

VERSUCH US3

Doppler-Sonographie

Marius Hötting
Marius.Hoetting@udo.edu

Matthias Jaeger
Matthias.Jaeger@udo.edu

Durchführung: 10.05.2016

Abgabe: 17.05.2016

Inhaltsverzeichnis

1. Zielsetzung	3
2. Theorie	3
2.1. Einleitung	3
2.2. Doppler-Effekt	3
2.2.1. Fall 1	3
2.2.2. Fall 2	3
2.3. Dopplereffekt bei Flüssigkeiten	4
3. Fehlerrechnung	5
4. Versuchsaufbau	6
5. Durchführung	7
5.1. Strömungsgeschwindigkeit	7
5.2. Strömungsprofil der Dopplerflüssigkeit	7
6. Auswertung	8
6.1. Strömungsgeschwindigkeiten an verschiedenen Rohrdurchmessern	8
6.2. Strömungsprofil	10
7. Diskussion	12
Literatur	13
A. Messdaten	14

1. Zielsetzung

Ziel ist es in diesem Versuch, durch Verwendung von Ultraschall, die Geschwindigkeit einer Flüssigkeit, unter verschiedenen Umständen, in einem abgeschlossenen System zu ermitteln.

2. Theorie

2.1. Einleitung

Ultraschall ist für den Menschen nicht hörbarer Schall im Frequenzbereich zwischen 20 kHz und ca. 1 GHz. Er entsteht durch Druckschwankungen, wie sie beispielsweise durch einen schwingenden Piezokristall hervorgerufen werden kann.

2.2. Doppler-Effekt

Der Doppler-Effekt beschreibt das Phänomen der Frequenzänderung, wenn sich Schallquelle und Empfänger relativ zueinander bewegen. Im Alltag ist der Doppler-Effekt zu beobachten, wenn z.B. ein Krankenwagen mit eingeschalteter Sirene an einer stehenden Person vorbei fährt.

2.2.1. Fall 1

Bewegt sich die Schallquelle auf einen Empfänger mit fester Position zu, vergrößert sich die Grundfrequenz ν_0 zu ν_{gr} . Sobald sich die Schallquelle entfernt, verkleinert sie sich zu ν_{kl} . Die momentane Frequenz wird durch

$$\nu_{\text{kl/gr}} = \frac{\nu_0}{1 \pm \frac{v}{c}} \quad (1)$$

bestimmt.

2.2.2. Fall 2

Bewegt sich der Empfänger auf eine stehende Quelle zu, vergrößert sich die Frequenz zu ν_h . Entfernt sich der Empfänger von der Quelle, ergibt sich eine tiefere Frequenz ν_n . Dies Verhalten beschreibt die folgende Gleichung.

$$\nu_{h,n} = \left(1 \pm \frac{v}{c}\right) \nu_0 \quad (2)$$

2.3. Dopplereffekt bei Flüssigkeiten

Der Dopplereffekt wird in diesem Experiment genutzt, um die Geschwindigkeit v einer sich bewegenden Flüssigkeit zu bestimmen.

Wie in Abbildung 1 zu sehen, wird die Grundfrequenz ν_0 durch die sich bewegenden Teilchen in der Flüssigkeit nach dem Dopplereffekt verändert. Die Differenz der Frequenzen $\Delta\nu$ wird nach

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \frac{v}{c} \cos \alpha \quad (3)$$

berechnet. Durch die Verwendung des Echo-Impuls-Verfahrens ist die Gleichung nur von dem Einfallswinkel α abhängig.

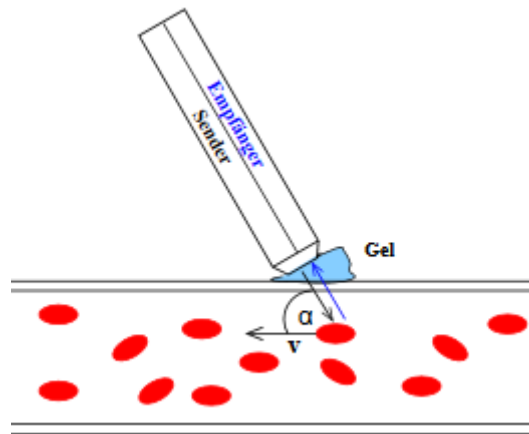


Abbildung 1: Darstellung der Neigung von der Ultraschallsonde zur Flüssigkeit [3].

3. Fehlerrechnung

Dieses Kapitel listet kurz und bündig die benötigten und aus den Methoden der Statistik bekannten Formeln für die Fehlerrechnung auf. Die Schätzung der Standardabweichung ist

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (4)$$

Der Mittelwert ist

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (5)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist

$$\Delta \bar{X} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} . \quad (6)$$

Für fehlerbehaftete Größen, die auch in folgenden Formeln verwendet werden, muss die Fehlerfortpflanzung nach Gauß berücksichtigt werden.

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)^2 \cdot (\Delta X_i)^2} \quad (7)$$

Bei der linearen Regressionsrechnung sind die Parameter m und b der Ausgleichsgerade $y = mx + b$ wie folgt gegeben:

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad b = \bar{y} - m\bar{x} . \quad (8)$$

Dabei sind x_i und y_i linear abhängige Messgrößen. Der Fehler dieser Parameter wiederum errechnet sich aus

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad \sigma_b^2 = \frac{\sigma^2 \bar{x}^2}{n(\overline{x^2} - \bar{x}^2)} \quad (9)$$

4. Versuchsaufbau

Der Aufbau besteht aus einem geschlossenen Rohrsystem, das mit einer Dopplerphantomflüssigkeit befüllt ist. Das Rohrsystem ist in drei Abschnitte mit unterschiedlichen Rohrrinnendurchmessern unterteilt. Um die Flüssigkeit in Bewegung zu setzen ist eine Pumpe angeschlossen, an der seitlich durch ein Regler die Geschwindigkeit in Prozent eingestellt wird. Für die Erzeugung des Ultraschalls wird ein Ultraschall Doppler-Generator mit einer 2 MHz Ultraschallsonde verwendet. Mit dem Programm *Flowview* werden die Daten analysiert und graphisch dargestellt. Alle verwendeten Objekte sind in Abbildung ?? dargestellt.

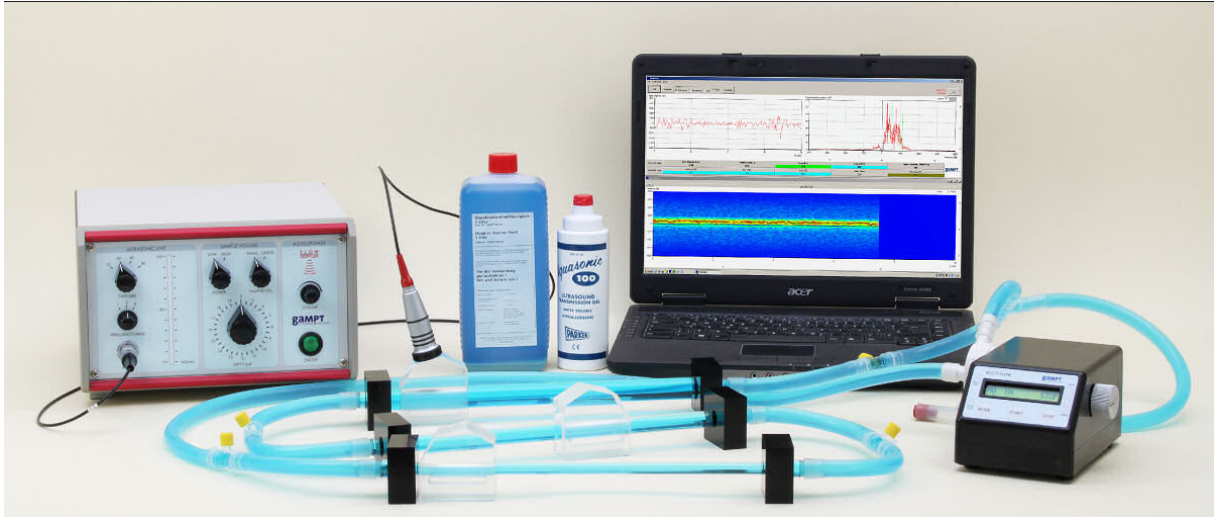


Abbildung 2: Verwendete Objekte, [3].

