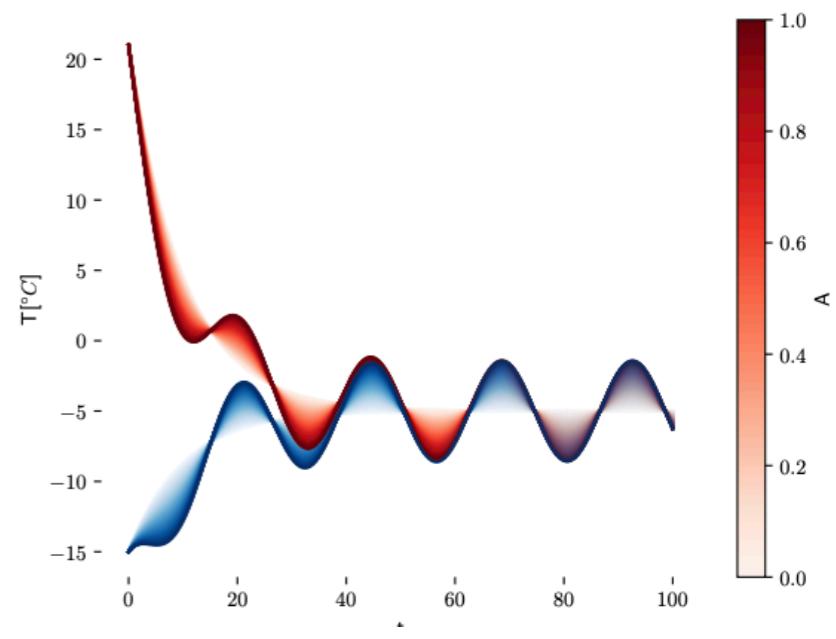
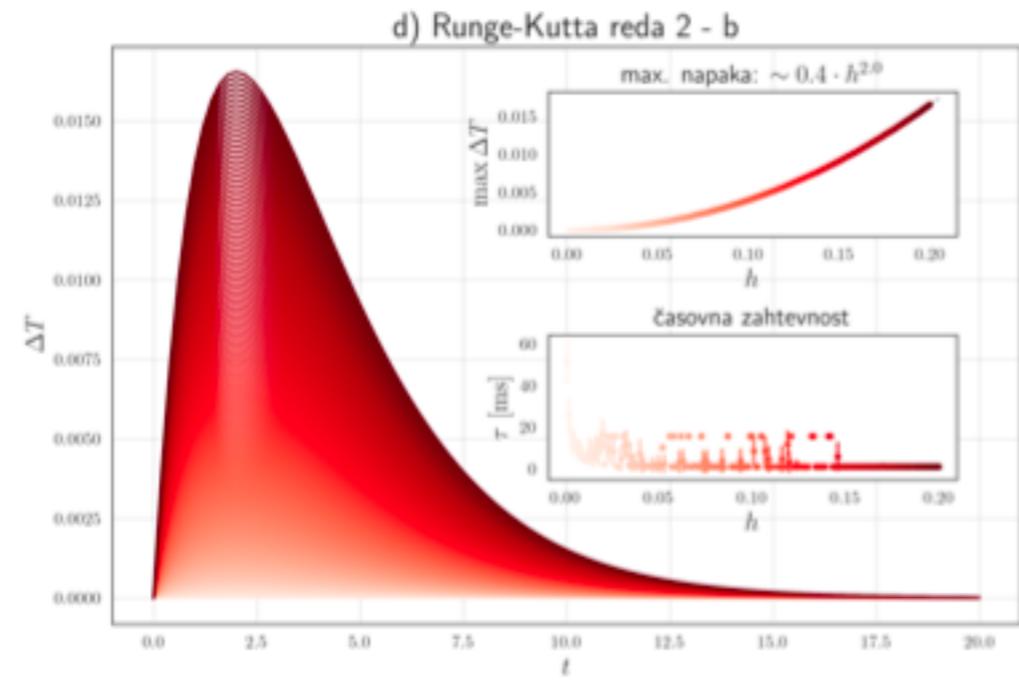
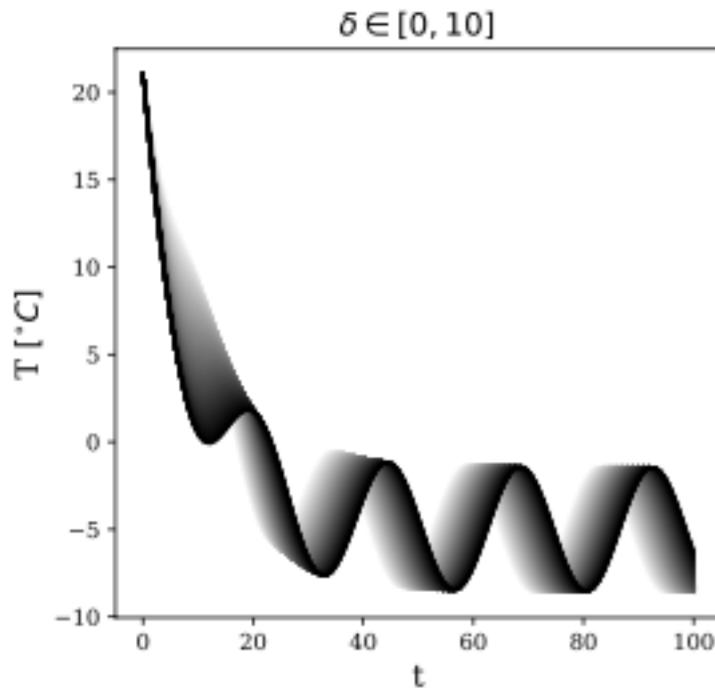




6. naloga

2022/23





Zgledni grafi...

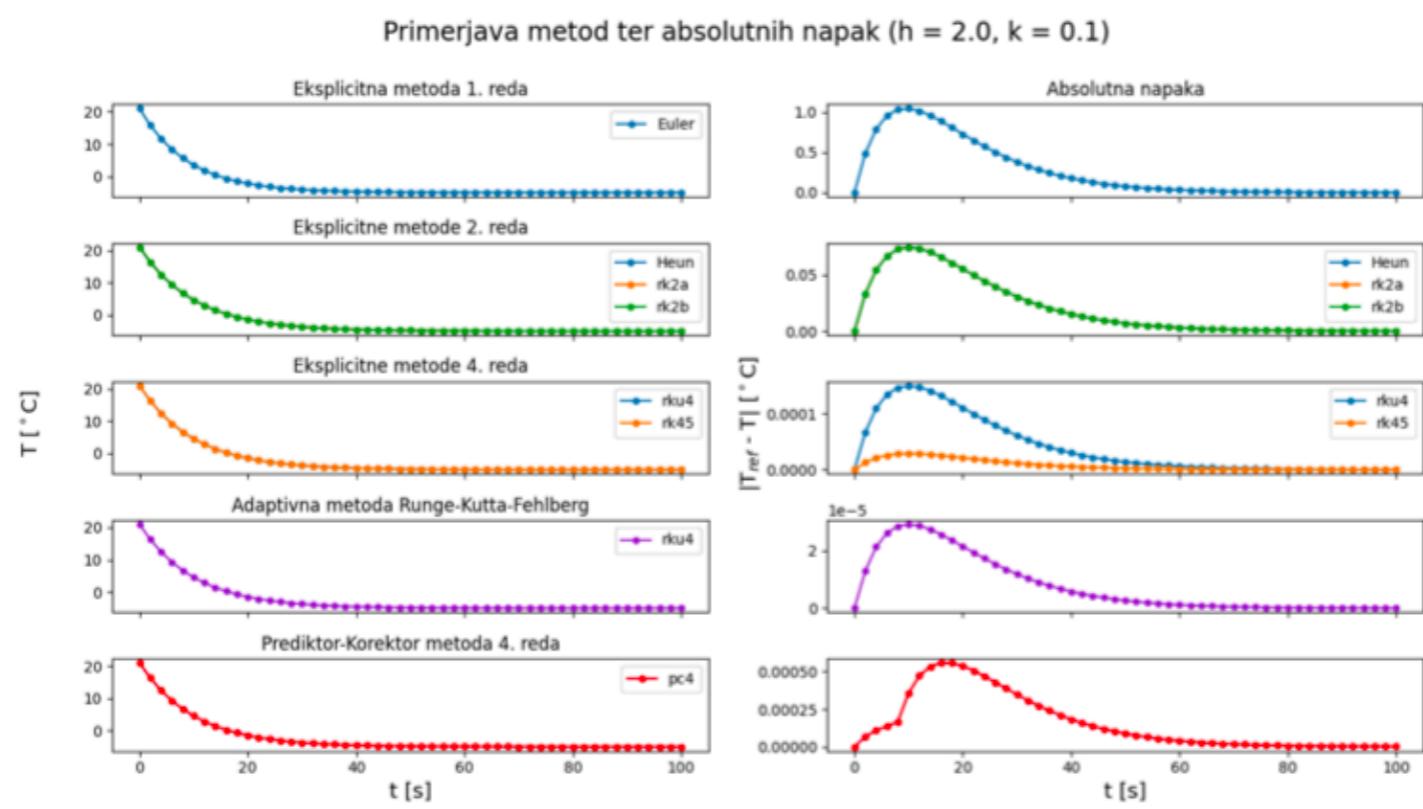
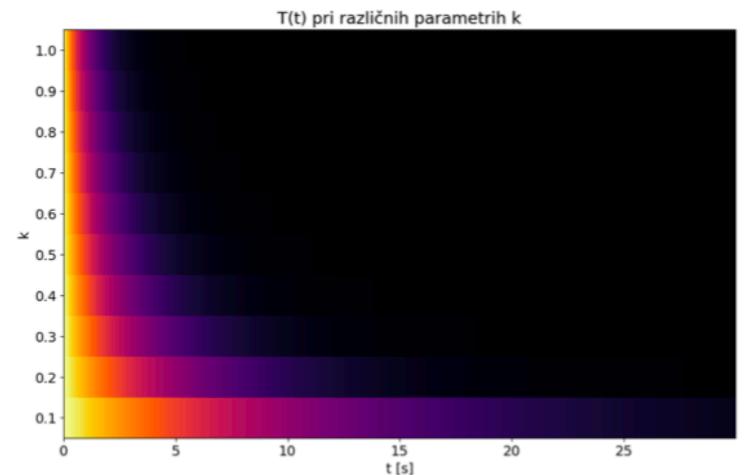
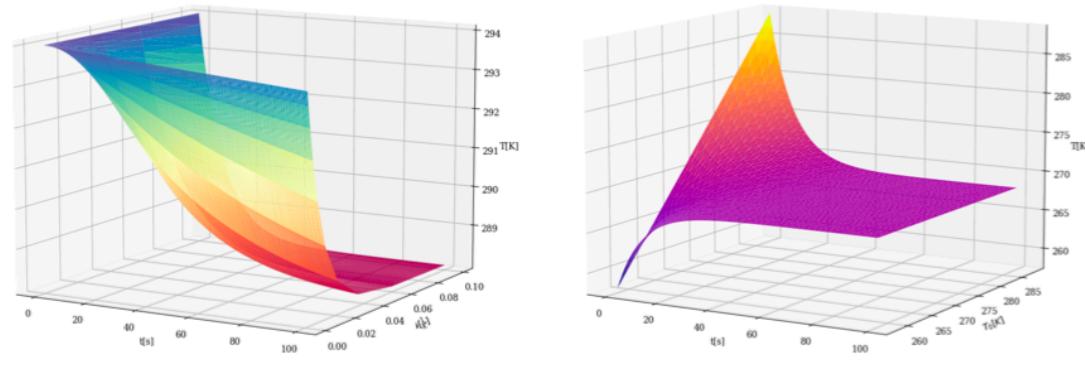
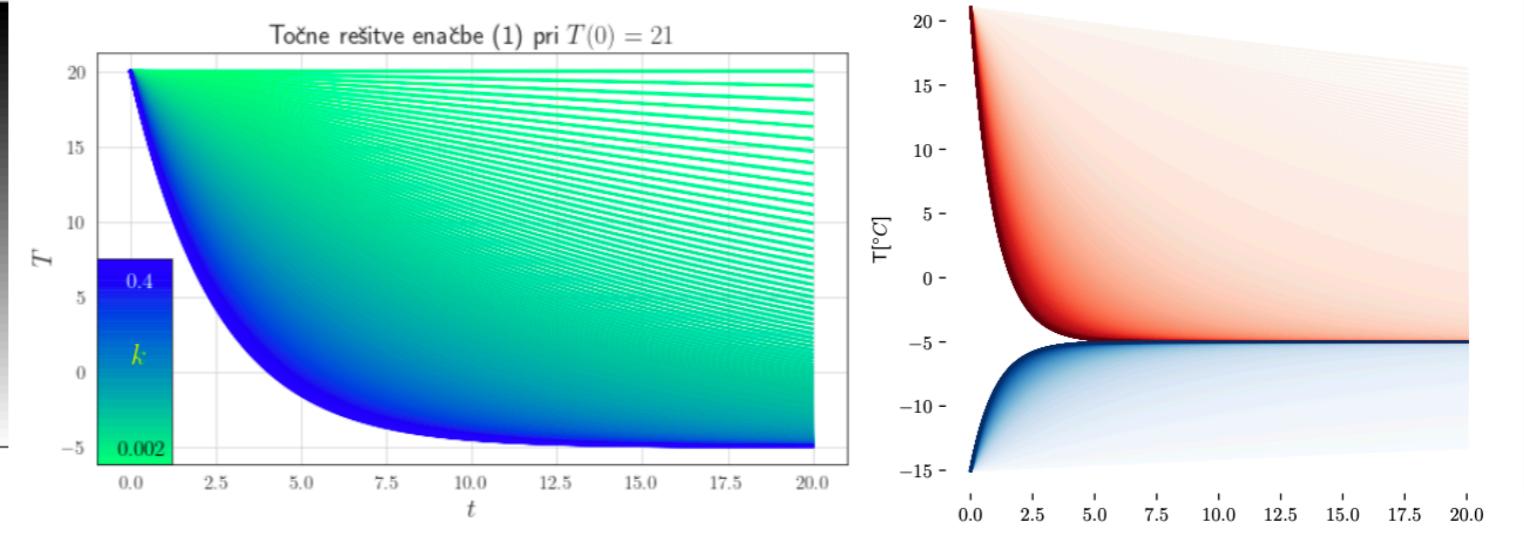
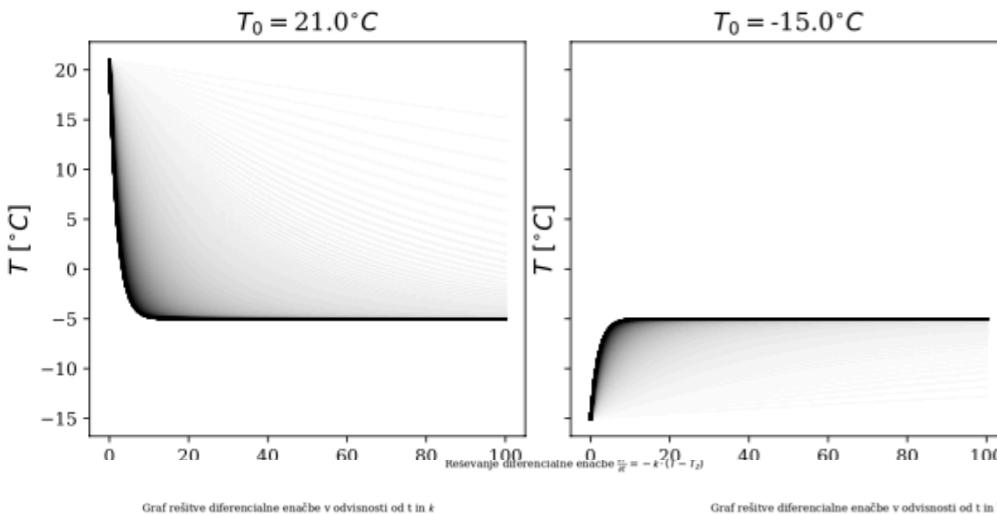
- V glavnem že vsi rišete domišljene prezentacije rezultatov, npr.

v je še združiti podatke na en graf ali sklop njih ... enim gre zelo dobro!

