

VERSUCH 18

Der Reinst-Germanium-Detektor als Instrument der Gamma-Spektroskopie

Marius Hötting
Marius.Hoetting@udo.edu

Matthias Jaeger
Matthias.Jaeger@udo.edu

Durchführung: 22.05.2017

Abgabe: 06.06.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie	3
1.1 Wechselwirkung von γ Strahlung mit Materie	3
1.1.1 Photoeffekt	3
1.1.2 Comptoneffekt	4
1.1.3 Paarerzeugung	4
1.1.4 Zusammenfassung der Effekte	5
1.2 Der Germaniumdetektor	5
1.2.1 Der pn-Übergang	7
1.2.2 Vorgänge im Detektor	8
1.2.3 Auflösungsvermögen	9
1.2.4 Effizienz	10
2 Fehlerrechnung	11
3 Versuchsaufbau	12
4 Durchführung	14
5 Auswertung	15
5.1 Europium-Messung	15
5.1.1 Energiekalibrierung	15
5.1.2 Effizienzbestimmung	17
5.2 Cäsium-Messung	17
5.2.1 Photopeak	19
5.2.2 Compton-Kontinuum	20
5.2.3 Absorptionswahrscheinlichkeit	21
5.3 Barium-Messung	22
5.4 Stein-Messung	23
6 Diskussion	25
Literatur	26

1 Theorie

In diesem Versuch geht es darum, die Eigenschaften eines Germanium Detektors zu untersuchen. Dieser findet Anwendung in der γ -Spektroskopie. Dabei wird das Energiespektrum von γ -Strahlern gemessen. Im Experiment wird zunächst der Detektor mit Hilfe von Strahlern mit bekannten Spektren kalibriert, bevor dann Spektren unbekannter Strahler aufgenommen und ausgewertet werden.

1.1 Wechselwirkung von γ Strahlung mit Materie

Für die γ -Spektroskopie sind insbesondere drei Effekte von Bedeutung, die beim Auftreffen eines Photons auf Materie stattfinden können: Photoeffekt, Comptoneffekt und Paarbildung. Dabei bezeichnen diese Effekte verschiedene Typen von Wechselwirkungen. Allen gemeinsam ist, dass die Intensität des einfallenden γ -Strahls abnimmt. Diese Abnahme kann mit Hilfe des Extinktionskoeffizienten μ gemäß

$$I = I_0 \exp(-x\mu) \quad (1)$$

beschrieben werden. Es ist ersichtlich, dass die Intensität mit zunehmender Schichtdicke des Absorbers abnimmt. Der Kehrwert des Koeffizienten beschreibt also die mittlere Reichweite der Photonen. μ hängt von der Elektronendichte im Absorbermaterial sowie der Energie der Photonen ab. Man fasst letztere Abhängigkeit allerdings auch als Abhängigkeit vom sogenannten Wirkungsquerschnitt σ auf. Es gilt dann

$$\mu = n\sigma . \quad (2)$$

Der Wirkungsquerschnitt beschreibt die Wahrscheinlichkeit des Eintretens einer Wechselwirkung und ist damit eine essentielle Größe, um den Beitrag eines Effektes abschätzen zu können.

1.1.1 Photoeffekt

Beim Photoeffekt gibt das einfallende Photon seine gesamte Energie E_γ ab an ein Hüllenelektron des Absorbermaterials. Dazu muss E_γ größer als die Bindungsenergie des Elektrons sein. Das Elektron trägt die gegenüber der Bindungsenergie überschüssige Energie dann als kinetische Energie. Im Folgenden gelangt das ionisierte Atom in den Grundzustand, indem das entstandene Loch von Elektronen aus höheren Schalen neu besetzt wird. Dabei wird charakteristische Röntgenstrahlung freigesetzt oder auch Auger-Elektronen im Fall kleiner Kernladungszahlen Z . Auch die entstandenen Photonen können jedoch aufgrund weiterer Wechselwirkungen letztlich den Absorber nicht verlassen, sondern deponieren ihre Energie. Der Wirkungsquerschnitt beim Photoeffekt nimmt mit zunehmender Energie E_γ gemäß

$$\sigma_{\text{Ph}} \propto Z^\alpha E^\delta \quad (3)$$

ab. Hierin ist $4 < \alpha < 5$ und $\delta \approx -3,5$ im Energiebereich natürlicher Strahler. Nach Gleichung (2) nimmt der Extinktionskoeffizient in gleicher Weise ab, siehe auch Abbildung 3. Ab Photonenergien von ca. 0,1 eV wird der Comptoneffekt zunehmend dominanter.

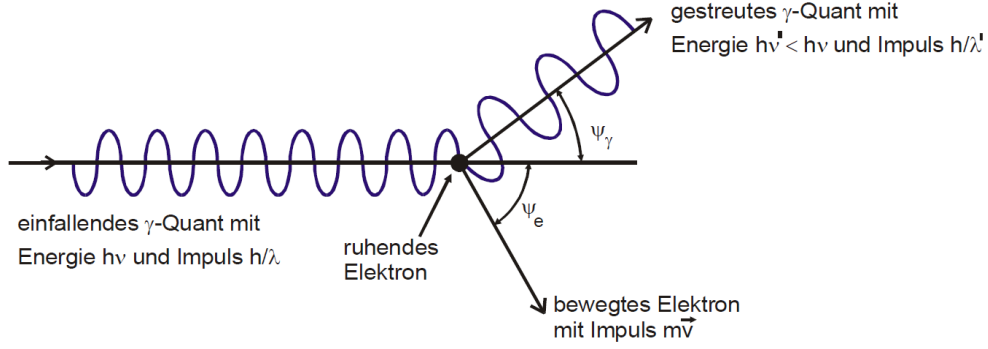


Abbildung 1: Vorgang beim Comptoneffekt, [4].

1.1.2 Comptoneffekt

Abbildung 1 zeigt den Vorgang beim Compton-Effekt. Ein Photon der Energie E_γ stößt auf ein Elektron und gibt dabei einen Teil seiner Energie an das Elektron ab. Es handelt sich also um inelastische Streuung. Die Energie des gestreuten Elektrons ergibt sich hierbei zu

$$E_{e'} = E_\gamma - E_{\gamma'} \quad (4)$$

$$= E_\gamma \frac{\varepsilon(1 - \cos(\Psi_\gamma))}{1 + \varepsilon(1 - \cos(\Psi_\gamma))} . \quad (5)$$

Hierbei bezeichnet $E_{e'}$ die Energie des gestreuten Elektrons, $E_{\gamma'}$ die Energie des gestreuten Photons, $\varepsilon = E_\gamma/m_e c^2$ und Ψ_γ den Winkel des gestreuten Photons gegenüber einem ungestreuten Photon. Diese Energie wird maximal für $\Psi_\gamma = 180^\circ$, also im Fall der Rückwärtsstreuung. Sie wird auch als Comptonkante bezeichnet, da oberhalb dieser Energie keine weitere Comptonstreuung stattfinden kann.

$$E_{e',\max} = E_{\text{Comptonkante}} = E_\gamma \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} < E_\gamma \quad (6)$$

Hier nimmt der differentielle Wirkungsquerschnitt ein Maximum an, siehe Abbildung 2. Es finden also überdurchschnittlich viele Compton-Streuprozesse unter Rückstreuung statt. Das Photon verliert in diesem Fall gerade die Energie $E_{e',\max}$. Es kann dann erneut eine Compton-Streuung auslösen, siehe Kapitel 1.2.2.

1.1.3 Paarerzeugung

Für diesen Effekt muss die Energie des Photons ausreichend groß sein, um unter Anwesenheit eines Stoßpartners in ein Elektron und ein Positron zu zerfallen. Der Stoßpartner nimmt dabei den Impuls des Photons auf. Infolge der stark unterschiedlichen Massen von Elektron und Atom macht es für die Schwellenenergie E_{\min} einen Unterschied, mit welchem Stoßpartner das Photon interagiert. Im Falle eines Elektrons ergibt sich $E_{\min} = 4m_e c^2$, im Falle eines Atoms $E_{\min} = 2m_e c^2$. Die unterste Grenze für den Effekt der Paarerzeugung beträgt also ca. 1 MeV. Allerdings ist dieser Vorgang unwahrscheinlich, da Elektron und Positron in diesem Fall keine kinetische Energie besitzen. Eine sinnvolle Richtgröße ist daher ein Wert von ca.

$$E_{\min} \approx 2 \text{ MeV} . \quad (7)$$

Die entstandenen Teilchen können in Folge weiterer Wechselwirkungen ihre kinetische Energie verlieren und rekombinieren. Bei dieser Paarvernichtung entstehen dann 2 Photonen mit jeweils

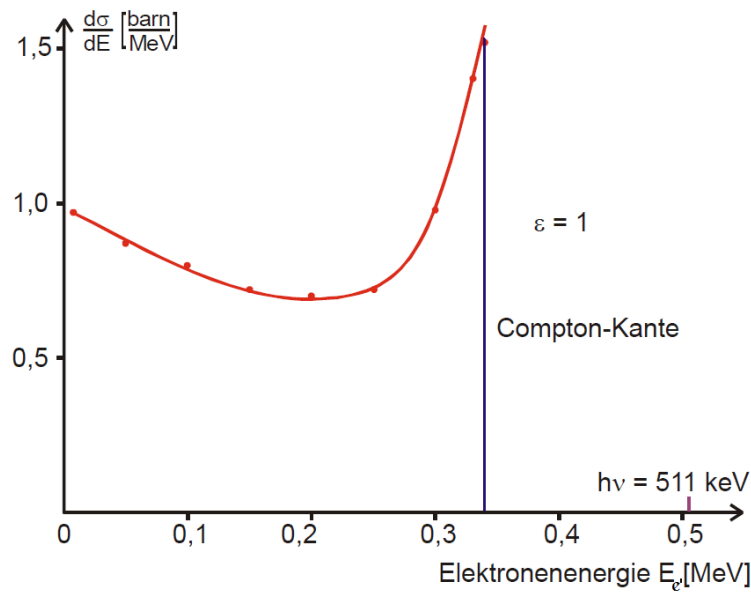


Abbildung 2: Differentieller Wirkungsquerschnitt als Funktion der Energie des gestoßenen Elektrons E_e , für $\varepsilon = 1$. Eingezeichnet ist die Comptonkante, sowie weiter rechts die Ruheenergie des Elektrons von 511 keV, nach [4].

der Energie der Ruhemasse eines Elektrons, also 511 keV.

Der Wirkungsquerschnitt hängt davon ab, wo die Paarerzeugung stattfindet. Während in kernnahen Schalen wie der k-Schale das Coulombfeld des Kerns kaum abgeschirmt ist, ist diese Abschirmung für einen Prozess außerhalb der Elektronenhülle vollständig. In letzterem Fall wird der Wirkungsquerschnitt energieunabhängig, während bei verschwindender Abschirmung der Wirkungsquerschnitt logarithmisch mit ε geht. Beiden gemeinsam ist eine Proportionalität zu der Kernladungszahl Z .

1.1.4 Zusammenfassung der Effekte

In Abbildung 3 ist der Extinktionskoeffizient aus Gleichung (1) für einen Energiebereich über vier Größenordnungen doppelt-logarithmisch aufgetragen. Er ergibt sich aus der Summe der zuvor beschriebenen Effekte. Zu erwähnen ist insbesondere der Schnittpunkt zwischen Compton- und Photoeffekt bei ca. 130 keV. Für größere Energien ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Comptoneffektes gegenüber dem eines Photoeffektes zunehmend größer.

1.2 Der Germaniumdetektor

Der Reinst-Germanium-Detektor ist ein Halbleiterdetektor. Einfallende Photonen werden innerhalb der Verarmungszone zwischen p- und n-dotiertem Bereich detektiert, indem die in Folge der in Kapitel 1.1 beschriebenen Effekte entstehenden Ladungsträger abgesaugt werden und somit zu einem Ladungsimpuls beitragen. Dieser wird durch eine geeignete Elektronik ausgelesen.

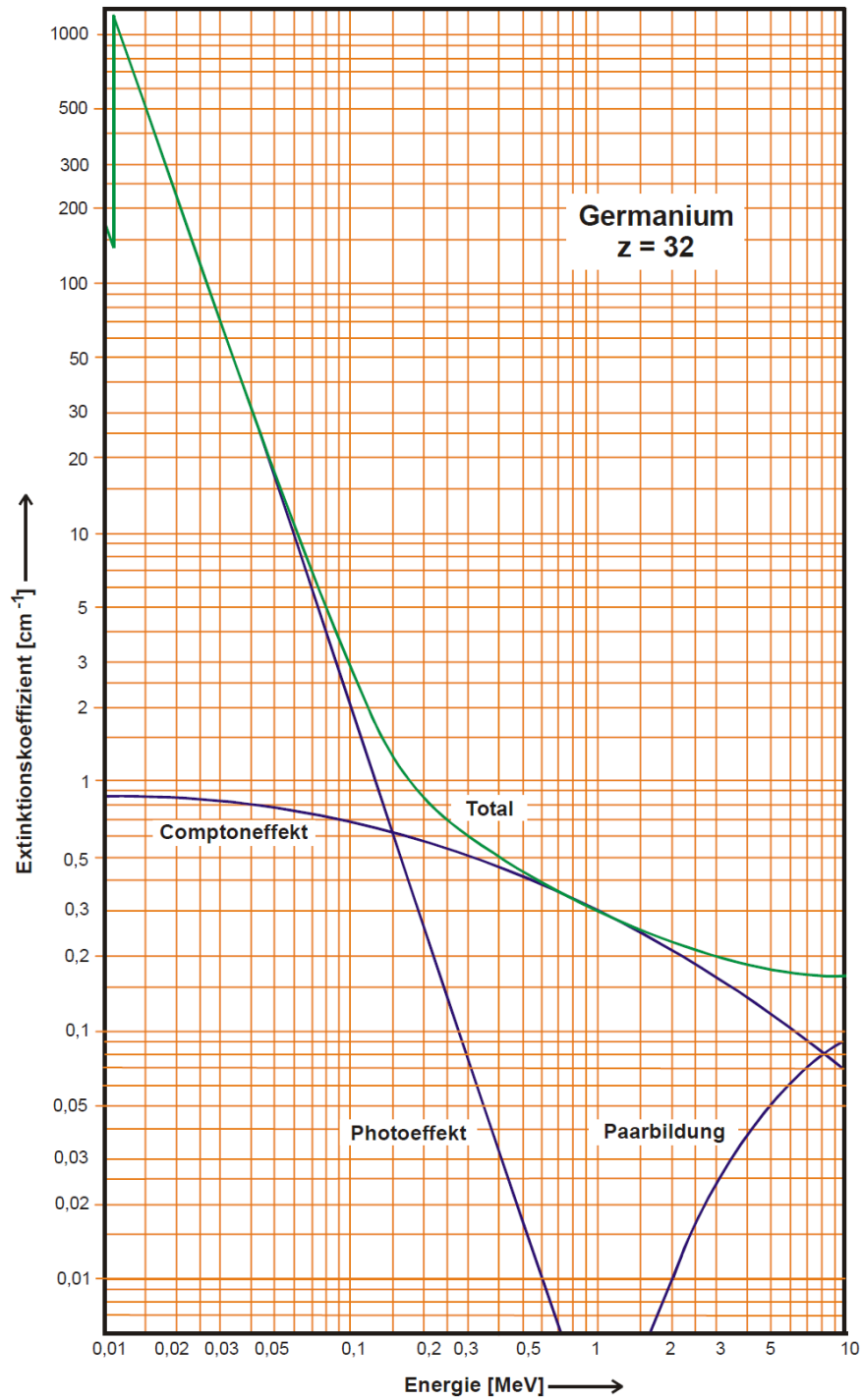


Abbildung 3: Extinktionskoeffizient in Abhängigkeit der Energie des einfallenden Photons, [4].

1.2.1 Der pn-Übergang

Abbildung 4 zeigt das Bänderdiagramm eines pn-Übergangs von Silizium, welches sich aber direkt auf den vorliegenden Germanium-Detektor übertragen lässt. Ladungsträger diffundieren durch

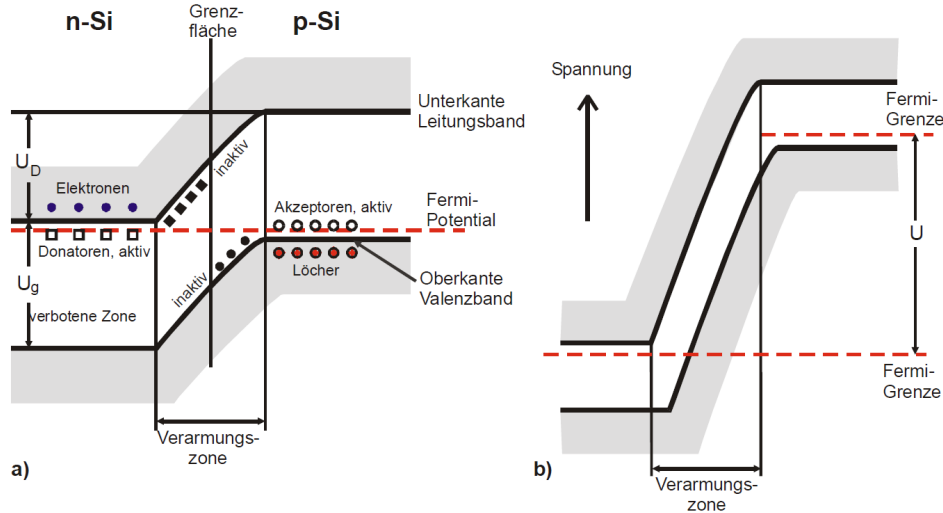


Abbildung 4: Bänderdiagramm beim pn-Übergang. a) intrinsisch ohne äußere Spannung, b) mit angelegter Spannung in Sperrrichtung, [4].

die Verarmungszone und rekombinieren dort. Die zurückbleibenden, lokalen Akzeptoren und Donatoren bilden daraufhin ein gegenläufiges elektrisches Feld aus, bis es zu einem Gleichgewicht kommt. Die so entstehende Potentialdifferenz zwischen den Leitungsbändern im n- und p-dotierten Bereich wird Diffusionsspannung U_D bezeichnet. Sie bildet einen Potentialwall, siehe Abbildung 4a). Dieser kann durch Anlegen einer äußeren Spannung zwischen n- und d-Bereich weiter erhöht werden (Abbildung 4b)). Die externe Spannung wird als Sperrspannung U bezeichnet. In der Verarmungszone liegt daher bei angelegter Sperrspannung ein elektrisches Feld vor, welches dazu in der Lage ist, Ladungsträger, die in der Zone entstehen nach ihrer Polarität zu trennen, bevor sie rekombinieren können. Diese Eigenschaft bildet die Grundlage des Detektors.

Um nun möglichst viele einfallende Photonen zu detektieren ist es gemäß Gleichung (1) günstig, die Tiefe der Verarmungszone zu maximieren. Diese liegt bei einer herkömmlichen Diode im Bereich von einigen μm [4], kann aber durch das Anlegen einer möglichst großen Sperrspannung sowie einer geeigneten Dotierung auf einige cm vergrößert werden. Die Dotierung muss dabei so gewählt werden, dass eine Seite des Übergangs sehr stark, und die andere Seite sehr schwach dotiert ist. Im vorliegenden Germanium Detektor ist das Germanium mit $n_A \approx 10^{10} \text{ Atome/cm}^3$ ein sehr schwach p-dotierter Halbleiter und wird daher auch als *Reinst*-Germanium bezeichnet. Die hohe n-Dotierung wird durch Eindiffusion von Li Atomen auf der Oberfläche erreicht, siehe Abbildung 7. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich die Dicke der Verarmungszone zu

$$d \approx \sqrt{\frac{2\epsilon_{r,\text{Ge}}\epsilon_0(U_D + U)}{n_A e}} \quad (8)$$

abschätzen.

