Υπολογιστικα Μαθηματικα

Χρήστος Λιάλης 2089

Βασίλης Στραγάλης 2909

Μαχαιρίδου Δήμητρα 4108

Προβλημα 1

α)

- Δ.Ε. $z''(t)=[f_z-gM-C_Z|z'(t)|z'(t)]/M$

  θετω $z_1(t)=z'(t)$ και $z_2(t)=z''(t)$

  οποτε $z_1'(t)=z_2(t)$

  $z_2(t)=[f_z-gM-C_Z|z_1(t)|z_1(t)]/M$

  Euler $Z_{n+1}=Z_n+hZ_n'=Z_n+hZ_{1(n)}$

  $Z_{1(n+1)}=Z_{1(n)}+hZ_{1(n)}'=Z_{1(n)}+h[f_z-gM-C_Z|z_{1(n)}|z_{1(n)}]/M$

  Τροποποιημενη Euler $Z_{n+1}=Z_n+hZ_n'=Z_n+hZ_{1(n)}$

  $Z_{1(n+1)}=Z_{1(n)}+hZ_{1(n)}'=$

  $Z_{1(n)}+h[f_z-gM-C_Z|z_{1(n)}+(h/2)z_{2(n)}|(z_{1(n)}+(h/2)z_{2(n)})|]/M$

- Δ.Ε. $y''(t)=[\tau_z-C_y|y'(t)|y'(t)]/I_z$

  θετω $y_1(t)=y'(t)$ και $y_2(t)=y''(t)$

  οποτε $y_1'(t)=y_2(t)$

  $y_2(t)=[\tau_z-C_y|y_1(t)|y_1(t)]/I_z$

  Euler $Y_{n+1}=Y_n+hY_n'=Y_n+hY_{1(n)}$

  $Y_{1(n+1)}=Y_{1(n)}+hY_{1(n)}'=Y_{1(n)}+h[\tau_z-C_y|y_{1(n)}(t)|y_{1(n)}(t)]/I_z$

  Τροποποιημενη Euler $Y_{n+1}=Y_n+hY_n'=Y_n+hY_{1(n)}$

  $Y_{1(n+1)}=Y_{1(n)}+hY_{1(n)}'=$

  $Y_{1(n)}+h[\tau_z-C_y|y_{1(n)}+(h/2)y_{2(n)}|(y_{1(n)}+(h/2)y_{2(n)})|]/I_z$

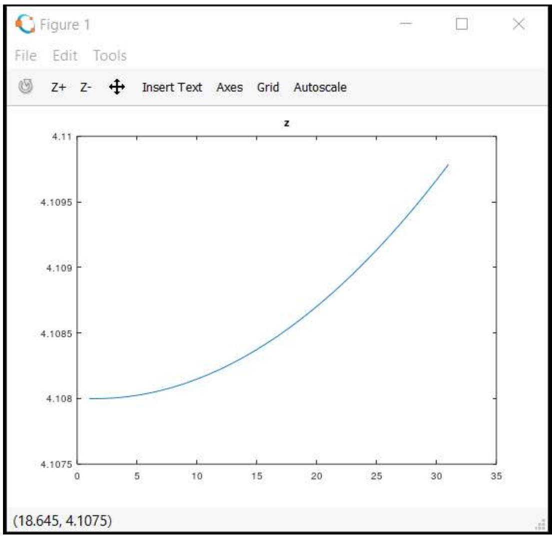
β)

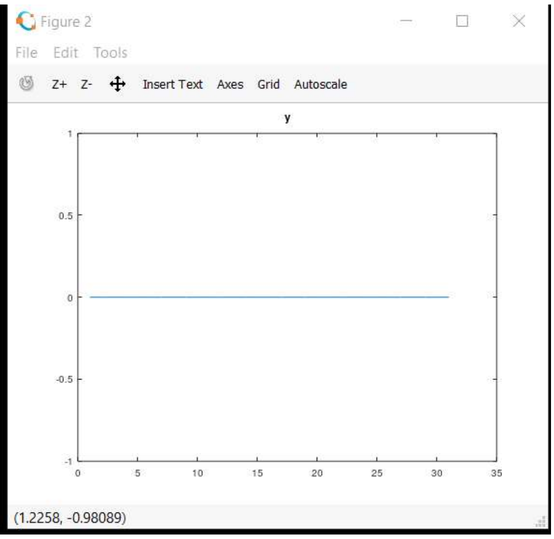
Στο αρχειο first υπαρχει ο κωδικας για τους τυπους Euler και στο αρχειο second για τους τυπους τροποποιημενης Euler.

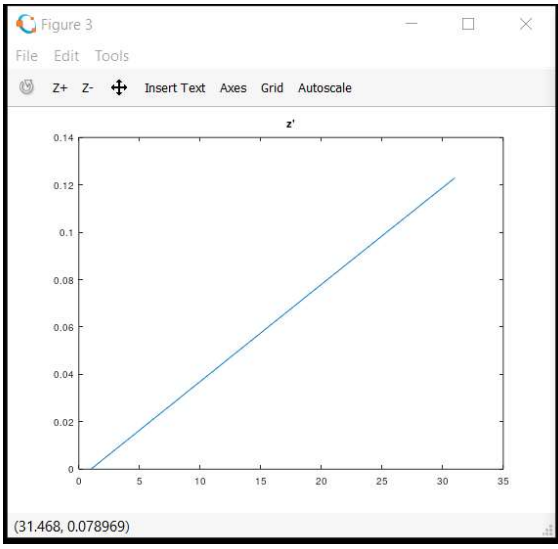
Σημειωνουμε οτι δεν εχουμε υπολογισει σωστα το βημα και βαλαμε το n να τρεχει σε διαστημα που εβγαζε αποτελεσμα μετα απο δοκιμες.

