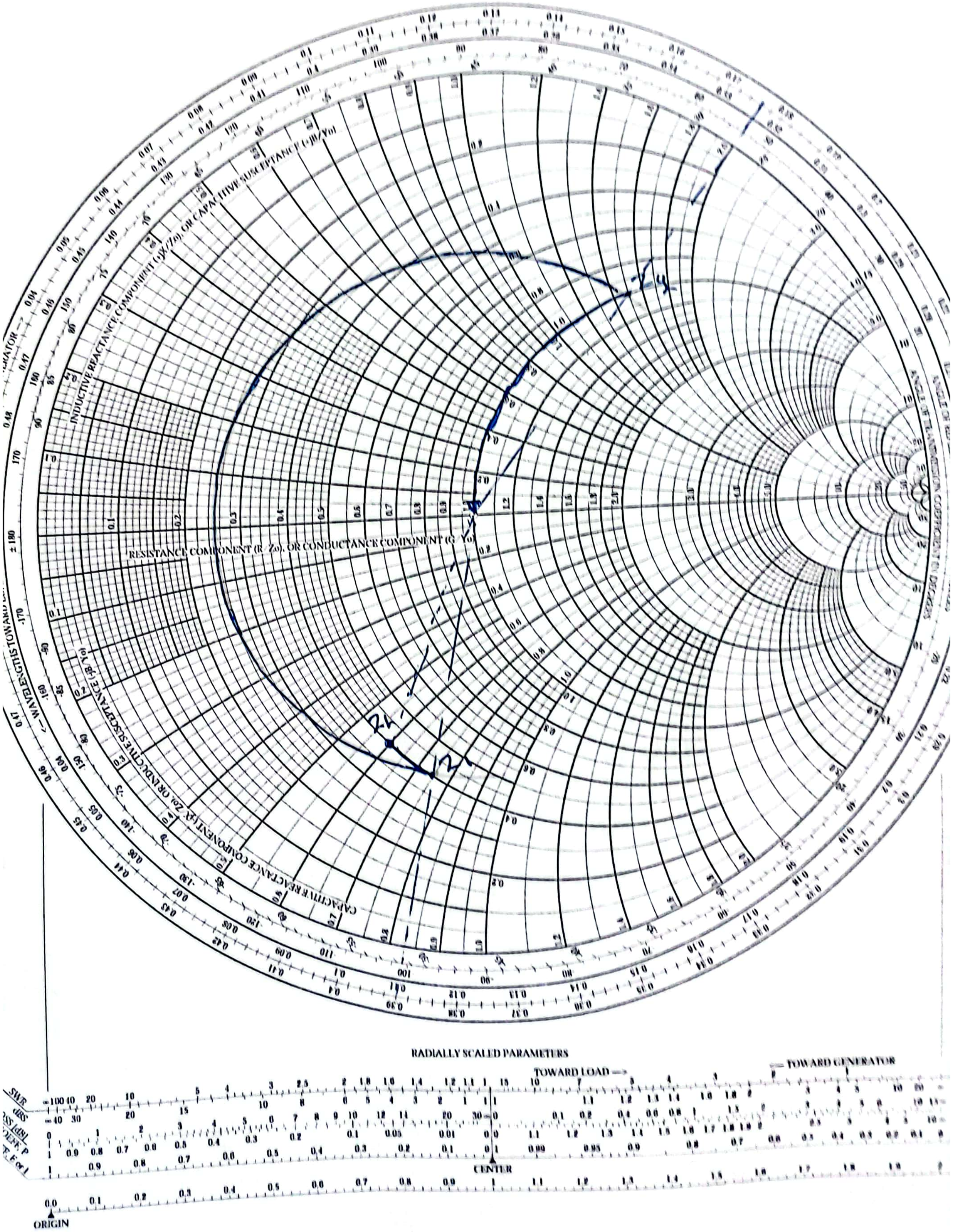
$-\frac{\cancel{j}}{2\pi f C_1} = -50 \cdot 0{,}15 \cancel{j} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi f \cdot 7{,}5} \Rightarrow$

$C_1 = 4{,}24\,pF$

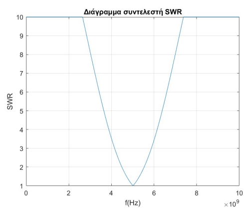
$X_{c_2} = Z_0 x_{c_2} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi f Z_0 x_{c_2}} \Rightarrow C_2 = 0{,}424\,pF$

The Complete Smith Chart

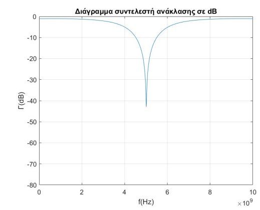
Black Magic Design



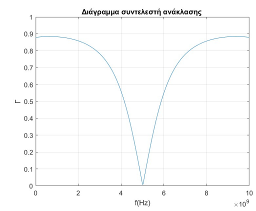
Για πυκνωτές σε σειρά με μήκος $l = 0.286\lambda$ $C1 = 4.24pF$ $C2 = 0.424pF$



