

702 Aktivierung mit Neutronen

Christian-Roman Gerhorst* Ismo Toijala**

Durchführung 06.12.2011

Abgabe 13.12.2011

*christiangerhorst@gmail.com

**ismo.toijala@gmail.com

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
1 Ziel	3
2 Theorie	3
3 Versuchsaufbau- und durchführung	4
4 Messwerte	4
5 Auswertung	5
Literatur	8

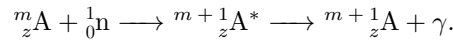
1 Ziel

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Halbwertszeiten verschiedener Isotope.

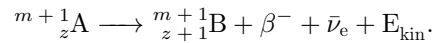
2 Theorie

Isotope werden instabil, wenn die Zahl der Neutronen $m - z$, wobei m die Massenzahl ist, relativ zu der Zahl der Protonen z zu groß oder zu klein wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Kern in einen anderen zerfällt, variiert zwischen verschiedenen Isotopen stark und kann durch die Halbwertszeit T beschrieben werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kern innerhalb der Halbwertszeit zerfällt, beträgt 50 %.

Eine Möglichkeit, instabile Kerne zu erzeugen, besteht darin, stabile Isotope mit Neutronen zu beschießen. Es entsteht ein Compoundkern, der nach einer kurzen Zeit von $\approx 10^{-16}$ s unter Aussendung der Energie des Neutrons in Form eines γ -Quants in seinen Grundzustand wechselt

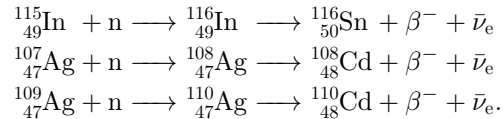


In vielen Fällen ist dieser Kern instabil und zerfällt nach einer längeren Zeit unter Aussendung eines Elektrons und eines Antineutrinos in einen stabilen Kern



Die aus dem Massenverlust resultierende kinetische Energie wird zufällig zwischen dem Elektron und dem Antineutrino aufgeteilt.

Für die hier untersuchten Isotope gelten



In der Natur vorkommendes Silber beinhaltet zu 52 % ${}^{107}\text{Ag}$ und zu 48 % ${}^{109}\text{Ag}$, also laufen beide Zerfälle gleichzeitig und überlagert ab.

Die Zerfälle radioaktiver Isotope folgen dem Gesetz

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

Hieraus folgt unmittelbar durch

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T},$$

dass die Halbwertszeit T

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

beträgt. Die experimentelle Bestimmung von $N(t)$ ist sehr schwierig, stattdessen kann nur die Anzahl der Zerfälle $N_{\Delta t}(t)$ in der Zeit Δt gemessen werden. Es gilt

$$N_{\Delta t}(t) = N(t) - N(t + \Delta t).$$

Es folgt

$$N_{\Delta t}(t) = N_0 (1 - u^{-\lambda \Delta t}) u^{-\lambda t}$$

$$\ln N_{\Delta t}(t) = \ln \left(N_0 (1 - u^{-\lambda \Delta t}) \right) - \lambda t. \quad (2)$$

λ , und damit T , kann also durch eine lineare Regression bestimmt werden.

Bei Silber gibt es die Komplikation, dass zwei radioaktive Isotope gleichzeitig vorhanden sind. Damit die Bestimmung der Halbwertszeiten möglich ist, muss eine der beiden Halbwertszeiten viel größer als die andere sein. Dann kann mittels der oben beschriebenen linearen Regression die Halbwertszeit des langlebigen Isotops bestimmt werden, in dem man nur die Werte ab t^* einbezieht. Das kurzlebige Isotop sollte bei $t = t^*$ fast vollständig zerfallen sein. Dann kann man für $t < t^*$ die Ergebnisse der linearen Regression abziehen und erneut eine lineare Regression durchführen, um die kurze Halbwertszeit zu bestimmen.

