

Πιθανότητες και Στατιστική (**ΜΥΥ 304**)



Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Οκτώβριος 2022

Πιθανότητες και Στατιστική

Διδάσκων: **Κ. Μπλέκας** (Γρ. A2)

Βοηθοί διδασκαλίας:

Θ. Τρανός (υπ. διδάκτορας – Γρ. A1)

Χ. Σπαθάρης (υπ. διδάκτορας – Γρ. A1)

P. Chaysri (υπ. διδάκτορας – Γρ. B32)

Ώρες διδασκαλίας :

Θεωρία + Ασκήσεις

- Τρίτη 9-11
- Πέμπτη 9-11

Φροντιστήριο + Ασκήσεις + θέματα προγραμματισμού

- Πέμπτη 11-12 (έναρξη 13/10)

Ιστοσελίδες του μαθήματος

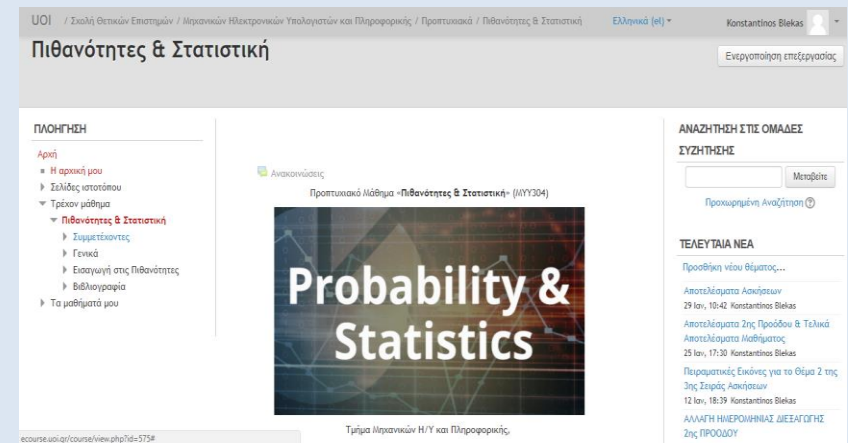
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=575>

εγγραφή

password: myy304@2022

Ημερολόγιο διαλέξεων

- ✓ Εβδομαδιαία ενημέρωση
- ✓ Αρχεία διαλέξεων (*pdf*)
- ✓ Φροντιστηριακές ασκήσεις
- ✓ Σειρές ασκήσεων για παράδοση
- ✓ Ανακοινώσεις & πρόσθετο υλικό



www.cs.uoi.gr/~kblekas/courses/probstat/

Τρόπος βαθμολογίας

- Τελικό διαγώνισμα (*εξεταστική Ιανουαρίου*) **90%**
- Σειρές ασκήσεων (*ηλεκτρονική υποβολή*) **15%**

- Εξετάσεις με **κλειστά βιβλία & σημειώσεις**
- Ερωτήσεις **θεωρίας** και **προβλήματα κατανόησης**
- Διαθέσιμο **τυπολόγιο**

Συγγράμματα (**Εύδοξος**)



Πρόγραμμα Σπουδών
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Καταστάσεις Μαθημάτων/Συγγραμμάτων για το ακαδημαϊκό έτος 2022-2023

ΚΟΡΣΑΚΙ ΣΠΕΥΔΕΝΤΟΚΑΤΕΡΜΕΡΕΙΕΣ

3. Βιβλίο [112692984]: Δομές Δεδομένων, 3η Έκδοση, Μποζάνης Παναγιώτης Δ. [Λεπτομέρειες](#)
4. Βιβλίο [260]: ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ, ΓΕΩΡΓΑΚΟΠΟΥΛΟΣ Γ.Φ. [Λεπτομέρειες](#)
5. Βιβλίο [23101]: Εισαγωγή στις δομές δεδομένων και στους αλγόριθμους, Παπουτσή Ιωάννης [Λεπτομέρειες](#)

