MICROELECTRONIC CIRCUIT DESIGN Chapter 14 Single-Transistor Amplifiers Summary

Dimitri Haas

8. Juli 2019

14 Single-Transistor Amplifiers

14.1 Amplifier Classification

In diesem Kapitel wird festgestellt, dass Transistoren über drei Terminale verfügen, welche auf nur bestimmte Arten genutzt werden können:

- Gate/Source bzw. Base/Collector: Signalaufnahme
- Drain/Source bzw. Collector/Emitter: Signalentnahme

Aus dieser Beobachtung resultieren drei Familien von Verstärkern:

- common-emitter/common-source (C-E/C-S)
- common-collector/common-drain (C-C/C-D)
- common-base/common-gate (C-B/C-G)

Wichtig anzumerken ist, dass das Resistor-Biasing für alle drei Familien gilt. Lediglich das AC-Äquivalent, und damit oben genannte Charakteristika, wird durch Kuppel- und Bypass-Kondensatoren bestimmt.

Die Aufspaltung des Emitter- bzw. Source-Widerstandes dient der zusätzlichen Flexibilität des Designers. Damit steht ihm ein effektives Mittel zur Verfügung, einen Teil der Verstärkung für einen höheren Eingangs- und Ausgangswiderstand sowie einen größeren Signalbereich einzutauschen.

Die vorgestellten Familien haben folgende Eigenschaften:

- C-E/C-S: Moderate bis hohe Verstärkung, hoher Eingangs- und Ausgangswiderstand
- C-C/C-D: Spannungsverstärkung von annähernd 1, hoher Eingangs- und niedriger Ausgangswiderstand
- C-B/C-G: Ähnliche Verstärkung wie bei C-E/C-S, allerdings mit deutlich geringerem Eingangswiderstand

In Tabelle 1 können die fraglichen Kleinsignalparameter nachgeschlagen werden.

14.2 Inverting Amplifiers — Common-Emitter/Common-Source Circuits

14.2.1 The Common-Emitter Amplifier

Die Herleitungen für folgende Ausdrücke können dem Text entnommen werden. Sie sind schlüssig und leicht nachzuvollziehen.

- Terminal Voltage Gain: $A_{vt}^{CE} = -\frac{\beta_o R_L}{r_\pi + (\beta_o + 1)R_E} \cong \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_E}$ für $\beta_o \gg 1$, $\beta_o = g_m r_\pi$
- Terminal Input Resistance: $R_{iB} = r_{\pi} + (\beta_o + 1)R_E \cong r_{\pi}(1 + g_m R_E)$
- Signal Source Voltage Gain: $A_v^{CE} = -\frac{g_m R_L}{1+g_m R_E} \frac{R_B || R_{iB}}{R_I + R_B || R_{iB}}$

Tabelle 1: Small-Signal Transistor Models

Kleinsignalparameter	ВЈТ	MOSFET		
g_m	$rac{I_C}{V_T} \cong 40 I_C \ rac{eta_o}{}$	$rac{2I_D}{V_{GS}-V_{TN}}\cong \sqrt{2K_nI_D}$		
r_π	$\frac{\beta_o}{g_m}$	∞		
r_o	$rac{V_A + V_{CE}}{I_C} \cong rac{V_A}{I_C}$	$\frac{\frac{1}{\lambda} + V_{DS}}{I_D} \cong \frac{1}{\lambda I_D}$		
eta_o	$g_m r_\pi$	∞		
$\mu_f = g_m r_o$	$\frac{V_A + V_{CE}}{V_T} \cong 40V_A$	$\frac{2}{\lambda(V_{GS} - V_{TN})} \cong \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{2K_n}{I_D}}$		

Wichtige Limits und Vereinfachungen Nimmt man an, dass der Innenwiderstand der Signalquelle Null ist (also $R_I = 0$), führt die Variation des Emitter-Widerstandes R_E zu folgenden Beobachtungen:

$$A_v^{CE} \cong \begin{cases} -g_m R_L & \text{für } R_E = 0\\ -\frac{R_L}{R_E} & \text{für } g_m R_E \gg 1 \end{cases}$$
 (14.1)