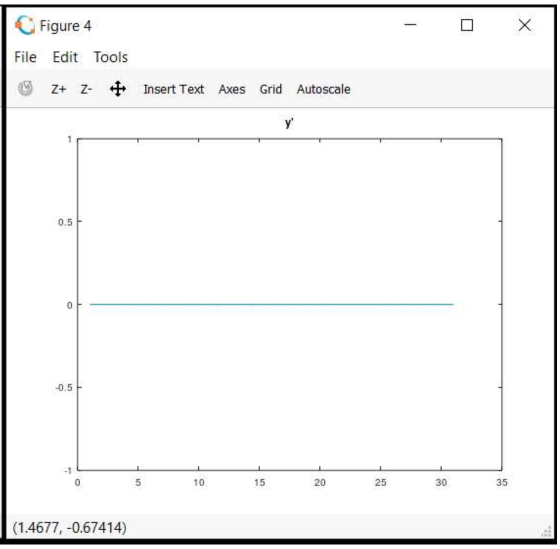
Για τις τιμες f_z=13.918 και τ_z=0

Euler

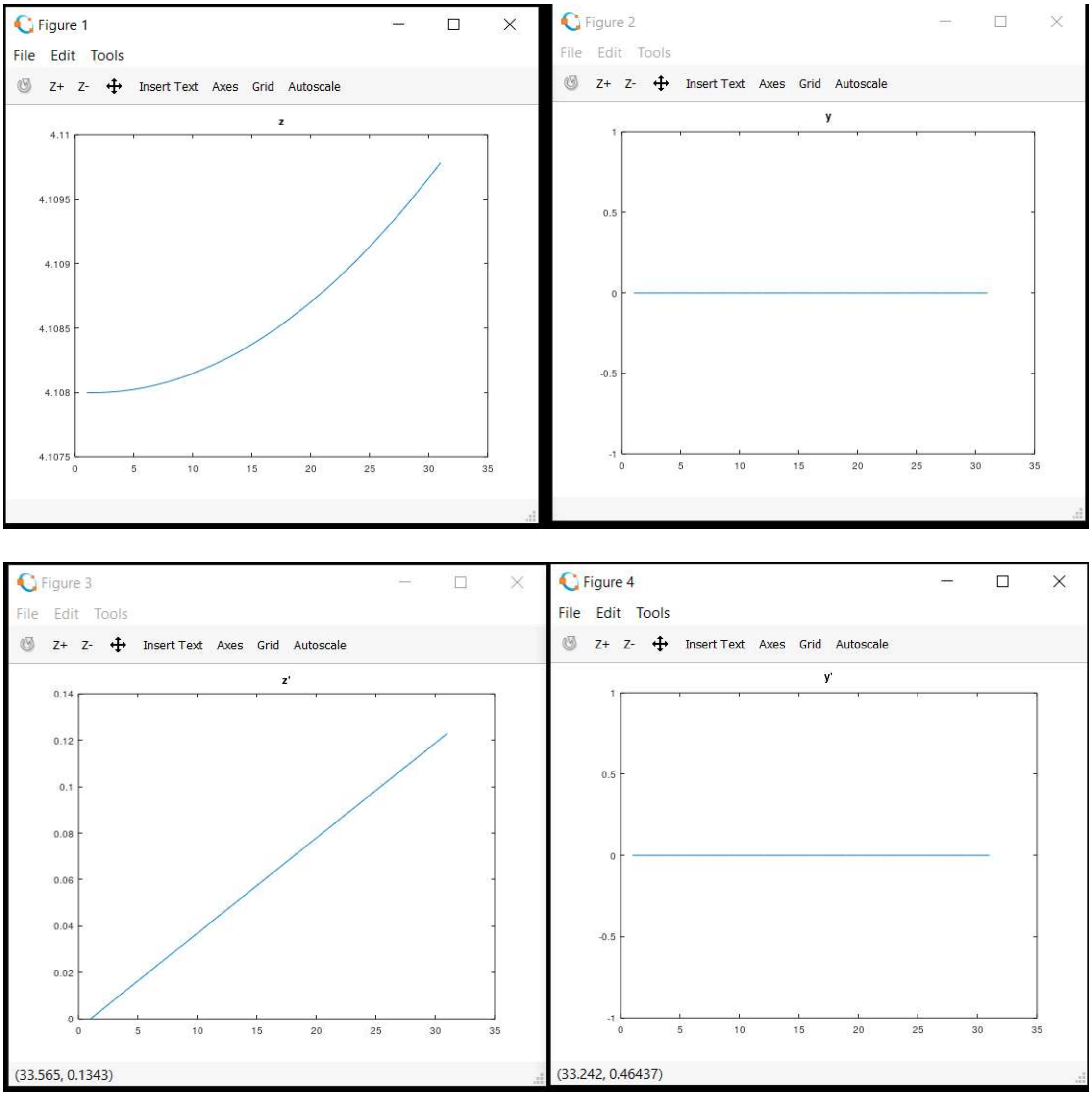






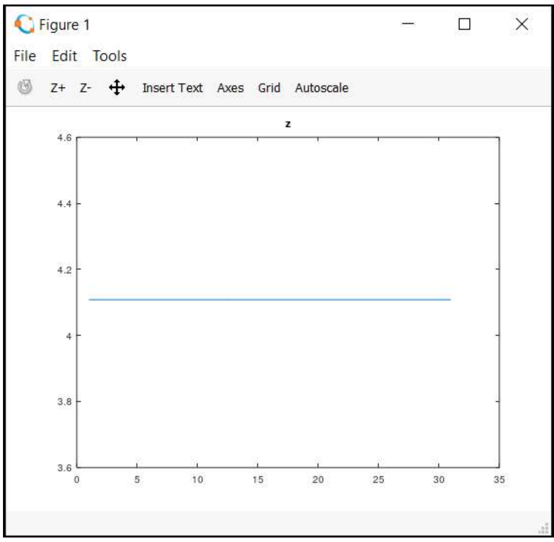


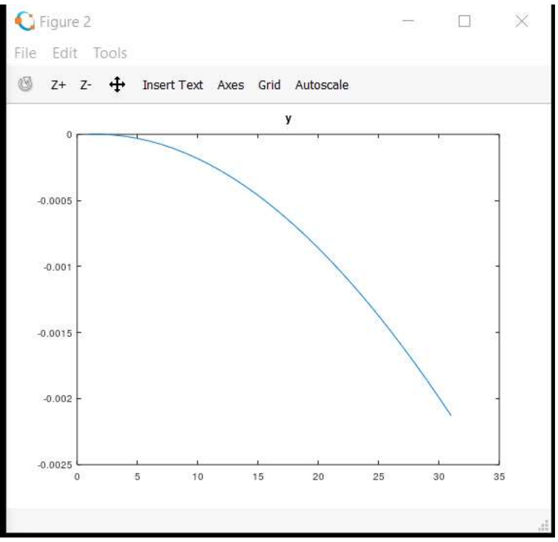
