

Ausgabe: 28.10.2015

Abgabe: 04.11.2015 bis 12:00

Prof. Dr. F. Anders

Prof. Dr. M. Bayer

Hausaufgabe 1: Zwangsbedingungen

5 Punkte

Stellen Sie für die folgenden Systeme die vorhandenen Zwangsbedingungen auf und klassifizieren Sie sie (holonom/nicht-holonom, rheonom/skleronom).

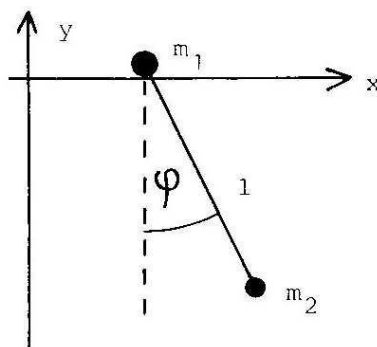
- a) **Draht mit Perle:** Eine durchbohrte Perle ist auf einem geraden Draht eingefädelt und kann sich in dessen Längsrichtung frei bewegen.
- b) **Rotierender Draht mit Perle:** Ein Draht mit aufgefädelter Perle rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in einer Ebene um ein festes Zentrum
- c) **Massenpunkt auf einer schiefen Ebene:** Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Oberseite einer geneigten Platte, die unendlich ausgedehnt ist.
- d) **Rollendes Rad:** Ein Rad mit Radius a rollt ohne Schlupf auf der unendlich ausgedehnten xy -Ebene. Ihm sei dabei weder erlaubt umzufallen noch zu springen.
Hinweis: ohne Schlupf bedeutet, dass die zurückgelegte Strecke pro Radumdrehung nicht vom tatsächlichen Umfang abweicht. Das Rad kann nicht „durchdrehen“ oder „rutschen“.

Welche weiteren Beispiele für Systeme mit verschiedenen Zwangsbedingungen (holonom/nicht-holonom, rheonom/skleronom) fallen Ihnen ein?

Hausaufgabe 2: Virtuelle Arbeit

5 Punkte

Das unten abgebildete ebene Pendel soll betrachtet werden. Die Masse m_1 kann sich entlang einer Schiene auf der x -Achse frei bewegen. Die Reibung ist zu vernachlässigen.

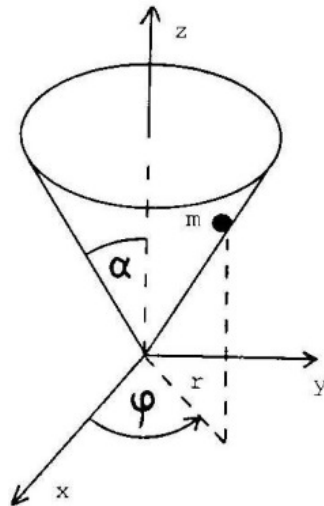


- a) Stellen Sie die Zwangskraft für den Faden und die Zwangskraft für die Schiene auf.
- b) Zeigen Sie, dass die virtuelle Arbeit, die durch die einzelnen Zwangskräfte verrichtet wird, jeweils von null verschieden ist.
- c) Zeigen Sie, dass die Summe der virtuellen Arbeiten aus b) null ist.
- d) Gegen welches physikalische Prinzip würde $\sum_i \vec{Z}_i \cdot \delta \vec{r}_i \neq 0$ verstoßen?

Hausaufgabe 3: Das d'Alembert-Prinzip

5 Punkte

Eine Punktmasse m rutscht reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels unter der Einwirkung der Gravitation (negative z -Richtung).

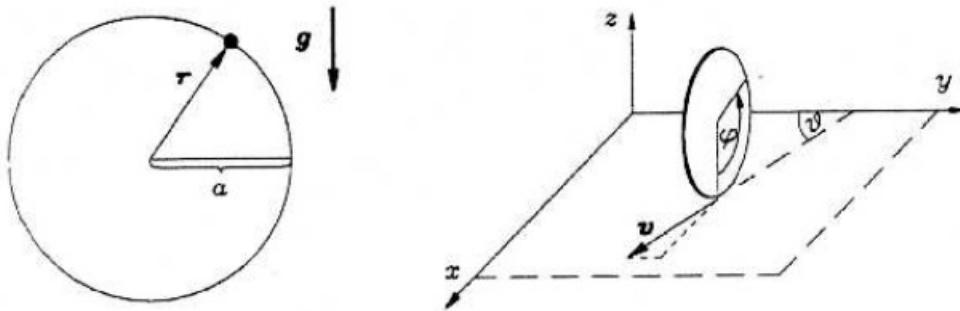


- Wenden Sie das d'Alembert-Prinzip auf dieses System an und stellen Sie eine Gleichung mit δx , δy und δz auf.
- Stellen Sie die Zwangsbedingung auf.
- Leiten Sie mit Hilfe des d'Alembert-Prinzips die Bewegungsgleichungen in geeigneten Koordinaten her.

Hausaufgabe 4: Differentielle Zwangsbedingungen

5 Punkte

Gegeben sei ein Rad mit Radius a , das auf der xy -Ebene ohne Schlupf rollen kann, aber weder umkippen noch hochspringen können soll (vgl. Abbildung).



- Wieviele Freiheitsgrade hat das System? (Wie viele wären es mit Schlupf?) Stellen Sie Zwangsbedingungen für x , y und z differentiell auf.
- Eine der Zwangsbedingungen lässt sich in eine skleronom-holonome Zwangsbedingung durch Integration umwandeln. Tun Sie dies.
- Zeigen Sie, dass die restlichen Bedingungen sich nicht ohne weitere Annahmen integrieren lassen.
Hinweis: Satz von Schwarz
- Finden Sie die Bedingung unter der sich die restlichen Zwangsbedingungen integrieren lassen und führen Sie unter dieser Bedingung die Integration durch. Was bedeutet diese Bedingung physikalisch? Mit welchem Problem ist dieses System dann äquivalent?