Die zweite Möglichkeit, die Breite der Verarmungszone zu maximieren, ist das Anlegen einer möglichst großen Sperrspannung. Diese ist jedoch nach oben hin limitiert aufgrund des Leckstroms. Ladungsträger können durch thermische Aktivierung in der Verarmungszone entstehen, wenn die thermische Energie größer oder gleich dem Abstand zwischen Leitungskante

und Störstellenniveau ist. Im Bereich niedriger Temperaturen werden nicht alle durch Dotierung eingebrachten Ladungsträger angehoben, weshalb die Elektronenkonzentration im Leitungsband mit zunehmender Temperatur weiter zunimmt. Der Bereich wird als Störstellenreserve bezeichnet. Die Ladungsträger, welche ihren Weg zum Leitungsband gefunden haben, werden aufgrund der angelegten Sperrspannung genauso wie die aus den Wechselwirkungseffekten entstehenden Elektronen abgesaugt und bilden somit einen Strom. Um nun diesen störenden Rausch- oder Leckstrom zu limitieren, muss der Detektor gekühlt werden. Dies geschieht im Versuch mit Hilfe von flüssigem Stickstoff bei einer Temperatur von 77 K, sodass eine Sperrspannung von ca. 5 kV eingestellt werden kann.

1.2.2 Vorgänge im Detektor

Mit Hilfe der in Kapitel 1.1 erläuterten Effekte lässt sich eine Erwartung an das resultierende Spektrum formulieren. Ein Photon, welches den Detektor betritt hat typischerweise eine Energie im Bereich von mehreren hundert keV. Für diese Energien ist gemäß Abbildung 3 das Eintreten eines Comptoneffektes am wahrscheinlichsten, und zwar um ca. 2 Größenordnungen wahrscheinlicher als der Photoeffekt. Paarbildung hingegen kann nicht stattfinden, da $E_\gamma < 2m_e c^2$. Das Photon wird also einen Streuprozess auslösen und dabei einen Teil seiner Energie verlieren, siehe Gleichung (5). Es können nun weitere Comptonstreuungen folgen. Diese Kette kann von einem einzigen Photoeffekt beendet werden, sodass das ursprüngliche Photon seine gesamte Energie deponiert. Dieser Vorgang ist schematisch in Abbildung 5a dargestellt. Andererseits kann das Photon ebenfalls nach ein oder mehreren Comptonstreuungen den Detektor verlassen und somit nicht seine gesamte Energie deponieren, siehe Abbildung 5b.

Im ersten Fall entsteht ein sogenannter Vollenergiepeak. Die Menge der Elektronen, die bei dem

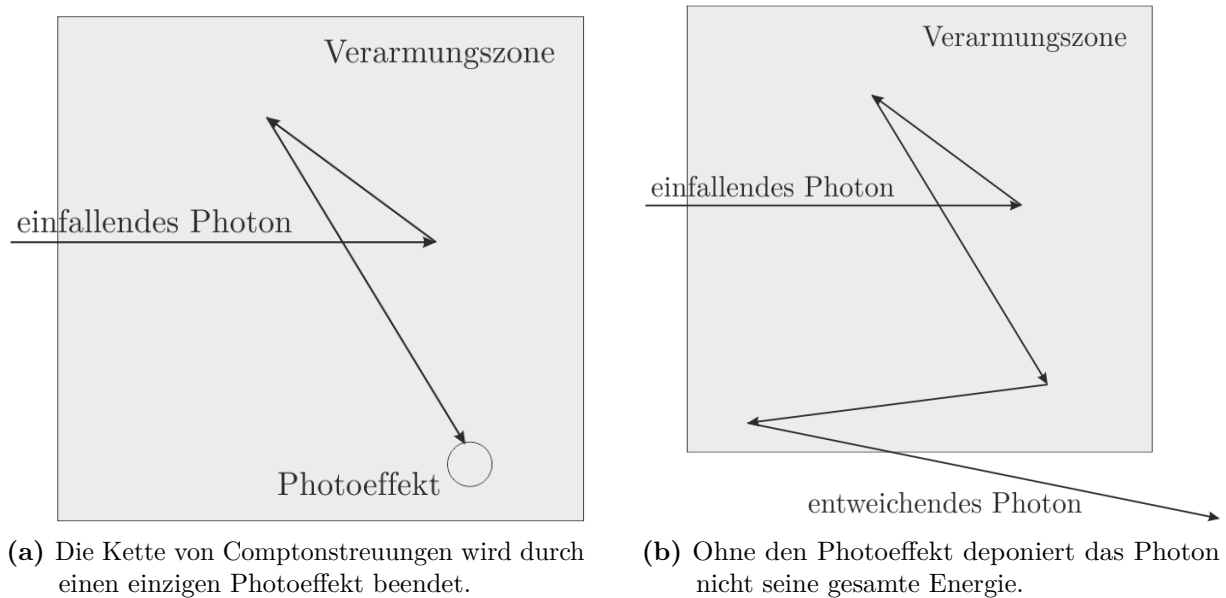


Abbildung 5: Zwei mögliche Abläufe innerhalb der Verarmungszone.

gesamten Prozess (also ein oder mehrere Comptonstreuungen plus Photoeffekt) entstehen, wird dabei in sehr schneller zeitlicher Abfolge generiert, da das Photon mit Lichtgeschwindigkeit fliegt. Die Zeit hingegen, welche die Elektronen für ihren Weg zur Anode benötigen ist größer. Hinzu kommt, dass die Auswerteelektronik diese Ladungen über einen gewissen Zeitraum integriert (siehe Gleichung (20)). Folglich wird die gesamte Energie des Photons als ein einziges Signal

detektiert. Diese Energie ist dann gegenüber den mehr oder weniger zufällig verteilten Energien der durch Comptonstreuung erzeugten Ladungsträger ausgezeichnet. Es kommt mit zunehmender Messzeit zu dem eingangs erwähnten Vollennergiepeak.

Wie bereits erwähnt, werden im zweiten Fall (ein oder mehrere Comptonstreuungen), die Energien einigermaßen zufällig verteilt sein. Das liegt daran, dass der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung nicht besonders stark variiert. Allerdings nimmt er doch für einen Winkel von $\Psi_\gamma = 180^\circ$ ein Maximum an, siehe erneut Abbildung 2. Daher ist an der Comptonkante ein schwaches Maximum in dem ansonsten flachen Comptonkontinuum zu erwarten. Nun können auf diese Weise rückgestreute Photonen wie bereits in Kapitel 1.1.2 beschrieben mit der Energie $E_{\gamma'} = E_\gamma - E_{e',\max}$ erneut gestreut werden. Auch diese Streuung geschieht bevorzugt unter einem Winkel von 180° . Aus dieser Überlegung ergibt sich, dass nicht nur an der Comptonkante $E_{e',\max}$, sondern auch links davon bei

$$E_{\text{Rückstreu}} = \frac{2(E_\gamma - E_{e',\max})}{1 + 2\varepsilon(E_\gamma - E_{e',\max})} \quad (9)$$

ein Maximum zu erwarten ist, der sogenannte Rückstreupeak. Hierbei meint $\varepsilon(x) = x/m_e c^2$. Für kleiner werdende Photonenenergien wird in zunehmendem Maße Absorption außerhalb des Detektors an der Aluminium Schutzschicht des Detektors sowie auf der n-dotierten Oberfläche des Detektors bemerkbar. Unterhalb von ca. 40 keV können daher Photonen nicht mehr nachgewiesen werden. Dennoch wird das Comptonkontinuum nicht abrupt bei 40 keV beginnen, sondern vergleichsweise stetig von $E = 0$ an ansteigen bis dorthin. Der Grund dafür liegt in den Photonen, die anfangs ausreichend Energie haben, den Detektor zu betreten (z.B. 60 keV). Im Detektor werden sie dann gestreut und liefern z.B. einen Beitrag für 50 keV. Auch die verbleibenden 10 keV können nun detektiert werden.

Für einen Monochromator, welcher einzig Photonen der Energie E_0 aussendet, wird gemäß den vorangegangenen Ausführungen ein einzelner Vollennergiepeak bei E_0 erwartet, während ein für die γ -Spektroskopie störendes Comptonkontinuum mit zwei schwachen Maxima überlagert ist.

