

1 Definition

G 为群, Π 为方案, $|\Pi/G|$ 就是所有方案在 G 作用下本质不同的方案数。
 g 的不动点:

$$fixed(g) := \{x \in \Pi | gx = x\}$$

x 的轨道:

$$G_x := \{gx | g \in G\}$$

x 的不动作用:

$$stab_G(x) := \{g \in G | gx = x\}$$

2 Proof

$$\begin{aligned} \sum_{g \in G} |fixed(g)| &= |\{(g, x) \mid gx = x\}| = \sum_{x \in \Pi} |stab_G(x)| \\ &= \sum_{C \in \Pi/G} \sum_{x \in C} |stab_G(x)| = \sum_{C \in \Pi/G} \sum_{x \in C} \frac{|G|}{|C|} = \sum_{C \in \Pi/G} |G| = |G| |\Pi/G| \end{aligned}$$

证毕