

Ausgabe: 27.01.2016

Prof. Dr. F. Anders

Abgabe: 03.02.2016, 12 Uhr

Prof. Dr. M. Bayer

Aufgabe 1: Silberspiegel**5 Punkte**

Die elektrischen Eigenschaften eines Metalls gleichen im optischen Frequenzbereich denen eines Plasmas: Die Leitungselektronen können in ihrer Gesamtheit gegenüber den sehr viel trägeren positiven Metallionen mit der charakteristischen Frequenz ω_p schwingen; dabei ist $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e}$ und N ist die Teilchendichte der Leitungselektronen im Metall. Für $\omega^2 > \omega_p^2$ kann Licht sich im Metall ($z > 0$) ausbreiten, d.h. das elektrische Feld variiert wie $\exp(i(kz - \omega t))$, und es ist $\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$. Für $\omega^2 < \omega_p^2$ wird das Feld gemäß $\exp(i(\kappa z - \omega t))$ gedämpft und $\omega^2 = \omega_p^2 - c^2 \kappa^2$. Für die Dielektrizitätskonstante ϵ_r gilt in beiden Fällen $\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$. Über den Zusammenhang $n_1 k_1 = n_2 k_2$ lässt sich damit zeigen, dass der Brechungsindex und damit auch die Wellenzahl $k = i\kappa$ im Metall für den Fall $\omega < \omega_p$ rein imaginär ist.

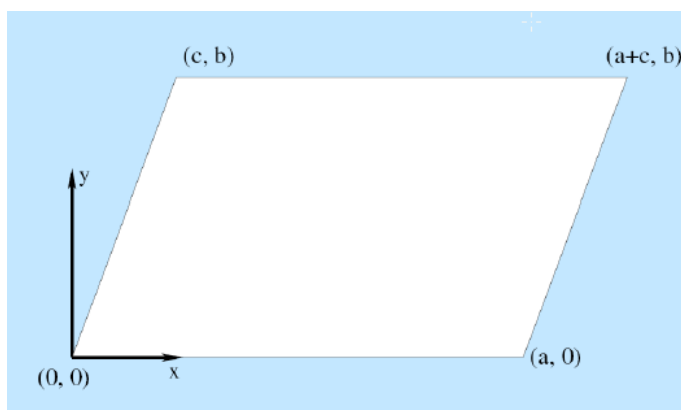
- a) Berechnen Sie die Plasmafrequenz ω_p für Silber. (Ein Leitungselektron pro Atom.)

Welche Reflektivitäten für senkrechten Einfall erwarten Sie für sichtbares Licht? ($450 \text{ nm} < \lambda < 700 \text{ nm}$) Nutzen Sie hierbei die Fresnelschen Formeln für senkrechten Lichteinfall. Beachten Sie dabei den imaginären Brechungsindex ($n = in''$, $n'' \in \mathbb{R}$) für $\omega < \omega_p$.

- b) Berechnen Sie die Abschwächungslänge $\delta = \frac{1}{\kappa}$ für rotes ($\lambda = 650 \text{ nm}$) und blaues Licht ($\lambda = 450 \text{ nm}$). Ein Spiegel mit einer dünneren Silberschicht als die Abschwächungslänge ist halbdurchlässig. Nehmen Sie an, dass Sie sich durch einen solchen Spiegel eine weiße Lampe ansehen. Ist das transmittierte Licht weiß? Oder hat es eine blaue Färbung, oder eine rote?
- c) Wie dick muss die Silberschicht sein, um blaues Licht um den Faktor 100 in der Intensität zu schwächen?
- d) Für welche Wellenlängen wird der Silberspiegel durchsichtig?

Aufgabe 2: 2D-Beugungsbilder**5 Punkte**

Betrachten Sie die Beugung an einer Blende mit parallelogrammförmiger Öffnung (siehe Skizze).