Für einen konstanten Winkel α werden Doppler-Prismen mit jeweils drei Einschallwinkeln verwendet, siehe Abbildung 3. Für die jeweiligen Dopplerwinkel gilt

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin \left(\sin(\theta) \frac{c_L}{c_P} \right). \quad (10)$$

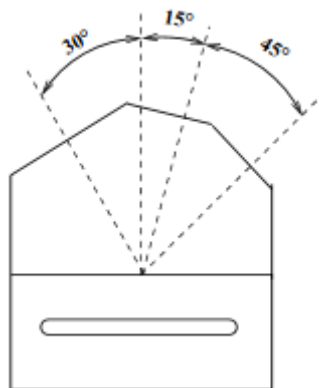


Abbildung 3: Prisma mit drei verschiedenen Winkeln θ , [3].

5. Durchführung

5.1. Strömungsgeschwindigkeit

Es wird für fünf verschiedene Geschwindigkeiten zwischen 50% – 60% die Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ bei jeweils allen drei Winkeln des Prismas gemessen und notiert. Diese Messung wird für alle drei Prismen und somit für alle drei Rohrdurchmesser wiederholt. Damit sich keine Luftschicht zwischen Ultraschallsonde und Prisma bzw. Prisma und Rohrmantel ausbildet, wird ein Kontaktmittel aufgetragen, damit die Schallintensität so wenig wie möglich gedämpft wird.

5.2. Strömungsprofil der Dopplerflüssigkeit

Zu Beginn wird das *sample volume* beim Ultraschallgenerator auf *small* gestellt. Die Messung wird an dem Systemabschnitt durchgeführt, an dem der Rohrdurchmesser 10 mm beträgt, zudem wird nur die Prismafläche verwendet, die einen Winkel von 15° zur Senkrechten hat. Für die Messung wird die Tiefe schrittweise von 4µs bis 19µs mit dem Regler *Depth* erhöht. Für jeden Schritt wird die Frequenzdifferenz und die Streuintensität notiert.

Dieses Messverfahren wird für eine Pumpgeschwindigkeit von 45% und 70% durchgeführt.

6. Auswertung

Die im Folgenden durchgeführten Ausgleichsrechnungen werden mit der *curve fit* Funktion aus dem für *Python* geschriebenen package *NumPy*[1] durchgeführt. Fehlerrechnungen werden mit dem für *Python* geschriebenen package *Uncertainties*[2] ausgeführt. In [3] sind einige Parameter für die Auswertung angegeben, welche in Tabelle 1 aufgeführt sind.

Tabelle 1: Verschiedene für die Rechnungen benötigte Größen.

$c_L = 1800 \text{ m s}^{-1}$	Schallgeschwindigkeit der Dopplerflüssigkeit
$c_P = 2700 \text{ m s}^{-1}$	Schallgeschwindigkeit im Prisma
$d_i = (7, 10, 16) \text{ mm}$	Innendurchmesser der verschiedenen Rohre
$d_a = (10, 15, 20) \text{ mm}$	Außendurchmesser der verschiedenen Rohre

6.1. Strömungsgeschwindigkeiten an verschiedenen Rohrdurchmessern

Für die Kalkulation der Strömungsgeschwindigkeit wird zunächst der Dopplerwinkel α benötigt. Er ergibt sich nach 10 direkt aus dem Prismenwinkel Θ .

$$\begin{aligned}
 \Theta = 15^\circ &\Rightarrow & \alpha &= 80,1^\circ \\
 \Theta = 30^\circ &\Rightarrow & \alpha &= 70,5^\circ \\
 \Theta = 60^\circ &\Rightarrow & \alpha &= 54,7^\circ
 \end{aligned}$$

Mit den Messwerten für die Frequenzdifferenz und der Grundfrequenz der Ultraschallsonde $\nu_0 = 2 \text{ MHz}$ können dann die Strömungsgeschwindigkeiten für die verschiedenen Pumpleistungen gemäß Gleichung 3 berechnet werden. Dabei wird für die Frequenzdifferenzen ein Fehler von $\pm 7\%$ angenommen, denn die in der Software ablesbaren Werte sind Schwankungen unterlegen. Die Tabelle 2 fasst die Ergebnisse für die drei betrachteten Innendurchmesser aus Tabelle 1 zusammen. In der letzten Spalte ist jeweils der aus den drei Datenpunkten v_{15° , v_{30° und v_{60° errechnete Mittelwert samt dem Fehler des Mittelwertes angegeben. Letzterer übertrifft den statistischen Fehler, sodass auf eine Angabe des statistischen Fehlers verzichtet werden kann.