1.2.3 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen $\Delta E_{1/2}$ ist die wichtigste Kenngröße eines Detektors in der Spektroskopie. Es besagt prinzipiell, bis zu welchem energetischen Abstand zwei Peaks noch voneinander getrennt werden können. Die genaue Definition ist in Abbildung 6 dargestellt. Zwei nebeneinander liegende Peaks, die sich auf der Hälfte ihrer Höhe schneiden haben per Definition den Abstand $\Delta E_{1/2}$. Ist dieser Wert klein, so sind entsprechend die Peaks scharf. Die Breite eines Peaks ergibt sich maßgeblich aus der Streuung der Anzahl n der bei der Absorption eines Photons emittierten Elektron-Loch-Paare. Für diese Messgröße wird eine Poisson-Verteilung angesetzt. Da nun aber gleichzeitig bei der Entstehung von Elektron-Loch-Paaren auch Phononen beteiligt sind, muss auch deren Fluktuation bezüglich ihrer Anregung berücksichtigt werden. Sie kompensiert die Standardabweichung von n maßgeblich, was durch den sogenannten Fano-Faktor F beschrieben wird.

$$\sigma = \sqrt{F\bar{n}} = \sqrt{F \frac{E_\gamma}{E_{EL}}} \quad (10)$$

Für Germanium beträgt $F \approx 0,1$ [4]. In obiger Gleichung beschreibt E_{EL} die Energie zur Bildung eines Elektron-Loch-Paares. Sie setzt sich wesentlich aus der Energie der Bandlücke des Halbleiters zusammen. Aufgrund der Beteiligung der Phononen wird jedoch für Germanium ein

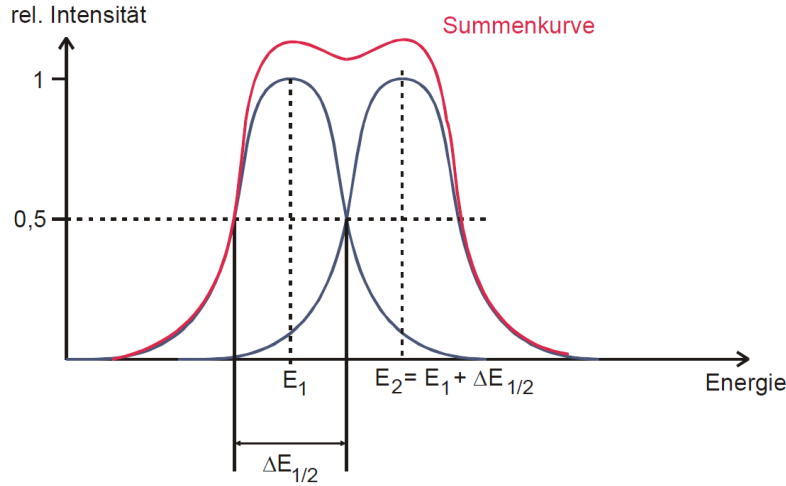


Abbildung 6: Definition des Auflösungsvermögens $\Delta E_{1/2}$, [4].

Wert von $2,9 \text{ eV} \approx 4E_g$ gemessen [4].

Da n groß ist, geht die Poissonverteilung in eine Gaußverteilung über. Es gilt

$$\Delta E_{1/2} = \sqrt{8 \ln 2 \frac{\sigma}{n}} E_\gamma \approx 2,35 \sqrt{0,1 E_\gamma E_{EL}} \quad (11)$$

Allerdings beschreibt diese Gleichung lediglich eine Abschätzung, da zusätzlich weitere Störeinflüsse durch die elektrische Schaltung oder auch die in Kapitel 1.2.1 beschriebene thermische Anregung hinzukommen. Dennoch ist ersichtlich, dass der Fano-Faktor sowie die Energie der Elektron-Loch-Paar Erzeugung eine wichtige Rolle spielen. Für Germanium stellt sich ein vergleichsweise kleiner Fano-Faktor ein. Außerdem ist auch E_{EL} klein aufgrund der kleinen Bandlücke von Germanium $E_g = 0,661 \text{ eV}$ bei $T = 300 \text{ K}$ [1]. Es ergibt sich bei einer Energie $E_\gamma = 500 \text{ keV}$ ein Auflösungsvermögen von 895 eV .

1.2.4 Effizienz

Die Effizienz beschreibt die Nachweiswahrscheinlichkeit für ein einfallendes Photon. Bei der γ -Spektroskopie werden lediglich Prozesse betrachtet, die in einem Photoeffekt enden. Das heißt nach den Ausführungen aus Kapitel 1.1.1 und Kapitel 1.2.2, dass die gesamte Energie des Photons umgesetzt und detektiert wird. Betrachtet werden also lediglich die Vollenergiepeaks. Unter Kenntnis der energieabhängigen Effizienz des Detektors lässt sich durch Messung auf die Aktivität $A(E)$ eines Strahlers rückschließen.

$$A(E) = \frac{4\pi Z(E)}{\Omega W(E) Q(E)} \quad (12)$$

Hierbei beschreibt Ω den Raumwinkel, welchen der Detektor aus Sicht der Strahlungsquelle abdeckt, $W(E)$ die Emissionswahrscheinlichkeit eines Photons der Energie E und $Z(E)$ die Zählrate. Die Emissionswahrscheinlichkeiten sind tabelliert. Der Raumwinkel ergibt sich aus der Anordnung des Versuchs, siehe Gleichung (19). Die Zählrate ergibt sich aus dem Messwert der Auswertelektronik des Detektors für den jeweiligen Vollenergiepeak der Energie E (Counts innerhalb des Peaks) geteilt durch die Aktivzeit der Messung.

2 Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}. \quad (13)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (14)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}. \quad (15)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (16)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter m und b der Ausgleichsgerade $y = mx + b$ wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x}. \quad (17)$$

Dabei sind x_i und y_i linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad (18)$$

3 Versuchsaufbau

Der Aufbau des in Kapitel 1.2 beschriebenen Germaniumdetektors ist in Abbildung 7 dargestellt. Außen befindet sich eine Al-Schutzhaube. Aluminium wird hier deshalb gewählt, weil es aufgrund

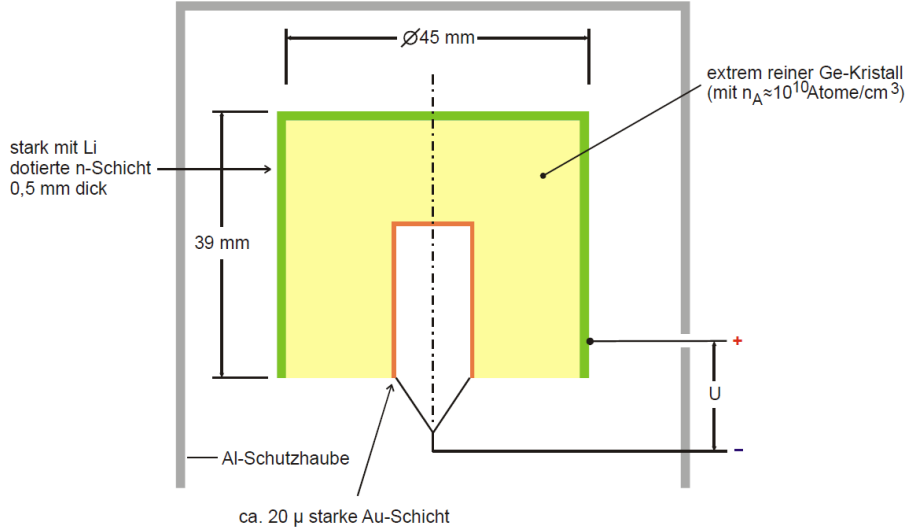


Abbildung 7: Querschnitt des Germaniumdetektors, [4].

seiner geringen Kernladungszahl vergleichsweise wenig zur Abschirmung des Detektors vor der Strahlungsquelle beiträgt. Die Quelle befindet sich in einem Abstand a oberhalb des Detektors. Somit ergibt sich für den in Kapitel 1.2.4 eingeführten Raumwinkel

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right). \quad (19)$$

Hierin ist r der Radius des Detektors, also gemäß Abbildung 7 $r = 22,5 \text{ mm}$. Es ist zu beachten, dass der Abstand a sich aus dem Abstand zwischen Quelle und Aluminium-Schutzhaube und dem Abstand zwischen Aluminium-Schutzhaube und Verarmungszone zusammensetzt. Letzterer wird mit 1,5 cm abgeschätzt [4].

Die Kühlung des Detektors erfolgt mit Hilfe eines mit flüssigem Stickstoff gefülltem Dewar-Gefäßes, sodass der Detektor bei ca. 77 K betrieben wird. Ferner wird gleichzeitig der Vorverstärker gekühlt, welcher weiter unten beschrieben wird. Der pn-Übergang besteht aus einer äußeren, stark n-dotierten Schicht von 0,5 mm Dicke. Es grenzt hieran die eigentliche Verarmungszone an in Form des Reinst-Germaniums mit einer geringen p-Dotierung von $n_A \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Die Sperrspannung in Höhe von 1,2 kV wird zwischen der äußeren n-dotierten Schicht sowie der im inneren liegenden Goldschicht angelegt.

Die entstehenden Ladungsimpulse werden mit Hilfe eines Vorverstärkers aufbereitet. Seine Aufgabe ist es, ein der Ladungsmenge proportionales Spannungssignal zu erzeugen. Dazu kommt ein kapazitiv rückgekoppelter Operationsverstärker zum Einsatz, siehe Abbildung 8. Die Spannung am Ausgang ergibt sich zu

$$U_A = -\frac{1}{C_K} \int_0^{t_s} I(t) dt. \quad (20)$$

Der Kondensator muss nach jedem Nachweis entladen werden. Dies geschieht hier mit Hilfe einer angesteuerten LED, die die Gate-Drain-Schicht des Feldeffekttransistors im Operationsverstärker kurzzeitig bestrahlt. In diesem Moment wird die Sperrschicht leitend und die Ladung kann

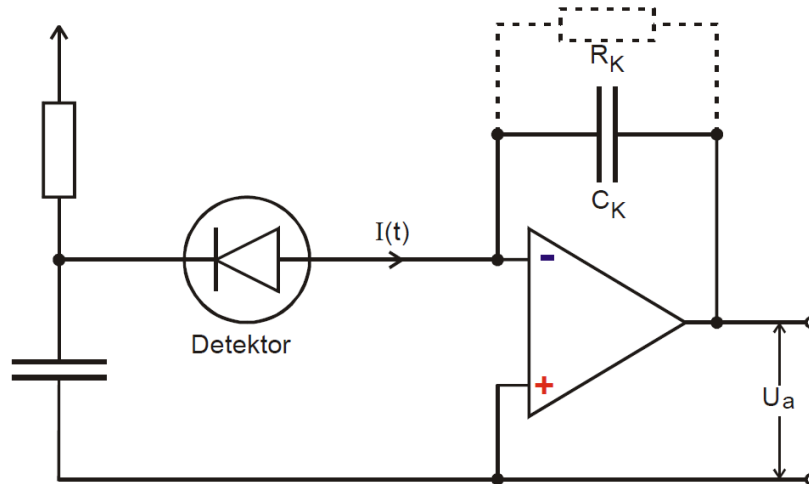


Abbildung 8: Der Vorverstärker, angeschlossen an den Detektor, [4]. Der Widerstand R_K wird nicht verwendet, sondern es kommt eine intelligentere Lösung zum Einsatz, um die im Kondensator C_K gesammelte Ladung abfließen zu lassen, siehe Text.