Τροποποιημενη Euler

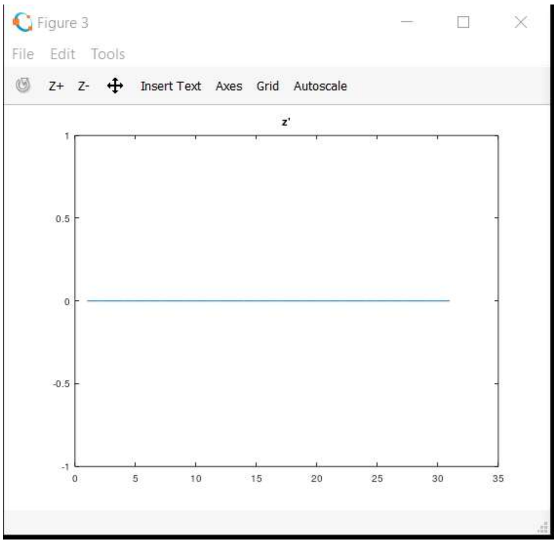


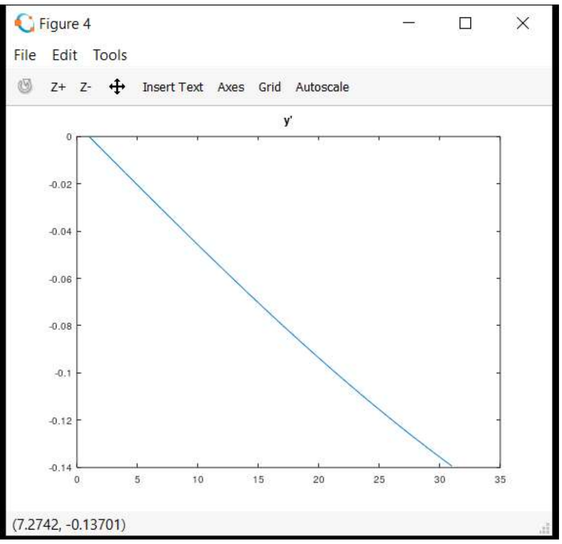
Για τις τιμες f_z=9.81 και τ_z=-0.4108

Euler

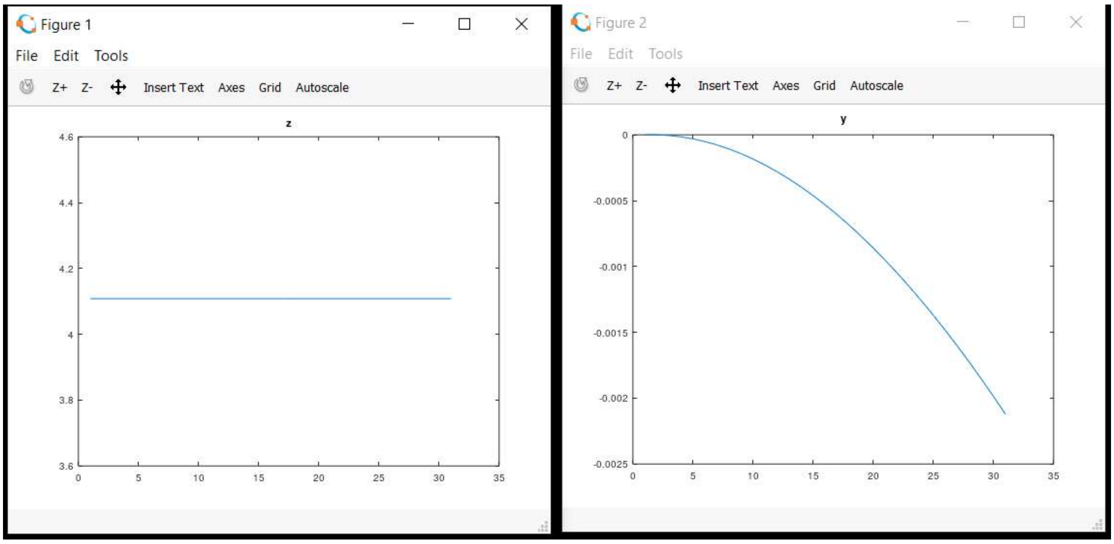


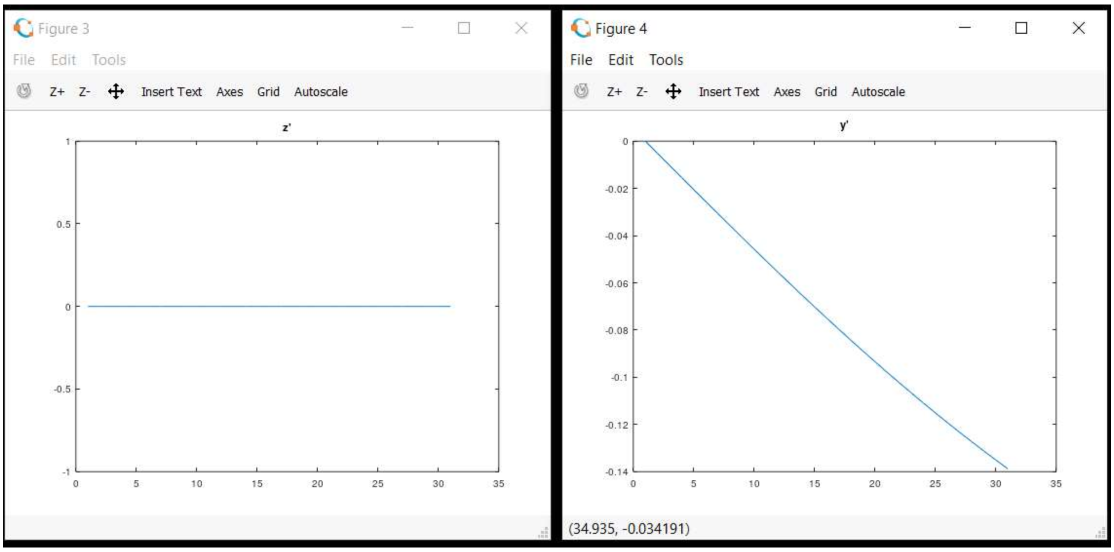






Τροποποιημενη Euler





γ)

Με αντικατασταση των παραπανω τυπων εχουμε

$f_z = Mg + K_{pz}(z_{des} - z) - K_{dz}(z') \Rightarrow f_z(n) = Mg + K_{pz}(z_{des} - z(n)) - K_{dz}(z_1(n))$

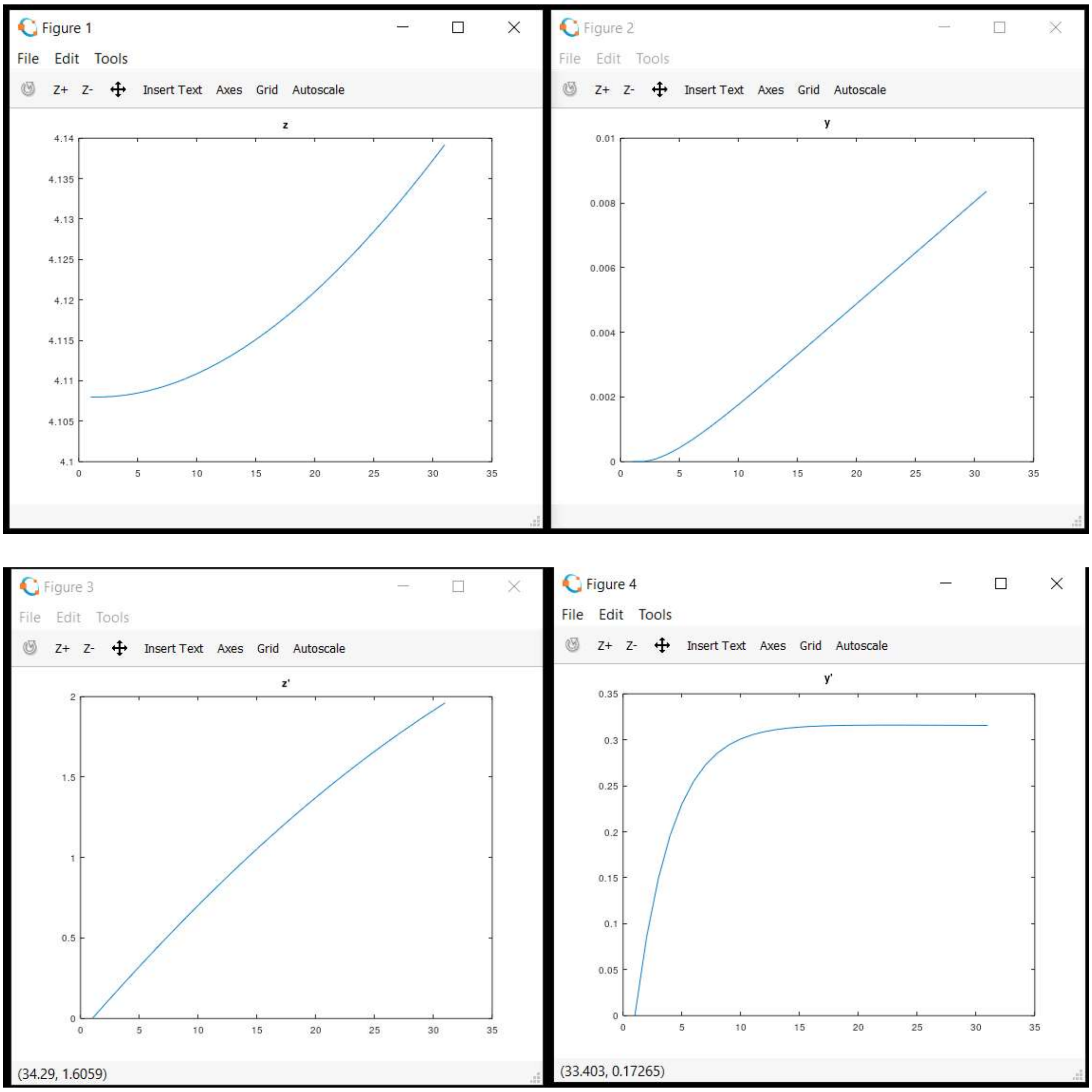
$\tau_z = K_{py}(y_{des} - y) - K_{dy}(y') \Rightarrow \tau_z(n) = K_{py}(y_{des} - y(n)) - K_{dy}(y_1(n))$

δ)

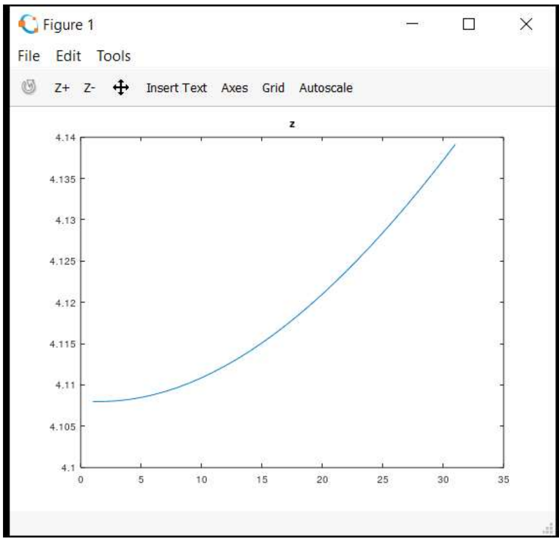
Στο αρχειο third υπαρχει ο κωδικας για τους τυπους Euler και στο αρχειο fourth για τους τυπους τροποποιημενης Euler.

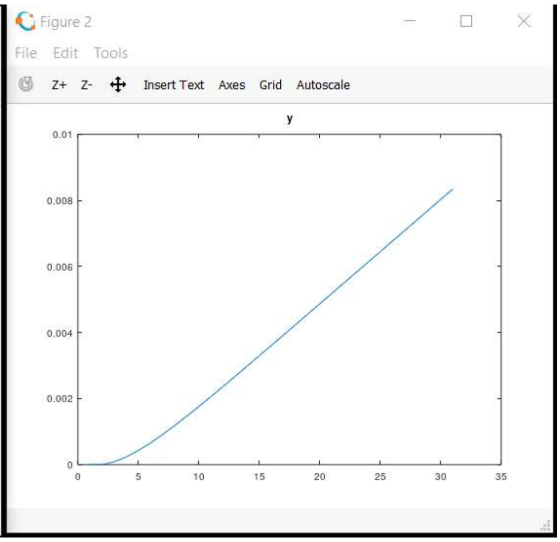
Σημειωνουμε οτι δεν εχουμε υπολογισει σωστα το βημα και βαλαμε το n να τρεχει σε διαστημα που εβγαζε αποτελεσμα μετα απο δοκιμες.