Πρόσθετο Διδακτικό Υλικό:

- Βιβλίο [59303644]: ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ, ΛΟΥΚΑΣ ΓΕΩΡΓΙΑΔΗΣ [Λεπτομέρειες](#)

Μάθημα [ΜΥΥ304]: Πιθανότητες και Στατιστική

Εξάμηνο 3 - Χειμερινό

Επιλογές Συγγραμμάτων:

1. Βιβλίο [86198781]: Θεωρία πιθανοτήτων & στοιχεία στατιστικής ανάλυσης, Φιλιππάκης Μ. [Λεπτομέρειες](#)
2. Βιβλίο [50655965]: Πιθανότητες και Στατιστική για Μηχανικούς, Μυλωνάς Νίκος - Παπαδόπουλος Βασίλειος [Λεπτομέρειες](#)
3. Βιβλίο [33114257]: Εισαγωγή στις πιθανότητες με στοιχεία στατιστικής, Μπερτσεκας Δ. - Τσιτσικλής Γ. [Λεπτομέρειες](#)
4. Βιβλίο [35478]: Εισαγωγή στις Πιθανότητες και τη Στατιστική, Δαμιανού Χ., Χαραλαμπίδης Χ., Παπαδάτος Ν. [Λεπτομέρειες](#)
5. Βιβλίο [86200191]: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ, ΖΙΟΥΤΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ [Λεπτομέρειες](#)
6. Βιβλίο [59397306]: Εφαρμοσμένη Στατιστική και Πιθανότητες για Μηχανικούς, 6η Έκδοση, Montgomery Douglas- Runger C. George [Λεπτομέρειες](#)

Μάθημα [ΜΥΥ305]: Ψηφιακή Σχεδίαση Ι

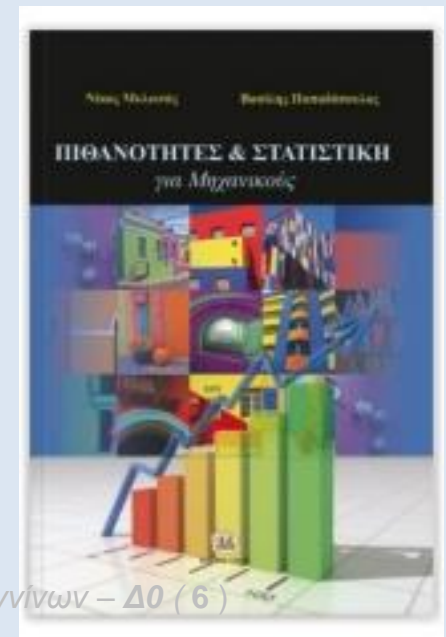
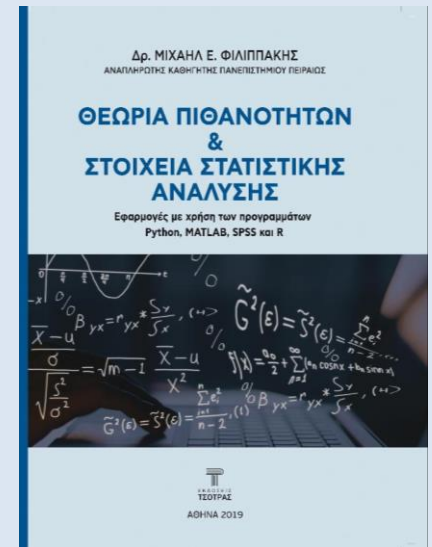
Εξάμηνο 3 - Χειμερινό

Επιλογές Συγγραμμάτων:

1. Βιβλίο [68406394]: Ψηφιακή Σχεδίαση, 6η Έκδοση, Mano Morris, Ciletti Michael [Λεπτομέρειες](#)

