

Nr. 2

a) $\underline{A} \cdot \vec{f} = \vec{g}$ mit $\underline{A} = \begin{pmatrix} 1-\epsilon & \epsilon \\ \epsilon & 1-\epsilon \end{pmatrix} \cdot \frac{4}{5}$

b) $\underline{A}^{-1} = \frac{5}{4} \frac{1}{1-2\epsilon} \begin{pmatrix} 1-\epsilon & -\epsilon \\ -\epsilon & 1-\epsilon \end{pmatrix}$

dh. $\vec{f} = \underline{A}^{-1} \cdot \vec{g} = \frac{5}{4} \frac{1}{1-2\epsilon} \begin{pmatrix} 1-\epsilon & -\epsilon \\ -\epsilon & 1-\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$
 $= \frac{5}{4} \frac{1}{1-2\epsilon} \begin{pmatrix} (1-\epsilon)g_1 - \epsilon g_2 \\ (1-\epsilon)g_2 - \epsilon g_1 \end{pmatrix}$

c) für $\underline{V}[g] = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$ mit $\vec{f} = \underline{A}^{-1} \vec{g}$ gilt zunächst allgemein:

$\underline{V}[f] = \underline{A}^{-1} \underline{V}[g] (\underline{A}^{-1})^T$
 $= \frac{25}{16} \frac{1}{(1-2\epsilon)^2} \begin{pmatrix} 1-\epsilon & -\epsilon \\ -\epsilon & 1-\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-\epsilon & -\epsilon \\ -\epsilon & 1-\epsilon \end{pmatrix}$
 $= \frac{25}{16} \frac{1}{(1-2\epsilon)^2} \begin{pmatrix} 1-\epsilon & -\epsilon \\ -\epsilon & 1-\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1^2(1-\epsilon) & -\epsilon \sigma_1^2 \\ -\epsilon \sigma_2^2 & \sigma_2^2(1-\epsilon) \end{pmatrix}$
 $= \frac{25}{16} \frac{1}{(1-2\epsilon)^2} \begin{pmatrix} \sigma_1^2(1-\epsilon)^2 + \epsilon^2 \sigma_2^2 & -\epsilon(1-\epsilon)\sigma_1^2 - \epsilon(1-\epsilon)\sigma_2^2 \\ -\epsilon(1-\epsilon)\sigma_1^2 - \epsilon(1-\epsilon)\sigma_2^2 & \sigma_2^2(1-\epsilon)^2 + \epsilon^2 \sigma_1^2 \end{pmatrix}$

d) $g_1 = 200, g_2 = 169, \epsilon = 0.1,$

$\sigma_1^2 = 200, \sigma_2^2 = 169$ da Poisson verteilt

$\rightarrow f_1 \approx 254.8 \rightarrow f_2 \approx 206.4$

$\rightarrow \underline{V}[f] = \begin{pmatrix} 399.6 & -81.1 \\ -81.1 & 339.1 \end{pmatrix}$

dh. $\sigma_{f_1} \approx 19.9, \sigma_{f_2} \approx 18.4, \rho \approx -0.22$

e) $\rightarrow \underline{V}[f] = \begin{pmatrix} 3868.75 & -3459.4 \\ -3459.4 & 3626.6 \end{pmatrix}$

$\rightarrow \sigma_{f_1} \approx 62.2 \rightarrow \sigma_{f_2} \approx 60.2 \rightarrow \rho \approx -0.92$

Wir erhalten größere Fehler. Dies bedeutet dass die Entfallung "schwieriger" wird, bzw. Fehlerbereiniger ist, da der "Detektor" durch das große ϵ die Ereignisse stärker vermischt.

f) \underline{A}^{-1} kann nicht ermittelt werden, da \underline{A} nicht invertierbar. Entfallung nicht möglich, da durch $\epsilon = 0.5$ jegliche Information durch den Detektor verloren geht!