

## VERSUCH 702

# Aktivierung mit Neutronen

Marius Hötting  
Marius.Hoetting@udo.edu

Matthias Jaeger  
Matthias.Jaeger@udo.edu

Durchführung: 17.05.2016

Abgabe: 24.05.2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3. Fehlerrechnung</b>	<b>5</b>
<b>4. Versuchsaufbau und Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>5. Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1. Indium . . . . .	7
5.2. Silber . . . . .	8
<b>6. Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>15</b>
<b>A. Messdaten</b>	<b>16</b>

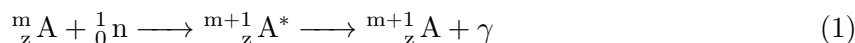
## 1. Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die Halbwertszeiten verschiedener mit  $\alpha$ -Strahlung aktivierter Elemente bestimmt werden.

## 2. Theorie

Isotope werden instabil, wenn die Zahl der Neutronen  $m-z$  zu groß oder zu klein wird. Hierbei sind  $m$  die Massenzahl und  $z$  die Zahl der Protonen des Kerns. Die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Kern in einen anderen zerfällt, variiert zwischen verschiedenen Isotopen stark. Die charakterisierende Größe ist die Halbwertszeit  $T$ . Diese ist so definiert, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kern innerhalb der Zeit  $T$  zerfällt gerade 50 % beträgt.

Eine Möglichkeit, instabile Kerne zu erzeugen, besteht darin, stabile Isotope mit Neutronen zu beschießen. Dies ist auch in einfachen Laboren möglich, denn die für das Eindringen des Neutrons nötige Energie ist sehr gering im Vergleich zu der Energie, die beispielsweise ein geladenes Teilchen dafür benötigt. Das Neutron wird von dem Kern absorbiert und es entsteht ein sogenannter Zwischenkern. Dessen Energie ist um den Beitrag der kinetischen Energie des Neutrons sowie dessen Bindungsenergie höher als die des ursprünglichen Kerns. Der Zwischenkern wechselt nach einer kurzen Zeit von etwa  $10^{-16}$  s unter Aussendung der Energie des Neutrons in Form eines  $\gamma$ -Quants in seinen Grundzustand.



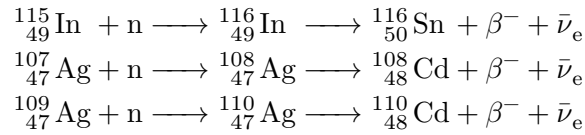
In vielen Fällen ist dieser neu entstandene Kern instabil und zerfällt nach einer längeren Zeit unter Aussendung eines Elektrons und eines Antineutrinos in einen stabilen Kern.



Dies entspricht dem sogenannten  $\beta$ -Zerfall. Da die Massenbilanz zeigt, dass die Teilchen auf der linken Seite eine größere Masse haben gegenüber denen der rechten Seite, entsteht gemäß der speziellen Relativitätstheorie kinetische Energie. Diese wird zufällig zwischen dem Elektron und dem Antineutrino aufgeteilt.

Für experimentelle Untersuchungen spielt der sogenannte Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  eine wichtige Rolle. Er stellt vereinfacht gesprochen ein Maß für die Ausbeute des Neutroneneinfangs dar. Von besonderem Interesse ist die Erkenntnis, dass sich im Bereich niedriger kinetischer Energien der Neutronen der Wirkungsquerschnitt reziprok zur Geschwindigkeit der Neutronen verhält. Dies ist intuitiv klar, denn die Neutronen verweilen in dieser Weise für einen längeren Zeitraum in der Einwirkungssphäre des Kerns. Aus diesem Grunde werden die Neutronen im Experiment gebremst, bevor sie auf die zu aktivierende Probe treffen, indem sie Stöße mit einer Paraffinbeschichteten Wand erleiden. Die Wasserstoffatome des Paraffins wirken dabei für die Neutronen besonders abbremsend, da ihre Masse von allen Elementen am nächsten an der des Neutrons liegt. Nach vielen Stößen werden die Neutronen schließlich einen Energiewert im Bereich der mittleren kinetischen Energie der Moleküle in ihrer Umgebung besitzen. Letztere bestimmt wiederum die Temperatur, weshalb Neutronen in einem solchen Zustand als thermische Neutronen bezeichnet werden.

Für die hier untersuchten Isotope gelten nach [4] die folgenden Zerfälle.



In der Natur vorkommendes Silber beinhaltet zu 52 %  ${}^{107}\text{Ag}$  und zu 48 %  ${}^{109}\text{Ag}$ , also laufen beide gezeigten Zerfälle gleichzeitig und überlagert ab.

Die Zerfälle radioaktiver Isotope folgen dem Gesetz eines exponentiellen Abfalls.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (3)$$

Die eingangs in Worten formulierte Definition der Halbwertszeit lautet

$$N(T) := \frac{1}{2} N_0, \quad (4)$$

sodass durch Einsetzen in Gleichung (3)

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (5)$$

folgt. Die experimentelle Bestimmung von  $N(t)$  gestaltet sich schwierig. Stattdessen wird zumeist die Anzahl der Zerfälle  $N_{\Delta t}(t)$  in der Zeit  $\Delta t$  gemessen. Es ist per Definition

$$N_{\Delta t}(t) = N(t) - N(t + \Delta t), \quad (6)$$

woraus durch Einsetzen der Gleichungen (3) und (4)

$$\begin{aligned} N_{\Delta t}(t) &= N_0 (1 - u^{-\lambda \Delta t}) u^{-\lambda t} \\ \Leftrightarrow \ln N_{\Delta t}(t) &= \ln \left( N_0 (1 - u^{-\lambda \Delta t}) \right) - \lambda t \end{aligned} \quad (7)$$

folgt. Die Zerfallskonstante  $\lambda$  kann also durch eine lineare Regression bestimmt werden. Ferner lässt sich durch den Offset dieser Geradengleichung auch die Teilchenzahl zu Beginn der Messung  $N_0$  bestimmen.

Bei der Messung von Silber kommt erschwerend hinzu, dass zwei radioaktive Isotope gleichzeitig vorhanden sind. Um dennoch eine Aussage über die Halbwertszeiten der jeweiligen Isotope treffen zu können, muss eine der beiden Halbwertszeiten viel größer als die andere sein. Dies ist im Fall der Silber Isotope gegeben. Zunächst wird mittels der oben beschriebenen linearen Regression die Halbwertszeit des langlebigen  ${}^{108}\text{Ag}$  bestimmt, indem nur die Werte ab  $t^*$  einbezogen werden. Der Zeitpunkt  $t^*$  ist so zu wählen, dass das kurzlebige  ${}^{110}\text{Ag}$  zu diesem Zeitpunkt fast vollständig zerfallen ist. Die Wahl von  $t^*$  verlangt daher Fingerspitzengefühl und ist mit einer systematischen Unsicherheit verbunden. Aus der Kenntnis der Zerfallsrate des  ${}^{108}\text{Ag}$  kann dieser Zerfall aus den Messwerten gemäß

$$N_{\Delta t, \text{kurz}}(t_i) = N_{\Delta t, \text{ges}}(t_i) - N_{\Delta t, \text{lang}}(t_i) \quad (8)$$

herausgerechnet und erneut eine lineare Regression durchgeführt werden, um die Halbwertszeit des kurzlebigen  ${}^{110}\text{Ag}$  zu bestimmen.