Προτεινόμενα συγγράμματα

- **Κωδικός Βιβλίου [86198781]: Θεωρία Πιθανοτήτων & Στοιχεία Στατιστικής Ανάλυσης** (εφαρμογές με χρήση των προγραμμάτων Python, Matlab, SPSS και R), Μ. Φιλιππάκης, εκδόσεις Τσότρας, 2019
- **Κωδικός Βιβλίου [50655965]: Πιθανότητες και Στατιστική για Μηχανικούς**, Ν. Μυλωνάς και Β. Παπαδόπουλος, εκδόσεις Τζιόλα, 2016



Προτεινόμενα συγγράμματα (II)

- *Κωδικός Βιβλίου [33114257]: Εισαγωγή στις πιθανότητες με στοιχεία στατιστικής, Δ. Μπερτσεκάς - Γ. Τσιτσικλής, εκδόσεις Τζιόλα, 2010*
- *Κωδικός Βιβλίου [35478]: Εισαγωγή στις Πιθανότητες και τη Στατιστική, Χ. Δαμιανού, Χ. Χαραλαμπίδης, Ν. Παπαδάτος, εκδόσεις Συμμετρία, 2010*
- *Κωδικός Βιβλίου [8620019]: Πιθανότητες και Στατιστική για Μηχανικούς, Γ. Ζιούτας, εκδόσεις "σοφία", 2019*

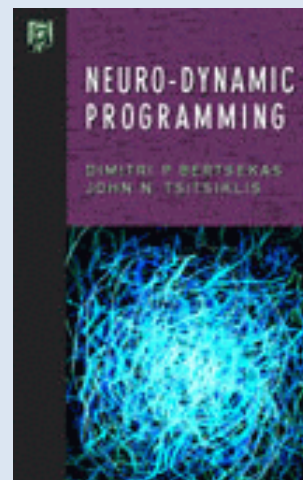


Dimitri P. Bertsekas

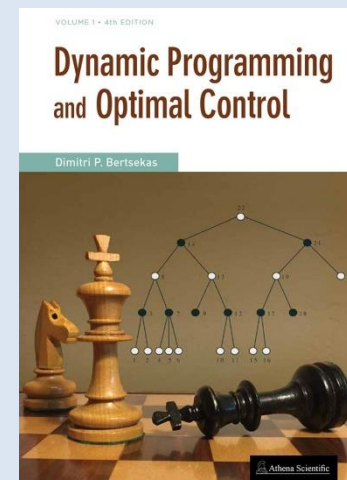
McAfee Professor of Engineering
Lab. for Information and Decision Systems
Room 32-660D
Massachusetts Institute of Technology
Cambridge, MA 02139
dimitrib@mit.edu



105000 citations



1996



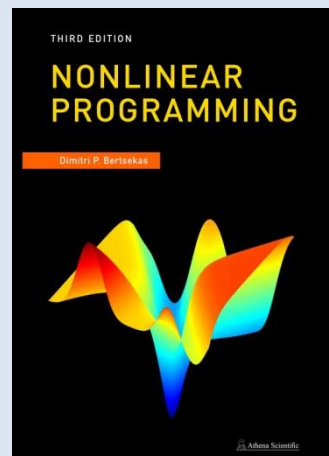
2017



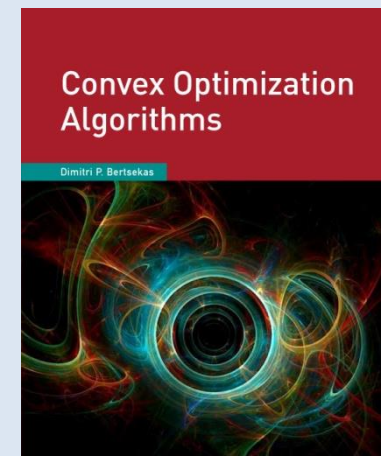
John N. Tsitsiklis

Massachusetts Institute of Technology
77 Massachusetts Avenue, 32-D784
Cambridge, MA 02139-4307, U.S.A.
+1-617-253-6175
jnt@mit.edu

