Ansatz: $\varphi_1 = A_1 e^{i\omega t}$ $\qquad \varphi_2 = A_2 e^{i\omega t}$

das hier scheint nicht sonderlich zielführend zu sein, besser weiter auf nächster Seite.

Ja ü

$\Rightarrow$ einsetzen in I, II:

$$-m_1 l A_1 \omega^2 \cancel{e^{i\omega t}} + m_1 g A_1 \cancel{e^{i\omega t}} + Kl(A_1 - A_2)\cancel{e^{i\omega t}} = 0 \qquad \text{Ia}$$

$$-m_2 l A_2 \omega^2 \cancel{e^{i\omega t}} + m_2 g A_2 \cancel{e^{i\omega t}} \mp Kl(A_1 - A_2)\cancel{e^{i\omega t}} = 0 \qquad \text{IIa}$$

Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m_1(g - l\omega^2) + Kl & -Kl \\ -Kl & m_2(g - l\omega^2) + Kl \end{pmatrix}}_{A} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \det A \stackrel{!}{=} 0$$

$$K^2 l^2 + (m_1(g - l\omega^2) + Kl) \cdot (m_2(g - l\omega^2) + Kl) = 0$$

$$2K^2 l^2 + m_1 m_2 (g - l\omega^2)^2 + m_1 g K l - m_1 l\omega^2 K l + m_2 g K l - m_2 l\omega^2 K l = 0$$

$$2K^2 l^2 + gKl(m_1 + m_2) + \omega^2 \cdot (-Kl^2(m_1 + m_2) - 2 g l m_1 m_2) + \omega^4 \cdot l^2 m_1 m_2 + m_1 m_2 g^2 = \qquad \Big| \cdot \frac{1}{l^2 m_1 m_2}$$

$$2\frac{K^2}{m_1 m_2} + gK \frac{m_1 + m_2}{l m_1 m_2} + \frac{g^2}{l^2} + \omega^2 \cdot \left(-\frac{K(m_1 + m_2)}{m_1 m_2} - \frac{2g}{l}\right) + \omega^4 = 0$$

$M := \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

$m = m_1 + m_2$

$$\omega^2_{1/2} = \frac{K}{2M} + \frac{g}{l} \pm \sqrt{\left(\frac{K}{2M} + \frac{g}{l}\right)^2 - 2\frac{K^2}{Mm} - gK\frac{1}{Ml} - \frac{g^2}{l^2}}$$

$$= \frac{K}{2M} + \frac{g}{l} \pm \sqrt{\frac{K^2}{4M^2} - 2\frac{K^2}{Mm}}$$