### 3. Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}. \quad (9)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (10)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}. \quad (11)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (12)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter  $m$  und  $b$  der Ausgleichsgerade  $y = mx + b$  wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x}. \quad (13)$$

Dabei sind  $x_i$  und  $y_i$  linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad (14)$$

Für diesen Versuch sind die Messwerte Poisson-verteilt. Aus diesem Grund ergibt sich für den Fehler der Messwerte

$$N = N_{\text{mess}} \pm \sqrt{N_{\text{mess}}} \quad (15)$$

## 4. Versuchsaufbau und Durchführung

Die für die Aktivierung der Proben nötigen Neutronen kommen in der Natur nicht vor, weil sie instabil sind. Dies folgt aus dem Bestreben der Natur, Zustände minimaler Energien einzustellen. Neutronen zerfallen deshalb in Protonen, deren Masse geringer ist, vgl. (2). Die Neutronen werden daher eigens für den Versuch erzeugt, indem Be-Kerne mit  $\alpha$ -Teilchen, welche wiederum aus dem Zerfall von  $^{226}\text{Ra}$  stammen, beschossen werden. Dies geschieht in einem Kessel, dessen Innenwand mit Paraffin beschichtet ist. Die durch Stöße mit dem Paraffin abgebremsten Neutronen gelangen zu den ebenfalls in den Kessel eingelassenen Probekörpern. Für den Versuch wird Indium und Silber als Ausgangsmaterial verwendet. In der eigentlichen Messapparatur wird ein geometrisch konstanter Bruchteil der Zerfälle mit einem Geiger-Müller-Zählrohr detektiert. Probe und Zählrohr sind dabei von einem Bleiquader umgeben. Dieser dient dem Schutz der Apparatur vor störender natürlicher Strahlung. Ein Zählwerk mit zwei Anzeigevorrichtungen registriert die Signale des Zählrohrs pro Zeiteinheit  $\Delta t$ . Diese Zeiteinheit lässt sich durch einen Zeitgeber mit einer relativen Genauigkeit von  $10^{-5}$  einstellen.

Da die natürliche Strahlung nicht gänzlich unterbunden werden kann, wird zunächst dieser sogenannte Nulleffekt gemessen, indem die Messzeit ohne das Befüllen mit einer Probe auf 900 s eingestellt und der resultierende Messwert notiert wird. Die Messzeit wird hierbei hoch gewählt, um den statistischen Fehler klein zu halten. Nun wird eine der jeweiligen Probe angepasste Messzeit  $\Delta t$  eingestellt, bevor die aktivierten Proben zügig zu der Messvorrichtung transportiert werden. Die Messung wird gestartet und es werden die folgenden Messdauern gewählt.

Indium	$\Delta t = 220\text{s}$	$t_{\text{ges}} \approx 60\text{min}$
Silber	$\Delta t = 9\text{s}$	$t_{\text{ges}} \approx 7\text{min}$

## 5. Auswertung

Sämtliche im folgenden durchgeführten Ausgleichsrechnungen werden mit der *curve fit* Funktion aus dem für *Python* geschriebenen package *NumPy*[2] durchgeführt. Fehlerrechnungen werden mit dem für *Python* geschriebenen package *Uncertainties*[3] ausgeführt.

Die Nullmessung ergibt  $N_t = 460 \pm 22$  Detektionen in einem Zeitraum von  $\Delta t = 900s$ . Durch die Annahme eines linearen Zusammenhangs der Nullmessung werden die Messwerte für Indium und Silber nach Gleichung 6 korrigiert. Ferner werden im Folgenden sämtliche Messwerte mit dem Fehler gemäß (15) ausgewertet.

### 5.1. Indium

In Abbildung 1 sind die aufgenommenen Messdaten aus Tabelle 1 in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen.

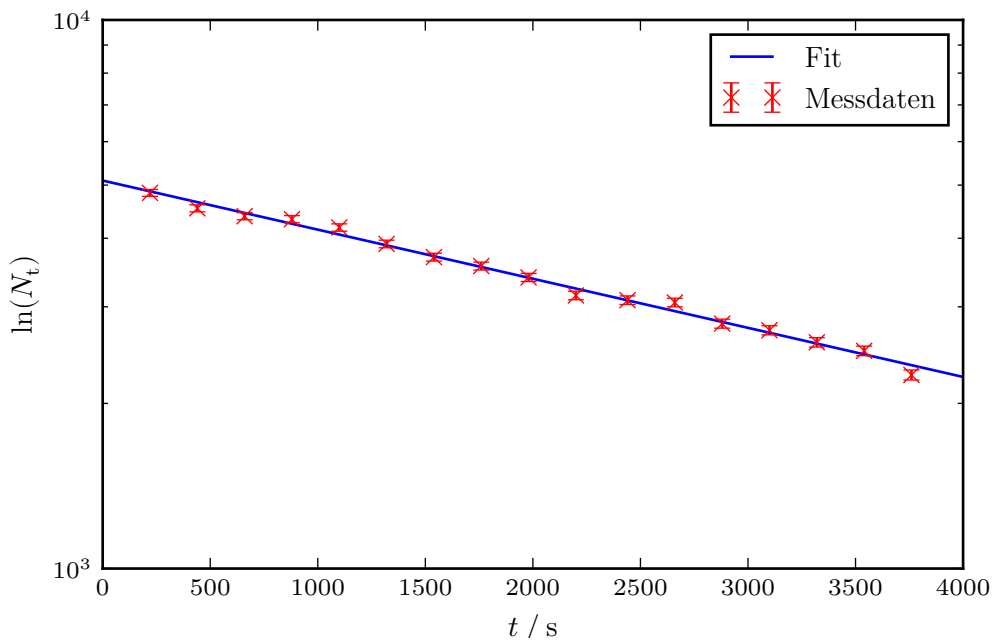


Abbildung 1: Messwerte und Regressionsgerade für Indium.

Die eingezeichnete lineare Ausgleichsrechnung liefert für die Steigung  $m$  und den y-Achsendurchgang  $b$  die Ergebnisse

$$\begin{aligned} m_{116\text{In}} &= (-2,060 \pm 0,051) \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \\ b_{116\text{In}} &= 8,54 \pm 0,01 . \end{aligned}$$

Im Vergleich mit Gleichung 3 entspricht  $\lambda = -m_{116\text{In}}$ . Daraus ergibt sich die Halbwertszeit  $T_{116\text{In}}$  für Indium nach Gleichung 5 zu

$$T_{116\text{In}} = (56 \pm 1) \text{ min} .$$

**Tabelle 1:** Messdaten von Indium unter Berücksichtigung des Nulleffekts.

$N_t$	$t / s$
4839 $\pm$ 70	220
4536 $\pm$ 67	440
4388 $\pm$ 66	660
4334 $\pm$ 66	880
4185 $\pm$ 65	1100
3906 $\pm$ 62	1320
3696 $\pm$ 61	1540
3560 $\pm$ 60	1760
3394 $\pm$ 58	1980
3147 $\pm$ 56	2200
3085 $\pm$ 56	2440
3055 $\pm$ 55	2660
2796 $\pm$ 53	2880
2719 $\pm$ 52	3100
2585 $\pm$ 51	3320
2494 $\pm$ 50	3540
2254 $\pm$ 47	3760

Weiter ergibt sich aus Gleichung 3 die Relation

$$N_0 = \exp b , \quad (16)$$

da  $b$  aus einem halblogarithmischen Diagramm entnommen wurde. Nach der obigen Gleichung folgt

$$N_0 = 5096 \pm 53 .$$

Es ist zu beachten das  $N_0$  hier und im folgenden nur ein Teil der Gesamtstrahlungsmenge ist, da das Geiger-Müller-Zählrohr nur einen räumlich festen Anteil Strahlung detektiert.

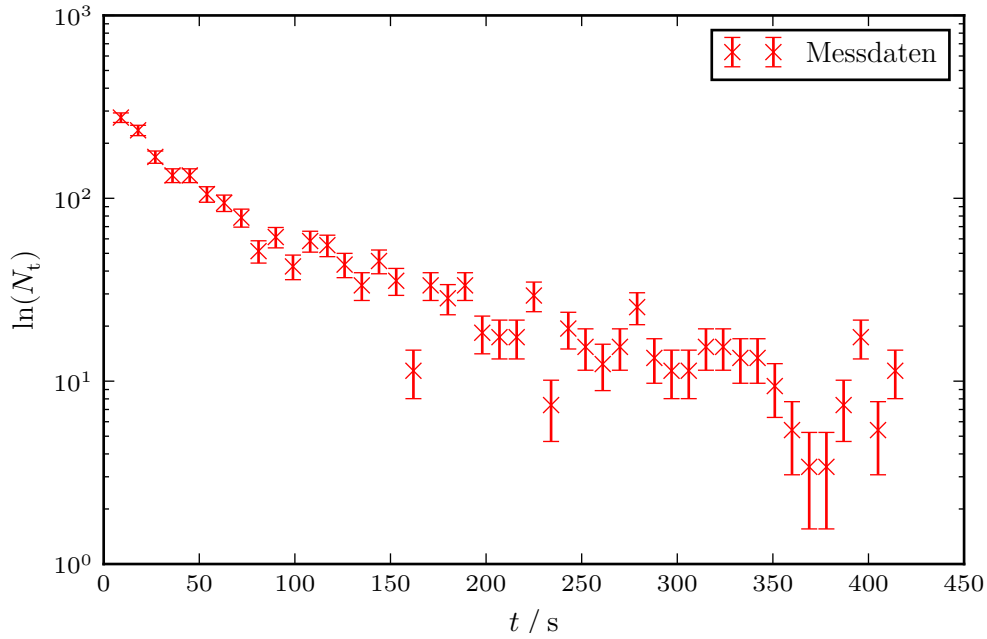
## 5.2. Silber

Da das verwendete Silber aus zwei Isotopen besteht, müssen die aufgenommenen Daten in Abbildung 2 in zwei Abbildungen aufgeteilt werden, sodass der langsame und der schnelle Zerfall getrennt berechnet werden können. Die dazu verwendeten Messdaten sind in Tabelle 2 aufgelistet.



**Tabelle 2:** Messdaten von Silber unter Berücksichtigung des Nulleffekts.

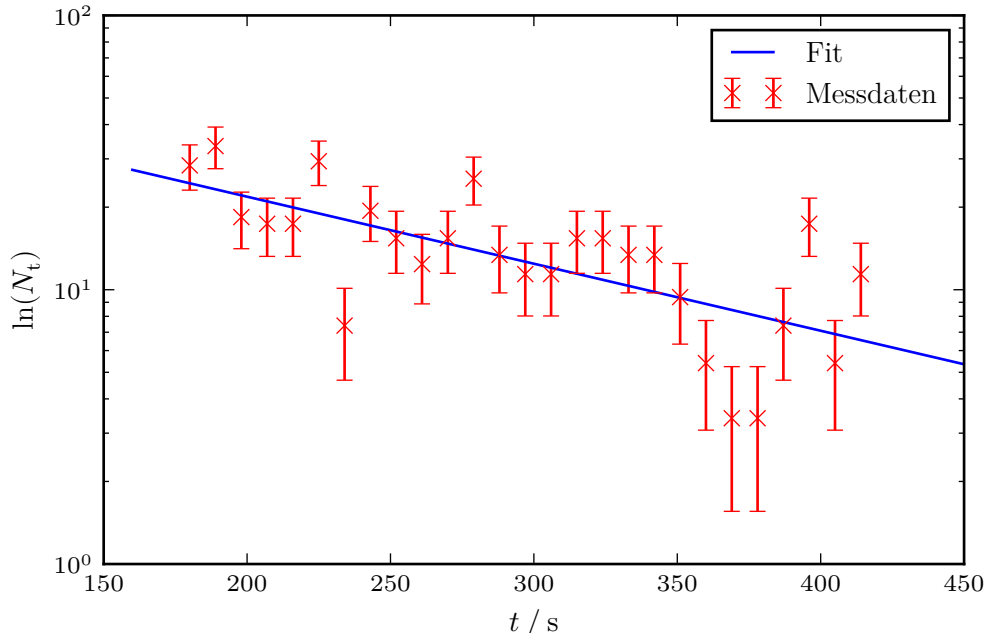
$N_t$	$t / s$	$N_t$	$t / s$
276 $\pm$ 17	9	17 $\pm$ 4	216
235 $\pm$ 15	18	29 $\pm$ 5	225
168 $\pm$ 13	27	7 $\pm$ 3	234
133 $\pm$ 12	36	19 $\pm$ 4	243
133 $\pm$ 12	45	15 $\pm$ 4	252
105 $\pm$ 10	54	12 $\pm$ 4	261
94 $\pm$ 10	63	15 $\pm$ 4	270
78 $\pm$ 9	72	25 $\pm$ 5	279
51 $\pm$ 7	81	13 $\pm$ 4	288
61 $\pm$ 8	90	11 $\pm$ 3	297
42 $\pm$ 7	99	11 $\pm$ 3	306
58 $\pm$ 8	108	15 $\pm$ 4	315
55 $\pm$ 7	117	15 $\pm$ 4	324
43 $\pm$ 7	126	13 $\pm$ 4	333
33 $\pm$ 6	135	13 $\pm$ 4	342
45 $\pm$ 7	144	9 $\pm$ 3	351
35 $\pm$ 6	153	5 $\pm$ 2	360
11 $\pm$ 3	162	3 $\pm$ 2	369
33 $\pm$ 6	171	3 $\pm$ 2	378
28 $\pm$ 5	180	7 $\pm$ 3	387
33 $\pm$ 6	189	17 $\pm$ 4	396
18 $\pm$ 4	198	5 $\pm$ 2	405
17 $\pm$ 4	207	11 $\pm$ 3	414



**Abbildung 2:** Messdaten und Fitergebnis.

Für die Trennung der beiden Zerfälle wird der Zeitpunkt  $t^* = 153\text{ s}$  gewählt. Somit ist der Zerfall von  $^{108}\text{Ag}$  im Bereich von  $t > t^*$ . In dem Bereich von  $t < t^*$  jedoch sind die beiden Zerfälle addiert. Aus diesem Grund werden im Folgenden zuerst durch eine Ausgleichsrechnung die Parameter des langsamen Zerfalls bestimmt, sodass im nächsten Schritt diese aus den Messwerten im Bereich  $t < t^*$  rausgerechnet werden können.

In der folgenden Abbildung ist der Zerfall von  $^{108}\text{Ag}$  in einem halblogarithmischen Diagramm dargestellt.



**Abbildung 3:** Messdaten und Fitergebnis von  $^{108}\text{Ag}$ .

Wie in Kapitel 5.1 beschrieben wird aus den Parametern der Regressionsgerade die Halbwertszeit und der Startwert  $N_0$  bestimmt

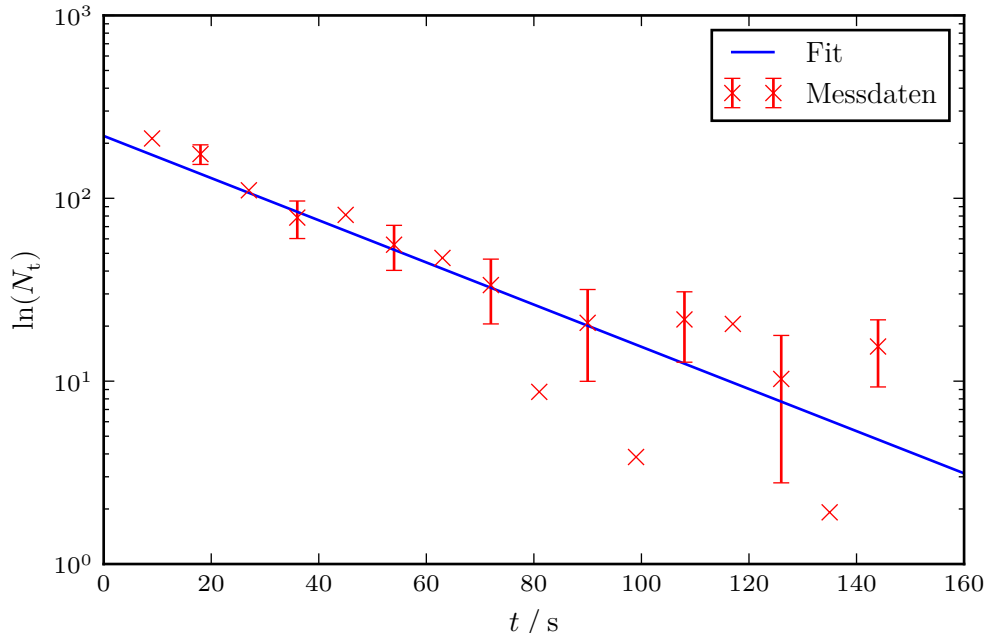
$$m_{^{108}\text{Ag}} = (-56 \pm 121) \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