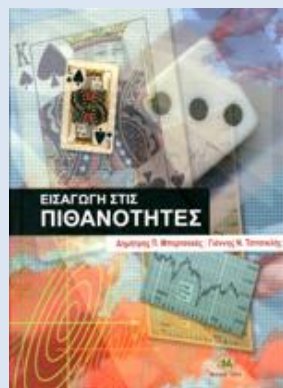
55000 citations



1999, 2015



2015

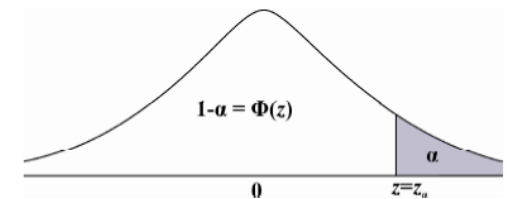


Βοηθητικά συγγράμματα

✓ *Εισαγωγή στις Πιθανότητες & Στατιστική* –
Δαμιανού, Παπαδάτου, Χαραλαμπίδη
(Τμήμα Μαθηματικών Πανεπ. Αθηνών) –

(διδασκτικές σημειώσεις)

ΕΙΣΑΓΩΓΗ
ΣΤΙΣ
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ
(ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ)



Χ. ΔΑΜΙΑΝΟΥ, Ν. ΠΑΠΑΔΑΤΟΣ, Χ. Α. ΧΑΡΑΛΑΜΠΙΔΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

ΑΘΗΝΑ 2003

<https://mathbooksgr.files.wordpress.com/2011/08/pithstatopen.pdf>

Άλλα συγγράμματα

<http://www.cs.uoi.gr/~kblekas/courses/probstat/books/>

✓ διαθέσιμα ξενόγλωσσα (αγγλικής γλώσσας) ηλεκτρονικά βιβλία

Index of /~kblekas/courses/probstat/books

Name	Last modified	Size	Description
 Parent Directory			-
 A_First_Course_in_Probability.pdf	2019-09-29 20:54	3.0M	
 Fundamentals-of-Probability-and-Statistics-for-Engineers.pdf	2019-09-29 20:53	2.8M	
 Modern-Introduction-To-Probabilities-and-Statistics.pdf	2019-09-29 20:55	4.8M	
 Probability-and-Statistics-for-Engineers.pdf	2019-09-29 20:55	6.0M	
 Probability, Statistics, and Random Processes For Electrical Engineering 3rd Edition - Alberto Leon Garcia.pdf	2019-09-29 20:56	5.0M	

Apache/2.4.25 (Debian) Server at www.cs.uoi.gr Port 443

Περιγραφή του μαθήματος

[Πιθανότητες]

- Η θεωρία Πιθανοτήτων αναφέρεται στη μελέτη **μαθηματικών μοντέλων** που περιγράφουν **τυχαία φαινόμενα**
- **Τυχαίο φαινόμενο** (*Random event*): φαινόμενο που δεν γνωρίζουμε το αποτέλεσμα του δίχως να το παρατηρήσουμε

[Πιθανότητες]

- Οι Πιθανότητες ορίζουν έναν **μηχανισμό** σχετικά με τα **πιθανά αποτελέσματα** ενός τυχαίου φαινομένου κάνοντας κάποιες **υποθέσεις** για τη λειτουργία του

[Στατιστική]

