4

Benutze Satz von Bayes: $(x \in \{\pi, K, p\})$

$$P(x \text{ im Detektor}) = \begin{cases} ,80 & ,\pi \\ ,1 & ,K \\ ,1 & ,p \end{cases}$$

$$P(x \text{ gemessen} \mid x \text{ im Detektor}) = L_x$$

$$P(x \text{ gemessen}) = N \quad \forall x \qquad \text{(Normierungsfaktor)}$$

$P(x \text{ im Detektor} \mid x \text{ gemessen})$: Beobachtungswahrsch.

$$P(x \text{ im Det.} \mid x \text{ gem}) = \frac{P(x \text{ gem.} \mid x \text{ im Det.}) \cdot P(x \text{ im Det})}{N} = P_x$$

a)

$$P_\pi N = 0{,}104 \qquad P_\pi = 34{,}2\%$$

$$P_K N = 0{,}15 \quad \to \quad P_K = 49{,}3\%$$

$$P_p N = 0{,}05 \qquad P_p = 16{,}4\%$$

$$\Sigma \qquad 0{,}304 = N$$

b)

$$\begin{array}{cccc} & \pi & K & p \\ \underline{\vec{P}} = & (96{,}7\%; & 3{,}0\%; & 3‰) \end{array}$$

c) $\underline{\vec{P}} = (23{,}7\%;\ 21{,}2\%;\ 55{,}1\%)$

1

a) $H_0 : s_0 = 0$

$$-\partial_b F\Big|_{b_0} \overset{!}{=} 0 = (N_{off} + N_{on})\, b_0^{-1} - (1+\alpha) \cancel{+ const.} \iff b_0 = \frac{N_{on} + N_{off}}{1+\alpha}$$

Da $N_{on}, N_{off} \gg 10$ ist $\mathcal{L}$ annährend gaußförmig und es kann Bbbel 6.11 verwendet werden:

$$\sigma_b \approx \left(\frac{d^2F}{db^2} \Big|_{b_0} \right)^{-1/2} = \sqrt{\frac{b_0^2}{N_{on} + N_{off}}} = \underline{\sqrt{\frac{1}{1+\alpha}}\sqrt{b_0}}$$

b)

$$\Gamma = \frac{\mathcal{L}(b_0, s_0)}{\mathcal{L}(\hat{b}, \hat{s})} = \frac{\exp\left(N_{off} \ln b_0 + N_{on} \ln(\alpha b_0) - (1+\alpha) b_0 - 0 - \ln N_{off}! - \ln N_{on}!\right)}{\exp\left(N_{off} \ln \hat{b} + N_{on} \ln(\hat{s} + \alpha \hat{b}) - (1+\alpha)\hat{b} - s - \ln N_{off}! - \ln N_{on}!\right)}$$

$$= \frac{\exp\left(N_{off} \ln \frac{N_{on} + N_{off}}{1+\alpha} + N_{on} \ln \frac{N_{on} + N_{off}}{1/\alpha + 1} - N_{on} - N_{off}\right)}{\exp\left(N_{off} \ln N_{off} + N_{on} \ln \left(\underbrace{N_{on}}_{= N_{on} - \alpha N_{off} + \alpha N_{off}}\right) - N_{off} \underline{- \alpha N_{off}} - N_{on} + \underline{\alpha N_{off}}\right)}$$

$N_\Sigma = N_{on} + N_{off}$

$$= \underline{\left(\frac{\frac{N_\Sigma}{1+\alpha}}{N_{off}} \right)^{N_{off}} \cdot \left(\frac{\frac{N_\Sigma}{1+1/\alpha}}{N_{on}} \right)^{N_{on}}}$$

c)

Definition der χ^2-Verteilung

$D = -2\ln\lambda$ ist χ^2-Verteilt mit einem Freiheitsgrad $\Leftrightarrow$ $\sqrt{D} = d$ ist standard-normalverteilt.

$$\rightarrow \sqrt{-2\ln\lambda} \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{x^2}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2\ln\left(\sqrt{-4\pi\ln\lambda}\right)} = x$$

Da die SNV eine Varianz von 1 hat, ist x die Signifikanz in Einheiten von σ.

d)

Einsetzen liefert:
(Rechnung in Code)

- $1{,}75\,\sigma$
- $2{,}19\,\sigma$