$$b_{^{108}\text{Ag}} = 4,2 \pm 0,4$$

$$T_{^{108}\text{Ag}} = (123 \pm 27) \text{ s}$$

$$N_0 = 67 \pm 25 .$$

In Abbildung 4 ist der von  $^{110}\text{Ag}$  dargestellt. Hierzu wurde der langsamere Zerfall von Abbildung 3 vom Gesamtzerfall abgezogen gemäß Gleichung 8.



**Abbildung 4:** Messdaten und Fitergebnis von  $^{110}\text{Ag}$ .

Aus der Regressionsgeraden ergeben sich die Werte

$$m_{^{110}\text{Ag}} = (-266 \pm 431) \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

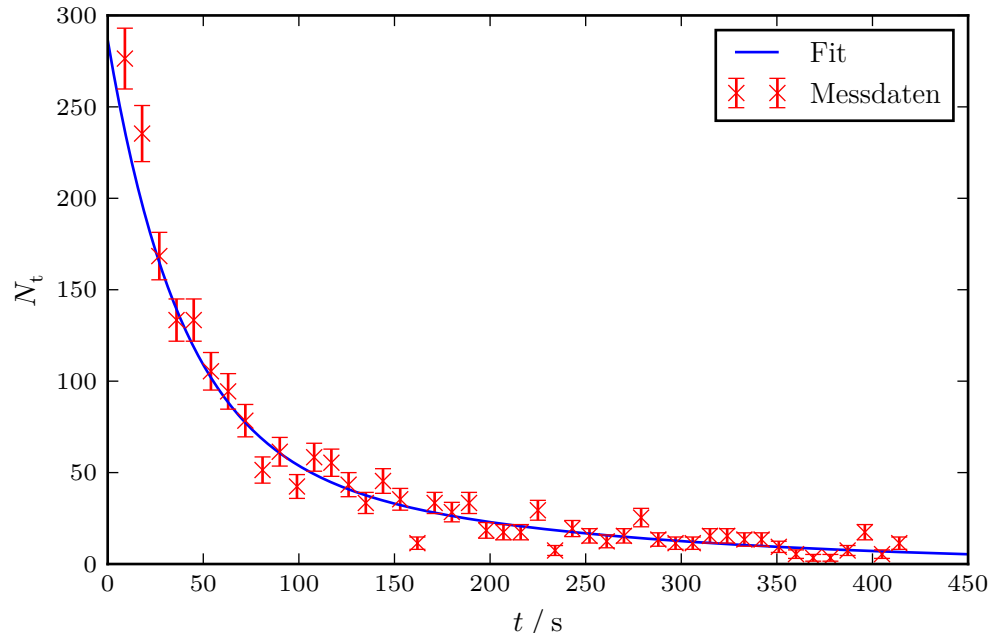
$$b_{^{110}\text{Ag}} = 5,4 \pm 0,4 .$$

Mit dem in Kapitel 5.1 beschriebenen Verfahren wird die Halbwertszeit  $T_{110}$  sowie der Startwert der Teilchenzahl  $N_0$  für  $^{110}\text{Ag}$  nach Gleichung 5 und 16 berechnet. Daraus folgt

$$T_{^{110}\text{Ag}} = (26 \pm 4) \text{ s}$$

$$N_0 = 219 \pm 81 .$$

Schlussendlich ist in Abbildung 5 die Summe der beiden Ausgleichsrechnung abgebildet.