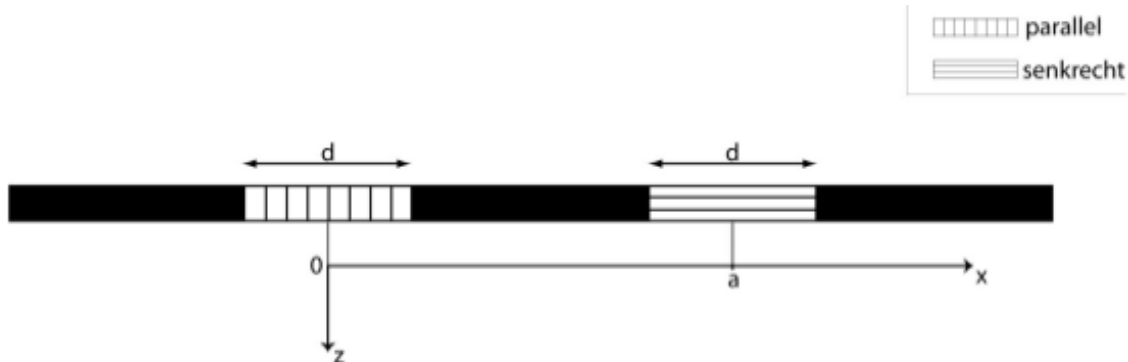


- a) Berechnen Sie die Intensitätsverteilung in der Fraunhoferschen Näherung (*Hinweis*: Die Intensitätsverteilung entspricht in der Fraunhoferschen Näherung dem Betragsquadrat der Fouriertransformierten der Spaltfunktion).
- b) Wie ändert sich die Intensitätsverteilung, wenn Sie statt an einer parallelogrammförmigen Öffnung an einem parallelogrammförmigen Hindernis beugen?

Aufgabe 3: Doppelspalt mit Polarisationsfiltern

5 Punkte

Gegeben sei ein Doppelspalt mit der Spaltbreite d und Spalten im Abstand a , in dessen Öffnungen Polarisationsfilter eingelassen sind (der Brechungsindex des Polarisationsmaterials sei $n = 1$). Berechnen Sie die Intensitätsverteilung auf dem Schirm, der im Abstand z_0 vom Doppelspalt (bei $z = 0$) steht, wenn unpolarisiertes Licht einfällt, welches sich in z -Richtung ausbreitet.



- a) Berechnen Sie die Intensitätsverteilung für den Fall, dass ein Polarisationsfilter senkrecht und der andere parallel zum Spalt polarisiert (siehe Skizze).
- b) Welche Intensitätsverteilung erhält man für zwei parallel zum Spalt stehende Polarisationsfilter? Bitte geben Sie eine Rechnung an und nutzen Sie die Erkenntnisse aus a).
- c) Bestimmen Sie die Intensitätsverteilungen für die in a) und b) gegebenen Einstellungen der Polarisationsfilter, wenn linear in Spalttrichtung polarisiertes Licht einfällt.

Aufgabe 4: Fresnelsches Polarisationsprisma

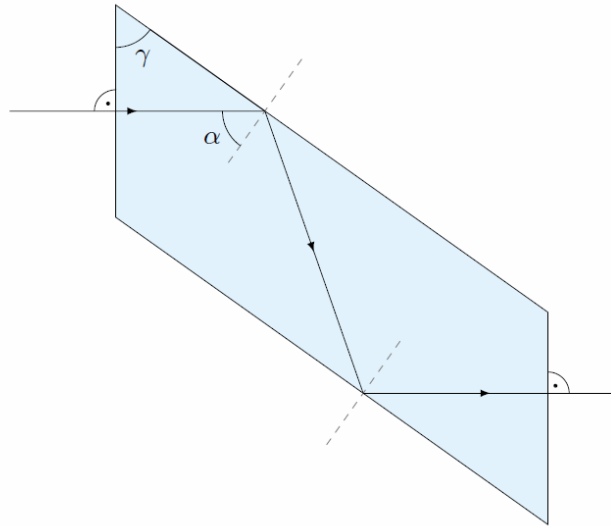
5 Punkte

Ein Fresnelsches Polarisationsprisma erzeugt durch eine oder mehrere Totalreflexionen eines Lichtstrahls auf der Innenseite des Prismas (Brechungsindex n_1), welches sich in einem optisch dünnerem Medium (Brechungsindex n_2) befindet, eine Phasenverschiebung zwischen der s- und der p-polarisierten Komponente des einfallenden Lichts.

- a) Zeigen sie mithilfe der Fresnel Formeln für den Spezialfall gleicher magnetischer Permeabilität ($\mu_{r,1} = \mu_{r,2}$), dass die Phasendifferenz δ zwischen p- und s-polarisiertem Anteil nach jeder Totalreflexion durch

$$\tan\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{\cos\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\sin^2\alpha} \quad (1)$$

gegeben ist. Dabei ist α der Einfallswinkel des Lichtstrahls auf die reflektierende Fläche. *Hinweis*: Zeigen Sie, dass für Totalreflexion die Reflexionskoeffizienten komplex werden. Zeigen Sie dann,



dass die komplexe Phase der Reflexionskoeffizienten der Phase zwischen ein- und auslaufender Welle entspricht. In der weiteren Rechnung ist

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \pm \tan(a) \tan(b)} \quad (2)$$

hilfreich.

- b) Durch doppelte Totalreflexion soll nun insgesamt eine Phasendifferenz zwischen s- und p-polarisiertem Anteil von $\frac{\pi}{2}$ erzeugt werden. Wie muss dafür der Winkel γ für Glas mit $n_1 = 1,5$ in Vakuum ($n_2 = 1$) gewählt werden?
- c) Wie erhält man aus einem solchen Prisma wie in b) zirkular polarisiertes Licht? Was ist der Vorteil des Polarisationsprismas gegenüber einem $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchens?