

(i) Ποια είναι η ανισότητα του Markov (με απόδειξη);

2. (20%) Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τις προτιμήσεις ταινιών σε ένα σινεμά δείγματος 835 θεατών.

Φύλλο	Τύπος ταινίας			Σύνολο
	Κωμωδία	Κοινωνική	Δράσης	
Άντρες	347	41	47	435
Γυναίκες	304	49	47	400
Σύνολο	651	90	94	835

(α) Να βρεθεί η πιθανότητα η ταινία που παρακολούθησε ένας τυχαίος θεατής να ήταν Κωμωδία, αν είναι γνωστό ότι είναι Γυναίκα.

(β) Εάν η ταινία που παρακολούθησε ένας θεατής ήταν Δράσης, ποια η πιθανότητα να είναι Άντρας;

(γ) Αν επιλέξουμε δύο θεατές από το σύνολο των θεατών, ποιά είναι η πιθανότητα να είναι Γυναίκα και Άντρας;

(δ) Αν επιλέξουμε ένα υποσύνολο 50 θεατών, ποια η πιθανότητα να υπάρχουν ακριβώς 40 Γυναίκες;

3. (20%) Η διάμετρος X ενός καλωδίου έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = 6x(1-x)$, $0 < x < 1$.

(α) Να ελεγχθεί αν η παραπάνω συνάρτηση είναι πράγματι συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας στην συνέχεια να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας.

(β) Να βρεθεί η μέση τιμή και η διακύμανση του X .

$$0 < x < 1$$

4. (20%) Έστω 2 τ.μ. με από-κοινού συνάρτηση πυκνότητας $f(x,y) = x+y$, $0 < x,y < 1$.

(α) Να υπολογιστεί την από-κοινού συνάρτηση κατανομής τους $F(x,y)$.

(β) Να βρεθούν οι περιθώριες κατανομές τους.

(γ) Είναι οι X, Y ανεξάρτητες;

(δ) Να υπολογιστούν τα εξής: $E(X)$, $E(Y)$, $E(X^2 + Y^2)$, $COV(X,Y)$.

5. (20%) Ένας έμπορος λιανικής ισχυρίζεται ότι οι αποδείξεις που κόβει ξεπερνούν κατά μέσο όρο 50 ευρώ. Τυχαίο δείγμα $n=10$ αποδείξεων έδωσε μέσο 48 και διασπορά 16, αντίστοιχα. Να εξεταστεί ο ισχυρισμός του εμπορεύ σε βαθμό $\alpha=5\%$ και στη συνέχεια να βρεθεί η P-value του ελέγχου.

6. (Bonus 10%) Η κατανομή Pareto χρησιμοποιείται πολύ συχνά για την μοντελοποίηση οικονομικών μεγεθών. Ορίζεται ως: $f(x) = \frac{am^a}{x^{a+1}}$, $x \geq m$, όπου a μία παράμετρος. Να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(X > a)$ (υποθέστε ότι $a \geq m$) και στη συνέχεια η διάμεσος.

Σημείωση: Λαμβάνεται επίσημη μόνη αν έχετε βαθμό συνολικά πάνω από 50% στα παραπάνω ερωτήματα.

Διάρκεια 2 ώρες