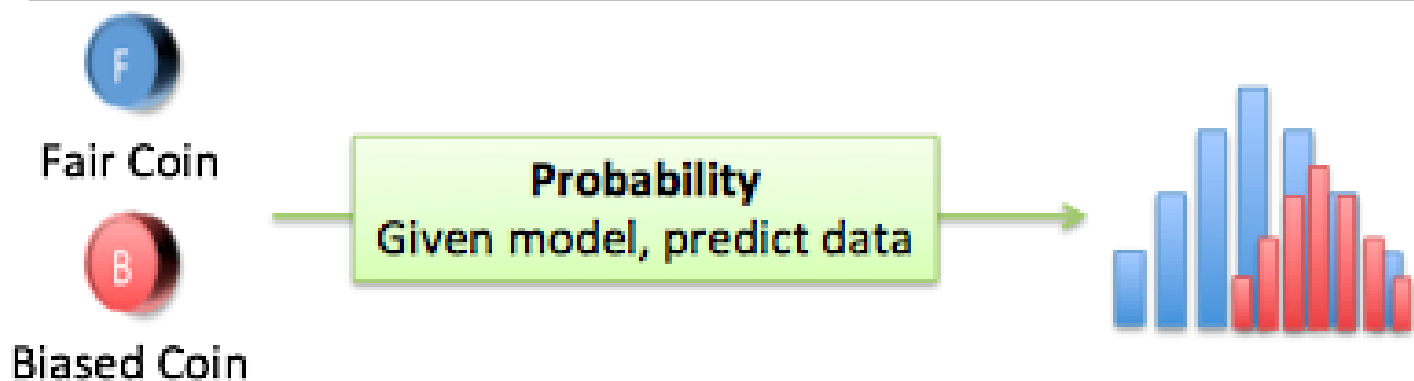
- Εφαρμογή της θεωρίας των πιθανοτήτων για την περιγραφή και την ανάλυση των **παρατηρήσεων (δεδομένων)** που προέρχονται από **τυχαία φαινόμενα**.
- Στόχος είναι οι **εκτιμήσεις** και η **εξαγωγή συμπερασμάτων**.

[Στατιστική]

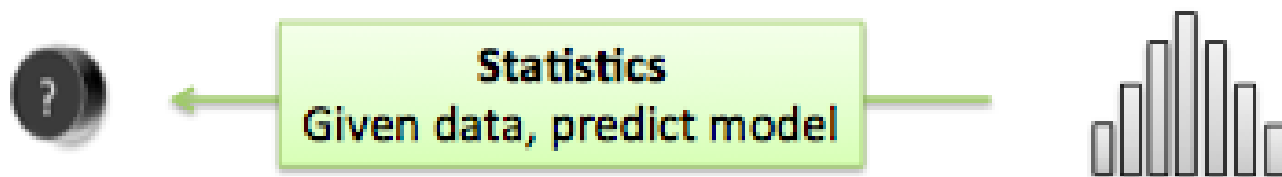
- Η Στατιστική χρησιμοποιεί τα **αποτελέσματα** (παρατηρήσεις) του τυχαίου φαινομένου και προσπαθεί να ανακαλύψει τον **μηχανισμό** που τα παρήγαγε κάνοντας κάποιες **υποθέσεις**

Probability & Statistics

Το πιθανοτικό μοντέλο παράγει / προβλέπει αποτελέσματα (παρατηρήσεις)



Χρησιμοποιώντας τις παρατηρήσεις (αποτελέσματα) κάνει εκτιμήσεις (συμπεράσματα)



Στόχοι του μαθήματος (I)

- Πολλά συστήματα/φαινόμενα είναι **πολύπλοκα** (π.χ. ροή πληροφορίας σε δίκτυα υπολογιστών/αισθητήρων) και η μοντελοποίησή τους είναι αρκετά δύσκολη και επίπονη. Συχνά, η πρόβλεψη της **συμπεριφοράς** τους είναι μια δύσκολη υπόθεση.
 - Οι **Πιθανότητες** και η **Στατιστική** προσφέρουν ένα **φυσικό νόμο** (**ένα πλαίσιο**) για την **μοντελοποίηση** τυχαίων φαινομένων που μπορούν να συμβούν σε ένα (στοχαστικό) σύστημα.
- Έτσι, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε **στοχαστικά μοντέλα** για να τα περιγράψουμε, π.χ. πως οι χρήστες (*users/clients*) **αλληλεπιδρούν** με ένα σύστημα (*TCP/IP, queuing models*).
 - Πετυχαίνουμε έτσι την ανάλυση **αξιοπιστίας ενός συστήματος**.

