

(Διόρθωση εξέτασης: 1 ώρα και 45 λεπτά)

(10%). Έστω X μια ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο συνεχές διάστημα $[1, e]$. Να εξεταστεί αν ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$2 E\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{1}{E(X)}$$

(15%). Η εντολή `random.uniform(a, b)` της γλώσσας προγραμματισμού Python παράγει έναν τυχαίο αριθμό στο συνεχές διάστημα $[a, b]$. Να υπολογιστεί η πιθανότητα το πρώτο δεκαδικό του αριθμού που θα παραχθεί από την κλήση της εντολής `random.uniform(0, 2)` να είναι:

- α) το ψηφίο 5,
- β) το ψηφίο 3 ή 9;

(30%). Η ποσότητα καλίου που περιέχεται σε ένα πορτοκάλι είναι μια κανονική τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή 290 mg και τυπική απόκλιση 20 mg.

- α) Ποια είναι η πιθανότητα η ποσότητα καλίου που περιέχεται σε κάποιο (τυχαία επιλεγμένο) πορτοκάλι να είναι το πολύ 310 mg;
- β) Ποια είναι η πιθανότητα τουλάχιστον σε ένα από τρία (τυχαία επιλεγμένα) πορτοκάλια να περιέχεται ποσότητα καλίου το πολύ 310 mg;
- γ) Αν σε μία εβδομάδα καταναλώσουμε 25 πορτοκάλια, ποια είναι η πιθανότητα η συνολική ποσότητα καλίου που θα λάβουμε να είναι μεταξύ 7200 mg και 7300 mg ;

(20%). Έστω δύο ανεξάρτητες κανονικές τυχαιές μεταβλητές $X \sim N(2, 1)$ και $Y \sim N(5, 4)$. Αν η τυχαία μεταβλητή Z ορίζεται ως $Z=3X-2Y+1$, να υπολογιστούν τα παρακάτω:

- α) η συνδιακύμανση των X και Y ,
- β) η μέση τιμή και η διακύμανση του Z , και
- γ) η πιθανότητα η μεταβλητή Z να έχει αρνητική τιμή.

(25%). Μια κατασκευαστική εταιρεία υποστηρίζει ότι η μέση αντοχή ενός καλωδίου της αγοράς μειώθηκε από τις 1230 μονάδες. Ένα δείγμα 25 καλωδίων αυτού του τύπου ελέγχθηκε ως προς την αντοχή του και έδειξε μέση αντοχή 1190 μονάδες και τυπική απόκλιση 90 μονάδες. Να βρεθεί το 99% διάστημα εμπιστοσύνης της μέσης αντοχής και στη συνέχεια να ελεγχθεί ο παραπάνω ισχυρισμός σε επίπεδο σημαντικότητας 1%.