3 Versuchsaufbau- und durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Bleiquader mit einem zylindrischen Hohlraum, in den die Probe eingeführt werden kann. Anschließend wird der Hohlraum mit einem Geiger-Müller-Zählrohr ausgefüllt, an dem eine Zähl Elektronik angeschlossen ist, die die Impulse des Zählrohrs innerhalb einer einstellbaren Zeit zählt.

Das Zweck der Bleiabschirmung besteht darin, dass der Nulleffekt, also die aus äußerlichen Quellen resultierende Strahlung, reduziert wird. Der Nulleffekt $N_{\Delta t_u, u}$ muss vor der Messung bestimmt werden, damit durch Subtraktion die korrekte Zerfallsrate ohne Störeinflüsse ermittelt werden kann. Um den statistischen Fehler klein zu halten, wird die Nulleffektmessung mit großem Δt_u durchgeführt.

4 Messwerte

Die gemessenen Werte stehen in den Tabellen 1 und 2.

Δt_u	s	600
$N_{\Delta t_u, u}$		178
Δt	s	225

t/s	$N_{\Delta t}$	t/s	$N_{\Delta t}$
225	2165	2025	1397
450	1956	2250	1391
675	1932	2475	1288
900	1884	2700	1279
1125	1700	2925	1117
1350	1617	3150	1128
1575	1577	3375	1099
1800	1495	3600	1105

Tabelle 1: Messwerte für Indium

Δt_u		s		600	
$N_{\Delta t_u, u}$				114	
Δt		s		9	
t/s	$N_{\Delta t}$	t/s	$N_{\Delta t}$	t/s	$N_{\Delta t}$
9	110	144	14	279	10
18	104	153	18	288	6
27	88	162	14	297	11
36	72	171	13	306	6
45	59	180	17	315	7
54	43	189	11	324	3
63	53	198	17	333	10
72	41	207	15	342	9
81	36	216	11	351	6
90	39	225	8	360	3
99	18	234	11	369	4
108	24	243	10	396	0
117	12	252	8	405	1
126	26	261	5	414	4
135	24	270	4	423	2

Tabelle 2: Messwerte für Silber

5 Auswertung

Zunächst sind die Formeln für Mittelwert (3), Fehler des Mittelwertes (4) und Fehlerfortpflanzung ((5) und (6)) gegeben. N ist immer die Anzahl der Messwerte.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (3)$$

$$\delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

$$\delta f(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 (\delta x_i)^2} \quad (5)$$

$$f(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n x_i^{k_i} \Rightarrow \frac{\delta f}{|f|} = \sqrt{\sum_{i=1}^n k_i^2 \left(\frac{\delta x_i}{|x_i|} \right)^2} \quad (6)$$

Da die Messwerte poissonverteilt sind, gilt

$$\delta x = \sqrt{x}.$$

Bei der linearen Regression werden die Messwerte durch eine lineare Funktion (7) approximiert. Aus deren Steigung (8) oder y -Achsenabschnitt (9) wird dann ein Wert ermittelt. Die Fehler der jeweiligen Parameter für die Regressionsgerade

sind durch die Formeln (10) und (11) gegeben. Alle Summen laufen von 1 bis N .

$$y = Ax + B \quad (7)$$

$$\Rightarrow A = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (8)$$

$$B = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (9)$$

$$\delta A = \sqrt{\frac{N \sum (y - Ax - B)^2}{N - 2 \sum x^2 - (\sum x)^2}} \quad (10)$$

$$\delta B = \sqrt{\frac{\sum x^2 \sum (y - Ax - B)^2}{N - 2 \sum x^2 - (\sum x)^2}} \quad (11)$$

In Abbildung 1 sind die Messwerte geplottet, sowie die Regressionsgerade aufgetragen, die sich aus den ausgerechneten Parametern aus Tabelle 3 ergibt. λ ergibt sich durch die Beziehung $\lambda = -A$ und steht ebenfalls in Tabelle 3. Vor