Στόχοι του μαθήματος (II)

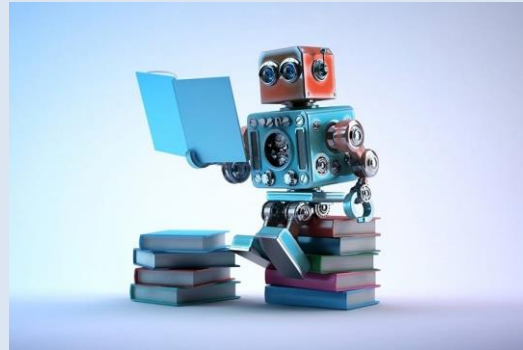
- ✓ Να κατανοήσουμε βασικές έννοιες και αρχές του κόσμου των πιθανοτήτων και της στατιστικής.
- ✓ Να εξερευνήσουμε όλα εκείνα τα μαθηματικά εργαλεία για να μπορούμε να κατασκευάζουμε στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης.
- ✓ Να πραγματοποιούμε πιθανοτικούς υπολογισμούς πάνω σε γεγονότα, τυχαίες μεταβλητές και στοχαστικά μοντέλα.
- ✓ Να μάθουμε να εφαρμόζουμε βασικές αρχές μεθόδων περιγραφής και στατιστικής ανάλυσης σε δεδομένα.
- ✓ Να αναγνωρίζουμε περιπτώσεις και σενάρια στατιστικού ελέγχου, εκτίμησης και εξαγωγής συμπερασμάτων σε προβλήματα με δεδομένα (ή μετρήσεις).

Πιθανότητες και Στατιστική στην επιστήμη του Μηχανικού Η/Υ και Πληροφορικής

- **Πληροφορία** ως κυρίαρχη έννοια (**στοχαστική φύση**)
- Έπαρξη **στοχαστικών φαινομένων** σε όλα τα **στάδια** της **Πληροφορίας**:
 - ☐ Συλλογή
 - ☐ Μεταφορά
 - ☐ Αποθήκευση
 - ☐ Συμπίεση / Κωδικοποίηση
 - ☐ Επεξεργασία, Ανάλυση
 - ☐ Λήψη αποφάσεων
 - ☐ Συμπερασματολογία

Συναφή επιστημονικά πεδία του Μηχανικού Πληροφορικής

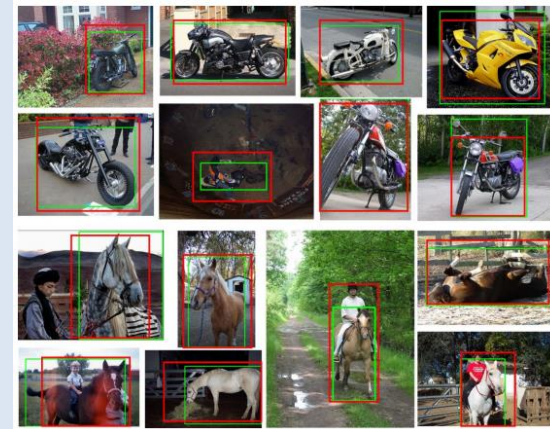
➤ **Τεχνητή Νοημοσύνη** (*Artificial Intelligence*)