Σχήμα 19: Διάγραμμα συντελεστή SWR



Σχήμα 20: Διαγραμμα μετρου ανάκλασης Γ σε db

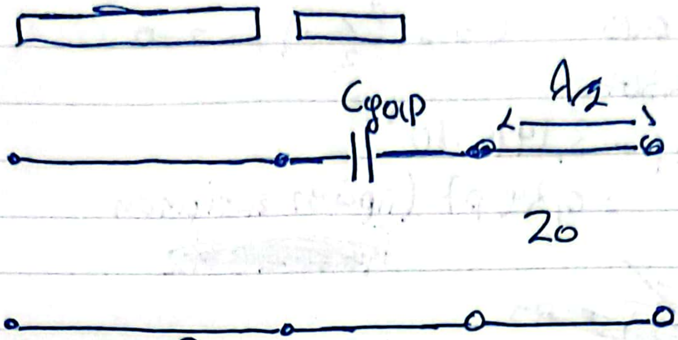


Σχήμα 21: Διαγραμμα μετρου ανάκλασης Γ

4 Άσκηση 2.4

Άσκηση 2.4

a)



$d = 1{,}6 \cdot 10^{-3} m$ $\varepsilon_r = 4{,}4$

$$A = \frac{Z_0}{60}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_r+1}{2}}\right) + \frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}\left(0{,}23 + \frac{0{,}11}{\varepsilon_r}\right) = 1{,}529$$

$A > 1{,}52$

οποτε $\frac{W}{d} = \frac{8e^{A}}{e^{2A}-2} = 1{,}91$

$$\varepsilon_{r,eff} = \frac{\varepsilon_r+1}{2} + \frac{\varepsilon_r-1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1+12\frac{d}{w}}}\right) =$$

$= 3{,}33$

το μήκος κύματος είναι:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}} = 0{,}063$$

και $l = \frac{\lambda}{2} = 0{,}0328m$

$$\beta = \frac{\omega}{u_p} = \frac{2\pi f\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}{c_0} = 95{,}54 \, rad/m$$

$$Q = \frac{\beta}{2a} \Rightarrow \frac{Q}{\beta} = \frac{1}{2a} \Rightarrow 2a = \frac{\beta}{Q} \Rightarrow a = \frac{\beta}{2Q}$$

$$a = \frac{95,54}{50} \Rightarrow a = 1,9108$$

θέλωντας να έχουμε κρίσιμη σύζευξη θέλουμε $g = 1$

η χωρητικότητα του διακένου δίνεται από $\left(z = \frac{Z}{Z_0} \right) \Rightarrow z = 0$

για $f = 2,5GHz$

$$C_{gap} = \frac{1}{2\pi f_0 Z_0} \sqrt{\frac{\pi}{2a}} \Rightarrow C_{gap} = 3,1915 \cdot 10^{-13}$$

$= 0,32\ pF$ (πρώτη εκτίμηση

με fsolve $\tan\left(\frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}{c_0} l\right) + \sqrt{\frac{a c_0}{2f\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}} = 0$

$\Rightarrow f_r = 2,3032\ GHz$ $\quad C_{gap} = \frac{1}{2\pi f Z_0} \sqrt{\frac{\pi a}{B}} \Rightarrow$

$\Rightarrow C_{gap} = \underline{3,58 \cdot 10^{-13} = 0,358\ pF}$ $\quad C_{gap} = 0,358 pF$

3) για την αναχτοπυκλωμένη γραμμή

$$Z_{in} = Z_0 \coth((a + jB)l)$$

$$z_{in} = \frac{Z_0}{Z_0} \coth((a + jB)l)$$

καθώς έχουμε καινούρια συχνότητα συντονισμού για κρίσιμη σύζευξη

$$B' = \frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}{c_0} \Rightarrow B' = 88.0659\ rad/m$$

$$z_{in} = \coth((a + B'j)l) = \coth((1,9108 + 88.0659j) \cdot 0,0328) =$$
$$= 0,9435 + 3,639j$$

θέλουμε $\mathrm{Im}\{z_{in}\} = 0$ και $g = 1$

άρα $z_c = -\mathrm{Im}(z_{in}) = -3,639j \Rightarrow$

$$\frac{-j}{2\pi f C Z_0} = -3,639j \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f\, 3,639 Z_0} \Rightarrow$$

$$C = 3,707 \cdot 10^{-13} = 0,377 pF$$

προσσεγγιστικά οι τιμές είναι πολύ κοντά σε C_{gap} και $z_{in} = 0,9435$

κοντα σε $g=1$

γ)

διαστρώνουμε στο ίδιο πλάτος και με $f_r' = 2{,}5GHz$

$$C_{gap} = \frac{1}{2\pi f_r' Z_0}\sqrt{\frac{\pi}{\frac{4\beta'}{2a}}} \qquad \beta' = \frac{2\pi f_r' \sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}{c_0}$$

$\Rightarrow C_{gap} = 0{,}32\ pF$

και $\tan(\beta' l) + \sqrt{\frac{a c_0}{2f\sqrt{\varepsilon_{r,eff}}}} = 0 \Rightarrow$

$\tan(95{,}54 l) + \sqrt{\frac{\pi a}{\beta'}} = 0 \Rightarrow$

$\tan(95{,}54 l) + \sqrt{\frac{\pi\, 1{,}91}{95{,}54}} = 0$

$\Rightarrow \tan(95{,}54 l) = -0{,}25 \Rightarrow 95{,}54 l = \tan^{-1}(-0{,}25) \Rightarrow$

$95{,}54 l = 0{,}922\pi$ ή $95{,}54 l = 1{,}922\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow l = 0{,}03m$ $\qquad l = \frac{1{,}922\pi}{95{,}54} \Rightarrow l = 0{,}0632\,m$

ή $l = 0{,}46\lambda$

$\lambda = 0{,}0637m$ $\qquad l = 0{,}96\lambda$

διαλέγω την μικρότερη λύση $l = 0{,}46\lambda$