

1^η Πρόοδος Πιθανότητες και Στατιστική

12/11/2020

Θέμα 1

Μία τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας $f(x)=ax^2 +bx$, $0 < x < 1$, έχει μέση τιμή 0.6. Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(X < 1/2)$. (όπου x^2 : x εις το τετράγωνο)

(20 Points)

1) 0.25

2) 0.15

3) 0.6

4) 0.4

5) 0.3

6) 0.1

7) 0.45

8) 0.35

9) 0.2

10) 0.5

Θέμα 2

Επιλέξτε όσες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές. (υπάρχει αρνητική βαθμολογία σε περίπτωση λάθους επιλογής).

(27 Points)

1. $P(A) = P(A|B) + P(A|B')$

2. Ένα από τα αξιώματα του Αξιωματικού Ορισμού της Πιθανότητας ορίζει ότι η πιθανότητα δεν μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός.

3. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας στο συνεχή χώρο μπορεί να έχει τιμή μεγαλύτερη από 1.

4. $\Gamma(3) = \Gamma(2) + \Gamma(2)$

5. Η πιθανότητα της τομής δύο ανεξάρτητων ενδεχομένων είναι πάντα μικρότερη από την μέγιστη πιθανότητα των δύο ενδεχομένων.

6. Αν ένα κουτί έχει 10 αριθμημένες σφαίρες από το 1 έως το 10, η πιθανότητα να επιλέξουμε την σφαίρα 6, να την επανατοποθετήσουμε στο κουτί και στη συνέχεια να την επιλέξουμε για 2η φορά, είναι 0.01

7. Αν $P(A) > 1/2$ και $P(B) > 1/2$, τότε τα A και B αποκλείεται να είναι ασυμβίβαστα καθώς αν αυτό συμβαίνει τότε σύμφωνα με τον αξιωματικό ορισμό η πιθανότητα 8. της ένωσής τους θα είναι μεγαλύτερη από 1

9. Αν μια κανονική μεταβλητή έχει μέση τιμή ίση με 0, τότε $P(X > 0) = 0.5$

10. Αν η τ.μ. X έχει τυπική απόκλιση ίση με 2, η διακύμανση της συνάρτησης $Y = 9X + 2$ είναι ίση με 36

11. Η μέση τιμή μιας Poisson μεταβλητής μπορεί να είναι αρνητική

12. Οι παράμετροι μ και σ της κανονικής κατανομής είναι πάντα θετικοί αριθμοί.

13. Η μέση τιμή μιας ομοιόμορφης στο διάστημα $[0, 1/4]$ είναι το $1/8$

14. $P(B|A) + P(B'|A) = 1$

15. Η συνάρτηση Γάμμα είναι πάντα θετικός αριθμός.

16. Το $n!$ εκφράζει το πλήθος των επαναληπτικών επιλογών η σφαιρών από ένα κουτί που περιέχει n σφαίρες και την τοποθέτησή τους χωρίς διάταξη μέσα σε ένα άλλο κουτί

17. Αν θέλουμε να περιγράψουμε ως τυχαία μεταβλητή τον αριθμό των μελών μιας παρέας που πέτυχαν σε μία εξέταση, θα χρησιμοποιήσουμε την διωνυμική κατανομή.

18. Η κανονική κατανομή $N(1, 0)$ ονομάζεται και τυπική κανονική κατανομή και περιγράφει τον (λευκό) θόρυβο σε μετρήσεις.

19. Η εκ των υστέρων πιθανότητα δεν μπορεί να είναι ποτέ μεγαλύτερη από την εκ των προτέρων πιθανότητα.

Θέμα 3

Αν ο χρόνος X (σε ώρες) που απαιτείται για την επισκευή ενός Η/Υ είναι τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας $f(x) = cx$, $0 < x < 2$, και το κόστος επισκευής (που εξαρτάται από τον χρόνο x που απαιτείται γι' αυτή) είναι ίσο με $30 + 10x^2$ τότε να βρεθεί το μέσο κόστος για την επισκευή ενός Η/Υ. (όπου x^2 : x εις το τετράγωνο)

(18 Points)

- 1) 50
- 2) 38
- 3) 65
- 4) 76

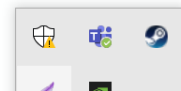
- 5) 30
- 6) 40
- 7) 75
- 8) 82
- 9) 28
- 10) 32

Θέμα 4

4. Αν η μέση τιμή μιας τ.μ. X είναι 2 και τυπική απόκλιση είναι 2 να υπολογιστεί η παράσταση $E(X^2 - 5X + 1)$, όπου X^2 : X εις το τετράγωνο.

(10 Points)

- ☐ 18
- ☐ 12
- ☐ 13
- ☐ 38
- ☐ -1
- ☐ 25
- ☐ 30
- ☐ 52
- ☐ 27
- ☒ 5



Θέμα 5

1. (Bonus + 10%) Έστω διαγώνισμα πολλαπλών επιλογών με 3 δυνατές απαντήσεις για καθεμία από τις 5 ερωτήσεις. Ποια είναι η καλύτερη προσέγγιση για τη πιθανότητα κάποιος να απαντήσει σωστά σε τουλάχιστον 4 ερωτήσεις, αν απλώς μαντεύει τις απαντήσεις:
(10 Points)

- ☐ στο διάστημα τιμών [0.08, 0.1]
- ☐ περίπου μηδέν (0)
- ☐ περίπου 0.001
- ☐ στο διάστημα τιμών [0.06, 0.09]
- ☒ στο διάστημα τιμών [0.04, 0.06]
- ☐ < 0.005
- ☐ στο διάστημα τιμών [0.06, 0.08]
- ☐ < 0.01

Θέμα 6

Η πιθανότητα προσβολής ενός ιού είναι τριπλάσια όταν κάποιος είναι καπνιστής. Αν το 30% μιας περιοχής είναι καπνιστές, τι ποσοστό των ατόμων που έχουν προσβληθεί από τον ιό είναι καπνιστές;

(10 points)

- 1) $1/4$
- 2) $3/4$
- 3) 0.56
- 4) 0.64
- 5) $3/5$
- 6) 0.85
- 7) $2/3$
- 8) 0.32

Θέμα 7

2. Έστω ότι $X \sim N(15, 16)$. Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P((X-5)/3 > 2)$ 
(10 Points)

- ☐ 0.68
- ☐ 0.5
- ☐ 0.84
- ☐ 0.99
- ☐ 0.32
- ☐ 0.57
- ☐ 0.16
- ☐ 0.25

Θέμα 8

8. Μία τράπουλα (52 κάρτες) μοιράζεται τυχαία σε 2 άτομα (από 26 κάρτες). Να υπολογιστούν όλοι οι δυνατοί τρόποι επιλογών ώστε το άτομο 1 να πάρει όλους τους άσους.
(5 Points)

- ☐ Συνδυασμοί 48 ανά 26
- ☐ Συνδυασμοί 26 ανά 4
- ☐ Συνδυασμοί 52 ανά 4
- ☐ $52 \cdot 51 \cdot \dots \cdot 28 \cdot 27$
- ☐ Συνδυασμοί 52 ανά 26
- ☐ Συνδυασμοί 48 ανά 22
- ☐ $22! \cdot 4!$
- ☐ $26! + 4!$