- Μηχανική μάθηση (*Machine Learning*)
- Ανάλυση δεδομένων (*Data Analysis*)
- Αναγνώριση προτύπων (*Pattern Recognition*)
- Εξόρυξη δεδομένων (*Data Mining*)
- Υπολογιστική νοημοσύνη (*Computational Intelligence*)
- Ευφυείς πράκτορες (*Intelligent Agents*)
- Επεξεργασία φυσικής γλώσσας (*Natural Language Processing*)
- Παιχνίδια στον υπολογιστή (*Computer Games*)
- «Μεγάλα» δεδομένα (*Big Data Analysis*)

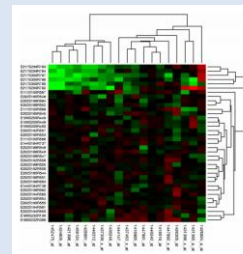
➤ Επεξεργασία Σήματος / Εικόνας (*Signal/Image Processing*)

- Στατιστική Επεξεργασία Σήματος
- Υπολογιστική Όραση (*Computer Vision*)
- Γραφικά (*Computer Graphics*)
- Ανάλυση video
- Επεξεργασία φωνής / ήχου



➤ Εφαρμογές Πληροφορικής

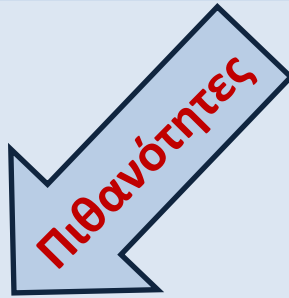
- Ρομποτική (*Robotics*)
- Ιατρική Πληροφορική – Βιοπληροφορική
- Προσομοίωση / Μοντελοποίηση
- Στοχαστική Βελτιστοποίηση (*Stochastic optimization*)
- Έλεγχος λογισμικού (*Software testing*)
- Συστήματα επικοινωνιών – δίκτυα μεταφοράς δεδομένων
-



Μαθήματα επιλογής του τμήματος στο **τρέχον ακαδημαϊκό έτος** **(2022-23)** με στοιχεία του μαθήματος

- ΜΥΕ002 -- Μηχανική Μάθηση
- ΜΥΕ003 -- Ανάκτηση Πληροφορίας
- ΜΥΕ007 -- Ασφάλεια Υπολογιστικών και Επικ. Συστημάτων
- ΜΥΕ008 -- Βελτιστοποίηση
- ΜΥΕ010 -- Δοκιμή και Αξιοπιστία Ηλεκτρονικών Συστημάτων
- ΜΥΕ011 -- Εξελικτικός Υπολογισμός
- ΜΥΕ012 -- Εξόρυξη Δεδομένων
- ΜΥΕ015 -- Θεωρία Πληροφορίας & Κωδίκων
- ΜΥΕ025 -- Πολυμέσα
- ΜΥΕ029 -- Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Υπολ. Συστημάτων
- ΜΥΕ031 -- Ρομποτική
- ΜΥΕ035 -- Υπολογιστική Νοημοσύνη
- ΜΥΕ037 -- Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας
- ΜΥΕ041 -- Διαχείριση Σύνθετων Δεδομένων

Ύλη Μαθήματος



- I. Εισαγωγή - Βασικές έννοιες – Διακριτή Πιθανότητα
- II. Τυχαίες μεταβλητές και γνωστές κατανομές
- III. Χαρακτηριστικά τυχαίων μεταβλητών και συναρτήσεις μιας μεταβλητής
- IV. Πολυδιάστατες τυχαίες μεταβλητές
- V. Οριακά θεωρήματα

- VI. Περιγραφική Στατιστική (Descriptive Statistics)
- VII. Διαστήματα Εμπιστοσύνης (Confidence Intervals)
- VIII. Έλεγχοι Υποθέσεων (Hypothesis Testing)
- IX. Γραμμική Παλινδρόμηση (Linear Regression)