Tabelle 2: Messdaten und daraus errechnete Geschwindigkeit für verschiedene Innendurchmesser.

$\frac{P}{P_{\max}} / \%$	$\Delta f_{30^\circ} / \text{Hz}$	$\Delta f_{15^\circ} / \text{Hz}$	$\Delta f_{60^\circ} / \text{Hz}$	$v_{30^\circ} / \text{m s}^{-1}$	$v_{15^\circ} / \text{m s}^{-1}$	$v_{60^\circ} / \text{m s}^{-1}$	$\bar{v} / \text{m s}^{-1}$
$d_i = 7\text{mm}$							
40	740 \pm 52	360 \pm 25	1090 \pm 76	1,00 \pm 0,07	0,94 \pm 0,07	0,85 \pm 0,06	0,93 \pm 0,04
45	900 \pm 63	480 \pm 34	1420 \pm 99	1,22 \pm 0,09	1,25 \pm 0,09	1,11 \pm 0,08	1,19 \pm 0,04
50	1160 \pm 81	570 \pm 40	1750 \pm 123	1,6 \pm 0,1	1,5 \pm 0,1	1,4 \pm 0,1	1,47 \pm 0,06
55	1420 \pm 99	650 \pm 46	2070 \pm 145	1,9 \pm 0,1	1,7 \pm 0,1	1,6 \pm 0,1	1,74 \pm 0,09
60	1630 \pm 114	740 \pm 52	2600 \pm 182	2,2 \pm 0,2	1,9 \pm 0,1	2,0 \pm 0,1	2,05 \pm 0,08
$d_i = 10\text{mm}$							
40	460 \pm 32	170 \pm 12	640 \pm 45	0,62 \pm 0,04	0,44 \pm 0,03	0,50 \pm 0,03	0,52 \pm 0,05
45	500 \pm 35	208 \pm 15	780 \pm 55	0,68 \pm 0,05	0,54 \pm 0,04	0,61 \pm 0,04	0,61 \pm 0,04
50	640 \pm 45	280 \pm 20	1100 \pm 77	0,86 \pm 0,06	0,73 \pm 0,05	0,86 \pm 0,06	0,82 \pm 0,04
55	720 \pm 50	340 \pm 24	1400 \pm 98	0,97 \pm 0,07	0,89 \pm 0,06	1,09 \pm 0,08	0,98 \pm 0,06
60	700 \pm 49	370 \pm 26	1580 \pm 111	0,95 \pm 0,07	0,96 \pm 0,07	1,23 \pm 0,09	1,05 \pm 0,09
$d_i = 16\text{mm}$							
40	220 \pm 15	134 \pm 9	309 \pm 22	0,30 \pm 0,02	0,35 \pm 0,02	0,24 \pm 0,02	0,30 \pm 0,03
45	270 \pm 19	160 \pm 11	370 \pm 26	0,36 \pm 0,03	0,42 \pm 0,03	0,29 \pm 0,02	0,36 \pm 0,04
50	320 \pm 22	183 \pm 13	420 \pm 29	0,43 \pm 0,03	0,48 \pm 0,03	0,33 \pm 0,02	0,41 \pm 0,04
55	360 \pm 25	201 \pm 14	460 \pm 32	0,49 \pm 0,03	0,52 \pm 0,04	0,36 \pm 0,03	0,46 \pm 0,05
60	415 \pm 29	232 \pm 16	490 \pm 34	0,56 \pm 0,04	0,61 \pm 0,04	0,38 \pm 0,03	0,52 \pm 0,07

Die Abbildung 4 visualisiert den in den Tabellen gezeigten Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und $\Delta\nu/\cos\alpha$ für die drei Prismenwinkel. Für jeden Durchmesser sind die fünf Messwerte aus den fünf eingestellten Pumpleistungen aufgetragen.

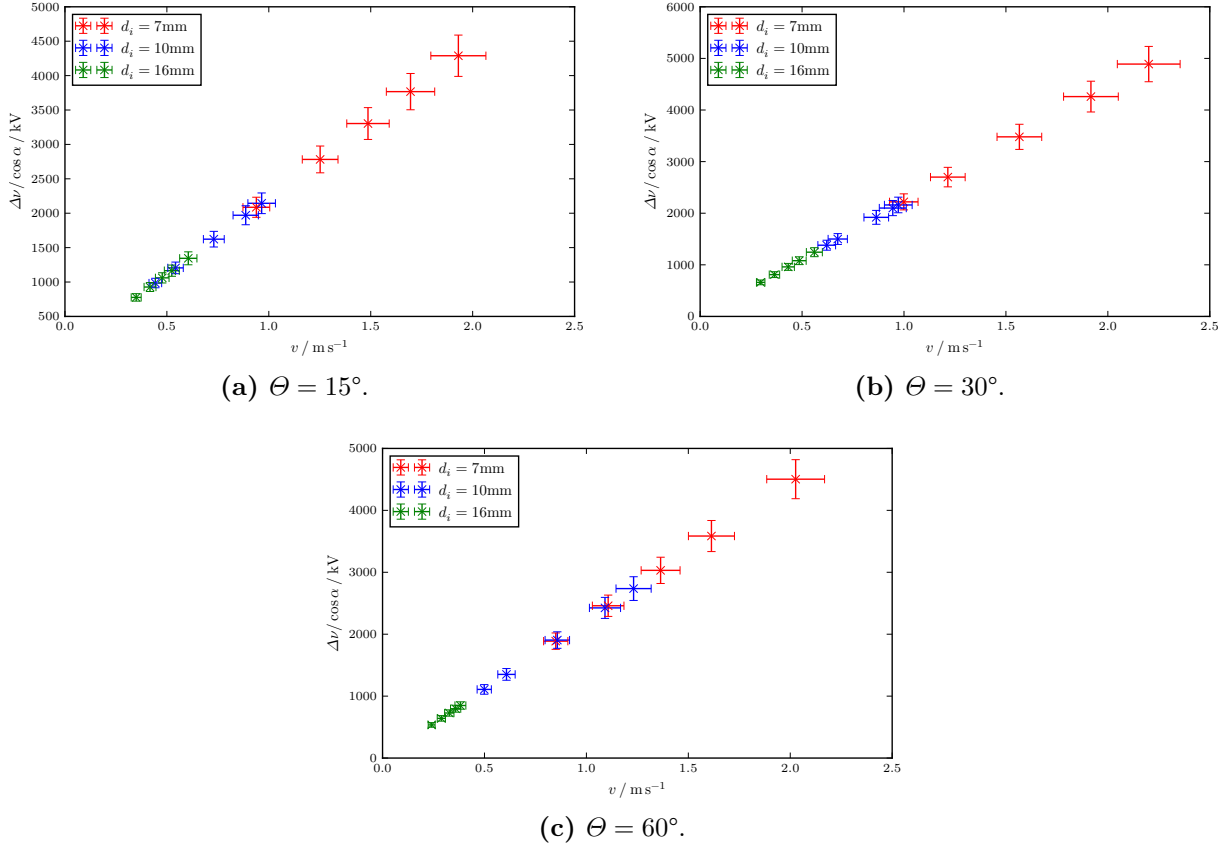


Abbildung 4: Geschwindigkeiten für verschiedene Innendurchmesser.

6.2. Strömungsprofil

Zur Bestimmung des Strömungsprofils wird zusätzlich die Streuintensität notiert, um eine Aussage über das Intervall der Tiefe zu erhalten, bei dem die Strömung zu sehen ist. Es ist eine erhöhte Streuintensität im Bereich von Grenzschichten zu erwarten, da hier Reflexion stattfindet. Für die Messungen wird ausschließlich $\Theta = 15^\circ$ und der Innendurchmesser $d_i = 10$ mm gewählt. Aus den Messwerten für die Frequenzdifferenz (s. im Anhang Tabelle 3) wird wie im vorangegangenen Abschnitt die Geschwindigkeit errechnet. Hierzu ist anzumerken, dass die Messergebnisse einer anderen Gruppe verwendet werden. Die Abbildungen 5a und 5b zeigen die Ergebnisse für zwei verschiedene Pumpleistungen. Dabei wird der Übersicht halber auf eine Darstellung der Fehlerbalken verzichtet. Mit der Angabe in [3], dass die Laufzeit Δt in Acryl bzw. der Dopplerflüssigkeit über

$$\Delta h_{\text{Acryl}}/\Delta t = 2,5 \text{ mm } \mu\text{s}^{-1} \quad \text{bzw.} \quad (11)$$

$$\Delta h_{\text{Dopplerfl}}/\Delta t = 1,5 \text{ mm } \mu\text{s}^{-1} \quad (12)$$

mit der Tiefe Δh zusammenhängt, können nun einige Schlüsse gezogen werden. Zunächst ist festzuhalten, dass sich für die Strömung gemäß dem Gesetz von Hagen-Poiseuille – also in der

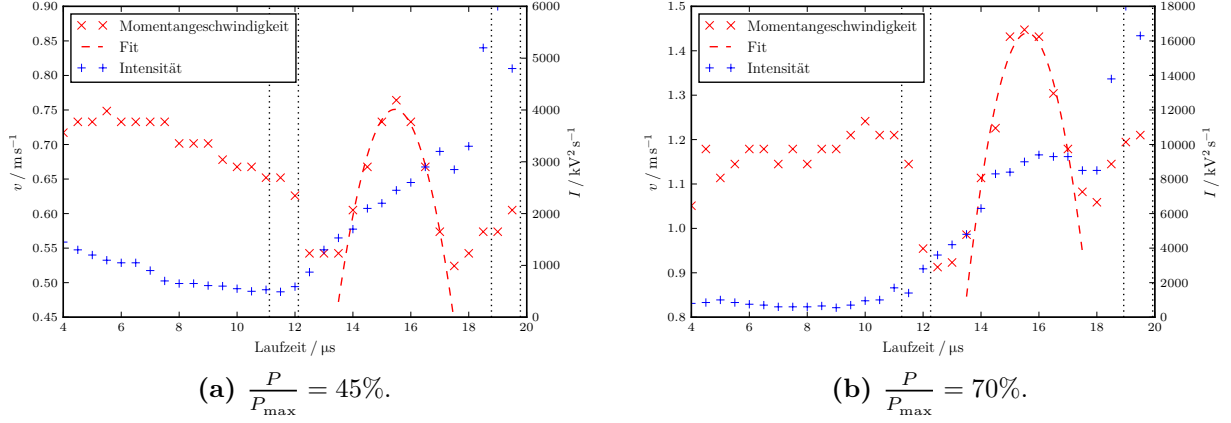


Abbildung 5: Errechnete Momentangeschwindigkeit und ein Parabel-Fit für verschiedene Pumpleistungen. Zusätzlich eingetragen sind die gemessenen Streuintensitäten mit der Skalierung auf der rechten Seite der jeweiligen Abbildung. Schwarz punktiert sind die erwarteten Grenzübergänge für Innen- und Außendurchmesser.

Theorie – ein parabelförmiges Geschwindigkeitsprofil einstellen wird. Die Geschwindigkeit ist dabei maximal in der Mitte des Rohres. Von dieser Annahme ausgehend, ist in die Abbildungen ein Fit der Form

$$v(x) = a(x - x_0)^2 + b$$

für ein ausgewähltes Intervall zwischen $13,5\mu\text{s}$ und $17,5\mu\text{s}$ Laufzeit eingezeichnet. Der Fit-Parameter x_0 beschreibt dann theoretisch den Mittelpunkt des Rohres, weshalb in einem nächsten Schritt ausgehend von dem Zusammenhang (12) die erwarteten Grenzübergänge für den Innendurchmesser eingetragen werden. Für das Material des Rohres stehen keine Daten zur Verfügung, deshalb werden der Einfachheit halber für die Abschätzung die Eigenschaften von Acryl nach (11) übernommen. Mit demselben Verfahren und den bekannten Außendurchmessern aus Tabelle 1 wird nun der Grenzübergang des Außendurchmessers eingezeichnet. Die Abbildungen sind in dieser Weise in drei Bereiche unterteilt. Links wird für kleine Laufzeiten das Prisma vermessen. Zwischen den schwarzen Linien ist das Rohrmaterial bei ca. $12\mu\text{s}$ und $19\mu\text{s}$ Laufzeit und dazwischen die eigentliche Strömung anzufinden.

7. Diskussion

Ein Vergleich der Geschwindigkeiten aus den Messungen mit verschiedenen Prismenwinkeln offenbart, dass die Messwerte des 60° Winkels für den Innendurchmesser $d_i = 16\text{ mm}$ tendenziell kleiner sind als diejenigen aus den Messungen für 15° und 30° . Dieses Verhalten ist für die anderen beiden Innendurchmesser nicht festzustellen. Hier schwanken die Werte mit einer statistischen Dynamik, ohne dabei eine Tendenz zu zeigen. Ein möglicher Grund könnte in dem Strömungsprofil zu finden sein, denn für größere Innendurchmesser sollte die Schallwelle vor Allem die Frequenzverschiebung aus der Rohrmitte zeigen, wo die Geschwindigkeit ihren Maximalwert annimmt. Für einen Prismenwinkel von 60° ist dies möglicherweise nicht mehr gewährleistet, sodass tendenziell die kleineren Geschwindigkeiten aus dem Bereich der Rohrwände gemessen werden.

Die Abbildung 4 zeigt, dass die Geschwindigkeiten im Allgemeinen mit dem Rohrdurchmesser abnehmen. Dies ist das erwartete Verhalten wie es von dem Gesetz von Bernoulli vorhergesagt wird. Ein kleinerer Durchmesser bei gleicher Druckdifferenz führt im laminaren Bereich zu höheren Strömungsgeschwindigkeiten. Ebenfalls der erwartete Anstieg der Geschwindigkeiten mit der Pumpleistung kann festgestellt werden.

Das Strömungsprofil, welches mit Hilfe der tiefenabhängigen Messung bestimmt worden ist, weist einen näherungsweise parabelförmigen Verlauf auf, sodass auch hier die Erwartungen gemäß dem Gesetz von Hagen-Poiseuille bestätigt werden können. Die entsprechenden Fits in Abbildung 5 zeigen dieses Profil. An den Rohrwänden nimmt die Geschwindigkeit ab. Die Messungen der Streuintensitäten bestätigen die vermuteten Grenzübergänge zwischen Prismenmaterial – Rohr – Dopplerflüssigkeit nur ansatzweise. Während für eine Pumpleistung von 45% ein allgemeiner Anstieg der Intensität ab ca. $12\mu\text{s}$ zu sehen ist, lässt sich für eine Pumpleistung von 70% noch eine gewisse Schwankung erkennen.

Während das reflektierende Ende des Rohres deutlich zu erkennen ist durch einen steilen Anstieg im Verlauf der Intensitäten bei ca. $19\mu\text{s}$ kann die erste Grenzschicht bei ca. $12\mu\text{s}$ nur durch einen schwachen Anstieg identifiziert werden.

Die erhöhte Intensität im Bereich der Strömung ist dadurch zu erklären, dass hier Reflexionen mit den Glaskörpern der Dopplerflüssigkeit stattfinden. Unklar ist jedoch, wieso im Bereich des Prismenmaterials links von $12\mu\text{s}$ eine Frequenzverschiebung zu sehen ist. Ihr Wert entspricht näherungsweise dem Mittelwert der Strömungsgeschwindigkeit, sodass die Vermutung nahe liegt, dass sich die Messung durch das Einstellen der Laufzeit nicht in solch einfacher Weise von der Strömung trennen lässt.

Literatur

- [1] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] *TU Dortmund - Fachbereich Physik : Anfängerpraktikum Anleitung zu Versuch Nr. US3*. http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_AP.html. Nov. 2015.

A. Messdaten

Doppler Sonografie				
a) Pumpwirkung [%]	$\theta = 30^\circ$ $\Delta f [Hz]$	$\theta = 15^\circ$ $\Delta f [Hz]$	$\theta = 60^\circ$ $\Delta f [Hz]$	
$d_i = 7mm$ { 40 45 50 55 60	740 - 900 - 1160 - 1420 $\pm 6\%$ - 1630 $\pm 6\%$	360 480 570 650 $\pm 8\%$ 740 $\pm 7\%$	1090 1420 1750 $\pm 6\%$ 2070 $\pm 6\%$ 2600 $\pm 4\%$	std. dev. $\leq 12\%$
$d_i = 10mm$ { 40 45 50 55 60	- 460 $\pm 6\%$ - 500 $\pm 5\%$ - 640 $\pm 5\%$ - 720 $\pm 5\%$ - 700 $\pm 7\%$	- 170 $\pm 11\%$ - 208 $\pm 9\%$ - 280 $\pm 8\%$ - 340 $\pm 10\%$ - 370 $\pm 8\%$	- 640 $\pm 6\%$ - 780 $\pm 6\%$ - 1100 $\pm 7\%$ - 1400 $\pm 5\%$ - 1580 $\pm 4\%$	
$d_i = 16mm$ { 40 45 50 55 60	220 $\pm 10\%$ 270 $\pm 8\%$ 320 $\pm 8\%$ 360 $\pm 8\%$ 415 $\pm 6\%$	134 $\pm 12\%$ 160 $\pm 10\%$ 183 $\pm 9\%$ 201 $\pm 8\%$ 232 $\pm 9\%$	309 $\pm 8\%$ 370 $\pm 9\%$ 420 $\pm 10\%$ 460 $\pm 10\%$ 490 $\pm 13\%$	
b) Depth [m]	Signal Intens. [$1000 \frac{V^2}{s}$] (P=70%)		Signal Intens. [$1000 \frac{V^2}{s}$] (P=40%)	
4	2000	2400	1950	
5	1600	1600	1200	
6	1260	1400	1000	
7	1000	1230	900	
8	880	1100	800	
9	680	1100	780	
10	570	1000	740	
11	480	1030	690	
12	500	1700	900	
13		6600	3200	
14		9200	4800	
15		10.500	5300	
16		12.000	6400	
17		11.500	7500	
18		15.600	10.000	
19		32.900	24.000	

