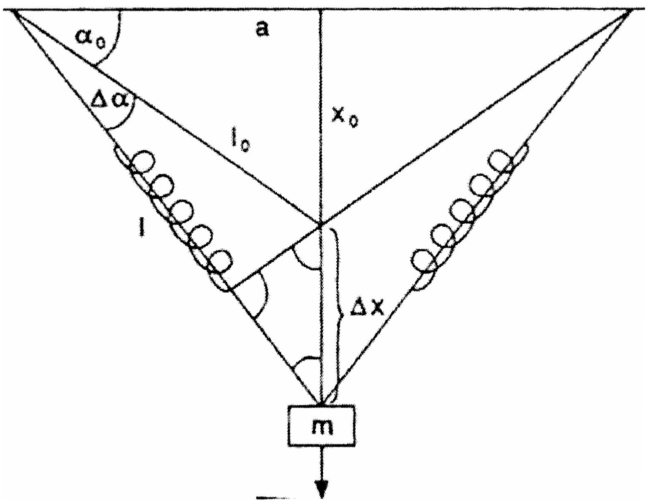
2. Übung zur Physik III — WS 2015/2016

Ausgabe: 21.10.2015 Prof. Dr. F. Anders
Abgabe: 28.10.2015 bis 12:00 Prof. Dr. M. Bayer

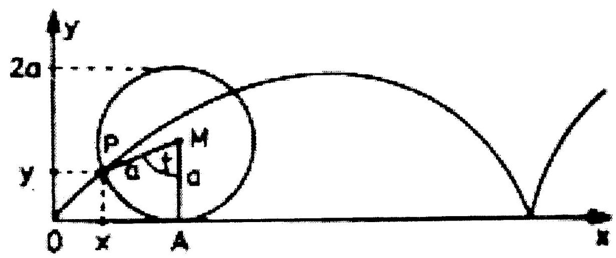
Hausaufgabe 1: Schwingungen an zwei Federn — 5 Punkte

Eine Masse von m werde an zwei identischen, masselosen Federn mit einer Federkonstante von k aufgehängt. In Ruhestellung bilden sie einen Winkel von α_0 mit der Horizontalen und sind l_0 m lang; außerhalb der Ruhestellung sei der Winkel $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$. Geben Sie die Periode der Schwingung an, die entsteht, wenn man die Masse um Δx_0 herabzieht und dann freilässt. $\bar{l}$ sei die Länge der entspannten Feder. Nähern Sie dabei bis einschließlich $\mathcal{O}(\Delta x)$, wobei Δx die vertikale Auslenkung von der Ruhelage ist.



Hausaufgabe 2: Zwangsbedingung: Zykloide — 5 Punkte

Ein Kreis mit dem Radius a rollt auf einer Geraden ab. Ein gegebener Punkt auf diesem Kreis beschreibt dann eine Zykloide. Leiten Sie die Parameterdarstellung dieser Zykloide her.



Hausaufgabe 3: Doppelpendel — 5 Punkte

Zwei mathematische Fadenpendel der Länge l und den Massen m_1 und m_2 hängen nebeneinander von der Decke herab und seien durch eine Feder der Stärke k miteinander verbunden. Die Feder sei für die Auslenkwinkel $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ entspannt.

a) Stellen sie das gekoppelte Differentialgleichungssystem für die Auslenkwinkel $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ auf (kleine Winkel-Näherung!). Hinweis: Für genügend kleine Winkel sind die Auslenkungen der Feder horizontal.

b) Entkoppeln Sie die Gleichungen durch eine geeignete Wahl der Linearkombination in φ_1 und φ_2 (den Eigenmoden des Systems):

$$\psi_1 = a_{11}\varphi_1 + a_{12}\varphi_2 \tag{1}$$

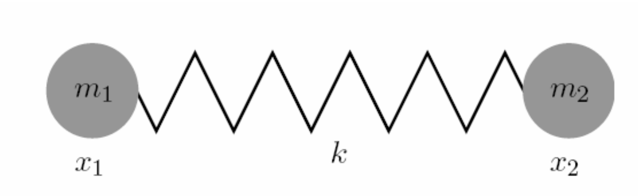
$$\psi_2 = a_{21}\varphi_1 + a_{22}\varphi_2. \tag{2}$$

Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenfrequenzen.

c) Das System wurde angeregt, indem Pendel 1 bei $\varphi_1 = 0$ und Pendel 2 bei $\varphi_2 = \hat{\varphi}$ festgehalten und zum Zeitpunkt $t = 0$ beide Pendel losgelassen werden. Geben Sie die Lösungen für die Pendel $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ an, und beschreiben Sie, welche Art der Bewegung sich für jedes der Pendel einstellt.

Hausaufgabe 4: Gekoppelte Massen — 5 Punkte

Die Massen m_1 und m_2 seien über eine Feder mit Federkonstante k gekoppelt (vgl. Abbildung).



a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Massen m_1 und m_2 in den Koordinaten x_1 und x_2 entlang der Feder auf.

b) Entkoppeln Sie die Bewegungsgleichungen durch Einführen von Schwerpunkts- und Relativkoordinaten.

c) Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen aus Aufgabenteil a) als lineares Gleichungssystem

$$\frac{d^2\underline{x}}{dt^2} = \underline{\underline{M}}\ \underline{x} \tag{3a}$$

mit

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \tag{3b}$$

und lösen Sie dieses Eigenwertproblem.