«Πιθανότητες & Στατιστική»

4η Σειρά Φροντιστηριακών Ασκήσεων (03-11-2022)

Άσκηση 1. Η διάρκεια ζωής *T* ενός λαμπτήρα σε ώρες, είναι τ.μ. με συνάρτηση κατανομής πιθανότητας

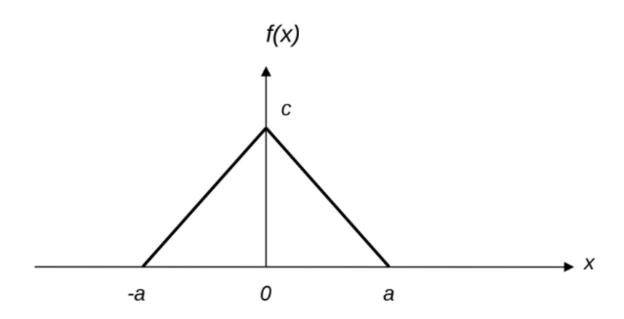
$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{k}{x} & x > 1000 \\ 0 & x \le 1000 \end{cases}$$

- (α) Να προσδιοριστεί η σταθερά k και η σ.π.π. της τ.μ. X.
- (β) Ποια η πιθανότητα ώστε η διάρκεια ζωής να είναι μεγαλύτερη των 2000 ωρών δεδομένου ότι υπερέβη τις 1500 ώρες;

- **Άσκηση 2.** Ο αριθμός ψεγαδιών που υπάρχουν στην πλαστική επιφάνεια για την επένδυση του εσωτερικού αυτοκινήτου μιας εταιρείας, ακολουθεί την Poisson κατανομή με ρυθμό **0.05 ανά m²**. Υποθέτοντας ότι το εσωτερικό του αυτοκινήτου χρειάζεται **5 m²** πλαστική επιφάνεια για την επένδυσή του:
 - (α) Ποια η πιθανότητα να μην υπάρχουν ψεγάδια στο εσωτερικό του αυτοκινήτου;
 - (β) Εάν 10 αυτοκίνητου του ίδιου τύπου πουλήθηκαν σε μια εταιρεία, ποια η πιθανότητα ότι
 - (β1) κανένα δεν φέρει ψεγάδι στο εσωτερικό του, και
 - (β2) το πολύ ένα αυτοκίνητο φέρει ψεγάδι.

Άσκηση 3. Έστω τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) f(x) που φαίνεται στο σχήμα. (α) Βρείτε την μορφή της f(x)

(β) Βρείτε την μορφή της συνάρτησης κατανομής πιθανότητας (σ.κ.π.) F(x) της τ.μ. Χ.



Άσκηση 4. Ο χρόνος (ώρες) που απαιτείται για την επισκευή μιας μηχανής ακολουθεί την εκθετική κατανομή με λ=0.5.

- (α) Ποια η πιθανότητα η επισκευή να ξεπεράσει τις 2 ώρες;
- (β) Ποια η πιθανότητα η επισκευή να ξεπεράσει τις 10 ώρες με δεδομένου ότι η διάρκειά της ξεπερνά τις 9 ώρες;

- **Άσκηση 5**. Η αντοχή ενός ανυψωτικού μηχανήματος ακολουθεί την κανονική κατανομή με παραμέτρους μ=8 (τόνους) και σ²=9.
- (α) Να βρεθούν οι πιθανότητες ένα μηχάνημα:
 - (α1) να μην καταφέρει να σηκώσει αντικείμενα άνω των 10 τόνων,
 - (α2) να ανυψώνει αντικείμενα μεταξύ 7 και 10 τόνων
- (β) Έστω μάντρα αποτελούμενη από 5 ανυψωτικά μηχανήματα. Να βρεθεί η πιθανότητα τουλάχιστον 3 μηχανήματα να είναι σε θέση να σηκώνουν αντικείμενα μεταξύ 7 και 10 τόνων.

Στατιστικός Πίνακας Τυπικής Κανονική Κατανομής

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580 0.7881	0.7611 0.7910	0.7642 0.7939	0.7673 0.7967	0.7704 0.7995	0.7734 0.8023	0.7764 0.8051	0.7794 0.8078	0.7823 0.8106	0.7852 0.8133
$0.8 \\ 0.9$	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8031	0.8340	0.8365	0.8133
$\frac{1.0}{1.1}$	0.8413 0.8643	0.8438 0.8665	0.8461 0.8686	0.8485 0.8708	0.8508 0.8729	0.8531 0.8749	0.8554 0.8770	0.8577 0.8790	0.8599 0.8810	0.8621 0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8725	0.8749	0.8962	0.8790	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898 0.9922	0.9901	0.9904 0.9927	0.9906	0.9909 0.9931	0.9911	0.9913 0.9934	0.9916 0.9936
2.4	0.9918	0.9920		0.9925		0.9929		0.9932		
$\frac{2.5}{2.6}$	0.9938 0.9953	0.9940 0.9955	0.9941 0.9956	0.9943 0.9957	0.9945 0.9959	0.9946 0.9960	0.9948 0.9961	0.9949 0.9962	0.9951 0.9963	0.9952 0.9964
$\frac{2.0}{2.7}$	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998