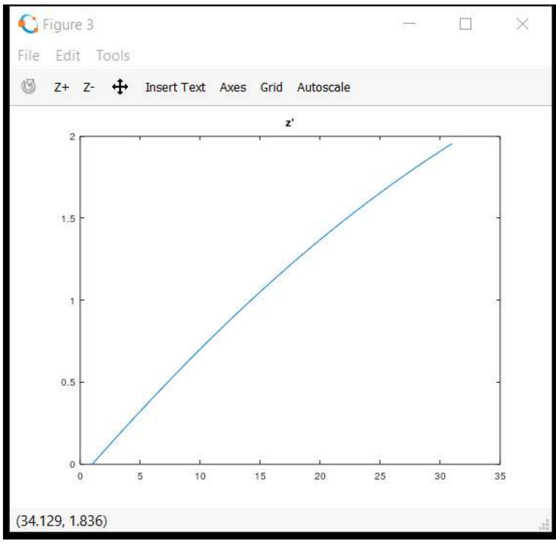
Euler

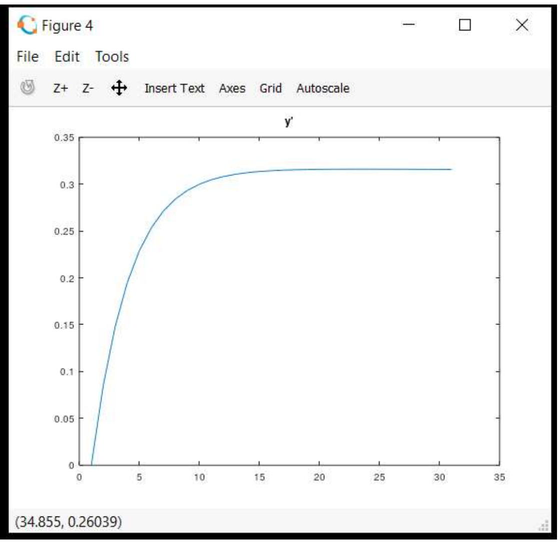


Τροποποιημενη Euler









Προβλημα 2

α)

$Mz''=f_z-gM-C_zz'=Mg+K_{pz}(z_{des}-z)-K_{dz}(z')-gM-C_zz'=K_{pz}z_{des}-K_{pz}z-K_{dz}(z')-C_zz'=>$

$Mz''+z'[K_{dz}+C_z]+K_{pz}z=K_{pz}z_{des}$

Απο μετασχηματισμο Laplace εχουμε

$Ms^2Z(s)+[K_{dz}+C_z]sZ(s)+K_{pz}Z(s)=U(s)=>Z(s)\{Ms^2+[K_{dz}+C_z]s+K_{pz}\}=U(s)=>$

$Z(s)/U(s)=1/\{Ms^2+[K_{dz}+C_z]s+K_{pz}\}$

Πολοι

- Συμβολικα οι πολοι ειναι οι λυσεις του παρονομαστη της συναρτησης μεταφορας

  $Ms^2+[K_{dz}+C_z]s+K_{pz}=0$

- Αριθμητικα

  $s^2+[15+3+4108/5000]s+5=0 \Rightarrow s^2+18.8216s+5=0$

  $\Delta=18.8216^2-20=334.25262656$

  $s_1=(-18.8216+18.2825771312)/2=-0.26951143437$

  $s_2=(-18.8216-18.2825771312)/2=-18.5520885656$

Μηδενικα

Εφοσον ο αριθμητης ειναι μοναδα δεν εχουμε μηδενικα.

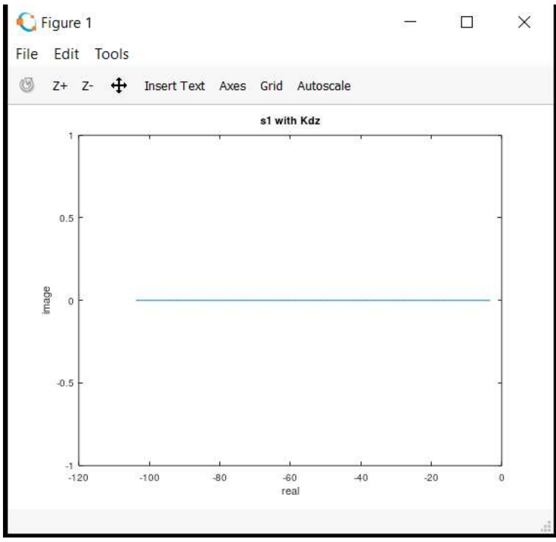
β)

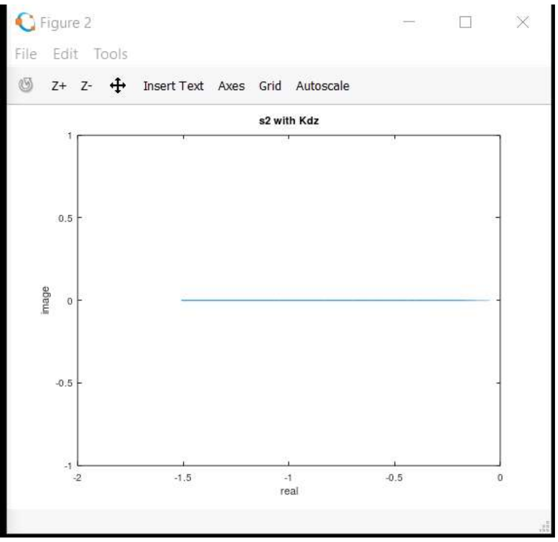
Αρχικα σημειωνουμε οτι το K_{pz} παιρνει τιμη μεχρι 88 ωστε η διακρινουσα να ειναι παντα θετικη και να εχει δυο ανισες ριζες.Επιπλεον οπως αποδειξαμε δεν υπαρχουν μηδενικα οποτε απεικονιζουμε στο μιγαδικο επιπεδο μονο τους πολους.

Παρατηρουμε οτι οι πολοι σε ολες τις μεταβολες των τιμων K_{pz} , K_{dz} βρισκονται πανω στον αξονα των x.Οπως ειδαμε και στην θεωρια,αυτο σημαινει οτι εχουμε υπεραποσβεση.

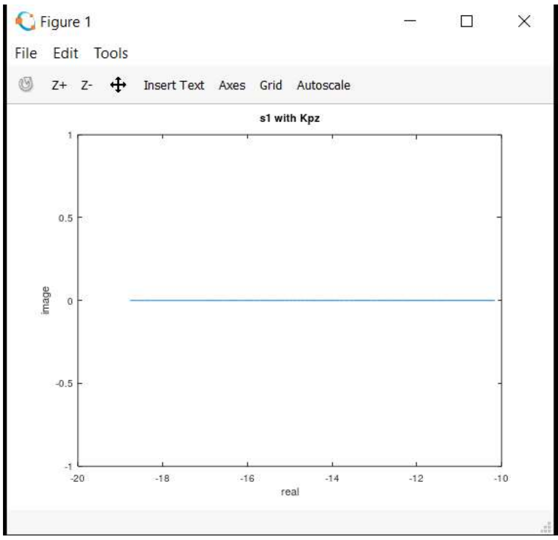
Στο αρχειο sixth υπαρχει ο κωδικας για σταθερο K_{pz} και στο αρχειο seventh για σταθερο K_{dz}.

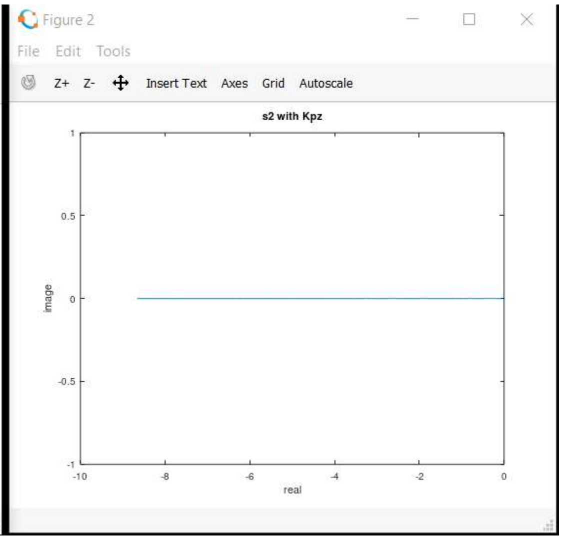
Για σταθερο K_{pz}





Για σταθερο K_{dz}





γ)

Σημειωνουμε οτι οι πραξεις εγιναν με κομπιουτερακια και ενδεχεται να ειναι ελαχιστα διαφορετικες.

$Mz''+z'[K_{dz}+C_z]+K_{pz}z=K_{pz}z_{des}$

Με αντικατασταση τιμων εχουμε

$z''+z'[15-(4108/1000)+3+(4108/5000)]+5z=5*(4108/200)$=>

$z''+z'14.7136+5z=102.7$

Χ.Ε. $r^2+14.7136r+5=0$

$\Delta=14.7136^2-20=196.49002496$

$r_1=(-14.7136+14{,}017489966)/2=-0.348055017$

$r_2=(-14.7136-14{,}017489966)/2=-14.365544983$

Αρα $z(t)=c_1e^{-0.348055017t}+c_2e^{-14.365544983t}$

Μερικη λυση $Z(t)=A, Z'(t)=0, Z''(t)=0$

Με αντικατασταση $5A=102.7 \Rightarrow A=20.54$

Γενικη λυση $z(t)=20.54+c_1e^{-0.348055017t}+c_2e^{-14.365544983t}$

με $z'(t)=-0.348055017c_1e^{-0.348055017t}-14.365544983c_2e^{-14.365544983t}$

$z(0)=4108/1000 \Rightarrow 20.54+c_1+c_2=4.108 \Rightarrow c_1+c_2=-16.432 \Rightarrow c_1=-16.432-c_2$