Zur Erinnerung: Um das Produkt $g_m RL$ schnell abschätzen zu können, bedient man sich an folgender Faustformel:

$$g_m R_L \cong 10 V_{CC}$$

Kleinsignal-Bedingung Mithilfe des zusätzlichen Emitter-Widerstandes R_E kann mit einer größeren Base-Spannung v_b gearbeitet werden:

$$|v_b| \le 0.005 \,\mathrm{V} (1 + g_m R_E)$$

Ausgangswiderstand am Kollektor Im Buch wird empfohlen, sich den folgenden Ausdruck möglichst einzuprägen, da die Herleitung ungemütlich ist (dieser Ausdruck setzt $g_m(R_E||r_\pi) \gg 1$, $R_{\text{out}} \gg r_o$ voraus):

$$R_{iC} \cong r_o[1 + g_m(R_E||r_\pi)] = r_o + \mu_f(R_E||r_\pi) < \beta_o r_o$$

Beachte dabei das gesetzte Limit durch $\beta_o r_o$. Der Ausgangswiderstand kann niemals größer sein als dieser Ausdruck.

Ausgangswiderstandes des gesamten CE-Verstärkers

$$R_{\mathrm{out}}^{CE} = R_C || R_{iC} = R_C || r_o \left(1 + \frac{\beta_o R_E}{R_{\mathrm{th}} + r_\pi + R_E} \right) \cong R_C$$

14.2.2 The Common-Source Amplifier

Die Herleitungen für folgende Ausdrücke können dem Text entnommen werden. Sie sind schlüssig und leicht nachzuvollziehen.

- Terminal Voltage Gain: $A_{vt}^{CS} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_S}$
- Signal Source Voltage Gain: $A_v^{CS} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_S} \frac{R_G}{R_G + R_I}$

Wichtige Limits und Vereinfachungen Nimmt man an, dass der Innenwiderstand der Signalquelle sehr klein ist (also $R_I = 0$ bzw. $R_I \ll R_G$), führt die Variation des Source-Widerstandes R_S zu folgenden Beobachtungen:

$$A_{vt}^{CS} \cong \begin{cases} -g_m R_L & \text{für } R_S = 0\\ -\frac{R_L}{R_S} & \text{für } g_m R_S \gg 1 \end{cases}$$
 (14.2)

Kleinsignal-Bedingung Mithilfe des zusätzlichen Source-Widerstandes R_S kann mit einer größeren Gate-Spannung v_g gearbeitet werden:

$$|v_g| \le 0.2(V_{GS} - V_{TN})(1 + g_m R_S)$$

Eingangswiderstand Das bekannte Resultat für den Eingangswiderstand gilt nach wie vor:

$$R_{\rm in}^{CS} = R_G || R_{iG} = R_G$$

Ausgangswiderstandes des gesamten CE-Verstärkers

$$R_{\text{out}}^{CS} = R_D || R_{iD} = R_D || r_o (1 + g_m R_S) \cong R_D$$

Zusammenfassung der wichtigsten Zusammenhänge Das Vorangegangene nochmals zusammengefasst in folgender Tabelle.

Tabelle 2: Small-Signal Transistor Models

Design Parameter	Common-Emitter	Common-Source
Terminal Voltage Gain	$A_{vt}^{CE}=rac{v_o}{v_b}=-rac{g_mR_L}{1+g_mR_E}$	$A_{vt}^{CS}=rac{v_o}{v_g}=-rac{g_mR_L}{1+g_mR_S}$
Signal source voltage gain	$A_{v}^{CE} = \frac{v_{o}}{v_{i}} = A_{vt}^{CE} \frac{ \vec{R}_{B} \vec{R}_{iB} }{ \vec{R}_{I} + \vec{R}_{B} \vec{R}_{iB} }$	$A_v^{CS} = \frac{v_o}{v_i} = A_{vt}^{CS} \frac{R_G}{R_I + R_G}$
Estimate for $g_m R_L$	$10(V_{CC} + V_{EE})$	$(V_{DD} + V_{SS})$
Input terminal resistance	$R_{iB} = r_{\pi}(1 + g_m R_E)$	$R_{iG} = \infty$
Output terminal resistance	$R_{iC} = r_o(1 + g_m R_E)$	$R_{iD} = r_o(1 + g_m R_S)$
Amplifier input resistance	$R_{\mathrm{in}}^{CE} = R_B R_{iB}$	$R_{ m in}^{CS}$ = R_G
Amplifier output resistance	$R_{\mathrm{out}}^{CE} = R_C R_{iC} $	$R_{ ext{out}}^{ ext{cos}} = R_D R_{iD}$
Input signal range	$0.005\mathrm{V}(1+g_{m}R_{E})$	$0.2(V_{GS} - V_{TN})(1 + g_m R_S)$
Terminal current gain	eta_o	∞