**Abbildung 5:** Messdaten und Fitergebnis von  $^{108}\text{Ag}$  und  $^{110}\text{Ag}$ .

## 6. Diskussion

Der folgende Vergleich der errechneten Halbwertszeit von Indium mit dem Literaturwert [1] zeigt eine Abweichung zum Literaturwert von 3,04 %.

$$T = (56 \pm 1) \text{ min} \quad (17)$$

$$T_{\text{Lit.}} = 54,3 \text{ min} \quad (18)$$

Bei dem weiteren Vergleich der Halbwertszeiten von  $^{108}\text{Ag}$  und  $^{110}\text{Ag}$  in Tabelle 3 fällt auf, dass der Literaturwert [1] der beiden Isotope im Fehlerbereich der ermittelten Halbwertszeit liegt.

	$T_{\text{Lit.}} / \text{s}$	$T / \text{s}$
$^{108}\text{Ag}$	142,9	$123 \pm 27$
$^{110}\text{Ag}$	24,6	$26 \pm 4$

**Tabelle 3:** Vergleich der Halbwertszeiten von  $^{108}\text{Ag}$  und  $^{110}\text{Ag}$ .

Wie in Tabelle 2 zu sehen, nehmen die Detektionen  $N$  bei Silber im Laufe der Zeit nicht durchgehend kontinuierlich ab. Immer wieder treten Abweichungen sowohl nach oben als auch nach unten auf. Dieses ist vor allem am Ende der Messung zu beobachten, weshalb die Messwerte in Abbildung 3, die gerade diesen Intervall graphisch darstellt, teilweise große Abweichungen zur Regressionsgeraden aufweisen.

Da die Werte für  $^{110}\text{Ag}$  und für Indium wenige bis keine Ausreißer enthalten, liegen diese in Abbildung 1 und 4 sehr nah an der jeweiligen Regressionsgeraden.

## Literatur

- [1] *Eigenschaften von den verwendeten Elementen*. Mai 2016. URL: <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/chartNuc.jsp>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Anfängerpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. 203*. [http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung\\_AP.html](http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_AP.html). Nov. 2015.

## A. Messdaten

### Aktivierung mit Neutronen

Vulleffekt nach 900s: 460  
511

Indium:  $\Delta t = 220s$ , Messzeit: 60min

1.	4951	220
2.	4648	440
3.	4500	660
4.	4446	880
5.	4297	1100
6.	4018	1320
7.	3808	1540
8.	3672	1760
9.	3506	1980
10.	3259	2200
11.	3197	2440
	3167	2660
	2408	2880
	2831	3100
	2697	3320
	2606	3540
	2366	3760

### Silber

1.	281	9	21	38	189	41	8	369
2.	240	18	22	23	198	42	8	378
3.	173	27	23	22	207	43	12	387
4.	138	36	24	22	216	44	22	396
5.	138	45	25	34	225	45	10	405
6.	110	54	26	12	234	46	16	414
7.	99	63	27	24	243	47		
8.	83	72	28	20	252	48		
9.	56	81	29	17	261	49		
10.	66	90	30	20	270	50		
11.	47	99	31	30	279			
12.	63	108	32	18	288			
13.	60	117	33	16	297			
14.	48	126	34	16	306			
15.	38	135	35	20	315			
16.	50	144	36	20	324			
17.	40	153	37	18	333			
18.	16	162	38	18	342			
19.	38	171	39	14	351			
20.	33	180	40	10	360			

bjoern.wendland@tu-dortmund.de

17.05.16  
B. Wendland