MICROELECTRONIC CIRCUIT DESIGN
Solutions

Dimitri Haas

9. April 2019

13 Small-Signal Modeling and Linear Amplification

13.8 Small-Signal Models for Field-Effect Transistors

13.80

Folgende Werte sind bereits anhand der Aufgabe gegeben:

$$\begin{aligned} K_n &= 300\,\mu\text{A}\,\text{V}^{-2} \\ V_{TN} &= 1\,\text{V} \\ \lambda &= 0.02\,\text{V}^{-1} \end{aligned}$$

Ab welchem Drainstrom I_D ist keine Spannungsverstärkung mehr vorhanden, also $\mu_f \leq 1$?

Dazu suchen wir in Tabelle 13.3 nach der Formel für μ_f. Diese lautet

$$\mu_f = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{2K_n}{I_D}}.$$

Wenn wir nun die Forderung einsetzen und die Gleichung nach I_D umstellen, erhalten wir

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{2K_n}{I_D}} \leq 1 \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{2K_n}{\lambda^2} \leq I_D \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{2(300\,\mu\text{A}\,\text{V}^{-2})}{(0.02\,\text{V}^{-1})^2} \leq I_D \\ \Leftrightarrow \quad & 1.5\,\text{A} \leq I_D \end{aligned}$$

Damit liegt ab einem Drainstrom von $I_D = 1.5\,\text{A}$ keine Spannungsverstärkung mehr vor.

13.81

In dieser Aufgabe soll überprüft werden, ob die Ausdruck

$$\frac{2v_{gs}}{V_{GS} - V_{TN}}$$

eine geeignete lineare Approximation für Ausdruck

$$\left(1 + \frac{v_{gs}}{V_{GS} - V_{TN}}\right)^2 - 1$$

darstellt, wenn $v_{gs} = 0.2(V_{GS} - V_{TN})$ gilt.

Dazu setzen wir im ersten Schritt in die Ausgangsgleichung das vorgegeben v_{gs} ein und erhalten

$$\left(1+\frac{0.2(V_{GS}-V_{TN})}{V_{GS}-V_{TN}}\right)^2-1=(1+0.2)^2-1=0.44$$

Das gleiche wiederholen wir nun für angenäherten Ausdruck:

$$\frac{(2)(0.2)(V_{GS}-V_{TN})}{V_{GS}-V_{TN}}=0.4$$

Betrachten wir nun den relativen Fehler

$$f=\frac{0.4-0.44}{0.44}100\,\%=-9.1\,\%\approx-10\,\%$$

sehen wir, dass der Fehler bei etwa 10 % liegt und damit eine gute Näherung darstellt.

Führen wir die gleichen Berechnungen für $v_{gs}=0.4(V_{GS}-V_{TN})$ durch, ergibt sich ein Fehler von

$$f=\frac{0.8-0.96}{0.96}100\,\%=-16.7\,\%\approx-20\,\%.$$

Man sieht also, dass das Signal wirklich sehr klein sein muss, um mithilfe der obigen Annäherung ein gutes Ergebnis zu erzielen.

13.84

Gegeben ist ein Common-Source-Amplifier mit folgenden Spezifikationen:

$$\begin{aligned} R_{\text{out}}^{CS} &= 100\,\text{k}\Omega \\ \lambda &= 0.02\,\text{V}^{-1} \\ V_{DD} &= 15\,\text{V} \end{aligned}$$

Da ein CS-Amplifier so gestaltet wird, dass etwa 50 % der Versorgungsspannung über dem Drain-Widerstand abfallen und die Ausgangsspannung weitestgehend der Spannung über dem Drain-Widerstand entspricht, können wir einen Teil des Arbeitspunktes bereits vorzeitig angeben:

$$V_{DS}=\frac{V_{DD}}{2}=\frac{15\,\text{V}}{2}=7.5\,\text{V}$$

Nun gilt es noch einen fehlenden Transistor-Parameter zu bestimmen, welcher vollkommen unabhängig von der äußeren CS-Beschaltung ist:

$$r_0=\frac{\frac{1}{\lambda}+V_{DS}}{I_D} \tag{13.1}$$

Allerdings enthält Gleichung (13.1) noch zwei Unbekannte. Wir müssen deshalb noch einen weiteren Zusammenhang ausfindig machen. Fündig wird man, wenn man sich klarmacht, dass der Ausgangswiderstand eine Parallelanordnung der Widerstände r_0 und

R_D darstellt. Da wir in der Aufgabenstellung seinen Wert übermittelt bekommen haben, können wir schreiben:

$$R_{\text{out}} = R_{\text{out}}^{CS} = \frac{r_0 R_D}{r_0 + R_D} \tag{13.2}$$

Setzt man nun Gleichung (13.1) in (13.2) ein und verwendet die Beziehung $R_D = \frac{V_{DS}}{I_D}$, erhält man:

$$\begin{aligned} R_{\text{out}}^{CS} &= \frac{\frac{\frac{1}{\lambda}+V_{DS}}{I_D} \frac{V_{DS}}{I_D}}{\frac{\frac{1}{\lambda}+V_{DS}}{I_D} + \frac{V_{DS}}{I_D}} \\ &= \frac{1}{I_D} \frac{\frac{1}{\lambda} + V_{DS}}{\frac{1}{\lambda V_{DS}} + 2} \\ &\approx \frac{6.63}{I_D} \end{aligned} \tag{13.3}$$

Stellen wir Gleichung (13.2) nach r_0 um und setzen sie mit Gleichung (13.1) gleich, erhalten wir:

$$\frac{\frac{1}{\lambda} + V_{DS}}{I_D} = \frac{R_{\text{out}}^{CS} R_D}{R_D - R_{\text{out}}^{CS}} \tag{13.4}$$

Zu guter Letzt setzen wir in Gleichung (13.4) noch den Zusammenhang $R_D = \frac{V_{DS}}{I_D}$ ein und können das ganze nach I_D auflösen: