

**«Πιθανότητες & Στατιστική»**

**7<sup>η</sup> Σειρά Φροντιστηριακών  
Ασκήσεων  
(08-12-2022)**

**Άσκηση 1.** Έστω ότι οι  $X, Y$  είναι δύο ανεξάρτητες κανονικές τυχαίες μεταβλητές με  $\mathbf{X} \sim \mathbf{N}(\boldsymbol{\mu} = \mathbf{2}, \boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{5})$  και  $\mathbf{Y} \sim \mathbf{N}(\boldsymbol{\mu} = \mathbf{5}, \boldsymbol{\sigma}^2 = \mathbf{9})$ .

Να βρεθεί η κατανομή που ακολουθεί η συνάρτηση  
$$\mathbf{W} = \mathbf{3X} - \mathbf{2Y} + \mathbf{1}$$

**Άσκηση 2.** Αν για τις τυχαίες μεταβλητές  $X, Y$  είναι γνωστό ότι :

$$E(X) = 4, V(X) = 4, E(Y) = 2, V(Y) = 9, \rho_{X,Y} = \frac{5}{6}$$

να υπολογιστούν οι παρακάτω ποσότητες:

$$\begin{aligned} &E(X^2), COV(X, Y), E(XY), \\ &V(X + Y), V(3X - Y), \\ &COV(2X + 3, 1 - Y), COV(2X, X + Y) \end{aligned}$$

**Άσκηση 3.** Μια φαρμακευτική εταιρεία διανέμει στο εμπόριο κουτιά βάρους 2 γραμμαρίων τα οποία περιέχουν 3 διαφορετικές βιταμίνες A1, A2, A3. Το βάρος  $X$  της βιταμίνης τύπου A1 και το βάρος  $Y$  της βιταμίνης A2 που περιέχονται στο κουτί είναι τυχαίες μεταβλητές (το βάρος  $Z$  της βιταμίνης A3 είναι  $Z = 2 - X - Y$ ) με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας:

$$f(x, y) = cxy, \quad 0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 2, \quad x + y \leq 2$$

A) Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς  $c$

B) Να βρεθούν οι περιθώριες, οι μέσες τιμές και οι διακυμάνσεις των μεταβλητών  $X$  και  $Y$

Γ) Να βρεθεί η συνδιακύμανση των τυχαίων μεταβλητών  $(X, Y)$ ,  $(Y, Z)$  και  $(X, Z)$ , καθώς και οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης