

**«Πιθανότητες & Στατιστική»**

**6<sup>η</sup> Σειρά Φροντιστηριακών  
Ασκήσεων  
(24-11-2022)**

**Άσκηση 1.** Έστω τ.μ.  $X$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & , 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & , \text{αλλού} \end{cases}$$

(α) Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής  $F_x$  της τ.μ.  $X$

(β) Να βρεθεί η συνάρτηση πυκνότητας της τ.μ.  $Y = \sqrt{X}$

**Άσκηση 2.** Το ποσοστό μεταβολής του χρώματος ενός αντικειμένου είναι μια τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = c(3 - 2x^2), \quad -1 < x < 1$$

- (α) Να βρεθεί η σταθερά  $c$
- (β) Να βρεθεί η μέση τιμή και η διακύμανσή της
- (γ) Να βρεθεί η κατανομή του κόστους της μεταβολής που δίνεται από τον τύπο  $Y = 10X^2$

**Άσκηση 3.** Η απόσταση  $X$  που διανύει με το όχημα (σε χιλιάδες km) ένα άτομο στο διάστημα ενός έτους είναι μια τ.μ. με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}(x - 10) & , 10 \leq x \leq 12 \\ \frac{2}{15}(15 - x) & , 12 \leq x \leq 15 \end{cases}$$

Να βρεθεί η κατανομή των μηνιαίων εξόδων του αυτοκινήτου αν είναι γνωστό ότι η κατανάλωσή του είναι **0.05 ευρώ/km**, ενώ παράλληλα υπάρχουν επιπλέον **500 ευρώ** για έξοδα συντήρησης. Επίσης, να βρεθεί η **μέση τιμή** των εξόδων του.

**Άσκηση 4.** Η τάση  $X$  μιας συσκευής είναι τ.μ. που ακολουθεί την κανονική κατανομή με **μέση τιμή 1** και **διακύμανση 2**. Να βρεθεί η κατανομή της ισχύος της συσκευής  $P = RX^2$ , όπου  $R$  είναι η αντίσταση.

**Άσκηση 5.** Η ταχύτητα  $X$  ενός σωματιδίου σε ένα αέριο είναι τ.μ. με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = cx^2 e^{-bx}, \quad x > 0$$

, όπου  $b$  μια σταθερά. Να βρεθεί η τιμή της παραμέτρου  $c$  και στη συνέχεια η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κινητικής ενέργειας  $W$ , που δίνεται από τον γνωστό τύπο  $W = \frac{1}{2}mX^2$