$c_1=-16.8400074$

$z'(0)=0 \Rightarrow -0.348055017c_1-14.365544983c_2=0 \Rightarrow$

$-0.348055017[-16.432-c_2]-14.365544983c_2=0 \Rightarrow$

$5.71924003934+0.348055017c_2-14.365544983c_2=0 \Rightarrow$

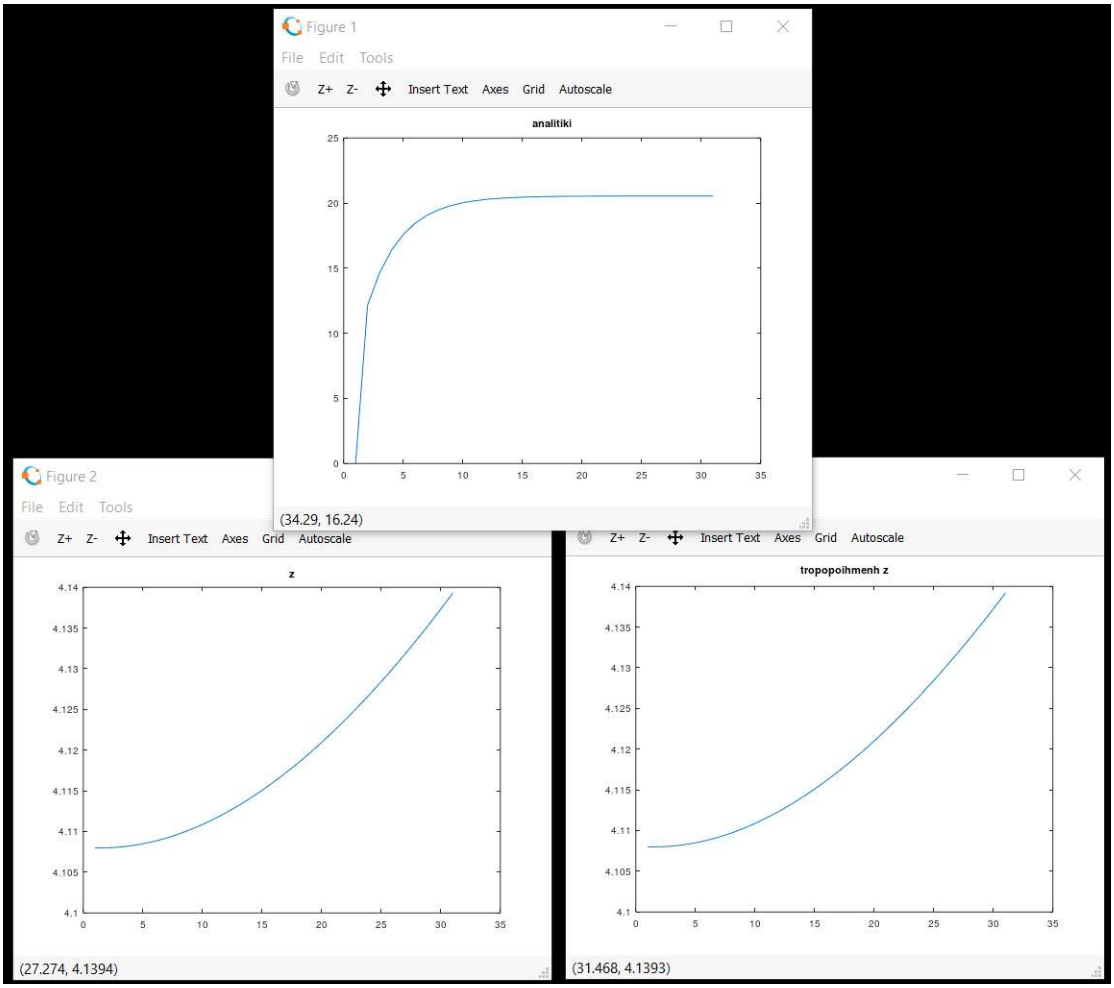
$14.017489966c_2=5.71924003934 \Rightarrow c_2=0.4080074288$

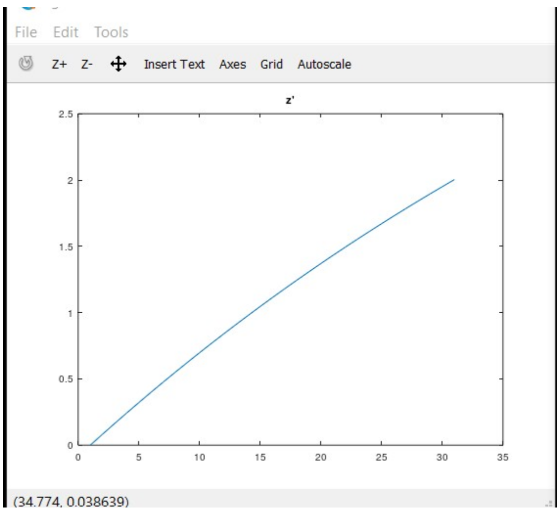
Αρα $z(t)=20.54-16.8400074e^{-0.348055017t}+0.4080074288e^{-14.365544983t}$

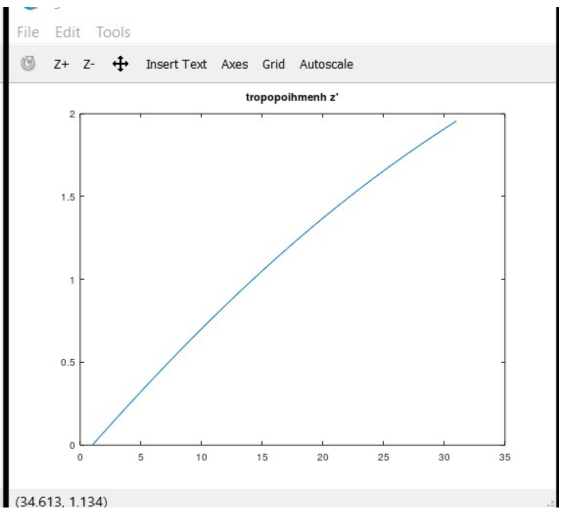
δ)

Στο αρχειο fifth υπαρχει ο κωδικας.

Σημειωνουμε οτι δεν εχουμε υπολογισει σωστα το βημα και βαλαμε το n να τρεχει σε διαστημα που εβγαζε αποτελεσμα μετα απο δοκιμες.







Παρατηρουμε οτι στην αναλυτικη λυση εχουμε πιο αποτομη αυξηση αλλα μετα απο καποια στιγμη και μετα φαινεται να σταθεροποιειται.

Αντιθετως στους τυπους Euler εχουμε μια ομαλα αυξουσα μεταβολη.