abfließen. Diese aufwändig erscheinende Konstruktion wird gewählt, um elektrisches Rauschen zu minimieren. Weitere solcher "Tricks" sind insbesondere im Hauptverstärker verbaut, wiederum mit dem Ziel der Minimierung von Rauschen. Der Hauptverstärker wird an den Vorverstärker angeschlossen (aber außerhalb der Kühlung) und bringt das Spannungssignal auf eine Höhe von ca. 10 V. Das Signal wird schließlich von einem Analog-Digital-Konverter digitalisiert. Die Höhe eines Spannungspulses wird in eine Anzahl von Einzelimpulsen übersetzt. Dabei darf während der Dauer der Konversion kein weiterer Impuls registriert werden, weshalb der Eingang des Konverters solange gesperrt wird. Diese Zeit steht also für die Detektion von Photonen nicht zur Verfügung und wird deshalb als Totzeit bezeichnet. Ihr Wert beläuft sich auf ca. $40\mu\text{s}$ für große Impulse und entsprechend weniger für kleinere Impulse. Die Anzahl der vom Konverter herausgegebenen Impulse wird mit Hilfe eines Adressregisters in eine von 8192 Kanalnummern übersetzt und in einem Speicher der entsprechende Counter für diesen Kanal um eins erhöht. Schließlich werden die Daten an einen Computer übertragen und mit Hilfe einer Software direkt das Spektrum dargestellt. Dabei wird jeder Kanalnummer ihr entsprechender Counter zugeordnet.

4 Durchführung

Um die Rohdaten des Detektors verwerten zu können, muss zunächst eine Kalibrierung stattfinden. Dazu wird ein Strahler mit bekannten Photonenenergien benötigt. Es wird ^{152}Eu verwendet, da dieses Material gleich mehrere verschiedene Linien zeigt. Ziel ist es, die Zuordnung zwischen Kanalnummer und Energiewert herauszufinden. Ferner wird diese Messung auch dazu benötigt, um die Effizienz des Detektors zu bestimmen (siehe Kapitel 1.2.4). Für alle Messungen wird eine Zeit von ca. einer Stunde angesetzt. Prinzipiell sind lange Messungen sinnvoll, um dem statistischen Charakter der γ -Strahlung sowie deren Detektion Rechnung zu tragen. Des weiteren werden die Spektren von ^{137}Cs , ^{133}Ba sowie das Spektrum eines unbekannten Steines aufgenommen.

5 Auswertung

Sämtliche im Folgenden durchgeführten Ausgleichsrechnungen werden mit der *curve fit* Funktion aus dem für *Python* geschriebenen package *NumPy*[2] durchgeführt. Fehlerrechnungen werden mit dem für *Python* geschriebenen package *Uncertainties*[3] ausgeführt.

5.1 Europium-Messung

5.1.1 Energiekalibrierung

Um die Messkanäle des Detektors den jeweiligen Energien zuzuordnen, muss eine Energiekalibrierung vorgenommen werden. Dafür werden Strahler mit einem linienreichen Spektrum verwendet, wie in dieses Fall Europium.

In der folgenden Abbildung ist das Spektrum des verwendeten ^{152}Eu dargestellt.

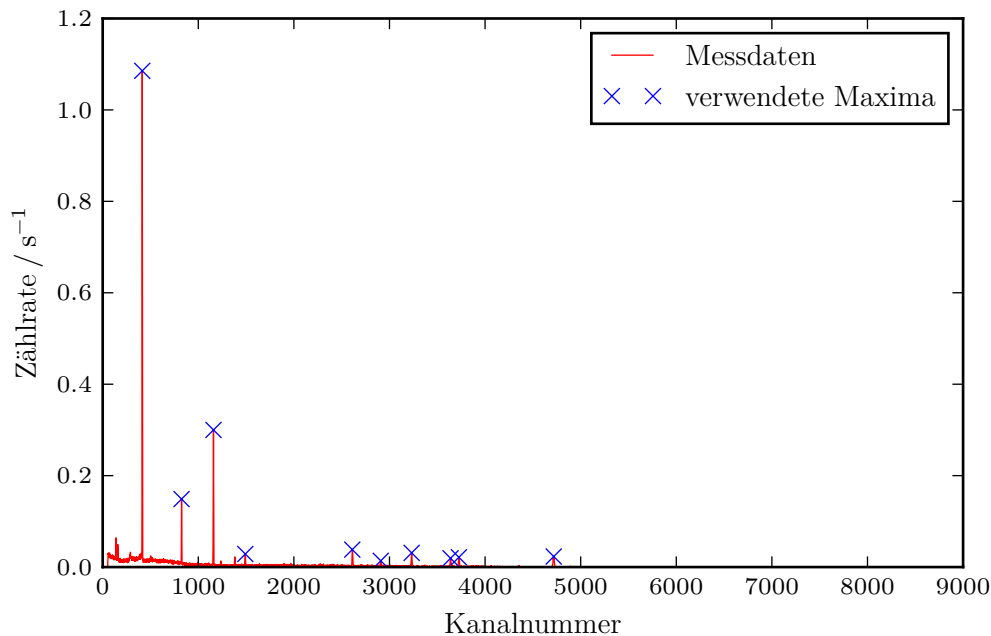


Abbildung 9: Spektrum von ^{152}Eu .

Die Messung wurde in einem Zeitraum von 3637 s aufgenommen. Dies entspricht der Messzeit unter Berücksichtigung der Totzeit des Systems. Mit den in Tabelle 1 enthaltenen Emissionswahrscheinlichkeiten wird jedem Peak eine Energie zugewiesen.

Mit diesen Daten wird eine lineare Ausgleichsrechnung vorgenommen.

Mit den Fitparametern aus der obigen Ausgleichsrechnung und dem Ansatz einer linearen Funktion ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen Energie und Kanalnummer

$$E(k) = 0,298\,91 \pm 0,000\,06 \frac{\text{keV}}{\text{Kanal}} \cdot k - (1,9 \pm 0,2) \text{ keV}, \quad (21)$$

wobei k für die Kanalnummer steht.

Tabelle 1: Verwendeten Werte für die lineare Ausgleichsrechnung.

Kanalnummer	Energie / keV	W / %
414	121,78	28,6
825	244,70	7,6
1159	344,30	26,5
1492	443,96	3,1
2611	778,90	12,9
2909	867,37	4,2
3232	964,08	14,6
3639	1085,90	10,2
3726	1112,10	13,6
4718	1408,00	21,0

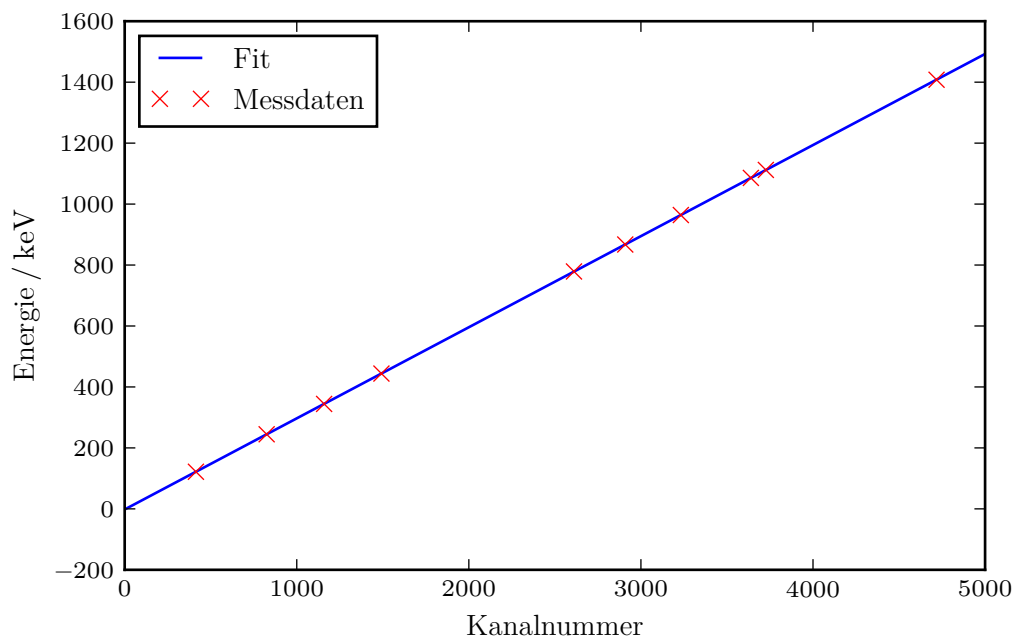


Abbildung 10: Ausgleichsrechnung zur Energiekalibrierung des Detektors.

5.1.2 Effizienzbestimmung

Um einen Zusammenhang zwischen der Effizienz und der Energie herzustellen wird Formel (12) verwendet. Die hierfür benötigte Aktivität der Probe an dem Versuchstag wird über die Zerfallsfunktion

$$A(t) = A \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \quad (22)$$

berechnet. Dabei entspricht A der Aktivität der Probe am 1.10.2000. Nach [4] ist diese mit (4130 ± 60) Bq angegeben. Weiter ist die Halbwertsbreite $T_{1/2}$ angegeben mit (4943 ± 5) d. Die Variable t beschreibt die vergangene Zeit in Tagen seit dem 1.10.2000 bis zu dem Versuchstag, den 22.05.2017. Somit entspricht $t = 6077$ d. Der benötigte Raumwinkelanteil $\frac{\Omega}{4\pi}$ ergibt sich durch Formel (19) mit den Parametern $a = 11.5$ cm, $r = 22.5$ mm zu $\frac{\Omega}{4\pi} = 0,01$. Zusätzlich müssen die Inhalte der Peaks erfasst werden. Dafür wird jeder Peak betrachtet und die jeweilige Breite manuell festgesetzt. Somit ergibt sich mit den folgenden Parametern in Tabelle 2 die jeweilige Effizienz nach Formel (12).

Tabelle 2: Messdaten zur Bestimmung der Effizienz.

Kanalnummer	Energie / keV	Z / s^{-1}	$W / \%$	Q
414	121,78	3,92	28,60	$0,836 \pm 0,012$
825	244,70	0,68	7,60	$0,5429 \pm 0,0079$
1159	344,30	1,57	26,50	$0,3620 \pm 0,0053$
1492	443,96	0,18	3,10	$0,3540 \pm 0,0052$
2611	778,90	0,35	12,90	$0,1641 \pm 0,0024$
2909	867,37	0,11	4,20	$0,1534 \pm 0,0022$
3232	964,08	0,32	14,60	$0,1317 \pm 0,0019$
3639	1085,90	0,21	10,20	$0,1230 \pm 0,0018$
3726	1112,10	0,25	13,60	$0,1133 \pm 0,0016$
4718	1408,00	0,28	21,00	$0,0815 \pm 0,0012$

Der Zusammenhang zwischen der Energie E und der Effizienz Q wird durch eine fallende Potenzfunktion

$$Q(E) = a \cdot E^b + c \quad (23)$$

beschrieben. Die Ausgleichsrechnung ist mit den Parametern

$$a = (31 \pm 37) \text{ keV}^{-1} \quad (24)$$

$$b = -0,7 \pm 0,2 \quad (25)$$

$$c = -0,1 \pm 0,1 \quad (26)$$

erfolgt und in Abbildung 11 dargestellt.

5.2 Cäsium-Messung

Um die Detektoreigenschaften zu bestimmen, wurde das Spektrum einer ^{137}Cs -Probe aufgenommen. Es ist in Abbildung 12 dargestellt.

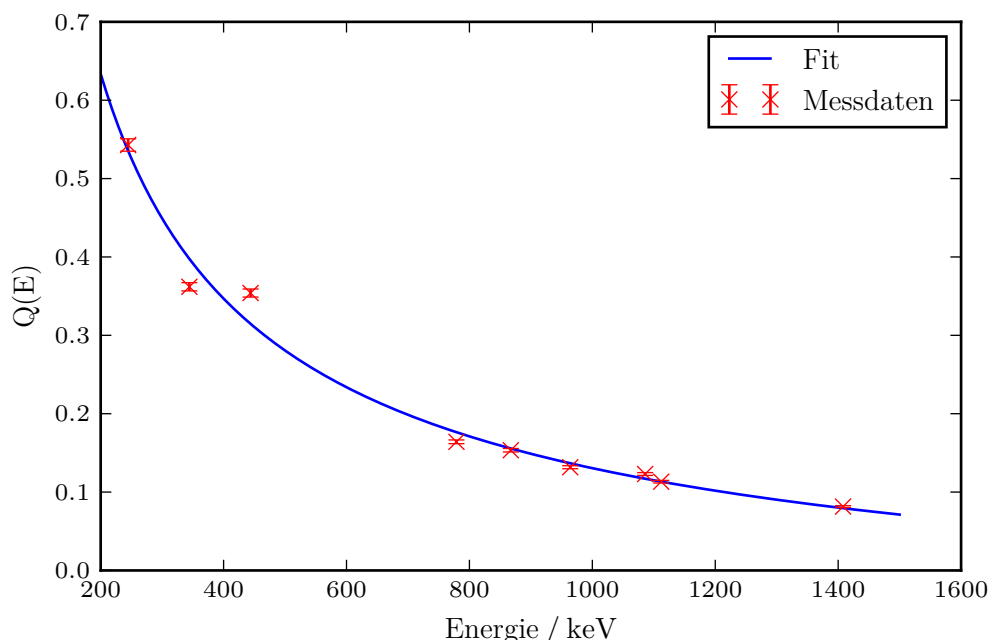


Abbildung 11: Darstellung der Wertepaare $\{E, Q\}$ und ihrer Fitfunktion.

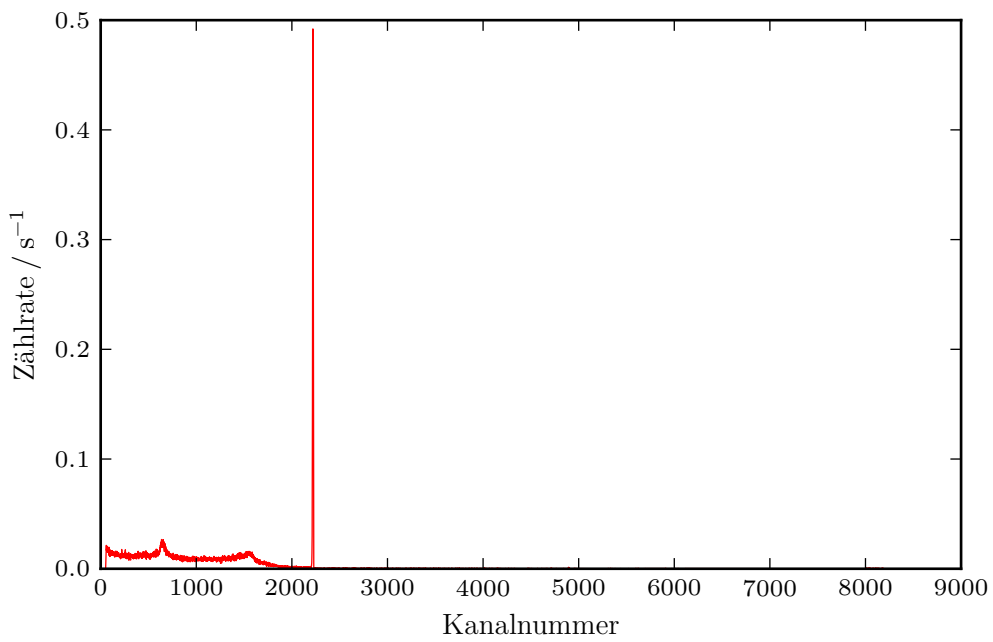


Abbildung 12: Spektrum der ^{137}Cs -Probe.

5.2.1 Photopeak

Zur Analyse wurde der Photopeak mit Hilfe der Gaußfunktion

$$Z(x) = a \cdot e^{-b(x-c)^2} \quad (27)$$

gefittet, wobei x für die Kanalnummer steht. Dabei ergeben sich die Fitparameter

$$a = (0,508 \pm 0,006) \text{ s}^{-1} \quad (28)$$

$$b = 0,058 \pm 0,002 \quad (29)$$

$$c = 2219,75 \pm 0,04 . \quad (30)$$

Die Messdaten und die Fitergebnisse sind im Kanalnummer-Intervall von [2200, 2235] in Abbildung 13 dargestellt.

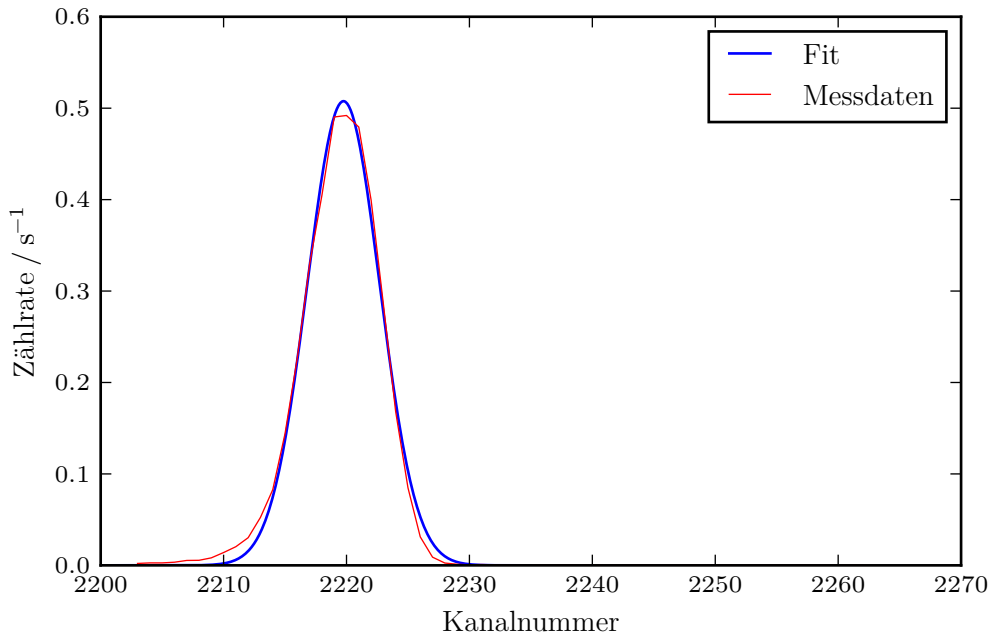


Abbildung 13: Photopeak im ^{137}Cs Spektrum mit dazugehörigem Gaußfit.

Anhand des Fitparameters c und der Umrechnungsformel (21) zwischen Kanalnummer und Energie, berechnet sich die Energie des γ -Quants zu $E_\gamma = (663,9 \pm 0,1) \text{ keV}$. Des weiteren ergibt sich für die Halbwertsbreite der Gaußverteilung

$$E_{1/2,exp} = (2,07 \pm 0,03) \text{ keV} . \quad (31)$$

Zwischen der Halbwertsbreite und der Zehntelwertsbreite einer Gaußfunktion muss gelten

$$E_{1/10} = 1.823 E_{1/2}, \quad (32)$$

somit ergibt sich weiter

$$E_{1/10,exp} = (3,77 \pm 0,05) \text{ keV} . \quad (33)$$

Für die theoretischen Werte wird nach Literatur [4] $E_{EL} = 2.9\text{eV}$ angenommen. Nach Gleichung (10) und (32) folgt somit

$$E_{1/2,\text{theo}} = 1,0\text{ keV} \quad (34)$$

$$E_{1/10,\text{theo}} = 1,9\text{ keV} . \quad (35)$$

Zur Bestimmung des Inhalts des Photopeaks wird das uneigentliche Integral über die Gaußkurve (27) von $-\infty$ bis ∞ gebildet. Es ergibt sich $Z_{\text{Photopeak}} = (3,74 \pm 0,04)\text{ s}^{-1}$.

5.2.2 Compton-Kontinuum

Zur Bestimmung der Energie der Comptonkante wird der entsprechende Bereich aus Abbildung 12 genauer betrachtet.

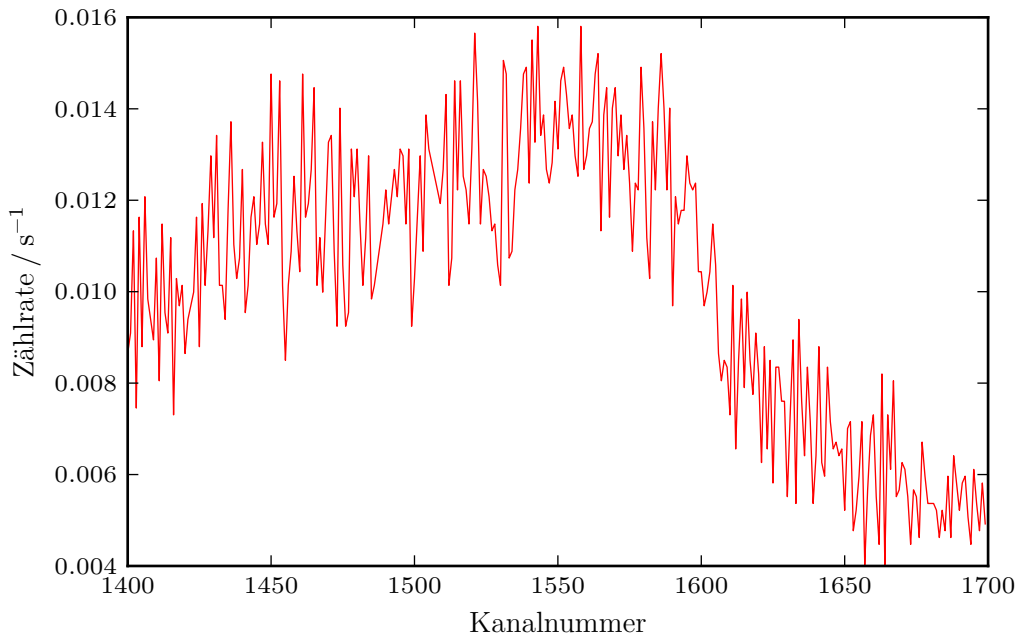


Abbildung 14: Messdaten der Comptonkante.

Da dieser Bereich nicht durch eine Ausgleichsfunktion beschrieben werden kann, wird der als Comptonkante festgelegte Kanal mit einem ausreichend großen Fehler angegeben. Mit der Gleichung (21) wird die Kanalnummer 1558 ± 25 in die entsprechende Energie umgerechnet und es ergibt sich

$$E_{\text{Comptonkante,exp}} = (466 \pm 7)\text{ keV} . \quad (36)$$

Der theoretische Wert für die Comptonkante wird mit $E_\gamma = 660\text{keV}$ und Gleichung (6) berechnet und somit folgt

$$E_{\text{Comptonkante,theo}} = 475,8\text{ keV} . \quad (37)$$

Die Abweichung beträgt $(2 \pm 2)\%$.

Die Kanalnummer des Rücksteupeaks wird auf 637 ± 15 festgesetzt. Auch hier wird ein ausreichend großer Fehler angenommen, da wie in der obigen Abbildung zu sehen ist, die Werte stark fluktuieren.

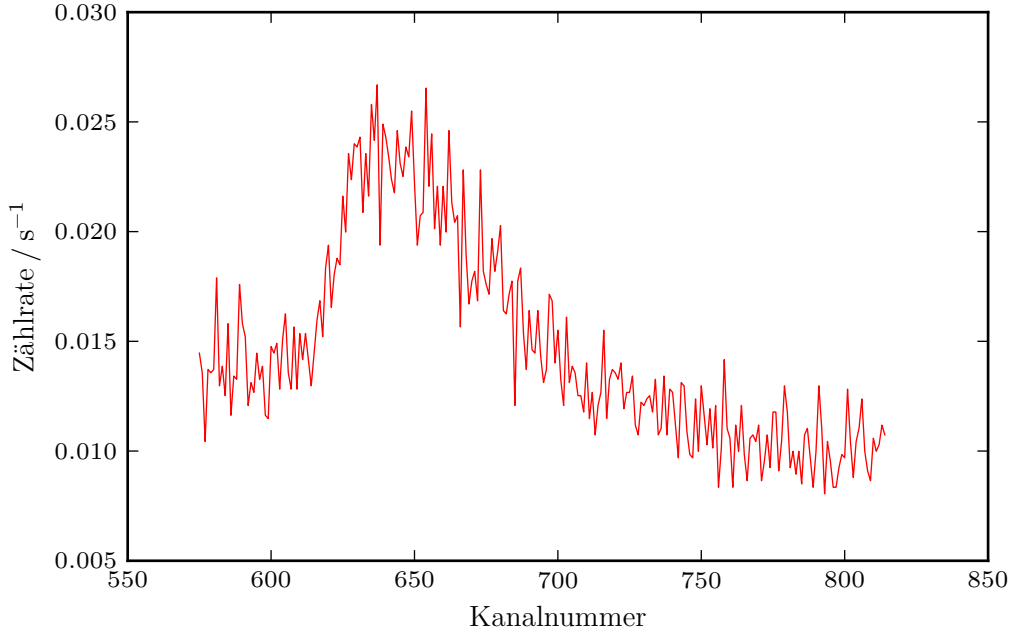


Abbildung 15: Messdaten des Rückstreupeaks.

Die Energien werden zum einen direkt aus der Kanalnummer und zum anderen aus der Energie der Comptonkante bestimmt. Dazu wird die Energie der Comptonkante von der Energie des Photopeaks abgezogen und in Gleichung (6) eingesetzt. Für die direkte Variante wird die Kanalnummer lediglich in die jeweilige Energie umgerechnet. Aus den beiden Rechnungen resultiert

$$E_{\text{Rückstreupeak,direkt}} = (191 \pm 4) \text{ keV} \quad (38)$$

$$E_{\text{Rückstreupeak,indirekt}} = (221 \pm 5) \text{ keV} . \quad (39)$$

Der theoretische Wert ergibt sich nach Gleichung (9) mit dem Wert der Comptonkante aus Gleichung (37) zu $E_{\text{Rückstreupeak,theo}} = 214,1 \text{ keV}$. Die Abweichung zum direkten Verfahren beträgt $(11 \pm 2) \%$ und zum indirekten Verfahren $(-3 \pm 2) \%$. Durch die Mittlung der beiden Verfahren ergibt sich eine Abweichung von $(4 \pm 2) \%$

Für den Inhalt des Comptonkontinuums wird der Inhalt der Kanäle bis einschließlich der Comptonkante aufsummiert, daraus ergibt sich

$$Z_{\text{Comptonkontinuum}} = 17,2 \text{ s}^{-1} . \quad (40)$$

5.2.3 Absorptionswahrscheinlichkeit

Zur Berechnung der Absorptionswahrscheinlichkeit wird der Extinktionskoeffizient des Photoeffekts und des Comptoneffekts bei einer Energie von $E_\gamma = 660 \text{ keV}$ in Abbildung 3 abgelesen.

Somit werden für die folgende Rechnung die Werte

$$\mu_{\text{Photo}} = 0.008 \frac{1}{\text{cm}} \quad (41)$$

$$\mu_{\text{Compton}} = 0.38 \frac{1}{\text{cm}} \quad (42)$$

verwendet. Die Absorptionswahrscheinlichkeit entspricht der Effizienz Q und kann über die Beziehung

$$Q = 1 - e^{-\mu d} \quad (43)$$

bestimmt werden, wobei d die Länge des Detektors angibt. Bei dem verwendeten Germanium-Detektor beträgt die Länge $d = 3.9\text{cm}$. Für die beiden Effekte ergibt sich mit der obigen Gleichung

$$Q_{\text{Photo}} = 3,1 \% \quad (44)$$

$$Q_{\text{Compton}} = 77,3 \% . \quad (45)$$

Der Vergleich des Verhältnisses der Absorptionswahrscheinlichkeiten $\frac{Q_{\text{Compton}}}{Q_{\text{Photopeak}}} = 25,2$ mit dem Verhältnis der Peakinhalte der beiden Effekte $\frac{Z_{\text{Comptonkontinuum}}}{Z_{\text{Photopeak}}} = 4,61 \pm 0,05$ ergibt sich ein Abweichung zwischen diesen von $(81,7 \pm 0,2) \%$.

5.3 Barium-Messung

Das Spektrum der Bariumquelle ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

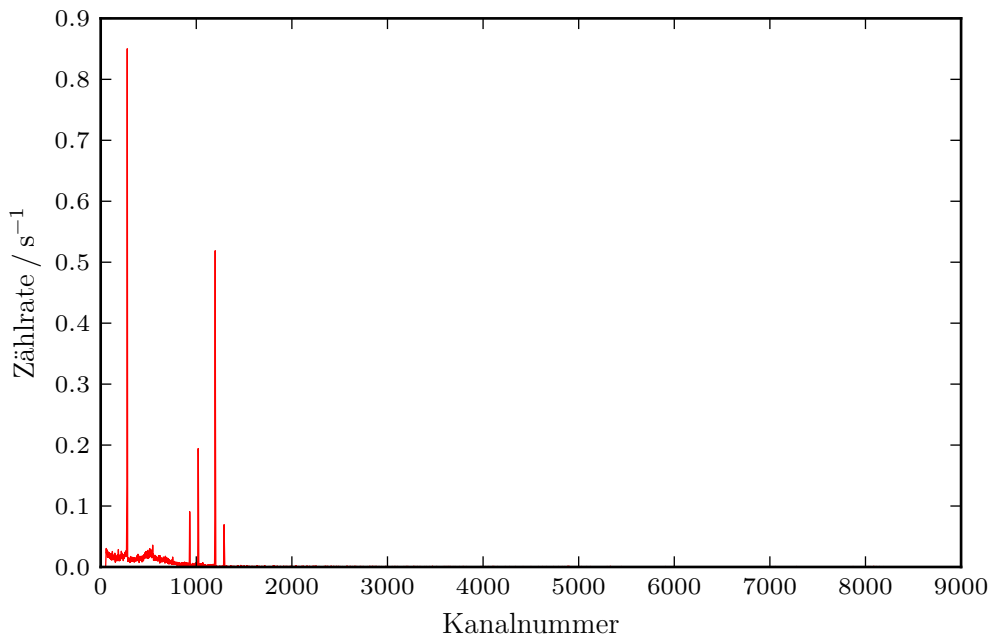


Abbildung 16: Spektrum der Bariumquelle.

Tabelle 3: Werte zur Berechnung der Aktivität der ^{133}Ba -Quelle.

Kanalnummer	Energie / keV	Z / s^{-1}	$W / \%$	Q
278	81,00	3,15	34,10	$1,30 \pm 0,27$
931	160,61	0,43	0,60	$0,758 \pm 0,069$
1020	302,85	1,00	18,30	$0,445 \pm 0,014$
1198	356,02	2,69	62,10	$0,386 \pm 0,013$
1291	383,85	0,36	8,90	$0,360 \pm 0,014$

Die Energien E und die Inhalte Z der Peaks werden wie in Kapitel 5.1 ermittelt. Des weiteren wird die Effizienz Q mit Hilfe der Gleichung (12) bestimmt. Alle ermittelten Daten sind in der folgenden Tabelle aufgelistet.

Durch die Mittelung aller Aktivitäten die nach Gleichung (12) berechnet wurden, ergibt sich für den Mittelwert

$$A_{\text{Ba}} = (2690 \pm 218) \text{ Bq} . \quad (46)$$

5.4 Stein-Messung

Das Spektrum des Steins mit unbekannter Zusammensetzung ist in Abbildung 17 dargestellt.

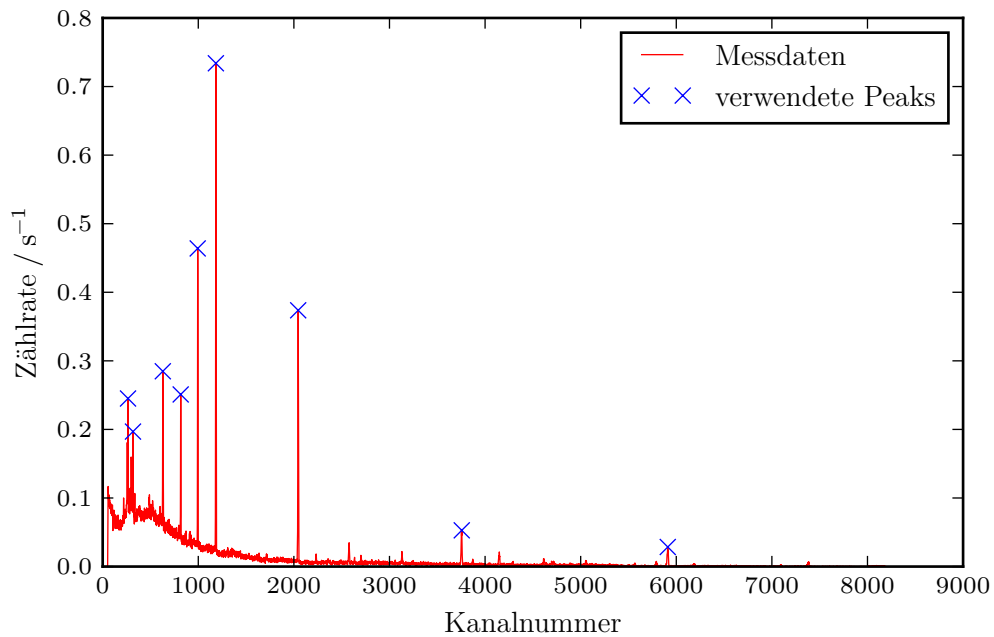


Abbildung 17: Spektrum des Steins.

Aus den Kanalnummern der jeweiligen Peaks werden mit Gleichung 21 die Energien berechnet. Diese Energien werden in den folgenden Tabellen mit der Zerfallsreihe von ^{238}U -Reihe verglichen.

Tabelle 4: Vergleich mit ^{234}Th [4].

E_{Th} / keV	$W_{Th} / \%$	E_{Stein} / keV	$Abweichung / \%$
63	3,50	$79,510 \pm 0,015$	$26,207 \pm 0,023$
93	4,00	$95,054 \pm 0,018$	$2,208 \pm 0,019$

Tabelle 5: Vergleich mit ^{266}Ra [4].

E_{Ra} / keV	$W_{Ra} / \%$	E_{Stein} / keV	$Abweichung / \%$
186	4,00	$188,31 \pm 0,03$	$4,61 \pm 0,05$

Tabelle 6: Vergleich mit ^{214}Pb [4].

E_{Pb} / keV	$W_{Pb} / \%$	E_{Stein} / keV	$Abweichung / \%$
242	4,00	$244,211 \pm 0,045$	$0,914 \pm 0,019$
295	19,00	$297,417 \pm 0,055$	$0,819 \pm 0,019$
352	36,00	$354,210 \pm 0,065$	$0,628 \pm 0,019$

Tabelle 7: Vergleich mit ^{214}Bi [4].

E_{Bi} / keV	$W_{Bi} / \%$	E_{Stein} / keV	$Abweichung / \%$
609	47,00	$611,57 \pm 0,11$	$0,423 \pm 0,019$
1120	17,00	$1123,01 \pm 0,21$	$0,269 \pm 0,019$
1764	17,00	$1767,17 \pm 0,33$	$0,179 \pm 0,019$

6 Diskussion

In Kapitel 5.1.1 wurde die Energiekalibrierung durchgeführt, indem die Kanalnummern der Maxima gegebenen Werten aus der Literatur zugeordnet wurden. Jedoch gibt es mehr Messwerte in der Literatur als Maxima vorhanden sind. Dabei ist es grundsätzlich möglich, dass eine falsche Zuordnung stattgefunden hat. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Zuordnung korrekt erfolgt ist aufgrund der sehr kleinen Abweichung in Abbildung 10, bzw. den Fitparametern in Gleichung (21).

Die hohe Abweichung in Kapitel 5.2.1 der theoretischen und der gemessenen Halbwertsbreite des Photopeaks von $(99,799 \pm 0,003)$ keV kann nicht eindeutig erklärt werden. Es besteht die Möglichkeit, dass der Fanofaktor in Gleichung (10) mit $F \approx 0,1$ [4] falsch angesetzt wurde. Zu erwarten ist eine kleine Abweichung, da der Photopeak sehr gut durch eine Gaußfunktion in Abbildung angenähert wird, zudem geht hier die Umrechnung von Kanalnummer in Energie ein, die wie zuvor erläutert auch einen kleinen Fehler aufweist.

In dem folgenden Kapitel ist zu beachten, dass bei der Festsetzung der Kanalnummer der Comptonkante ein großer Fehler anzugeben ist, da der Bereich um die Comptonkante mit keiner Funktion genährt werden konnte aufgrund von starken Fluktuationen, siehe Abbildung 14. Dies ist ebenfalls beim Rückstreupeak zu beachten, trotzdem ist bei der Comptonkante nur eine Abweichung von $(2 \pm 2)\%$ und bei dem Rückstreupeak eine Abweichung von $(11 \pm 2)\%$ zu verzeichnen. Durch Verwendung des indirekten Verfahrens in Kapitel 5.2.2 kann die Abweichung auf $(-3 \pm 2)\%$ reduziert werden.

Die hohe Abweichung von $(81,7 \pm 0,2)\%$ in Kapitel 5.2.3 zwischen den Verhältnissen der Effizienz und dem Inhalt des Photo- und des Comptonkontinuums kann dadurch erklärt werden, dass der Photopeak nicht nur durch den Photoeffekt entsteht, sondern auch mehrere Comptonstreuungen beteiligt sind. Aus diesem Grund wird anstatt Photopeak auch oft der Begriff Vollenergiepeak verwendet, um diesen Sachverhalt zu unterstreichen.

Im Kapitel "Barium-Messung" wird eine Aktivität von $A_{\text{Ba}} = (2690 \pm 218)$ Bq berechnet. Auf Grund eines fehlenden Vergleichswert kann keine direkte Aussage über die Genauigkeit dieses Ergebnisses getroffen werden. Der Vergleich mit der Europium-Probe aus Kapitel 5.1.2 zeigt, dass die beiden Aktivitäten in der gleichen Größenordnung liegen.

Bei der Messung des Spektrums eines Steins mit unbekannter Zusammensetzung in Kapitel 5.3 kann nach der Auswertung mit Sicherheit gesagt werden, dass dieser momentan aus Blei und Bismut besteht, da die Abweichungen zu den Literaturwerten in Tabellen 6 und 7 kleiner als 1% sind. Weiter wird angenommen, dass der Stein Thorium und Radium enthält, obwohl der Vergleich bei beiden Materialien mit dem Literaturwert eine höhere Abweichung zeigt als bei Blei und Bismut. Mit Hilfe der Zerfallsreihe von Uran in [4] kann somit die Aussage getroffen werden, dass der Stein ursprünglich teilweise aus Uran bestand.

Literatur

- [1] *ioffe database*. Mai 2017. URL: <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/Ge/bandstr.html>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Fortgeschrittenenpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 23*. http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_FPBSc.html. Mai 2017.