Äquivalente Transistor Präsentation Um die Analyse zu vereinfachen und auch weiterhin unsere Tabelle (1) verwenden zu können, kann der Emitter-Widerstand R_E direkt in den Kleinsignalparametern berücksichtigt werden:

$$g'_{m} = \frac{g_{m}}{1 + g_{m}R_{E}}$$
 $r'_{\pi} = r_{\pi}(1 + g_{m}R_{E})$ $r'_{o} = r_{o}(1 + g_{m}R_{E})$

14.3 Follower Circuits - Common-Collector/Common-Drain Amplifiers

Eine kompakte Zusammenfassung des gesamten Abschnitts in folgender Tabelle abgebildet. Die Gleichungen beziehen sich auf Abb. 14.20 im Buch.

Tabelle 3: Small-Signal Transistor Models

Design Parameter	Common-Collector	Common-Drain
	CC " a Pr	CD v g R
Terminal Voltage Gain	$A_{vt}^{CC} = \frac{v_o}{v_1} = +\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L} \cong 1$	$A_{vt}^{CD} = \frac{v_o}{v_1} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L} \cong 1$
Signal source voltage gain	$A_v^{CE} = \frac{v_o}{v_i} = A_{vt}^{CC} \frac{R_B R_{iB}}{R_I + R_B R_{iB}}$	$A_v^{CD} = \frac{v_o}{v_i} = A_{vt}^{CD} \frac{\overline{R}_G}{R_I + R_G}$
Estimate for $g_m R_L$	$10(V_{CC}+V_{EE})$	$(V_{DD} + V_{SS})^{T}$
Input terminal resistance	$R_{iB} = r_{\pi}(1 + g_m R_L)$	$R_{iG} = \infty$
Output terminal resistance	$R_{iE}\congrac{1}{g_{m}}+rac{R_{ ext{th}}}{eta_{o}}$	$R_{iS} = \frac{1}{g_m}$
Input signal range	$0.005\mathrm{V}(1+g_mR_L)$	$0.2(V_{GS} - V_{TN})(1 + g_m R_L)$
Terminal current gain	$\beta_o + 1$	∞

14.4 Noninverting Amplifiers - Common-Base/Common-Gate Circuits

Erneut ist eine kompakte Zusammenfassung des gesamten Abschnitts in einer weiteren Tabelle abgebildet. Die Gleichungen beziehen sich auf Abb. 14.26 im Buch.

Tabelle 4: Small-Signal Transistor Models

Design Parameter	Common-Base	Common-Gate
Terminal Voltage Gain	$A_{vt}^{CB} = \frac{v_o}{v_1} = +g_m R_L$	$A_{vt}^{CG} = \frac{v_o}{v_1} = +g_m R_L$
Signal source voltage gain	$A_{vt}^{CB} = rac{v_o}{v_1} = +g_m R_L \ A_v^{CB} = rac{v_o}{v_i} = rac{g_m R_L}{1 + g_m R_{ ext{th}}} rac{R_6}{R_I + R_6}$	$A_{vt}^{CG} = \frac{v_o}{v_1} = +g_m R_L \ A_v^{CG} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_{\text{th}}} \frac{R_6}{R_I + R_6}$
Input terminal resistance	$\frac{1}{g_m}$	$\frac{1}{g_m}$
Output terminal resistance	$r_o(1+g_mR_{\rm th})=r_o+\mu_fR_{\rm th}$	$r_o(1+g_mR_{\rm th})=r_o+\mu_fR_{\rm th}$
Input signal range	$0.005{ m V}(1+g_{m}R_{ m th})$	$0.2(V_{GS} - V_{TN})(1 + g_m R_{\rm th})$
Terminal current gain	$\alpha_o \cong +1$	+1

14.5 Amplifier Prototype Review and Comparison

Es folgt nun eine Zusammenfassung des vorherigen Abschnitts und mögliche Vereinfachungen.

14.5.1 The BJT Amplifiers

Wir stellen fest, dass bei vernachlässigbarem Innenwiderstand der Signalquelle folgende Gesamtverstärkung für alle drei BJT-Konfigurationen gilt:

$$|A_v| \cong \frac{g_m R_L}{1 + g_m R} = \frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R}$$

sowie

$$|v_{be}| \le 0.005 \, \text{V} (1 + g_m R).$$

Mit R als externer Widerstand am Emitter: R_E, R_L oder $R_I || R_6$. Für eine gute Abschätzung braucht man sich also lediglich eine Gleichung für die Verstärkung merken. Die obigen BJT-Spalten lassen sich noch weiter vereinfachen: Konsultiere Fig. 14.27 für

Tabelle 5: Simplified Characteristics of Single BJT Amplifiers

Design Parameter	Common-Emitter $R_E = 0$	Common-Emitter with Emitter Resistor R_E	Common- Collector	Common-Base
Terminal Voltage Gain $A_{vt} = rac{v_o}{v_1}$	$-g_m R_L \cong -10 V_{CC}$ (high)	$-rac{R_L}{R_E}$ (moderate)	1 (low)	$+g_m R_L \cong +10V_{CC}$ (high)
Input terminal resistance	r_{π} (moderate)	$\beta_o R_E$ (high)	$\beta_o R_E$ (high)	$\frac{1}{g_m}$ (low)
Output terminal resistance Current gain	r_o (moderate) $-\beta_0$ (moderate)	$eta_f R_E$ (high) $-eta_0$ (moderate)	$\frac{1}{g_m} \text{ (low)}$ $\beta_0 + 1 \text{ (moderate)}$	$\mu_f(R_I^m R_4)$ (high) 1 (low)

Zuordnung der in der Tabelle angegebenen Größen.

14.5.2 The FET Amplifiers

Auch hier stellen wir fest, dass bei vernachlässigbarem Innenwiderstand der Signalquelle folgende Gesamtverstärkung für alle drei FET-Konfigurationen gilt:

$$|A_v| \cong \frac{g_m R_L}{1 + g_m R} = \frac{R_L}{\frac{1}{g_m} + R}$$

sowie

$$|v_{gs}| \le 0.2 \operatorname{V}(V_{GS} - V_{TN})(1 + g_m R).$$

Die aus vorherigem Abschnitt abgebildeten FET-Spalten lassen sich noch weiter vereinfachen:

14.6 Common-Source Amplifiers Using MOS Inverters

Dieser Abschnitt wird möglicherweise erst mit der Bearbeitung der Aufgaben gefüllt.

Tabelle 6: Simplified Characteristics of Single FET Amplifiers

Design Parameter	Common-Source $R_E = 0$	Common-Source with Source Resistor R_E	Common- Drain	Common-Gate
Terminal Voltage Gain	$-g_m R_L \cong -V_{DD}$	$-rac{R_L}{R_S}$	1	$+g_m R_L \cong +V_{DD}$
$A_{vt} = \frac{v_o}{v_1}$	(moderate)	(moderate)	(low)	(moderate)
Input terminal resistance	∞ (high)	∞ (high)	∞ (high)	$\frac{1}{g_m}$ (low)
Output terminal resistance	r_o (moderate)	$\mu_f R_S$ (high)	$\frac{1}{g_m}$ (low)	$\mu_f(R_I^m R_6)$ (high)
Current gain	∞ (high)	∞ (high)	∞ (high)	1 (low)

14.7 Coupling and Bypass Capacitor Design

In diesem Abschnitt wird die Impedanz der Kuppel- und Bypass-Kapazitäten berücksichtigt, mit dem Ziel diese so zu dimensionieren, dass unsere Midband Annahme weiterhin valide ist. Zu diesem Zweck werden die Kapazitäten in ihrer Auswirkung einzeln berücksichtigt, während die restlichen weiterhin keine Impedanz aufweisen.