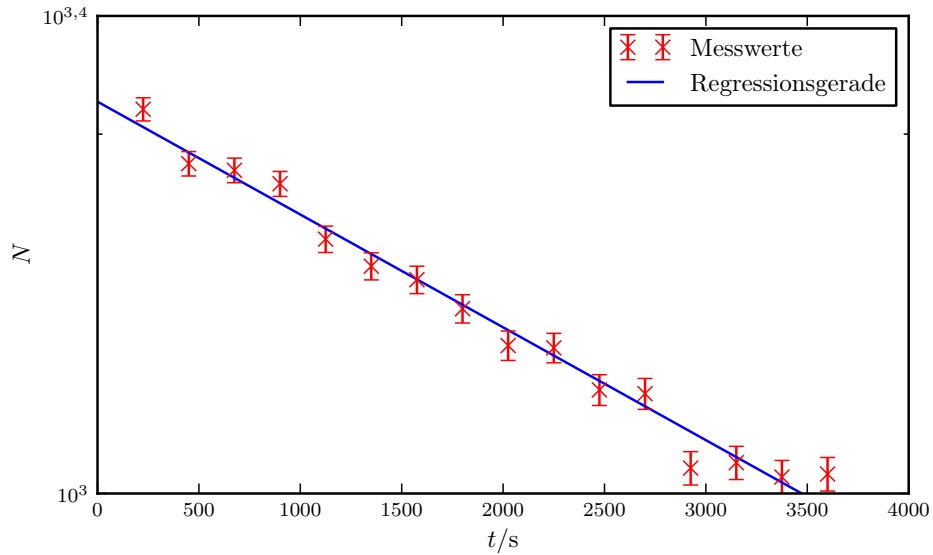


Abbildung 1: Messwerte und Regressionsgerade für Indium

der Auswertung werden die Messwerte um den Nulleffekt korrigiert. Der Fehler des Nulleffekts ist vernachlässigbar. In Abbildung 1 sind die Messwerte geplottet, sowie die Regressionsgerade aufgetragen, die sich auch den ausgerechneten Parameter aus Tabelle 3 ergibt. λ ergibt sich durch die Beziehung $\lambda = -A$ und steht ebenfalls in Tabelle 3. Mit Hilfe der Formel (2) wird gefolgert, dass der t -unabhängige Teil konstant und gleich dem y -Achsenabschnitt B der Regressionsgeraden ist. Dadurch errechnet sich der in 3 angegebenen Wert für N_0 .

Die Zerfallskurve erhält man, in dem man λ und N_0 in (1) einsetzt. Für die Halbwertszeit ergibt sich

$$T_{116\text{In}} = (53 \pm 2) \text{ min.}$$

Die statistischen Fehler für T und λ sind klein. Beim Vergleichen mit dem

Literaturwert für T aus Tabelle 3 fällt auf, dass der gemessene Wert dem sehr nahe kommt. Es handelt sich daher hierbei um ein gutes Messverfahren.

A	s^{-1}	$-2,18 \cdot 10^{-4}$
δA	s^{-1}	$0,08 \cdot 10^{-4}$
B		7,66
δB		0,02
λ	s^{-1}	$2,18 \cdot 10^{-4}$
$\delta \lambda$	s^{-1}	$0,08 \cdot 10^{-4}$
$T_{116\text{In}}$	min	53
$\delta T_{116\text{In}}$	min	2
$T_{116\text{mIn},\text{lit}} [1]$	min	54,3

Tabelle 3: Ergebnisse der linearen Regression für Indium

In Abbildung 2 sind die Messwerte für das langlebige Isotop, die Regressionsgerade, sowie die extrahierten Messwerte für das kurzlebige Isotop und dessen Regressionsgerade geplottet. Die für die lineare Regression verwendeten Messintervalle sind in Tabelle 4 angegeben. Die Werte für die Zerfallskonstante und die Halbwertszeit stehen ebenfalls in Tabelle 4 und werden analog zu Indium berechnet. Beim kurzlebigen Silberisotop muss die in Kapitel 2 beschriebene Subtraktion berücksichtigt werden.