Πιθανότητες

- **I. Εισαγωγή - Βασικές έννοιες – Διακριτή Πιθανότητα**
 - Εισαγωγικές βασικές έννοιες: Τυχαίο πείραμα - Δειγματικός χώρος - Ενδεχόμενα
 - Ορισμός της Πιθανότητας
 - Δεσμευμένη πιθανότητα, Ολική πιθανότητα, Ανεξαρτησία ενδεχομένων
 - Ο κανόνας του *Bayes*
 - Αξιοπιστία συστημάτων
 - Στοιχεία συνδυαστικής ανάλυσης

- **II. Τυχαίες μεταβλητές**

- Ορισμός - Τύποι τυχαίων μεταβλητών (διακριτή/συνεχής)
- Συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (σ.κ.π.), συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.)
- Ειδικές κατανομές:
 - Διακριτές (*Bernoulli, Διωνυμική, Γεωμετρική, Poisson*)
 - Συνεχείς (*Ομοιόμορφη, Εκθετική, Κανονική ή Γκαουσιανή, Γάμμα*)

- **III. Χαρακτηριστικά Τυχαίων μεταβλητών**

- Βασικά χαρακτηριστικά: *Μέση Τιμή & Διακύμανση*
- Ροπές, Ροπογεννήτρια / Χαρακτηριστική συνάρτηση
- Συνάρτηση τυχαίας μεταβλητής, $Y=g(X)$

- **IV. Πολυδιάστατες τυχαίες μεταβλητές**
 - Διάνυσμα n τυχαίων μεταβλητών $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$
 - Από-κοινού - περιθώριες κατανομές, ανεξαρτησία τ.μ.
 - Δύο ειδικές κατανομές πολυδιάστατων μεταβλητών:
 - Πολυωνυμική (*Multinomial*) & Πολυδιάστατη Κανονική (*Multivariate Gaussian*)
 - Μελέτη της κατανομής συναρτήσεων πολλών μεταβλητών $Y=g(X_1, X_2, \dots, X_n)$
- **V. Οριακά Θεωρήματα**
 - Δειγματικός μέσος – Άθροισμα πολλών μεταβλητών
 - Νόμοι των μεγάλων αριθμών (ασθενής & ισχυρός)
 - Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (Κ.Ο.Θ.)

Στατιστική

- **VI. Περιγραφική Στατιστική**
 - Οργάνωση & Γραφική Παράσταση στατιστικών δεδομένων
 - *Πίνακες συχνοτήτων - Ραβδογράμματα, κυκλικά διαγράμματα, κλπ. - Ιστογράμματα*
 - Αριθμητικά Περιγραφικά μέτρα
 - Μέτρα κεντρικής τάσης (μέσο, κορυφή, διάμεσος, ποσοστημόρια)
 - Μέτρα διασποράς ή μεταβλητότητας (εύρος, ενδοτεταρτημόρια, θηκογράμματα - box plots)
 - Δειγματοληψία (*Sampling*)
 - Μέθοδοι παραγωγής τυχαίων δειγμάτων από κατανομή

- **VII. Διαστήματα εμπιστοσύνης**

- Κατανομές δειγματοληψίας (χ^2 , t -student, F)
- Εκτίμηση διαστήματος
- Κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης για μία μεταβλητή (για το μέσο μ και τη διασπορά σ^2)
- Κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης για δύο μεταβλητές (για διαφορά των μέσων και τον λόγο διασπορών δύο ανεξ. πληθυσμών)

- **VIII. Έλεγχος Υποθέσεων**

- Σφάλματα τύπου I και II, μέτρα απόρριψης υπόθεσης (P -τιμή)
- Στατιστικός έλεγχος αποφάσεων για το μέσο (z -test, t -test), το ποσοστό, τη διασπορά και την διαφορά.

- **ΙΧ. Γραμμική Παλινδρόμηση**
 - Το γραμμικό μοντέλο παλινδρόμησης $Y = a X + b$
 - Εκτίμηση της γραμμικής παλινδρόμησης
 - Η ευθεία παλινδρόμησης
 - Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων
 - Μέσο τετραγωνικό σφάλμα