14.7.1 Common-Emitter und Common-Source Verstärker

Kuppel-Kapazitäten C_1 **und** C_2 Als Referenz für die folgenden Ausdrücke sollen Fig. 14.34 und 14.35 dienen.

$$C_1 \gg \frac{1}{\omega(R_I + R_{\rm in})}$$

Dabei gilt für BJTs $R_{\text{in}} = R_B || R_{iB}$ bzw. für FETs $R_{\text{in}} = R_G || R_{iG}$.

Für die Kapazität C_2 soll analog gelten:

$$C_2 \gg \frac{1}{\omega(R_3 + R_{\text{out}})}$$

Dabei gilt für BJTs $R_{\text{out}} = R_C || R_{iC}$ bzw. für FETs $R_{\text{out}} = R_D || R_{iD}$.

Bypass-Kapazität C_3 Für CE- und CS-Verstärker soll für Kapazität C_3 gelten:

$$C_3 \gg rac{1}{\omega \left[R_4 || \left(R_E + rac{1}{g_m}
ight)
ight]} \quad ext{bzw.} \quad C_3 \gg rac{1}{\omega \left[R_4 || \left(R_S + rac{1}{g_m}
ight)
ight]}$$

Um die Ungleichung zu erfüllen, legen wir fest, dass die linke Seite $10 \times$ größer als die rechte Seite soll.

14.7.2 Common-Collector und Common-Drain Verstärker

Als Referenz für die folgenden Ausdrücke sollen Fig. 14.36 dienen.

$$C_1 \gg \frac{1}{\omega(R_I + R_{\rm in})}$$

Dabei gilt für BJTs $R_{in} = R_B || R_{iB}$ bzw. für FETs $R_{in} = R_G || R_{iG}$.

Für die Kapazität C_2 soll analog gelten:

$$C_2 \gg \frac{1}{\omega(R_3 + R_{\text{out}})}$$

Dabei gilt für BJTs $R_{\text{out}} = R_6 || R_{iE}$ bzw. für FETs $R_{\text{out}} = R_6 || R_{iS}$.

14.7.3 Common-Base und Common-Gate Verstärker

Als Referenz für die folgenden Ausdrücke sollen Fig. 14.37 und 14.38 dienen. Zuerst die Kuppel-Kapazitäten:

$$C_1 \gg \frac{1}{\omega(R_I + R_{\rm in})}$$

Dabei gilt für BJTs $R_{in} = R_6 || R_{iE}$ bzw. für FETs $R_{in} = R_6 || R_{iS}$.

Für die Kapazität C_2 soll analog gelten:

$$C_2 \gg \frac{1}{\omega(R_3 + R_{\text{out}})}$$

Dabei gilt für BJTs $R_{\text{out}} = R_C || R_{iC}$ bzw. für FETs $R_{\text{out}} = R_D || R_{iD}$. Für Bypass-Kapazität C_3 soll gelten:

$$C_3 \gg \frac{1}{\omega R_{eq}^{CB,CG}} \quad \text{mit} \quad R_{eq}^{CB} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_2||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad \text{bzw.} \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_1||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_6||R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_I||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_I)] \quad R_{eq}^{CG} = R_1 ||R_I||[r_\pi + (\beta_o + 1)(R_I)] \quad$$

14.7.4 Setzen der Grenzfrequenz f_L

Eine Alternative zu obigem Verfahren kann das gewünschte Frequenzverhalten des Verstärkers auch über die Manipulation der Grenzfrequenz erreicht werden.

Weitere Ausdrücke und Zusammenhänge folgen bei Bearbeitung der Aufgaben.

14.8 Multistage ac-Coupled Amplifiers

Um extreme Spezifikationen zu erreichen, können verschiedene Single-Transistor-Konfigurationen (über Kuppel-Kapazitäten) aneinandergeschalten werden. Da sie nur über Kapazitäten miteinander verbunden sind, bleiben die individuellen Arbeitspunkte der einzelnen Stufen voneinander unabhängig.

Weitere Ausdrücke und Zusammenhänge folgen bei Bearbeitung der Aufgaben.