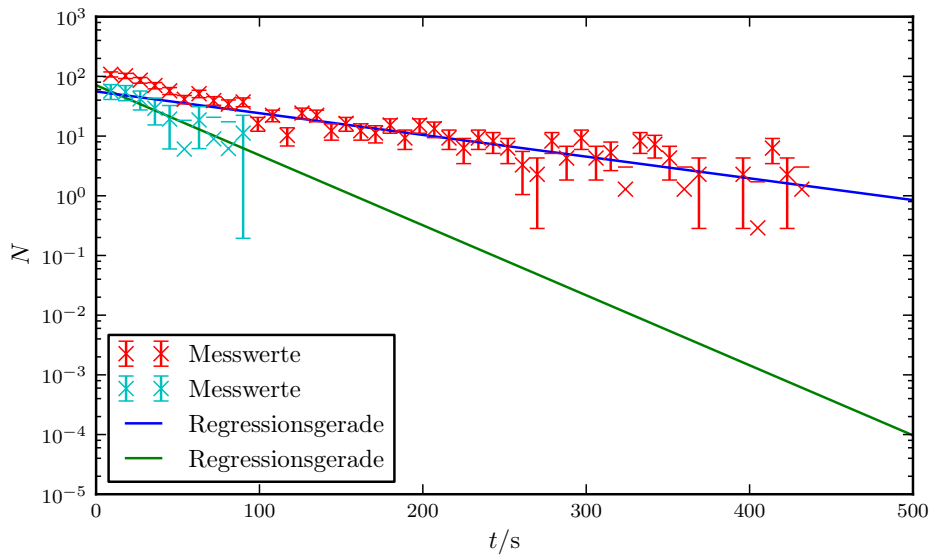


Abbildung 2: Messwerte und Regressionsgerade für Silber

Beim langlebigen Silberisotop ergibt sich ein größerer Fehler, da der Zerfall des kurzlebigen Isotops noch eine Rolle spielt. Die Wahl von t^* ist auf Grund der großen Schwankungen in den Messwerten schwierig. Damit ist die Abweichung vom Literaturwert zu erklären, bei dessen Ermittlung solche Fehler minimiert wurden. Das Messverfahren, das hier durchgeführt wurde, zieht auf Grund der zwei parallel verlaufenden Zerfallsvorgänge Fehler mit sich. Für das schneller zerfallende Silberisotop ist der Fehler geringer.

t	s	171 bis 432
A	s^{-1}	$-8 \cdot 10^{-3}$
δA	s^{-1}	$2 \cdot 10^{-3}$
B		4,0
δB		0,5
λ	s^{-1}	$8 \cdot 10^{-3}$
$\delta \lambda$	s^{-1}	$2 \cdot 10^{-3}$
$T_{^{108}\text{Ag}}$	s	80
$\delta T_{^{108}\text{Ag}}$	s	20
$T_{^{108}\text{Ag},\text{lit}} [1]$	s	142,9
t	s	9 bis 99
A	s^{-1}	$-2,7 \cdot 10^{-2}$
δA	s^{-1}	$0,6 \cdot 10^{-2}$
B		4,3
δB		0,3
λ	s^{-1}	$2,7 \cdot 10^{-2}$
$\delta \lambda$	s^{-1}	$0,6 \cdot 10^{-2}$
$T_{^{110}\text{Ag}}$	s	30
$\delta T_{^{110}\text{Ag}}$	s	5
$T_{^{110}\text{Ag},\text{lit}} [1]$	s	24,6

Tabelle 4: Ergebnisse der linearen Regression für Silber

Literatur

- [1] National Nuclear Data Center. *Nudat 2*. URL: <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/chartNuc.jsp>.
- [2] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch Nr. 702 Aktivierung mit Neutronen*. 2005.