D. \leq

Tabelle 3: Messdaten zum Strömungsprofil.

Laufzeit / μs	$\Delta f_{45\%}$ / Hz	$I_{45\%}$ / kV s^{-2}	$\Delta f_{70\%}$ / Hz	$I_{70\%}$ / kV s^{-2}
4	275 \pm 19	1450 \pm 102	403 \pm 28	800 \pm 56
4	281 \pm 20	1300 \pm 91	452 \pm 32	850 \pm 60
5	281 \pm 20	1200 \pm 84	427 \pm 30	1000 \pm 70
6	287 \pm 20	1100 \pm 77	439 \pm 31	850 \pm 60
6	281 \pm 20	1050 \pm 74	452 \pm 32	750 \pm 53
6	281 \pm 20	1050 \pm 74	452 \pm 32	700 \pm 49
7	281 \pm 20	900 \pm 63	439 \pm 31	600 \pm 42
8	281 \pm 20	700 \pm 49	452 \pm 32	600 \pm 42
8	269 \pm 19	650 \pm 46	439 \pm 31	600 \pm 42
8	269 \pm 19	650 \pm 46	452 \pm 32	650 \pm 46
9	269 \pm 19	610 \pm 43	452 \pm 32	550 \pm 39
10	260 \pm 18	600 \pm 42	464 \pm 32	700 \pm 49
10	256 \pm 18	550 \pm 39	476 \pm 33	950 \pm 66
10	256 \pm 18	500 \pm 35	464 \pm 32	1000 \pm 70
11	250 \pm 18	530 \pm 37	464 \pm 32	1700 \pm 119
12	250 \pm 18	490 \pm 34	439 \pm 31	1400 \pm 98
12	240 \pm 17	590 \pm 41	366 \pm 26	2800 \pm 196
12	208 \pm 15	870 \pm 61	350 \pm 25	3600 \pm 252
13	208 \pm 15	1300 \pm 91	354 \pm 25	4200 \pm 294
14	208 \pm 15	1530 \pm 107	378 \pm 26	4800 \pm 336
14	232 \pm 16	1700 \pm 119	427 \pm 30	6300 \pm 441
14	256 \pm 18	2100 \pm 147	470 \pm 33	8300 \pm 581
15	281 \pm 20	2200 \pm 154	549 \pm 38	8400 \pm 588
16	293 \pm 21	2450 \pm 172	555 \pm 39	9000 \pm 630
16	281 \pm 20	2600 \pm 182	549 \pm 38	9400 \pm 658
16	256 \pm 18	2900 \pm 203	500 \pm 35	9300 \pm 651
17	220 \pm 15	3200 \pm 224	452 \pm 32	9300 \pm 651
18	201 \pm 14	2850 \pm 200	415 \pm 29	8500 \pm 595
18	208 \pm 15	3300 \pm 231	406 \pm 28	8500 \pm 595
18	220 \pm 15	5200 \pm 364	439 \pm 31	13800 \pm 966
19	220 \pm 15	6000 \pm 420	458 \pm 32	18000 \pm 1260
20	232 \pm 16	4800 \pm 336	464 \pm 32	16300 \pm 1141