Rešitve enačbe $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{zun})$

$T_{zun} = 5.0^{\circ}\text{C}$

Dolžina koraka: $h = 0.1$

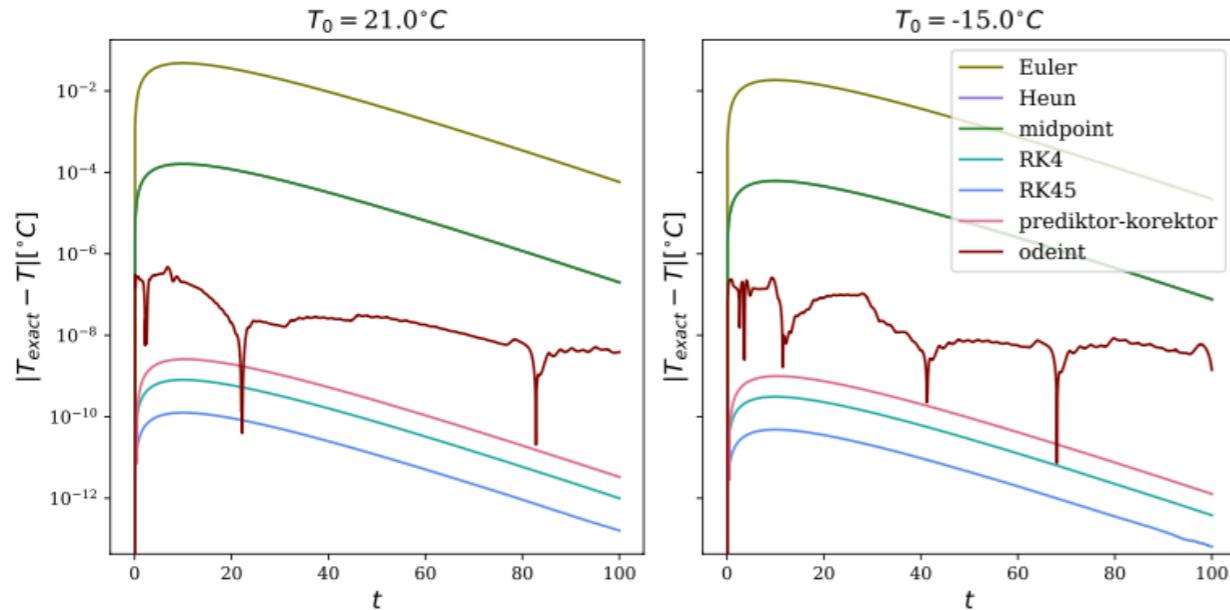




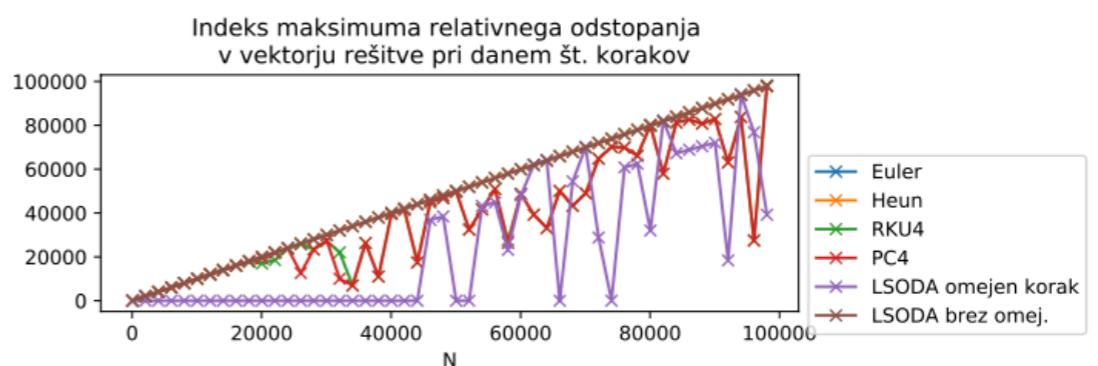
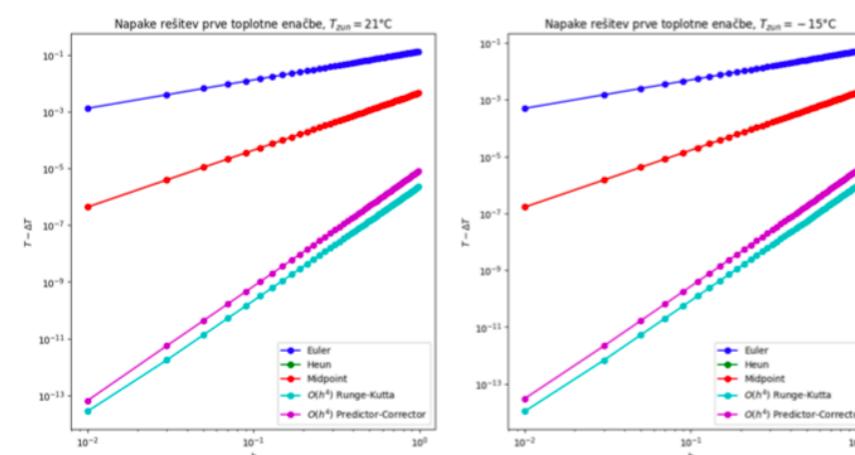
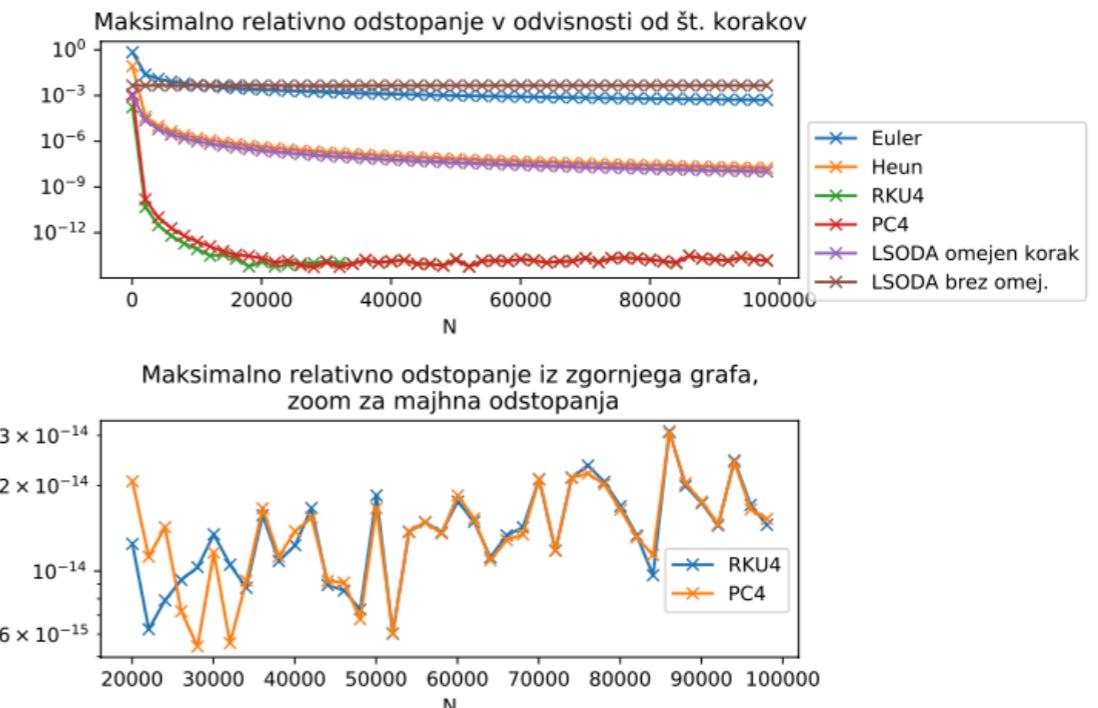
Vpogled v metode

- precej različnih študij ...

Bravo!



Slika 3: Primerjava absolutnih napak rešitev enačbe (1) pri uporabi različnih metod.



Slika 4: Relativno odstopanje od analitične rešitve.

Lahko tudi tabela...!

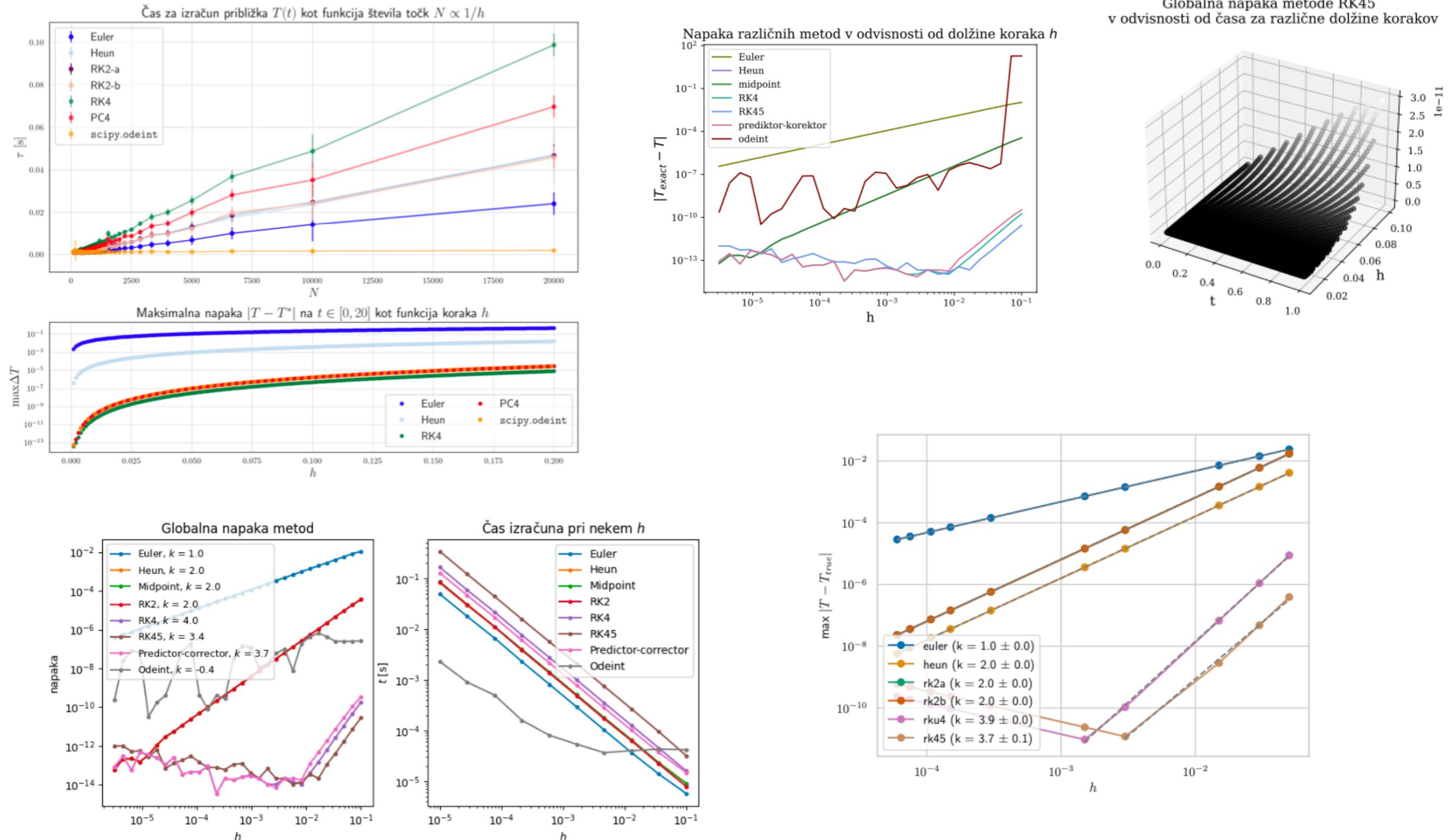
RK eksplisitne metode		
Ime metode	Največja napaka	Časovna zahtevnost
Euler	4.992e-01	2.648e-03
Kutta 2	1.720e-02	4.258e-03
Kutta 3	4.317e-04	6.450e-03
Heun	1.720e-02	4.013e-03
Midpoint	1.720e-02	4.118e-03
Ralston	1.720e-02	4.047e-03



Vpogled v metode

- odvisnost od...

Bravo!



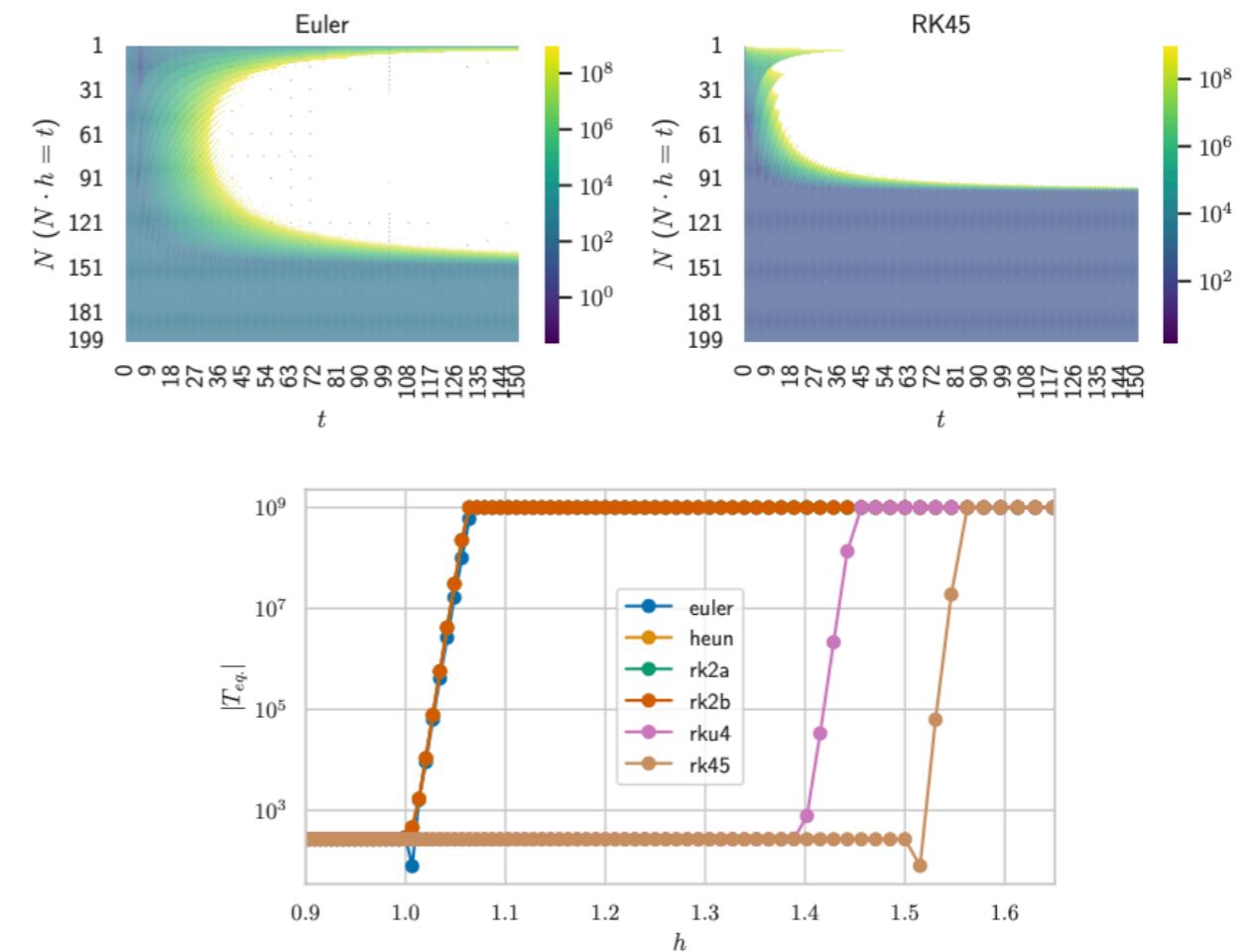
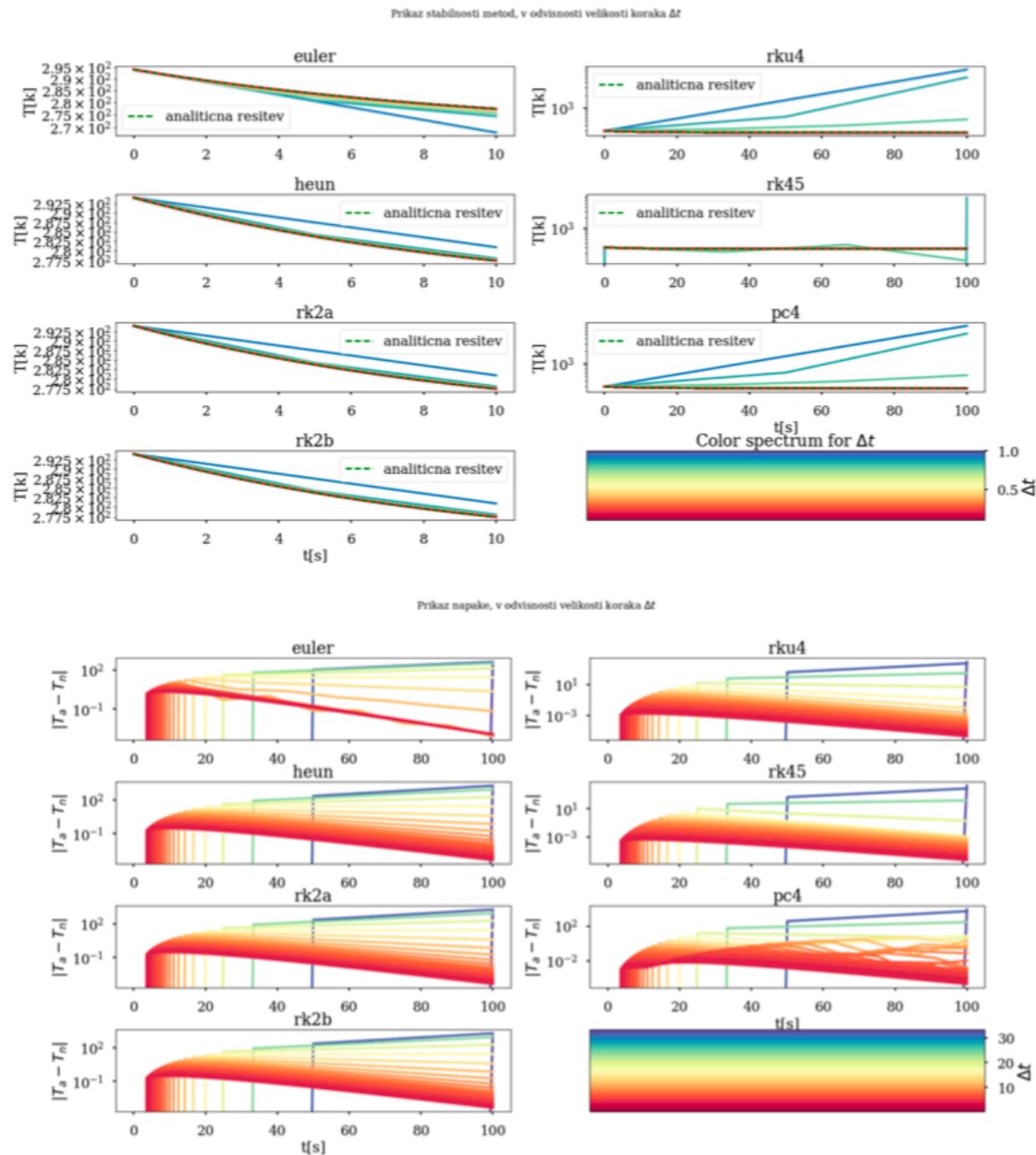
Slika 2: Časovna zahtevnost in globalna napaka metod v odvisnosti od velikosti koraka za posamezne metode.



Vpogled v metode

- odvisnost od...

Bravo!



Slika 4: Odvisnost velikosti rešitve od časa in števila točk N (zgoraj). Vrednost funkcije pri vseh časih pridobimo z linearno interpolacijo rešitve. Na zgornjih dveh grafih je velikostni red rešitve prikazan z barvo. Bela območja imajo velikost večjo od 10^{10} . Spodnja slika prikazuje odvisnost velikosti rešitve ob končnem času $t = 150$ (T_{eq}) od koraka h (vse vrednosti nad 10^9 na spodnjem grafu so nastavljene na to maksimalno vrednost).

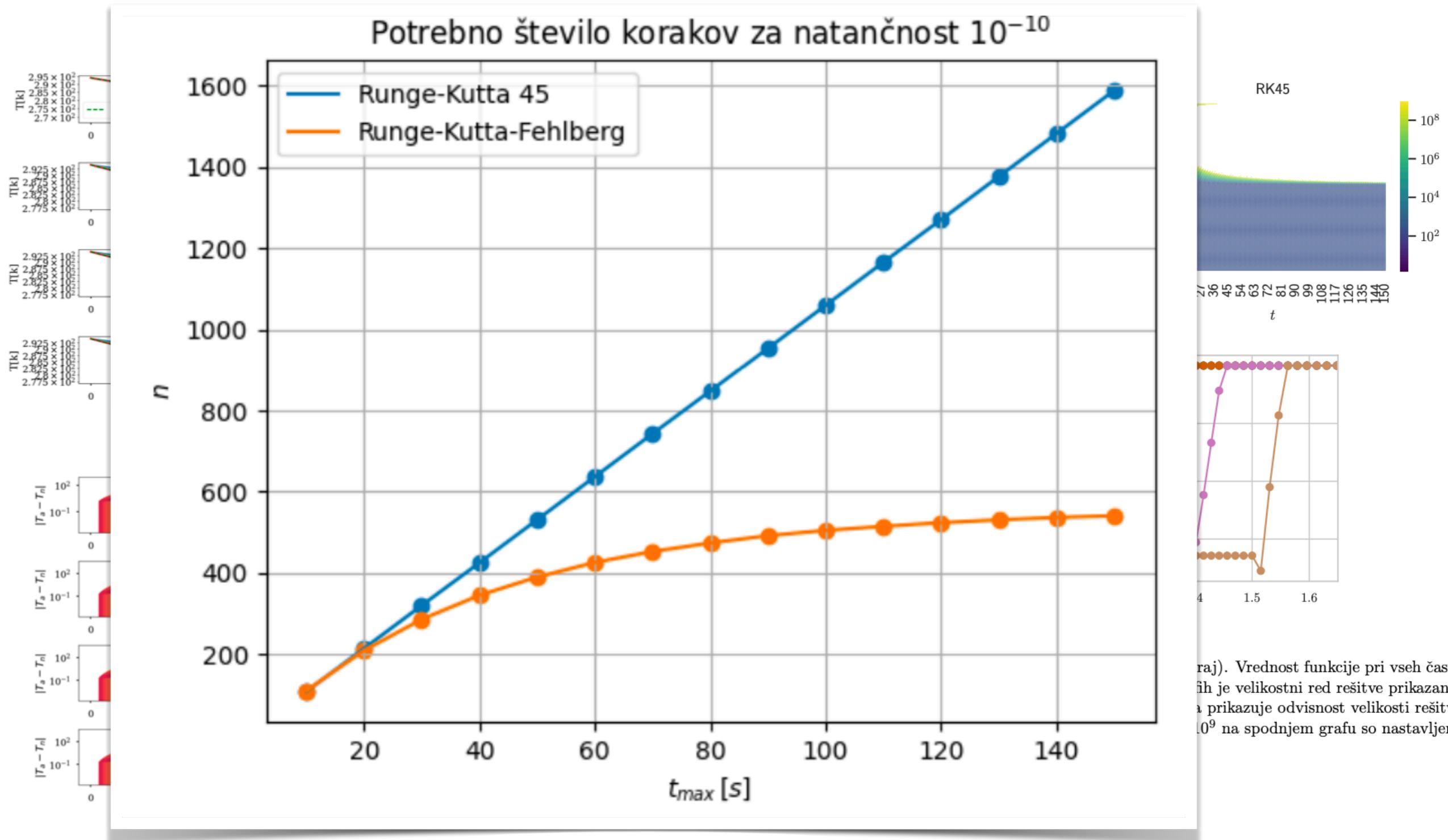
Slika 5: Graf $T(t)$ in globalne napake v odvisnosti od delilnega intervala za $T_0 = (273 + 21)K$, $k = 0.1 \frac{1}{K}$ in $T_z = (273 - 5)K$



Vpogled v metode

- odvisnost od...

Bravo!



Slika 5: Graf $T(t)$ in globalne napake v odvisnosti od delilnega intervala za $T_0 = (273 + 21)K$, $k = 0.1 \frac{1}{K}$ in $T_z = (273 - 5)K$

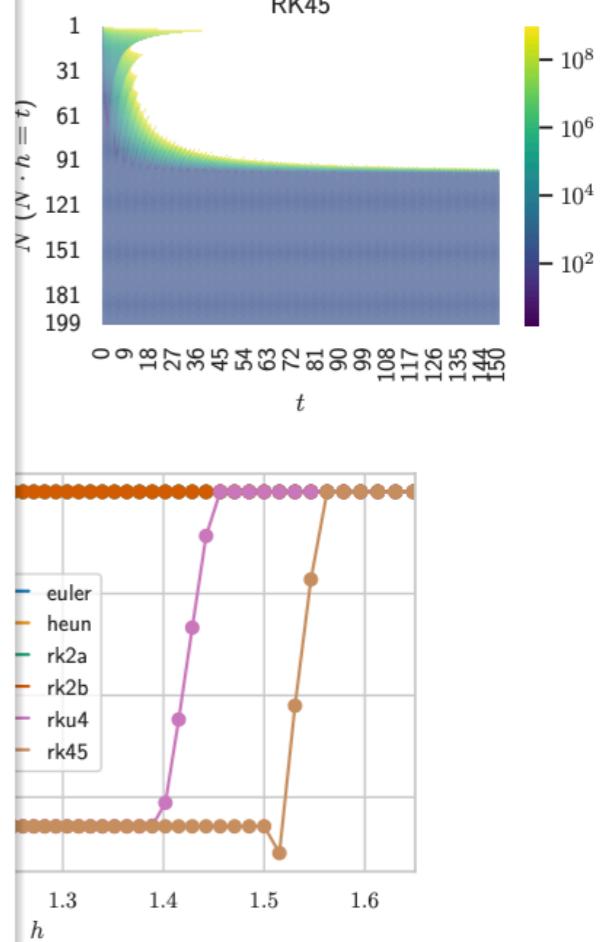
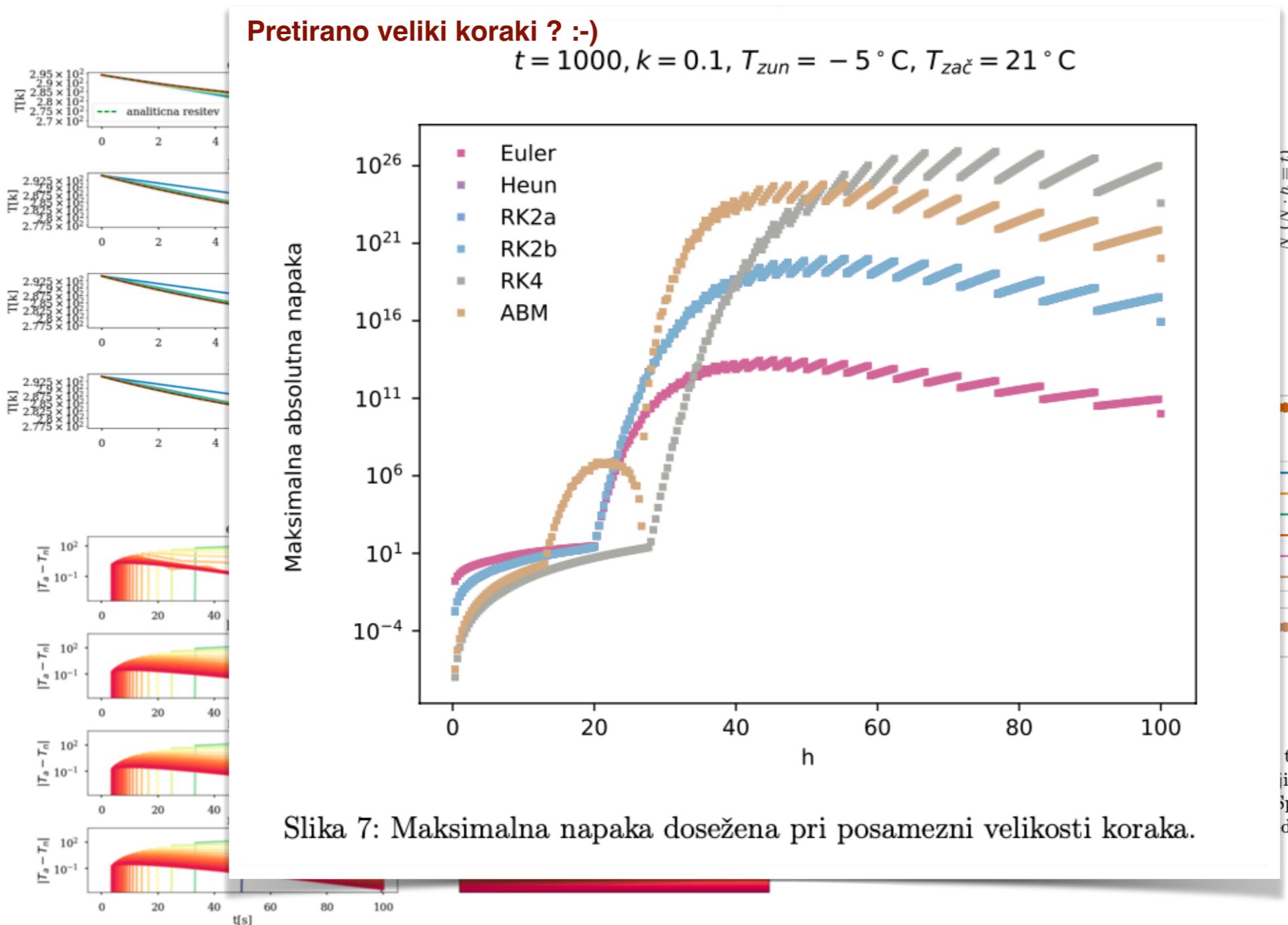
raj). Vrednost funkcije pri vseh časih t je velikostni red rešitve prikazan z $\|T\|$ na spodnjem grafu. Ta prikazuje odvisnost velikosti rešitve $\|T\|$ na spodnjem grafu so nastavljene



Vpogled v metode

- odvisnost od...

Bravo!



točk N (zgoraj). Vrednost funkcije pri vseh časih jih dveh grafih je velikostni red rešitve prikazan z Spodnja slika prikazuje odvisnost velikosti rešitve dnosti nad 10^9 na spodnjem grafu so nastavljene

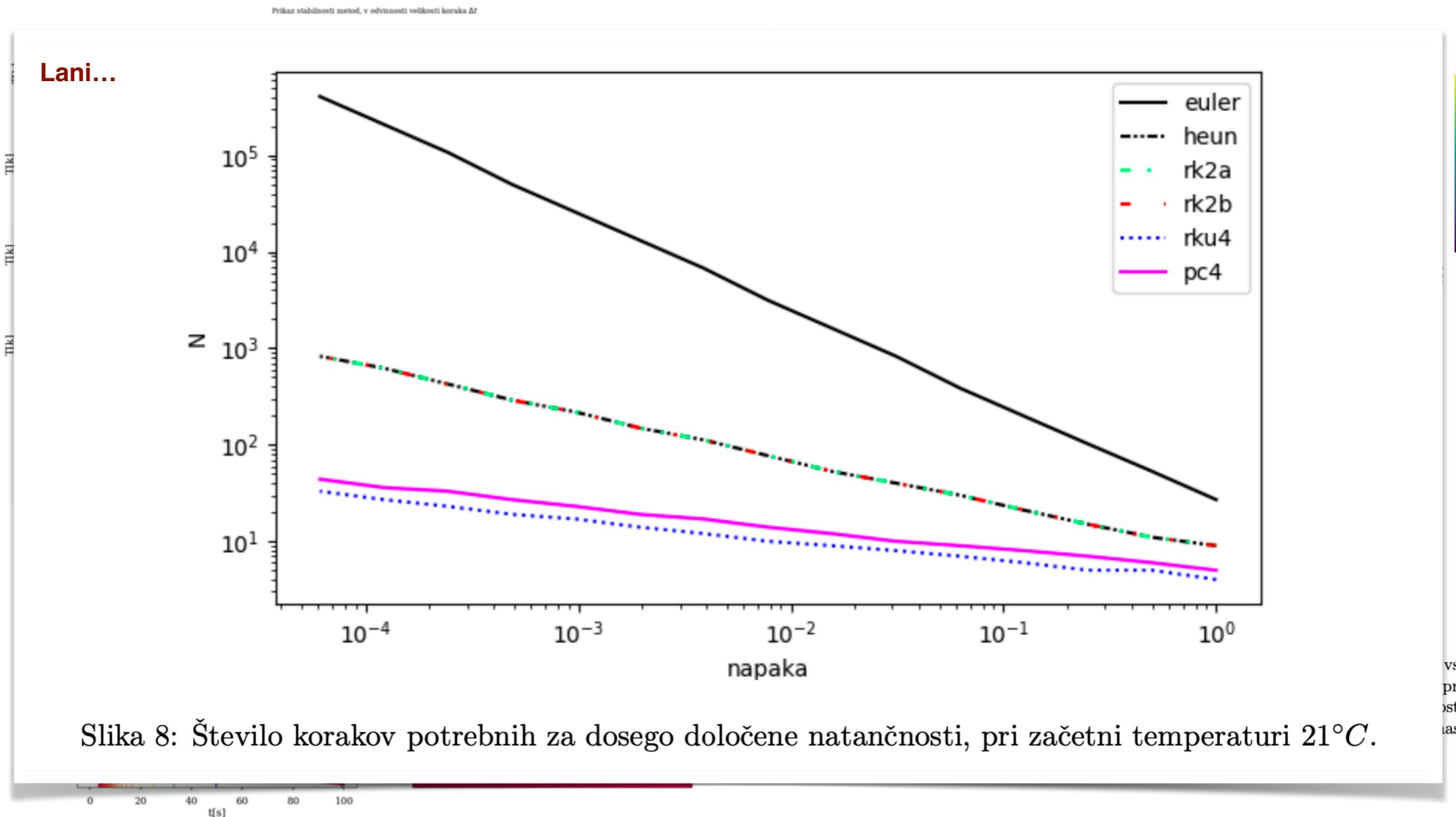
Slika 5: Graf $T(t)$ in globalne napake v odvisnosti od delilnega intervala za $T_0 = (273 + 21)K, k = 0.1 \frac{1}{K}$ in $T_z = (273 - 5)K$



Vpogled v metode

- odvisnost od...

Bravo!



Slika 8: Število korakov potrebnih za dosego določene natančnosti, pri začetni temperaturi $21^\circ C$.

Slika 5: Graf $T(t)$ in globalne napake v odvisnosti od delilnega intervala za $T_0 = (273 + 21)K$, $k = 0.1 \frac{1}{K}$ in $T_z = (273 - 5)K$



Vpogled v metode

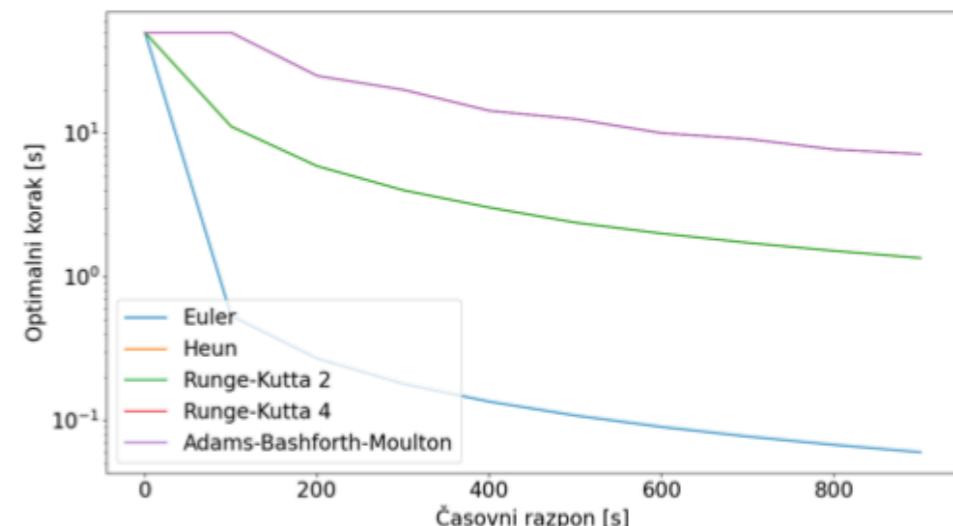
- Smiselna študija!

Bravo!

3 Določitev optimalnega koraka

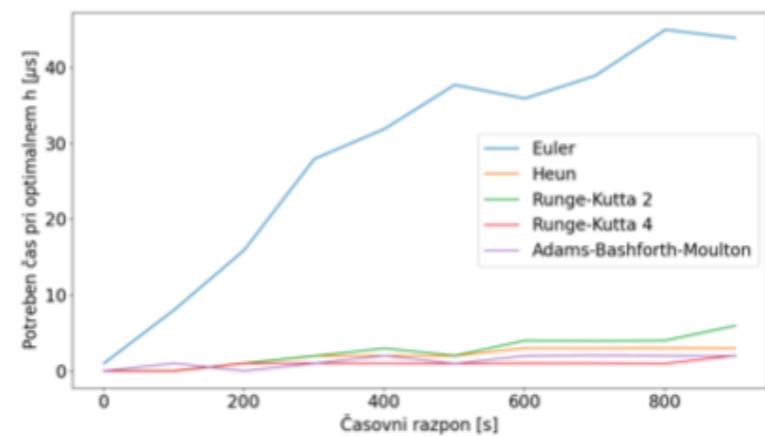
Prav vsaka od metod, ki ji ta naloga posveča pozornost, potrebuje kot vhoden podatek dolžino koraka h . V tem razdelku se vprašajmo, kakšna je optimalna dolžina koraka za posamezno metodo.

Za potrebo tega vprašanja bom optimalno dolžino koraka definiral takole: na časovnem območju $\tau = [t_1, t_2]$ ter danimi $T(t_1)$, T_{zun} in k je optimalna vrednost koraka h največja mogoča vrednost koraka, pri kateri pa največja relativna napaka na intervalu τ še ne preseže neke v naprej izbrane vrednosti ϵ .

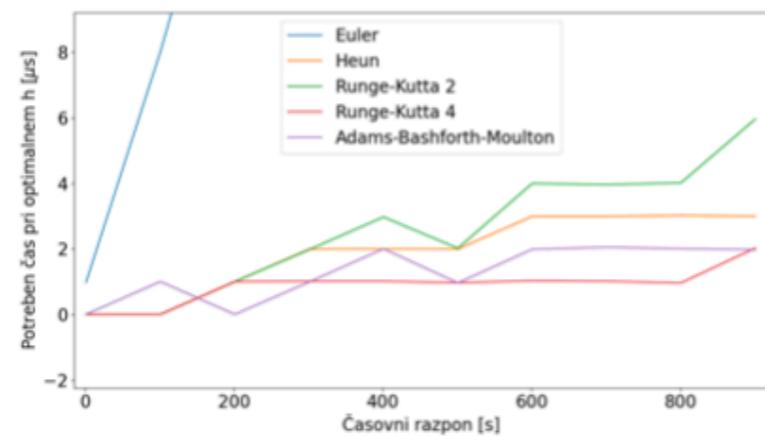


Slika 3: Optimalna vrednost koraka v odvisnosti od dolžine časovnega intervala za različne metode.

Za potrebo primerjav različnih metod sem časovno zahtevnost dane metode na danem intervalu τ in vseh drugih začetnih pogojih (glej prejšnji razdelek) opredelil kot najkrajši čas, v katerem lahko metoda doseže, da je največja relativna napaka metode na intervalu τ enaka ϵ . Jasno je, da bo ta optimalni čas dosežen, ko bomo za vrednost koraka izbrali ravno optimalno vrednost koraka, ki smo ga računali v prejšnjem razdelku. Tako lahko rezultate prejšnje naloge uporabimo za neposredno primerjavo časovne zahtevnosti različnih metod za različne časovne intervale τ , ki so kot prej oblike $\tau = [0, t_{max}]$.



Slika 4A: Časovna zahtevnost različnih metod v odvisnosti od razpona intervala τ .



Slika 4B: Slika 4A, a povečana, da lahko lažje primerjamo uspenejše metode.

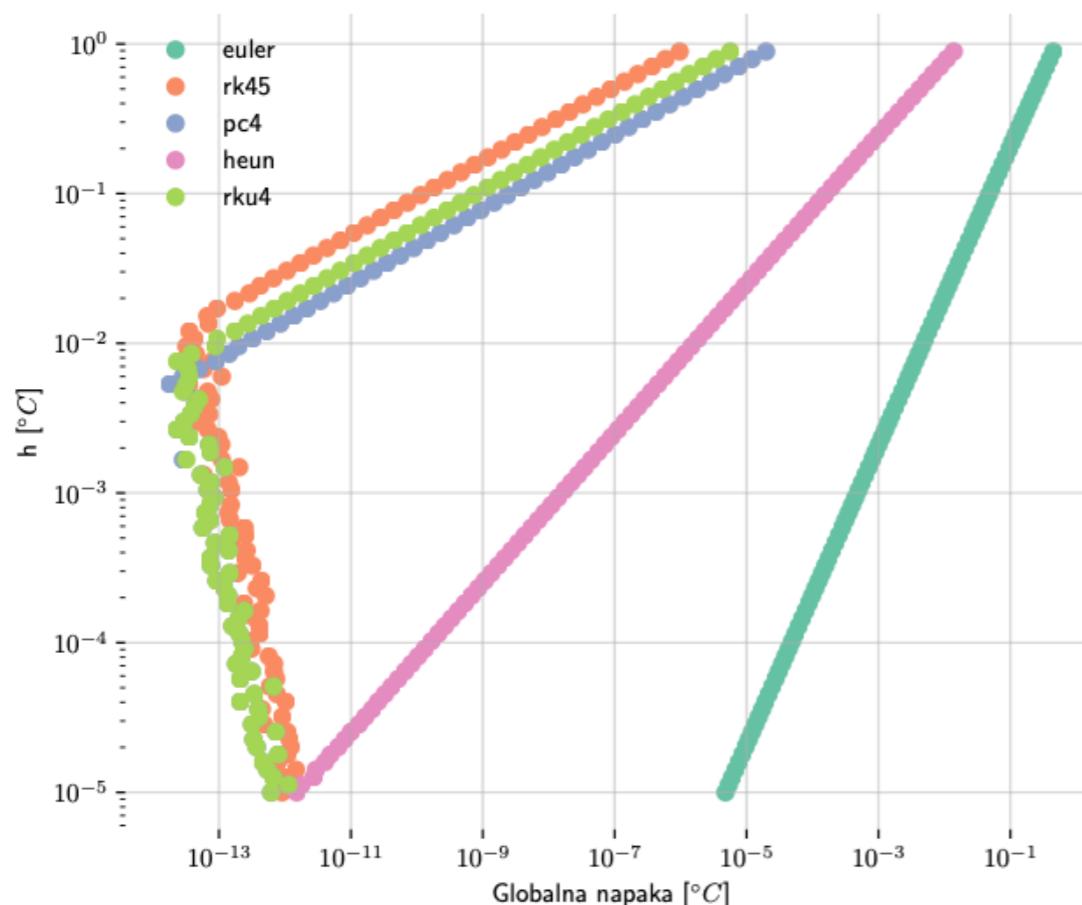


Vpogled v metode

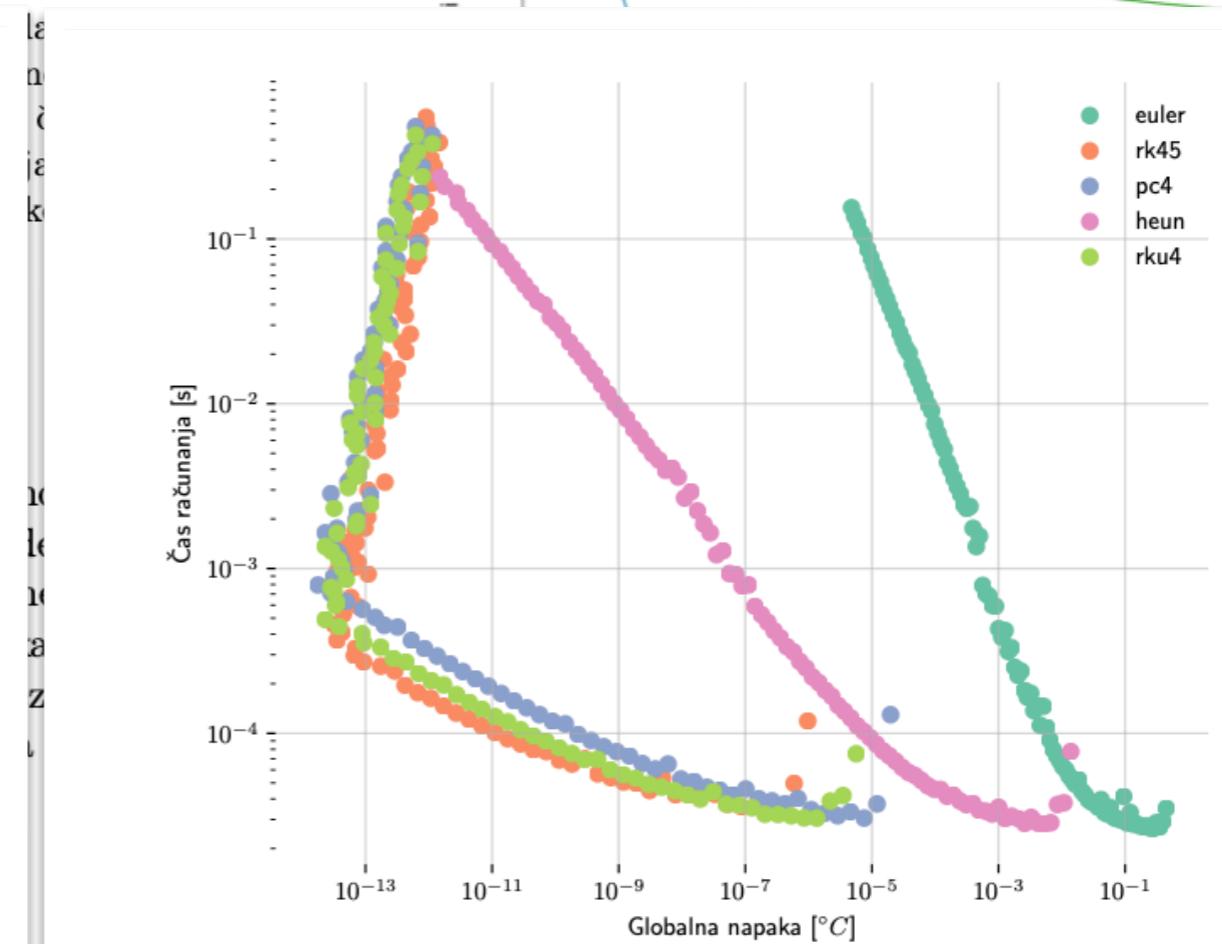
- Smiselna študija!

Bravo!

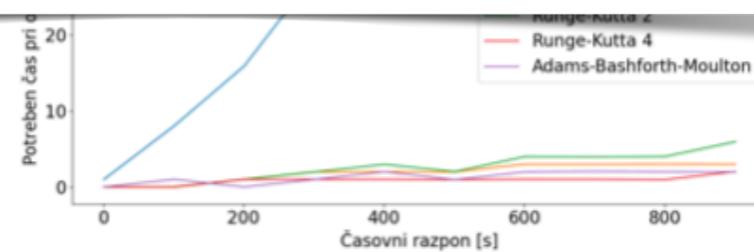
3 Določitev optimalnega koraka



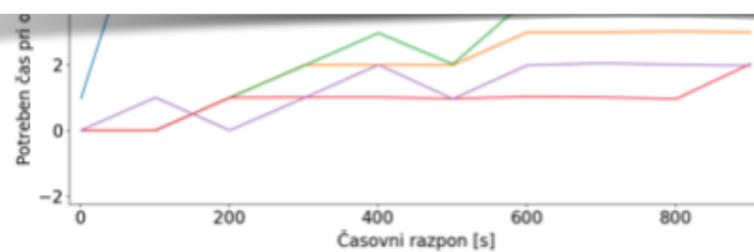
Slika 7: Velikost koraka potrebna za določeno natančnost



Slika 6: Časovna zahtevnost metod pri določeni natančnosti



Slika 4A: Časovna zahtevnost različnih metod v odvisnosti od razpona intervala τ .



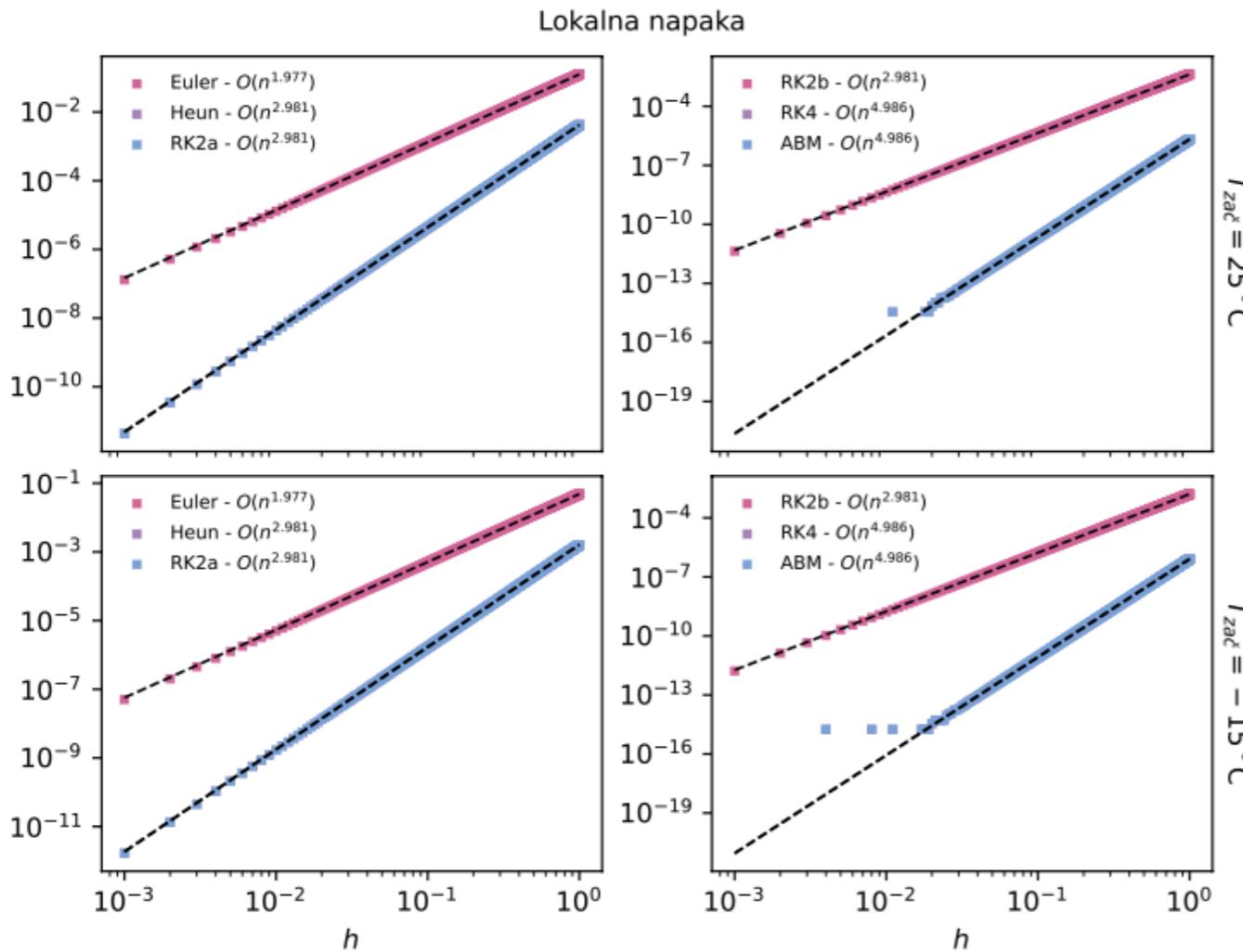
Slika 4B: Slika 4A, a povečana, da lahko lažje primerjamo uspešnejše metode.



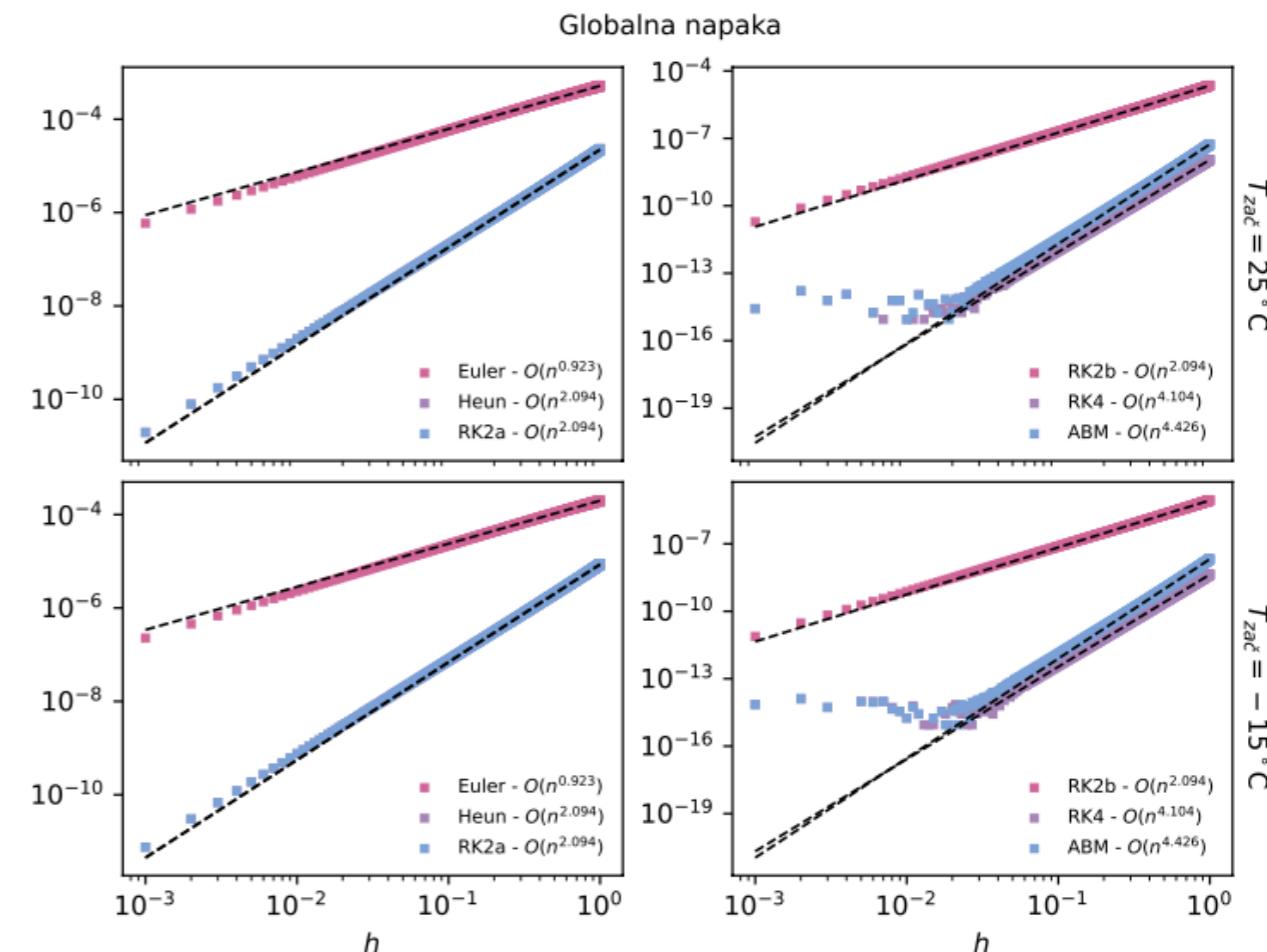
Preverjanje reda natančnosti

Lepo!

- Lokalna napaka



Globalna napaka



Metoda	Lokalna napaka	$a, O(n^a)$	Globalna napaka	$a, O(n^a)$
	Izračunana	Teoretična	Izračunana	Teoretična
Euler	1.997 ± 0.0002	2	0.923 ± 0.0038	1
Heun	2.981 ± 0.0002	3	2.094 ± 0.0074	2
RK2a	2.981 ± 0.0001	3	2.094 ± 0.0074	2
RK2b	2.981 ± 0.0001	3	2.094 ± 0.0074	2
RK4	$4.986 \pm 7 \cdot 10^{-5}$	5	4.104 ± 0.0138	4
ABM	$4.986 \pm 7 \cdot 10^{-5}$	5	4.426 ± 0.015	4

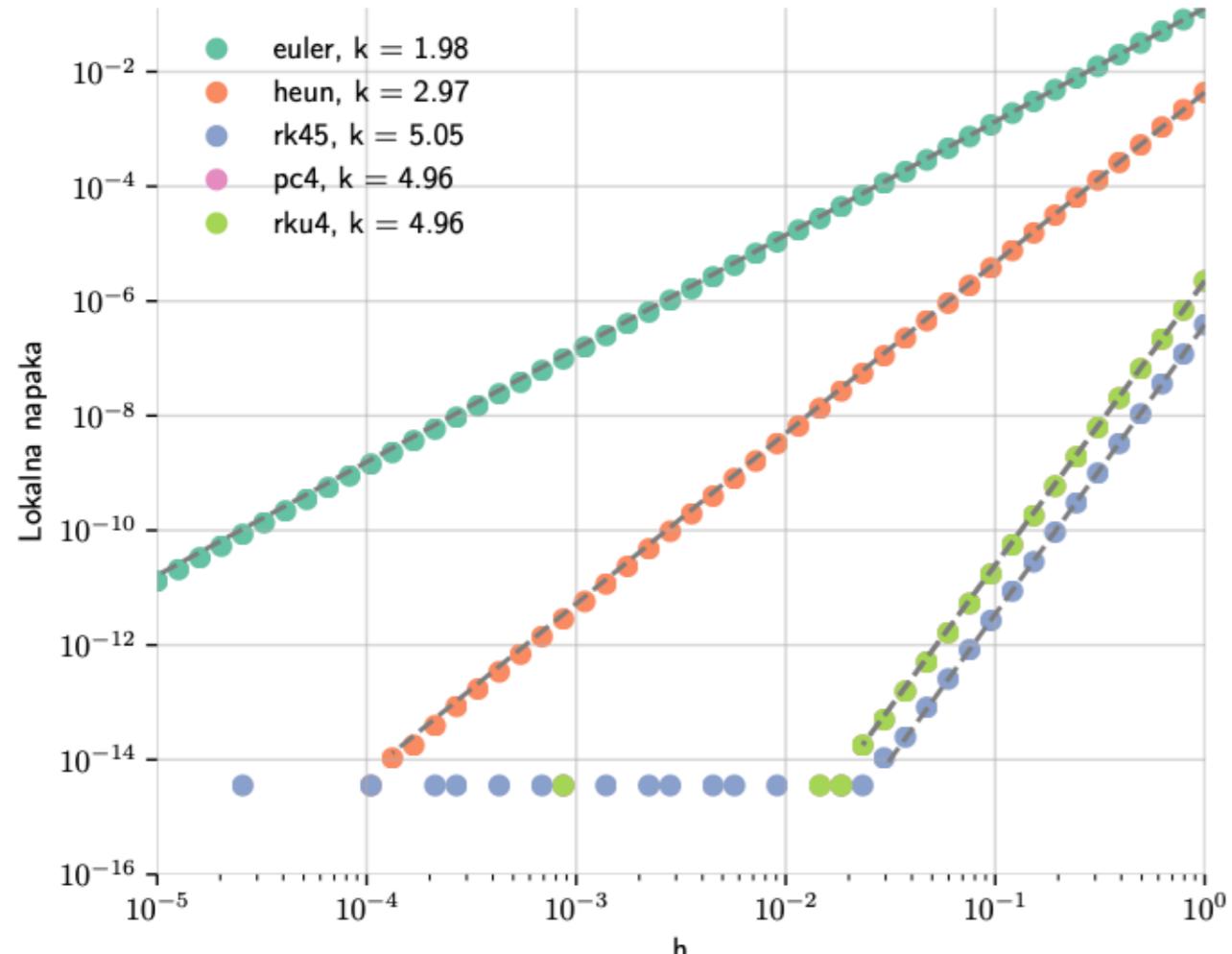
Tabela 2: Tabela izračunanih in podanih vrednosti.



Preverjanje reda natančnosti

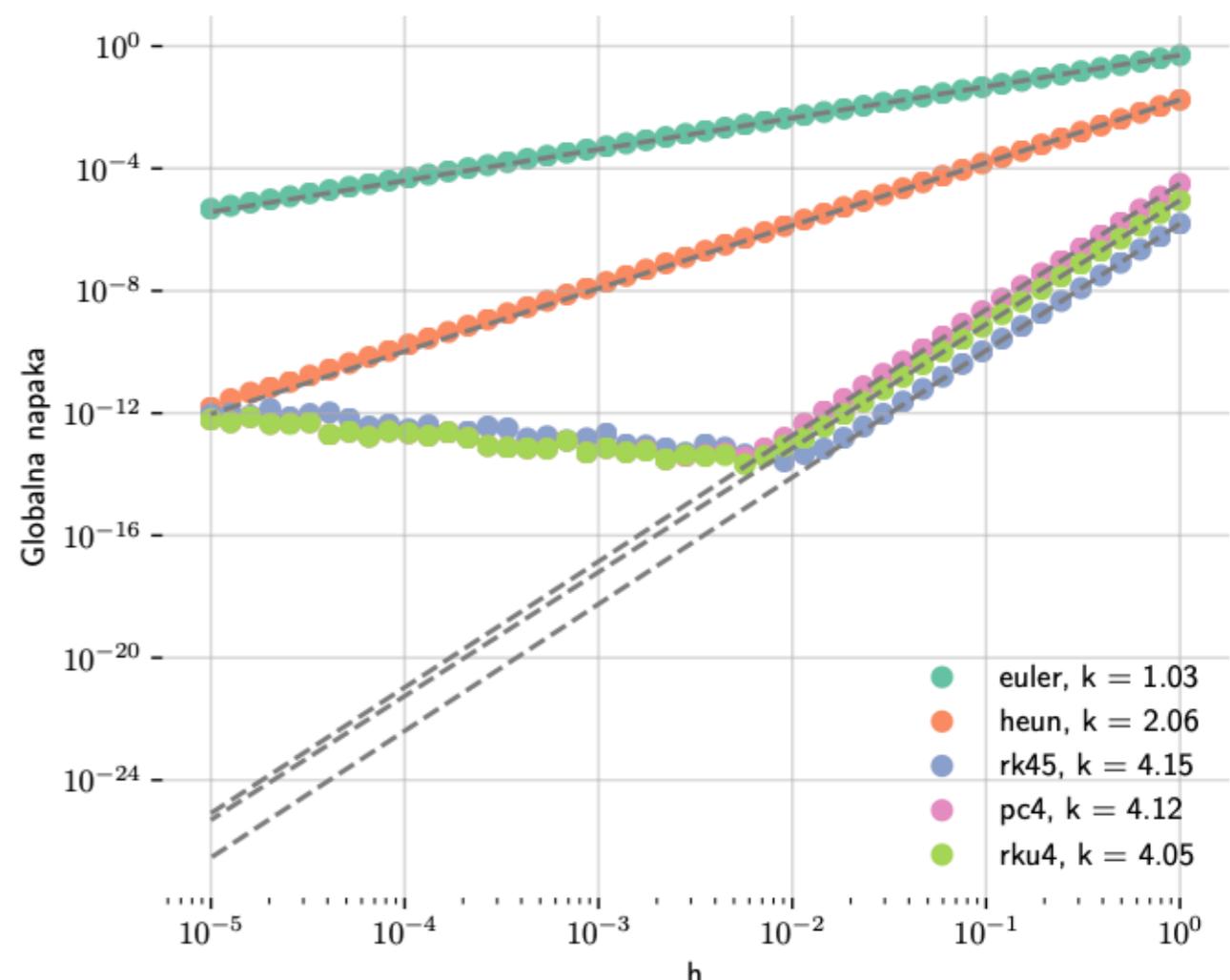
Lepo!

- Lokalna napaka



Slika 4: Lokalna napaka v odvisnosti od h

- Globalna napaka



Slika 5: Globalna napaka v odvisnosti od h

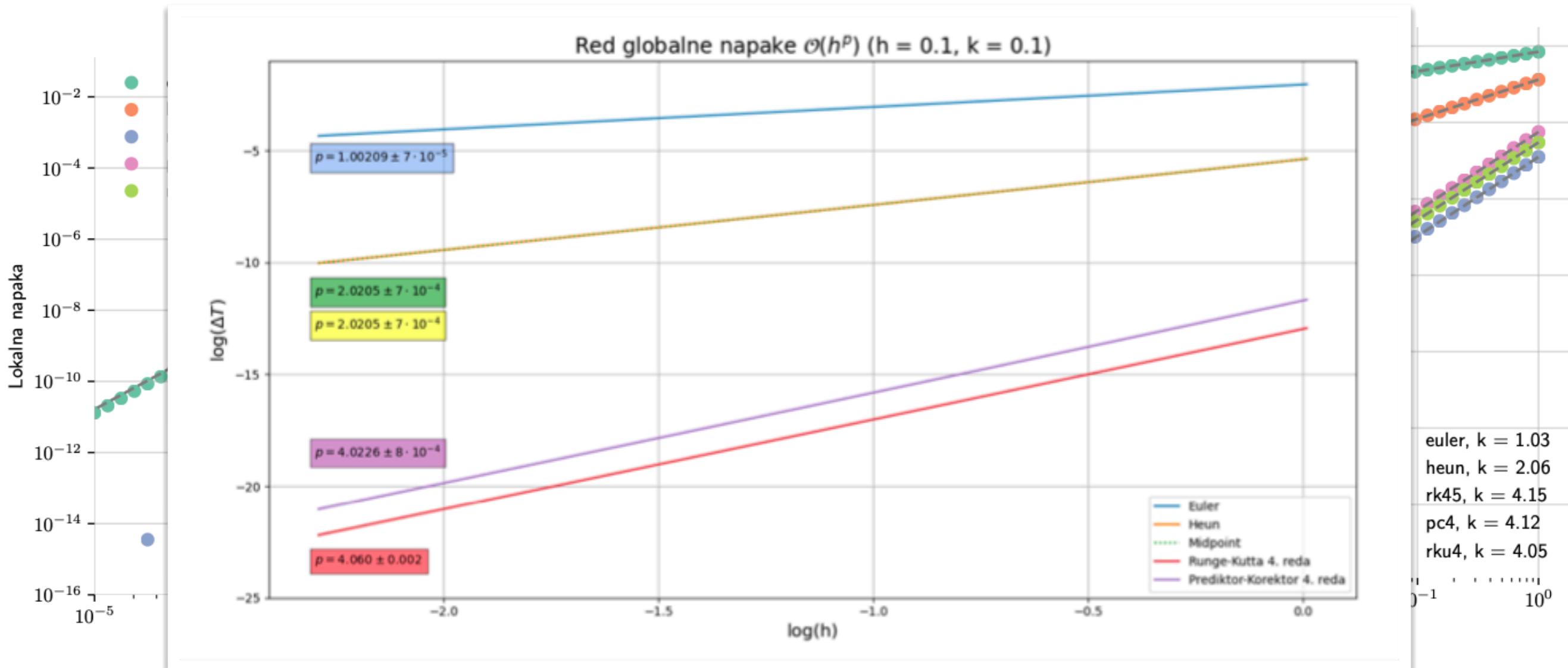


Preverjanje reda natančnosti

Lepo!

- Lokalna napaka

Globalna napaka



Slika 4: Lokalna napaka v odvisnosti od h

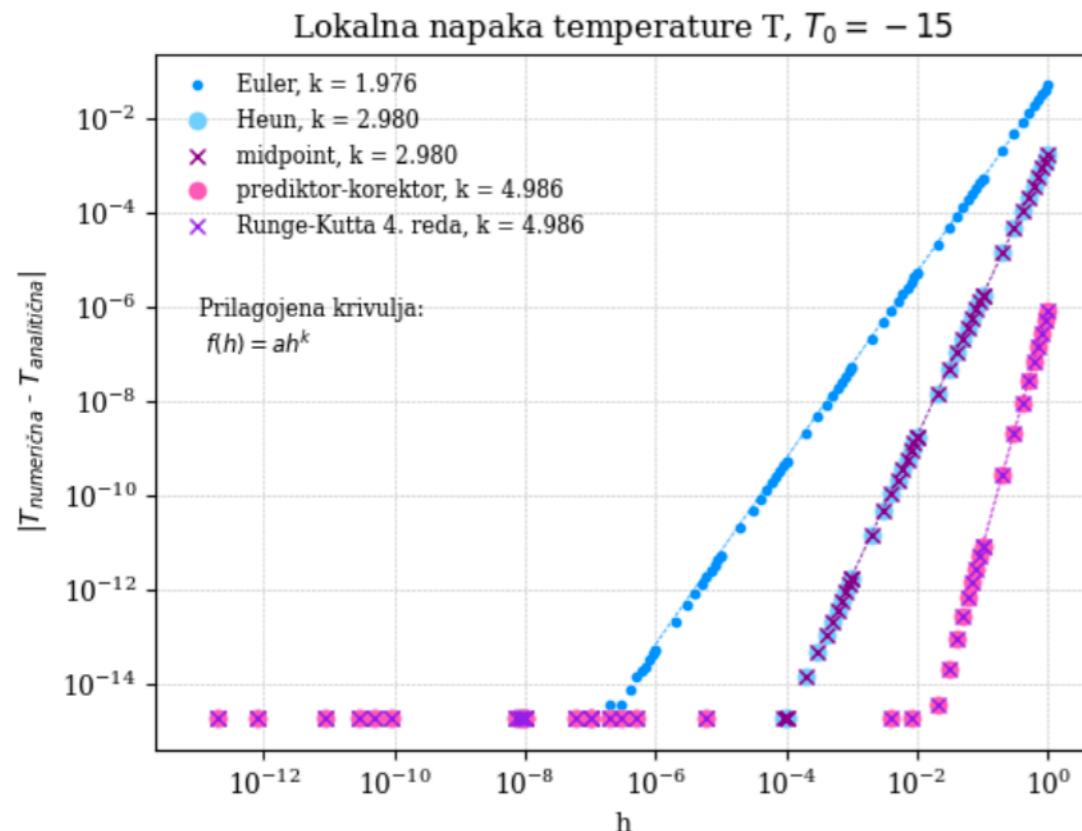
Slika 5: Globalna napaka v odvisnosti od h



Preverjanje reda natančnosti

Lani..

- Lokalna napaka



Globalna napaka

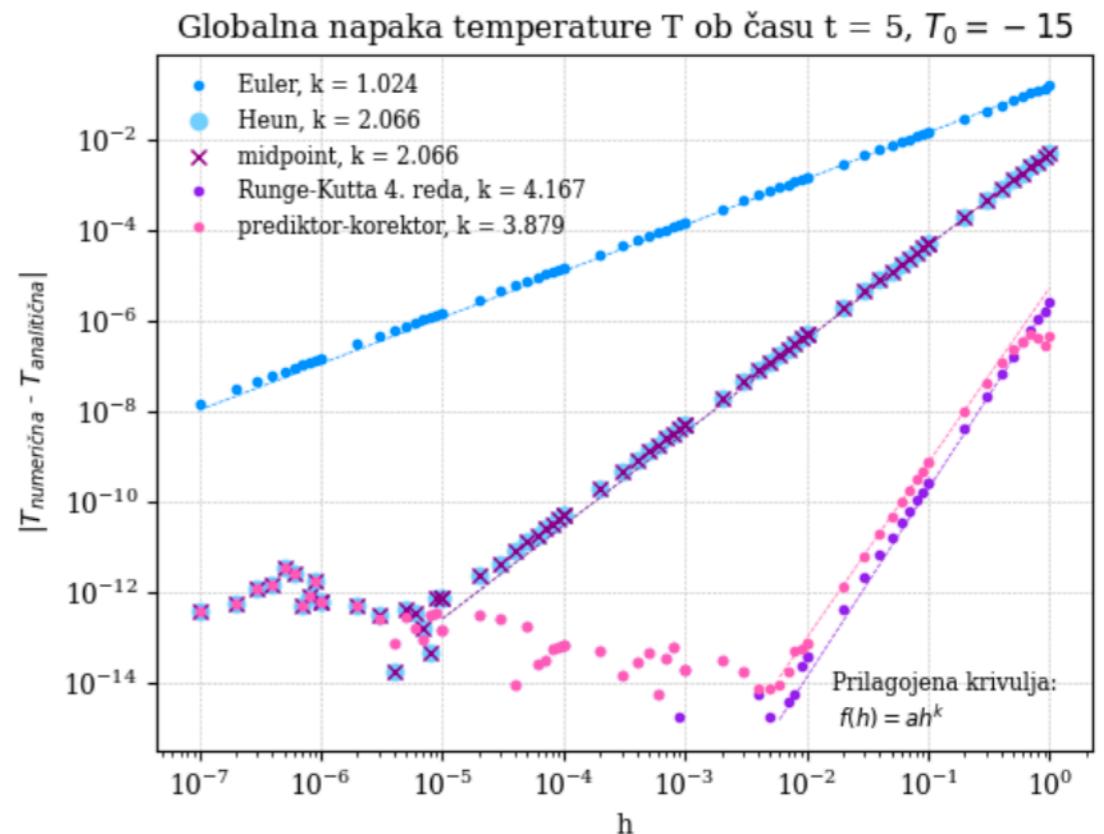


Tabela 1: Red lokalne q_{lok} in red globalne napake q_{glob} za posamezne metode.

Metoda	izračunan q_{lok}	teoretičen q_{lok}	izračunan q_{glob}	teoretičen q_{glob}
Euler	1.98	2	1.02	1
Heun	2.98	3	2.07	2
Midpoint	2.98	3	2.07	2
R-K 4. reda	4.99	5	4.17	4
prediktor-korektor	4.99	5	3.88	4



Časovna zahtevnost in napaka

Lani...

- Šolski zgled barvnih ‘skenov’ prostora parametrov...

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{zun}})$$

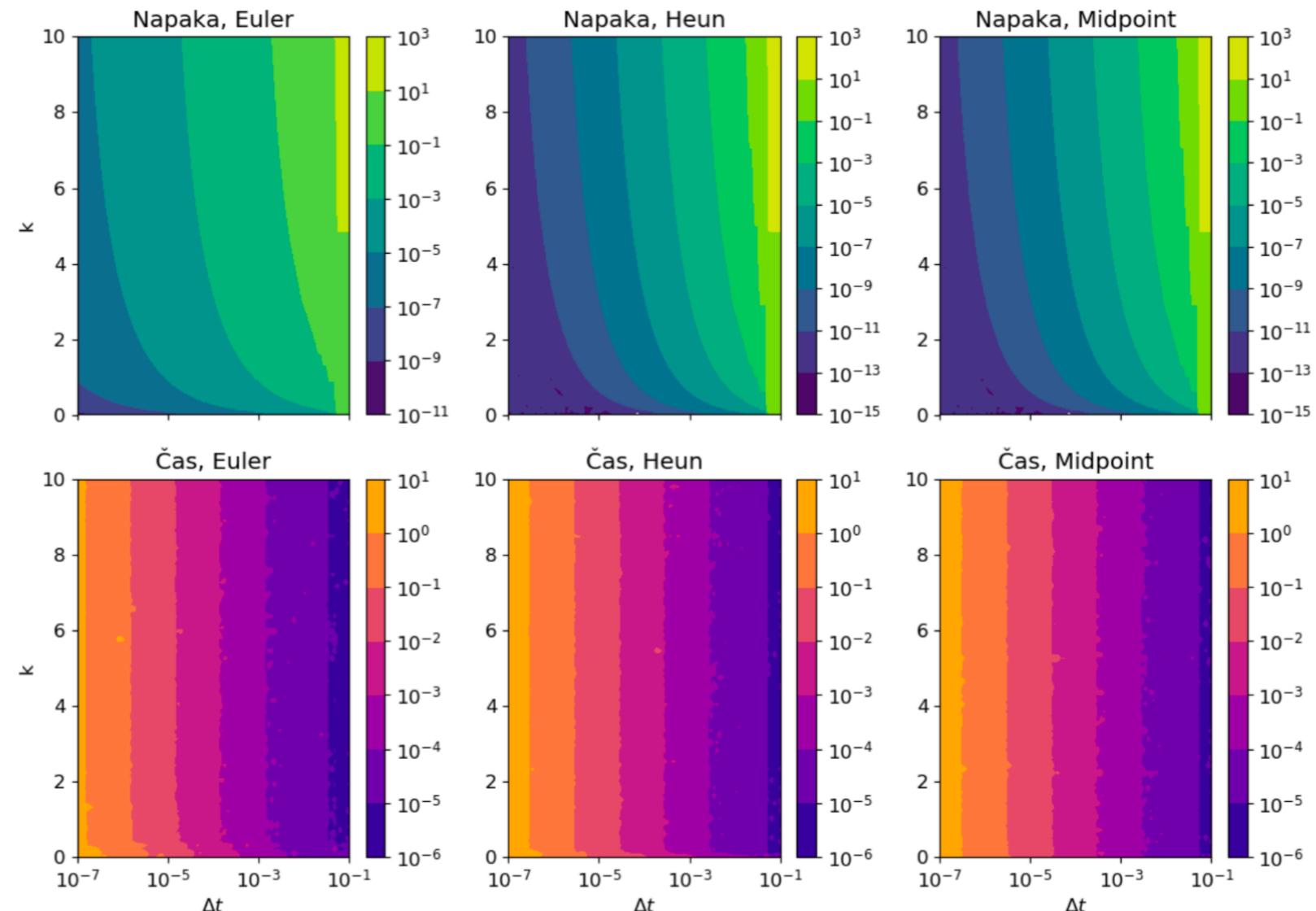
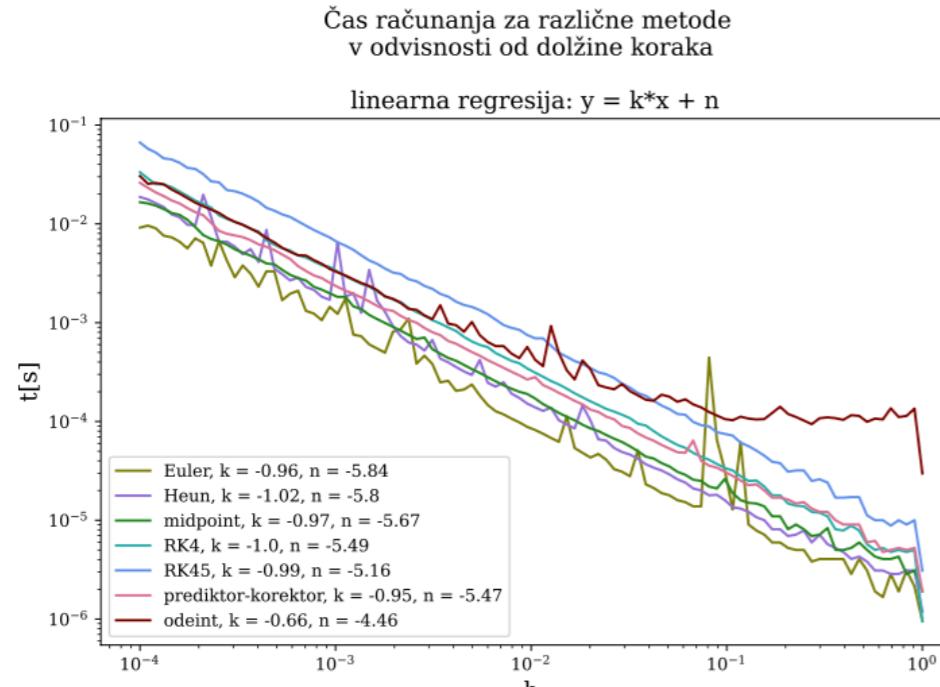


Figure 3: Napaka (zgornja vrstica) in čas računanja (spodnja vrstica) v sekundah za (1), kjer je $t = 0.1$, $T_{\text{zun}} = -5$ in $T_0 = 21$. Slike so sestavljeni iz 150×150 točk. Točke so razdeljene linearno v k smeri in logaritmično v Δt smeri. Primerjamo Eulerjevo, Heunovo in Midpoint metodo.

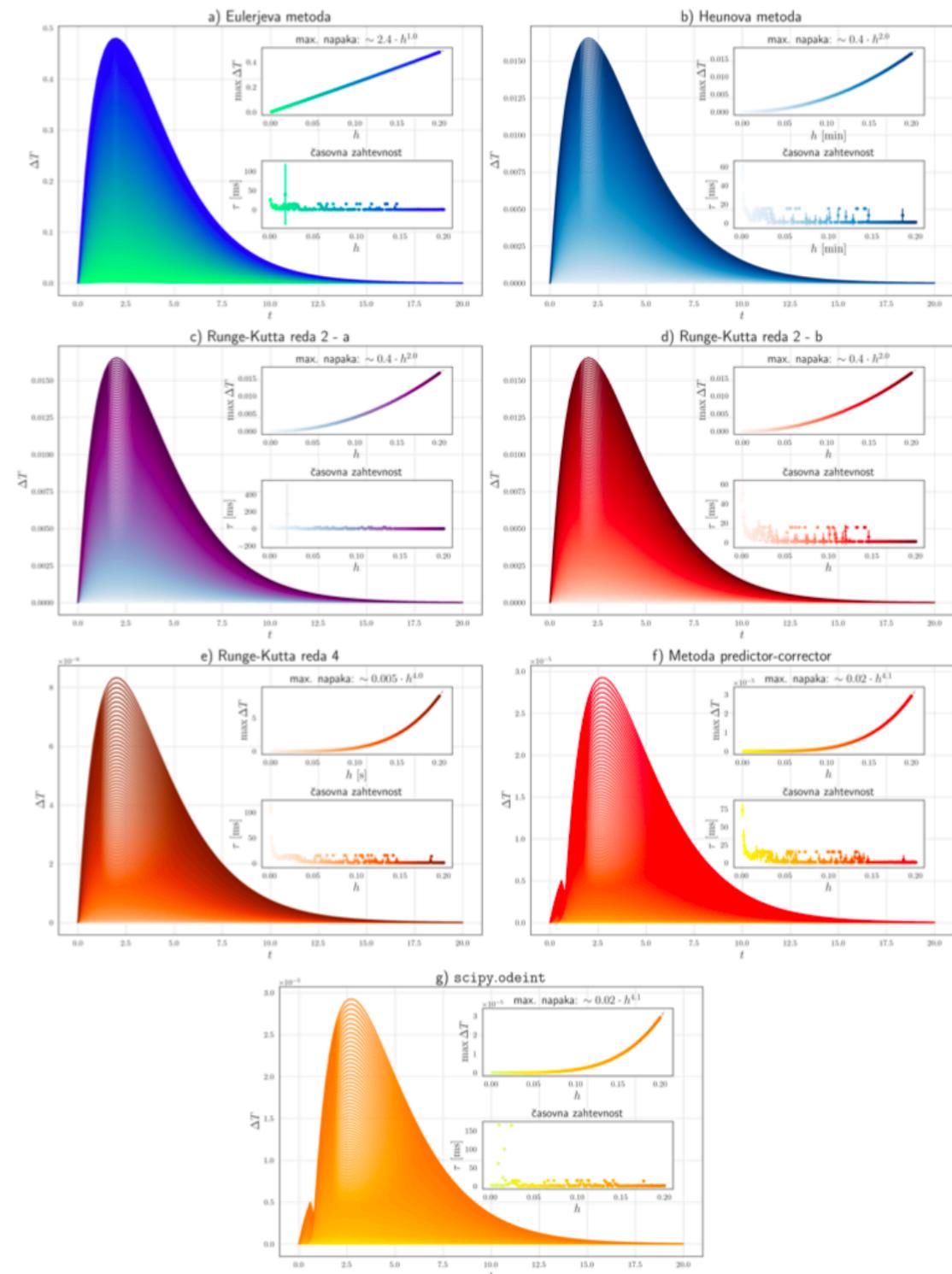
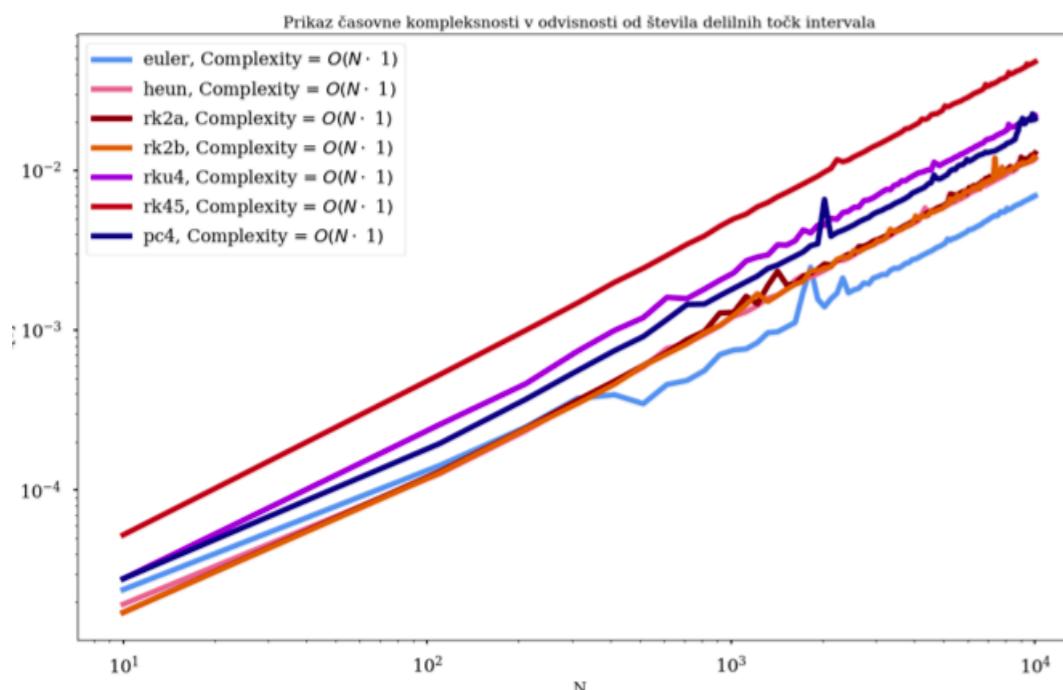
Računska zahtevnost

- precej različnih zglednih studij ...



metoda	globalna napaka	časovna zahtevnost
Euler	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(\frac{1}{h})$
Heun	$\mathcal{O}(h^2)$	$\mathcal{O}(\frac{1}{h})$
midpoint	$\mathcal{O}(h^2)$	$\mathcal{O}(\frac{1}{h})$
RK4	$\mathcal{O}(h^4)$	$\mathcal{O}(\frac{1}{h})$
RK45	$\mathcal{O}(h^4)$	$\mathcal{O}(\frac{1}{h})$
prediktor-korektor	$\mathcal{O}(h^4)$	$\mathcal{O}(\frac{1}{h})$

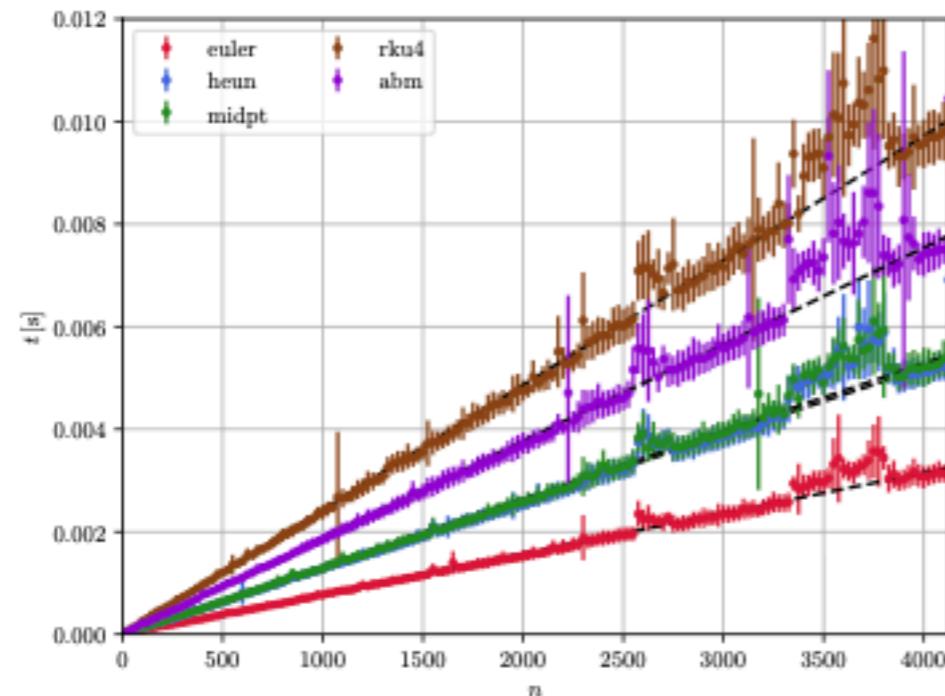
Tabela 1: Globalna napaka in časovna zahtevnost obravnavanih numeričnih metod.



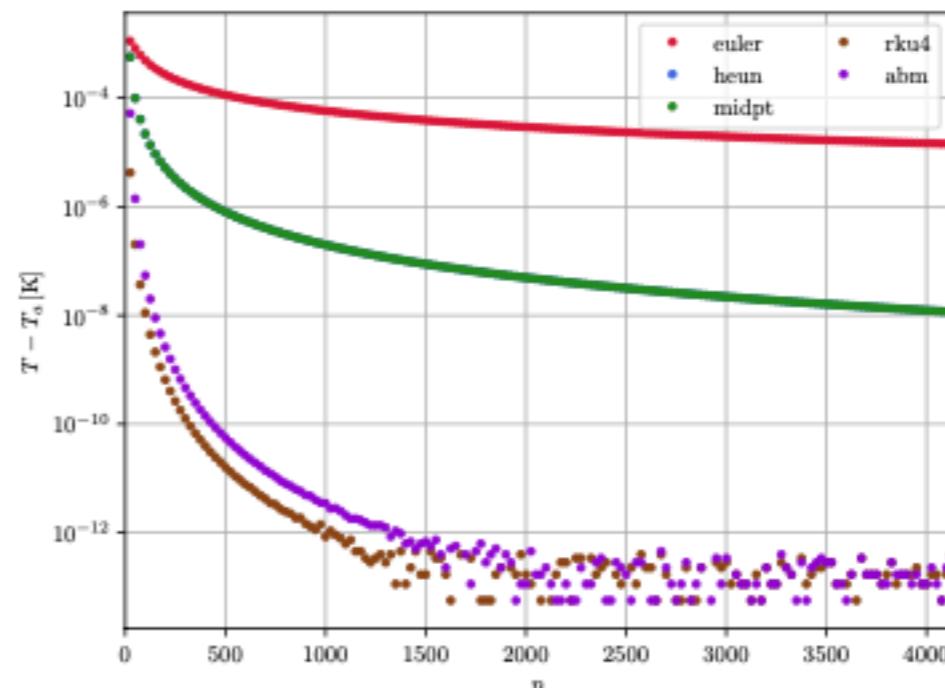
Slika 2: Časovna zahtevnost in natančnost posameznih metod za reševanje enačbe (1) pri začetnem pogoju $T(0) = 21$.



Računska zahtevnost



(a) Časi



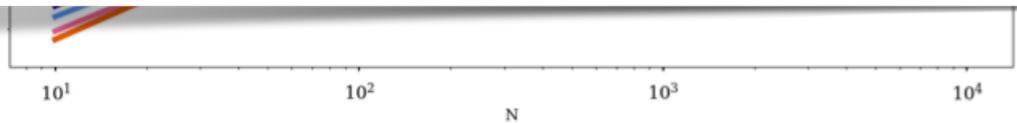
(b) Odstopanje od analitične vrednosti v log skali

Slika 1: Test metod

Metoda	euler	heun	midpt	rku4	rkf	abm
$t/n [10^{-6} \text{ s}]$	0.788 ± 0.003	1.30 ± 0.05	1.32 ± 0.05	2.43 ± 0.09		1.88 ± 0.07

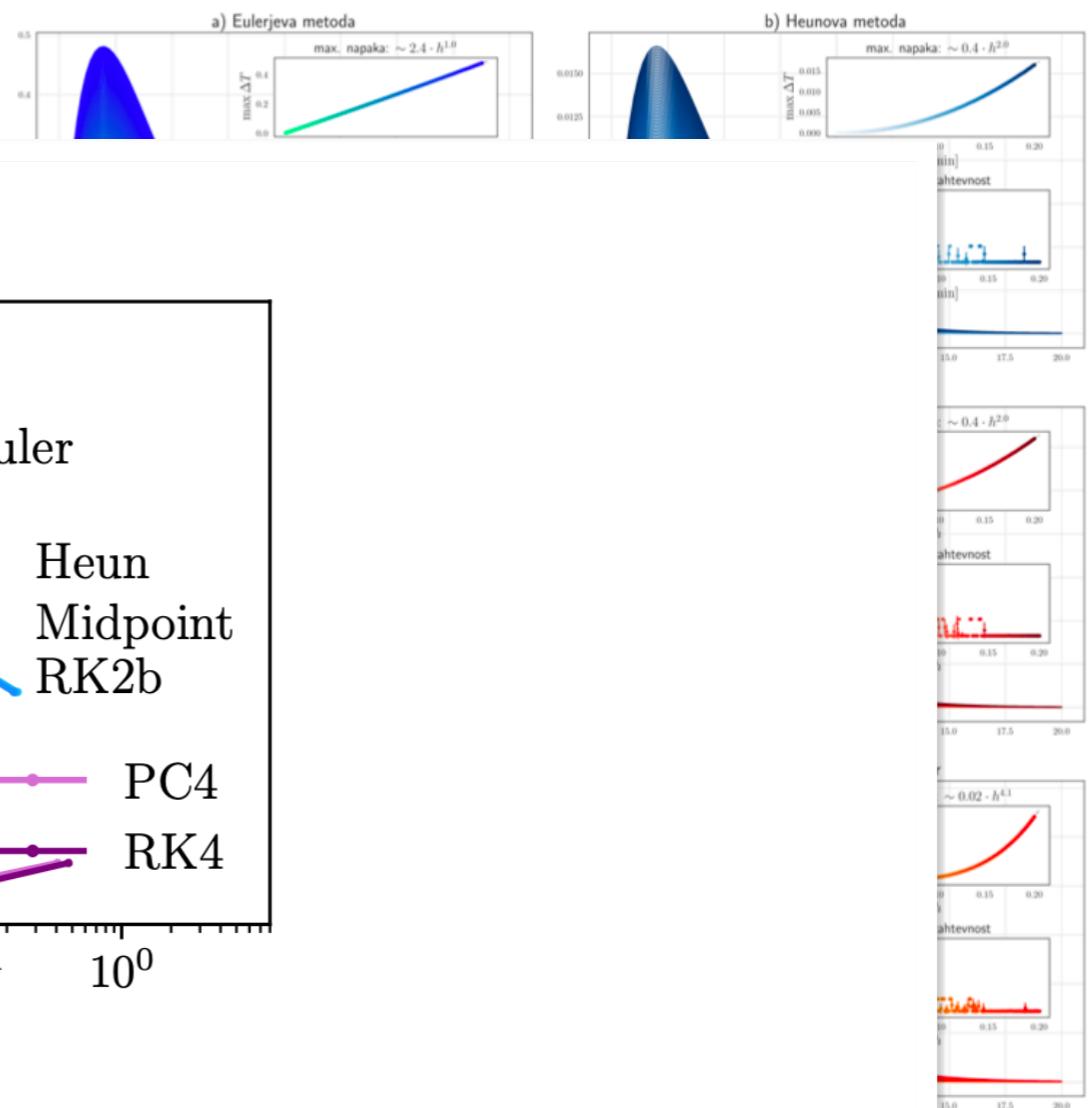
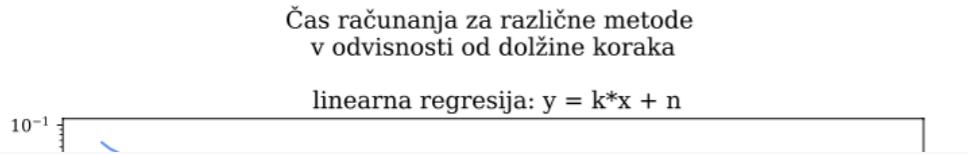
Tabela 2: Koeficienti premic na sliki 1a

Koeficienti so zapisani v tabeli 2. Iz njih lahko ocenimo čas, ki bi ga potrebovali, da bi enačbo rešili v N točkah. Podariti moramo, da so to časi 1000 izračunov, za čas enega bi morali vse čase deliti s 1000. Časovna zahtevnost različnih metod se v grobem sklada s številom vrednotenj odvoda dy/dx na korak.

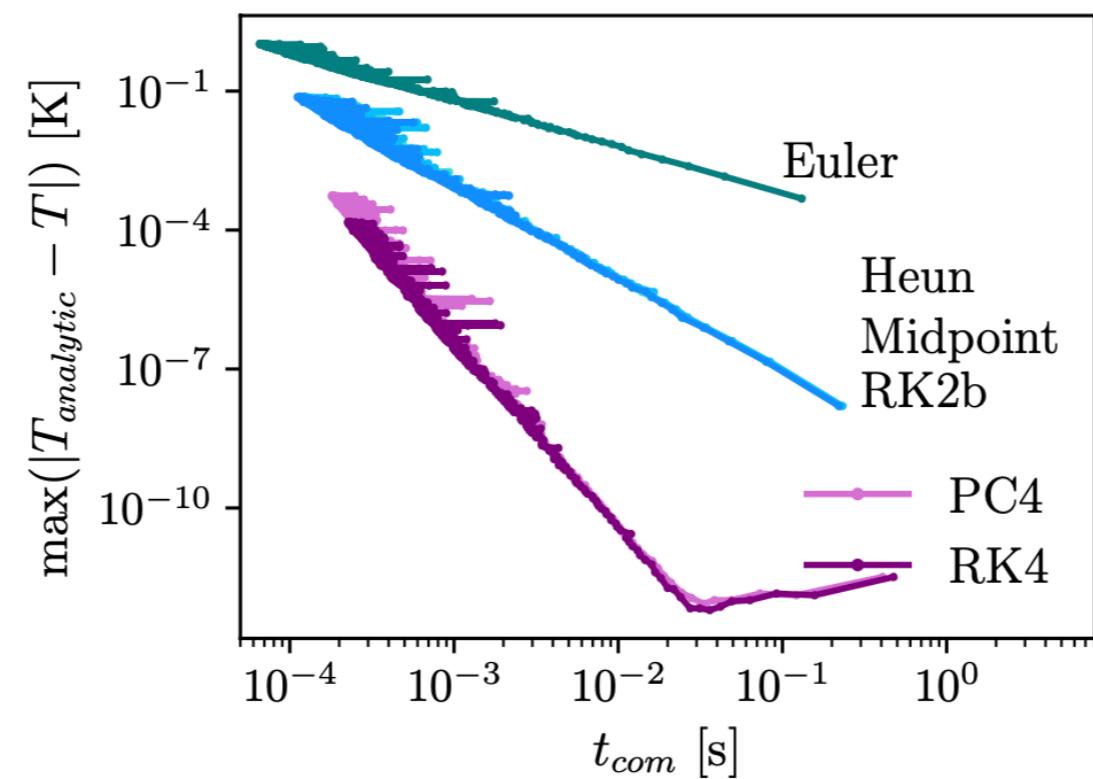


Računska zahtevnost

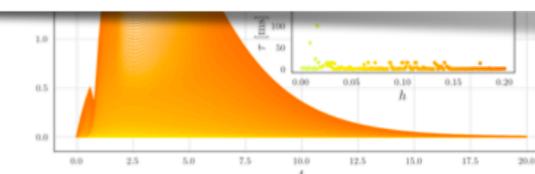
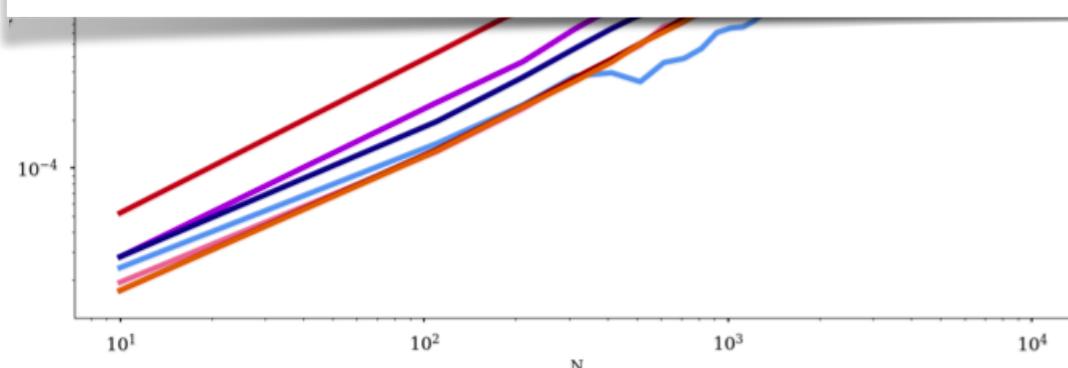
- precej različnih zglednih studij ...



Lani..



Slika 11: Odvisnost maksimalne absolutne napake od časa računanja za različne metode.



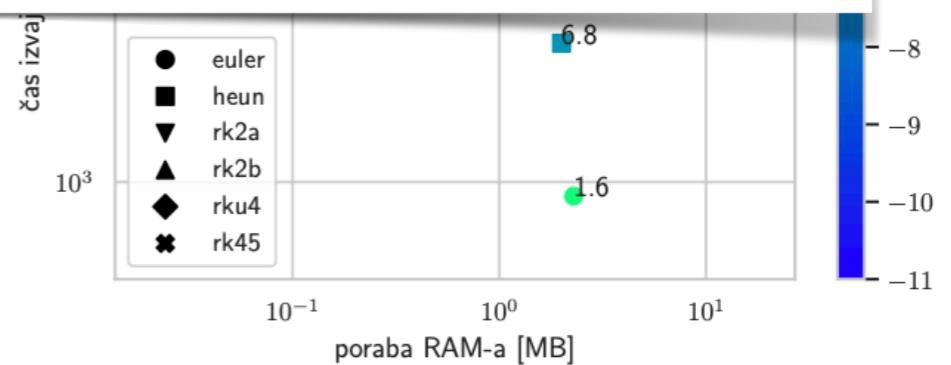
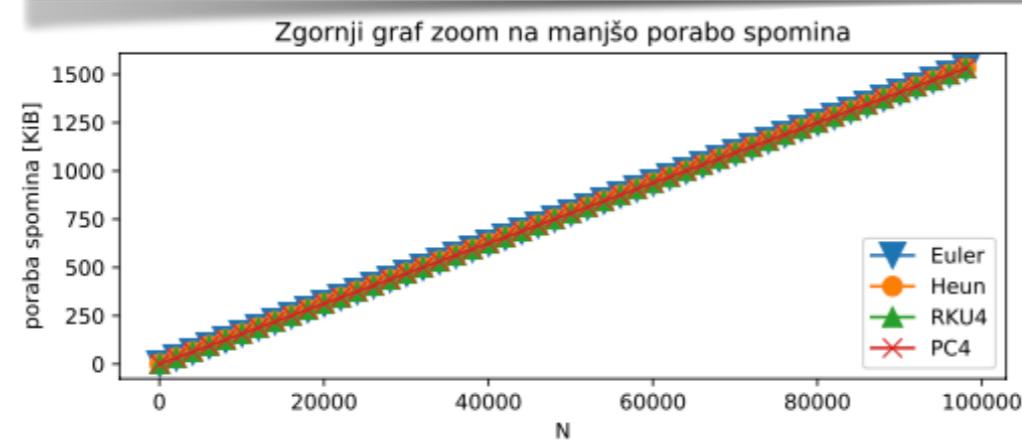
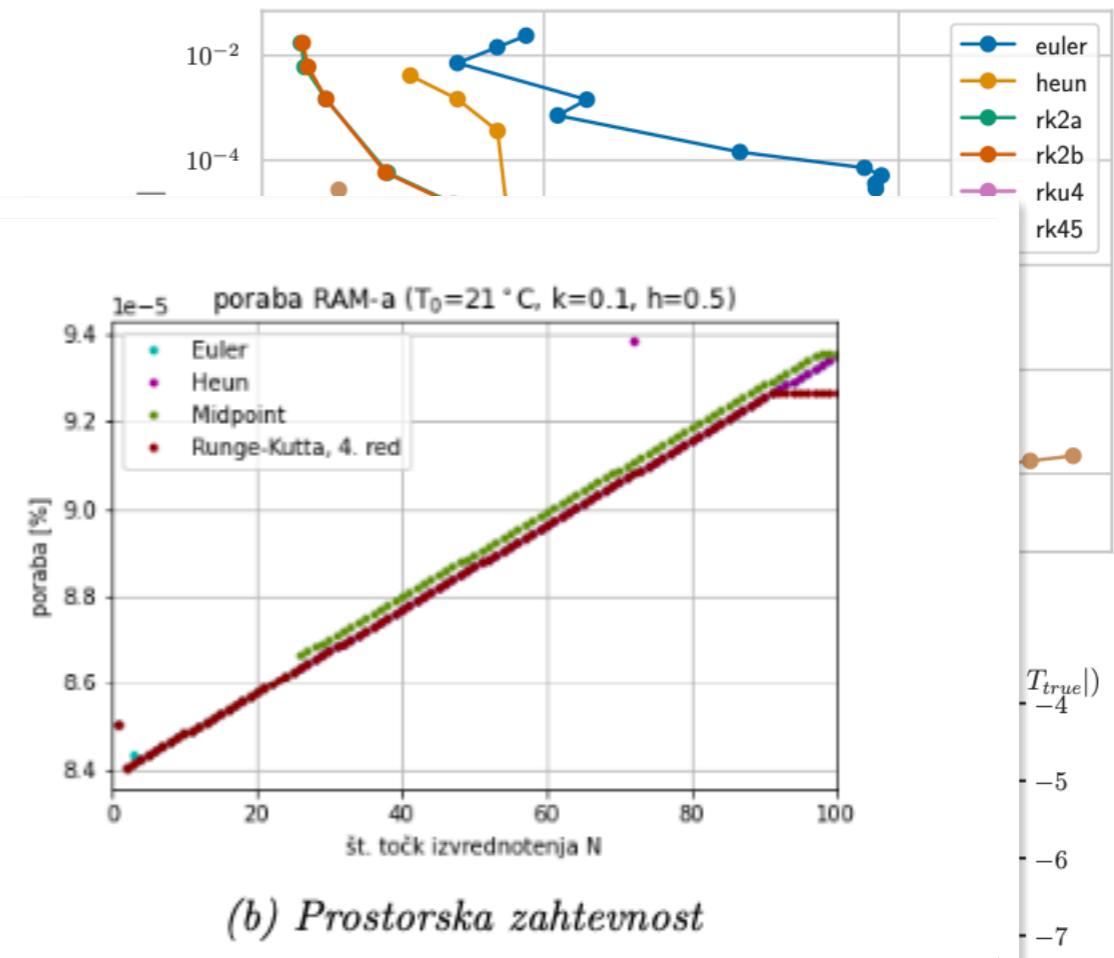
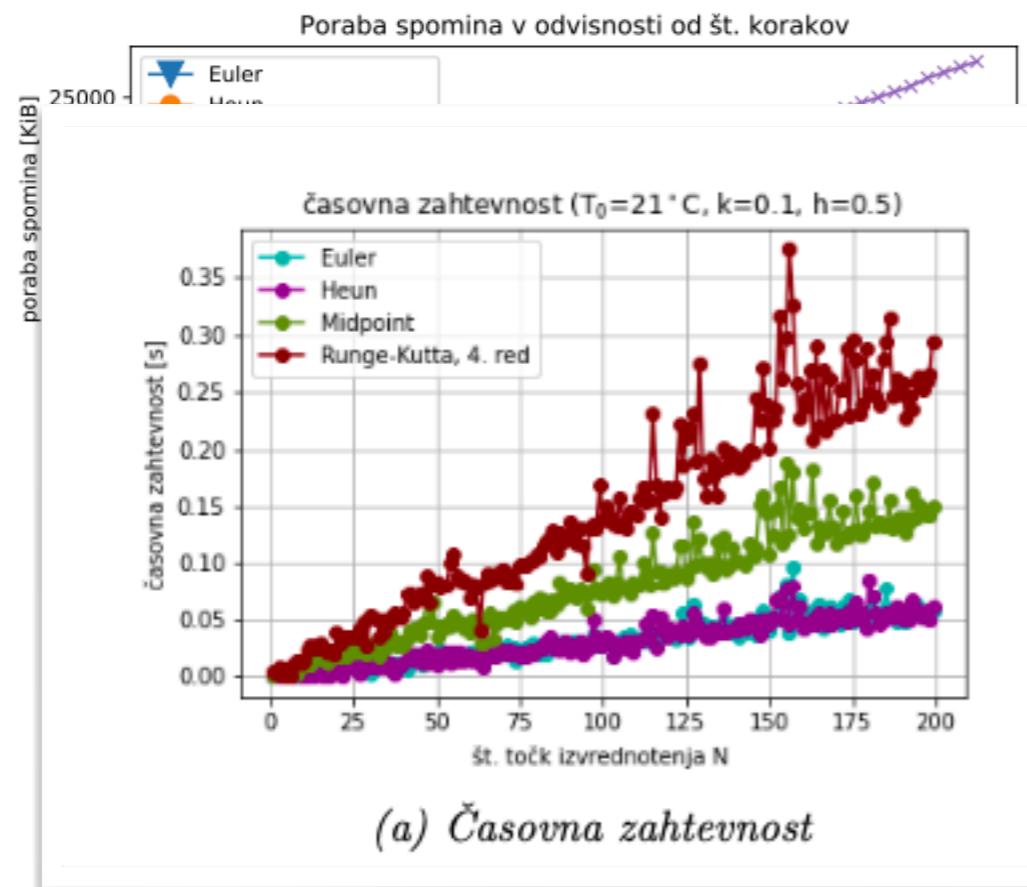


Računska zahtevnost

- precej različnih zglednih studij ... tudi uporaba RAM (!) ..

3.3 Poraba spomina

Vidim, da poraba spomina narašča linearno.



lika 2: Odvisnost natančnosti od časa izvajanja za različne metode integriranja (zgoraj) in od porabe RAM-a (spodaj). Številke v spodnjem grafu so absolutne vrednosti logaritmov maksimalnih napak (npr. 10 pomeni 10^{-10}). Prikazane so točke, kjer uspemo izmeriti smiselno porabo pomnilnika.

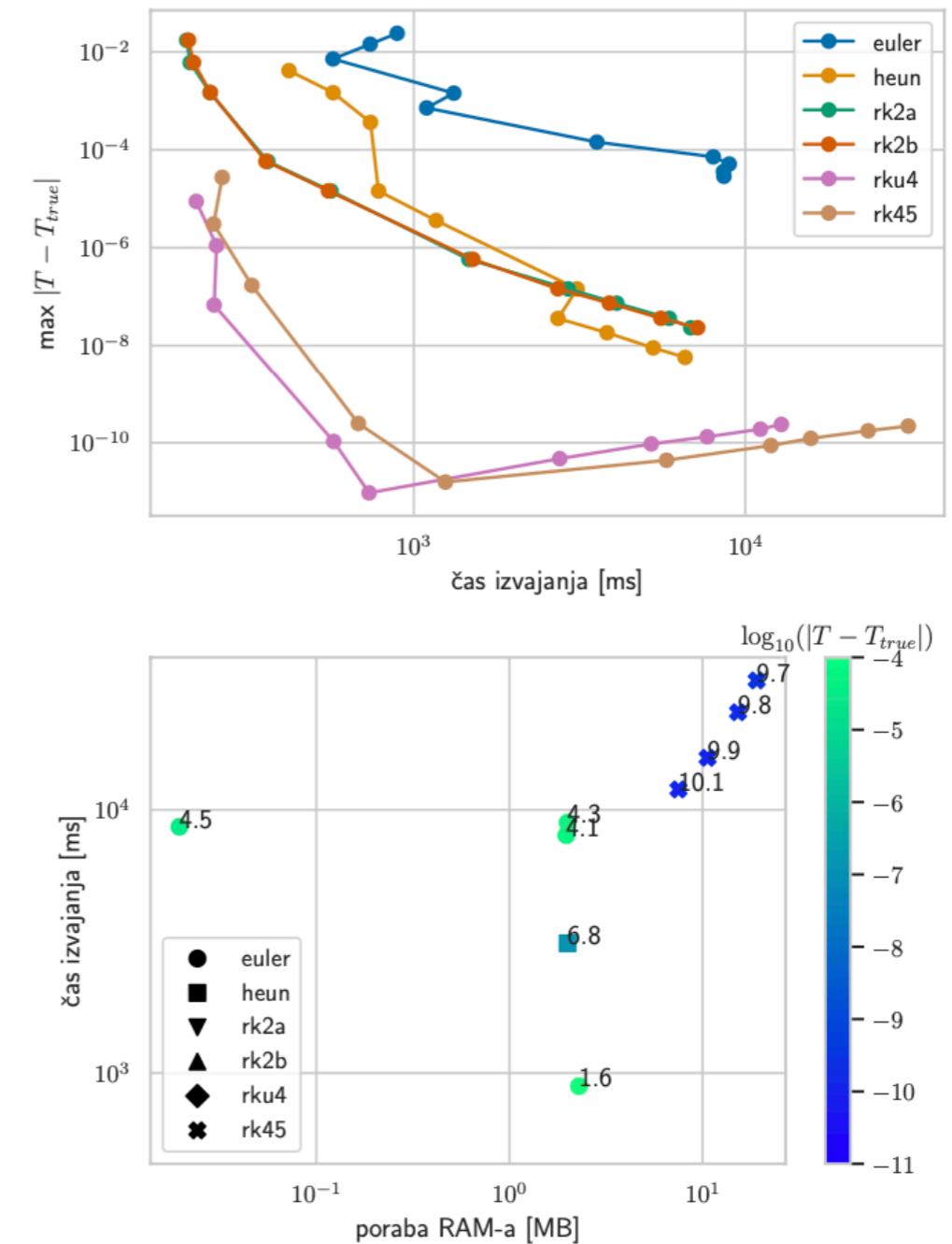
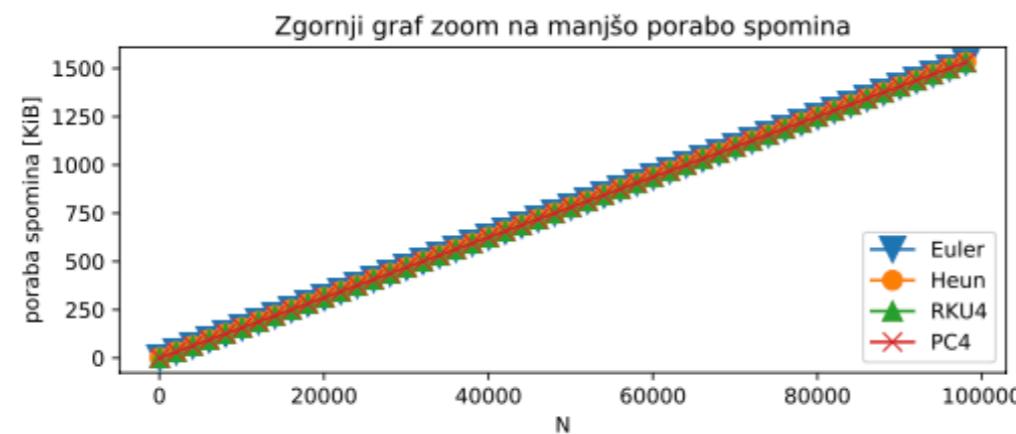
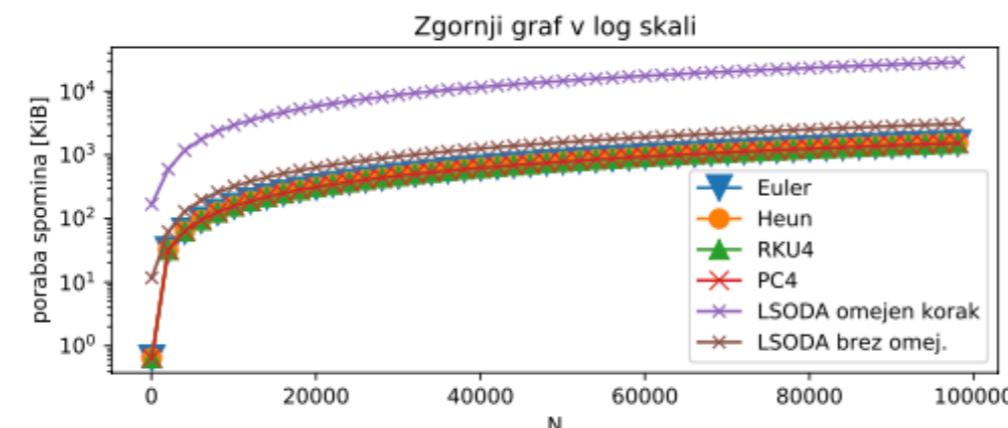
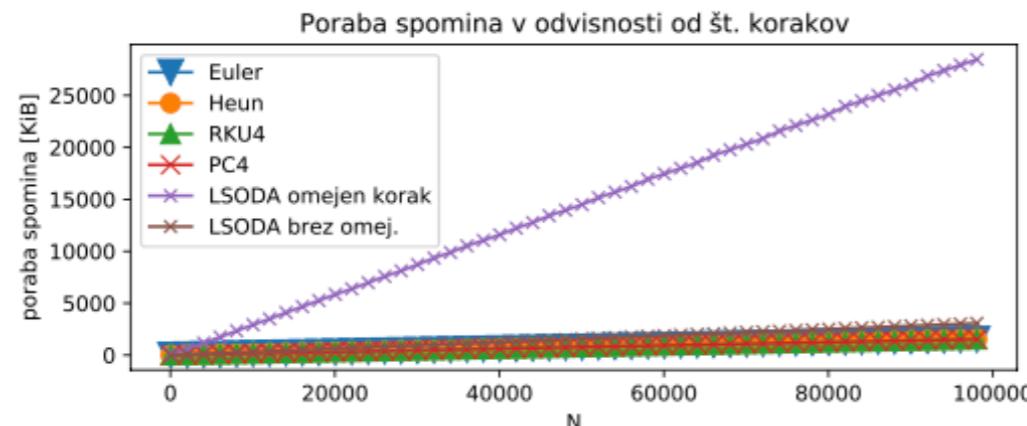


Računska zahtevnost

- precej različnih zglednih studij ... tudi uporaba RAM (!) ..

3.3 Poraba spomina

Vidim, da poraba spomina narašča linearno.



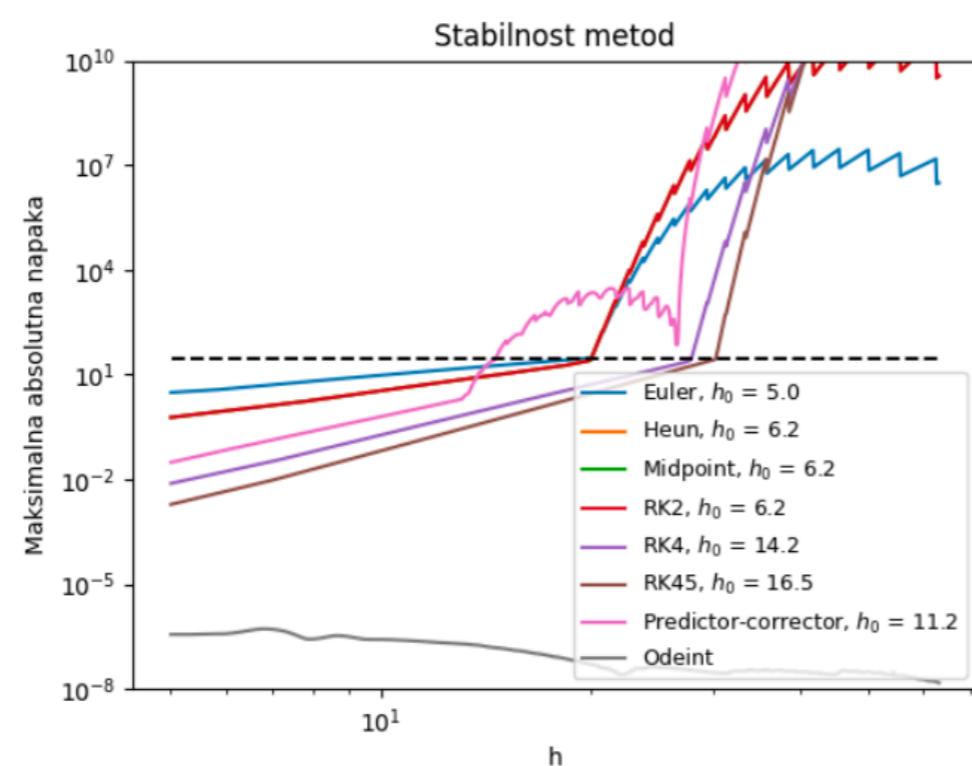
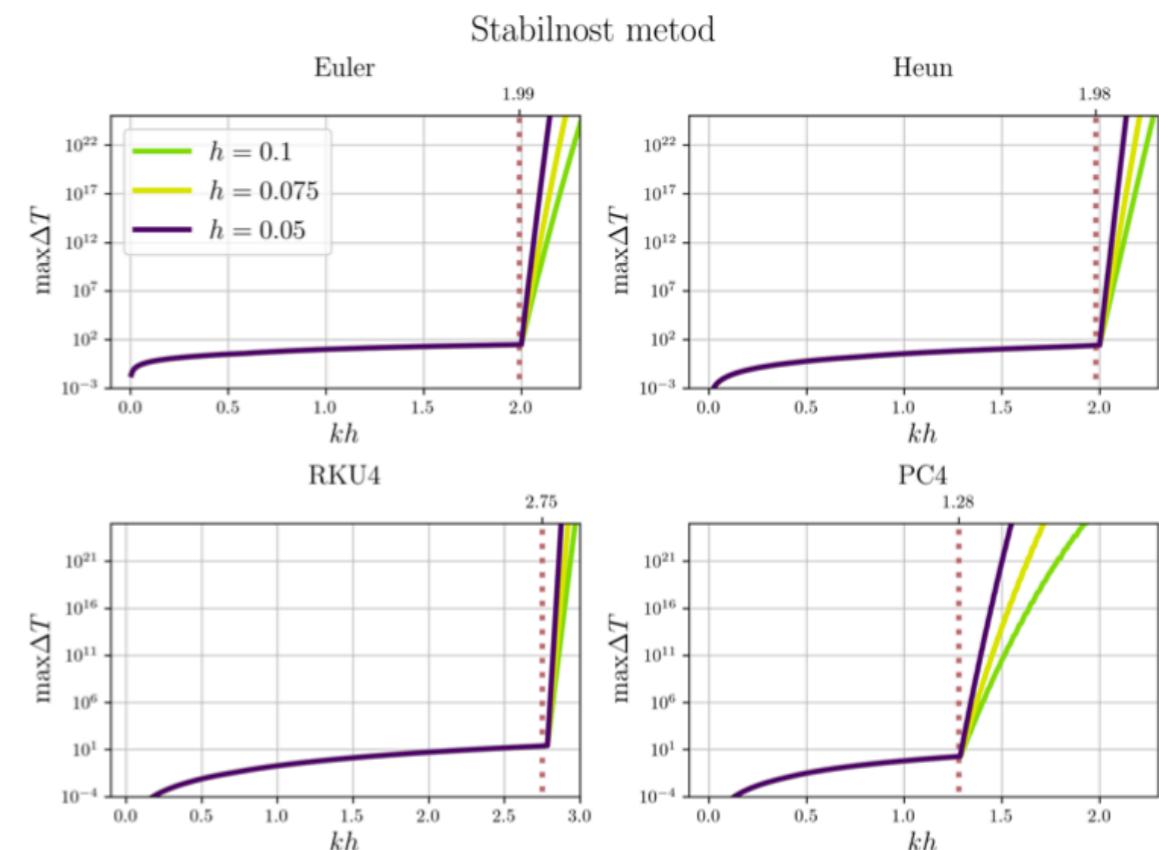
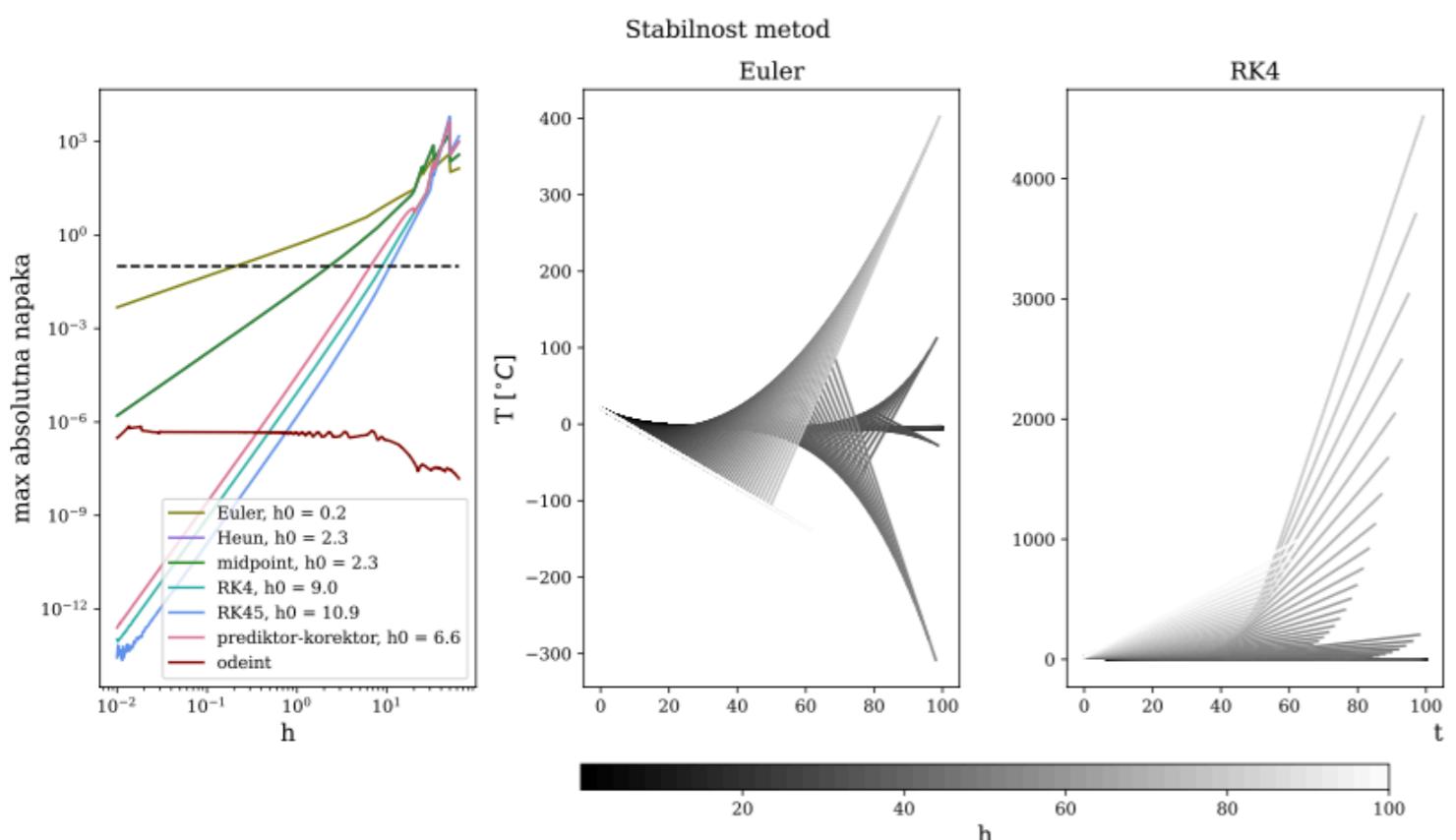
liko 2: Odvisnost natančnosti od časa izvajanja za različne metode integriranja (zgoraj) in od porabe RAM-a (spodaj). Številke v spodnjem grafu so absolutne vrednosti logaritmov maksimalnih napak (npr. 10 pomeni 10^{-10}). Prikazane so točke, kjer uspemo izmeriti smiselno porabo pomnilnika.



Študije stabilnosti

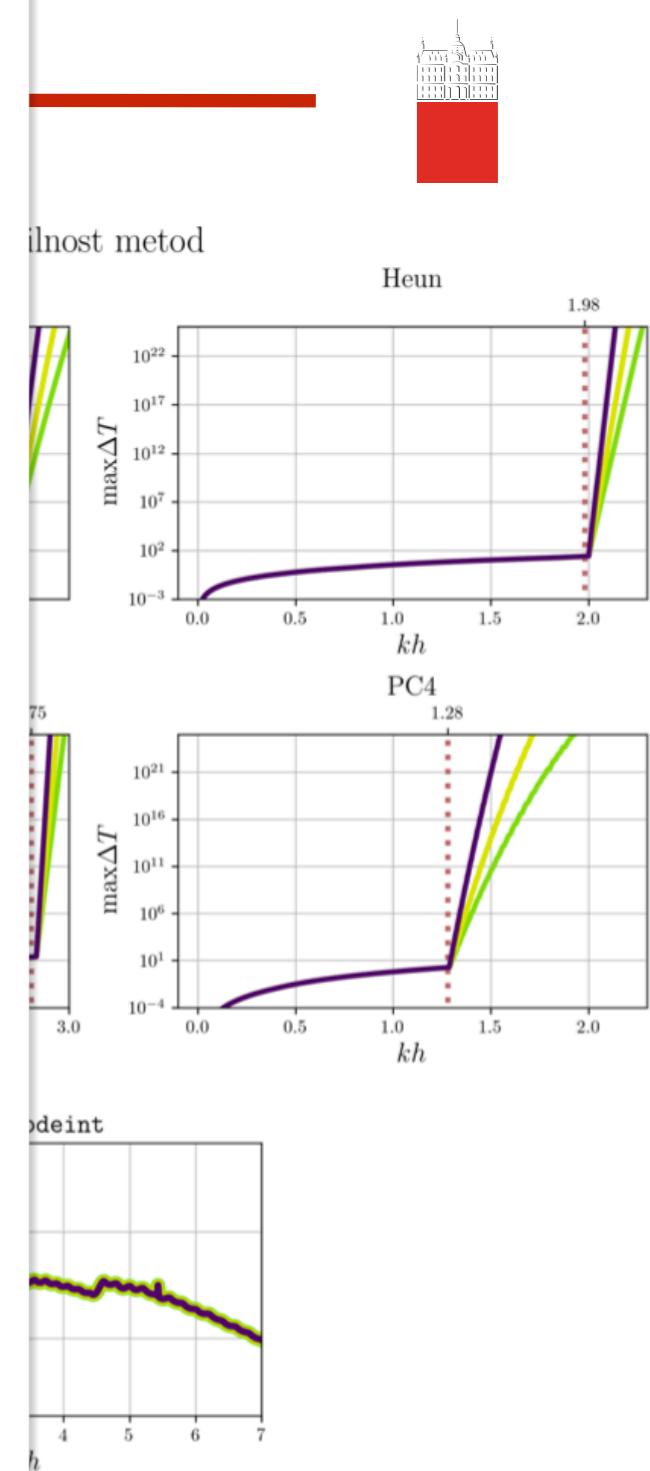
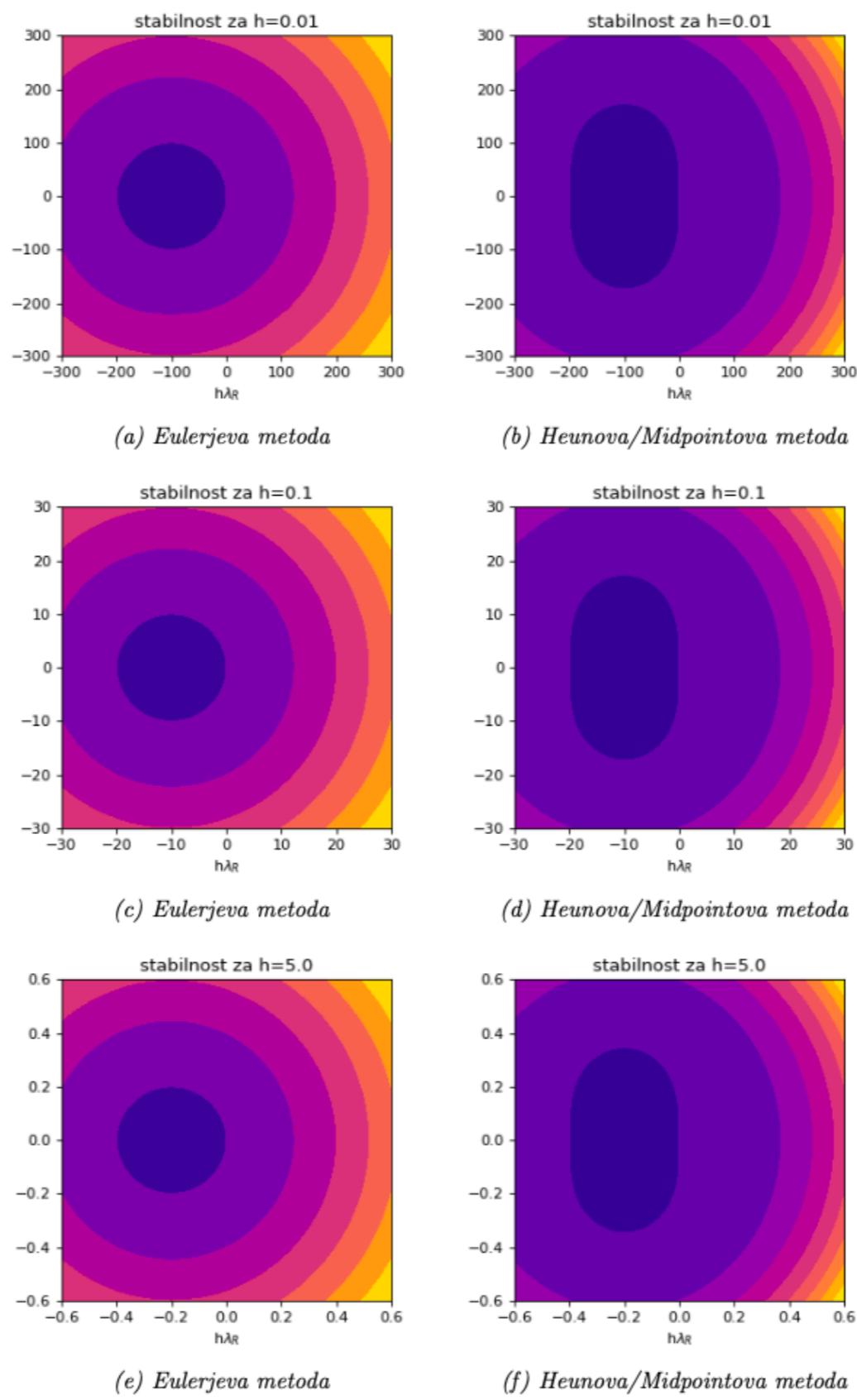
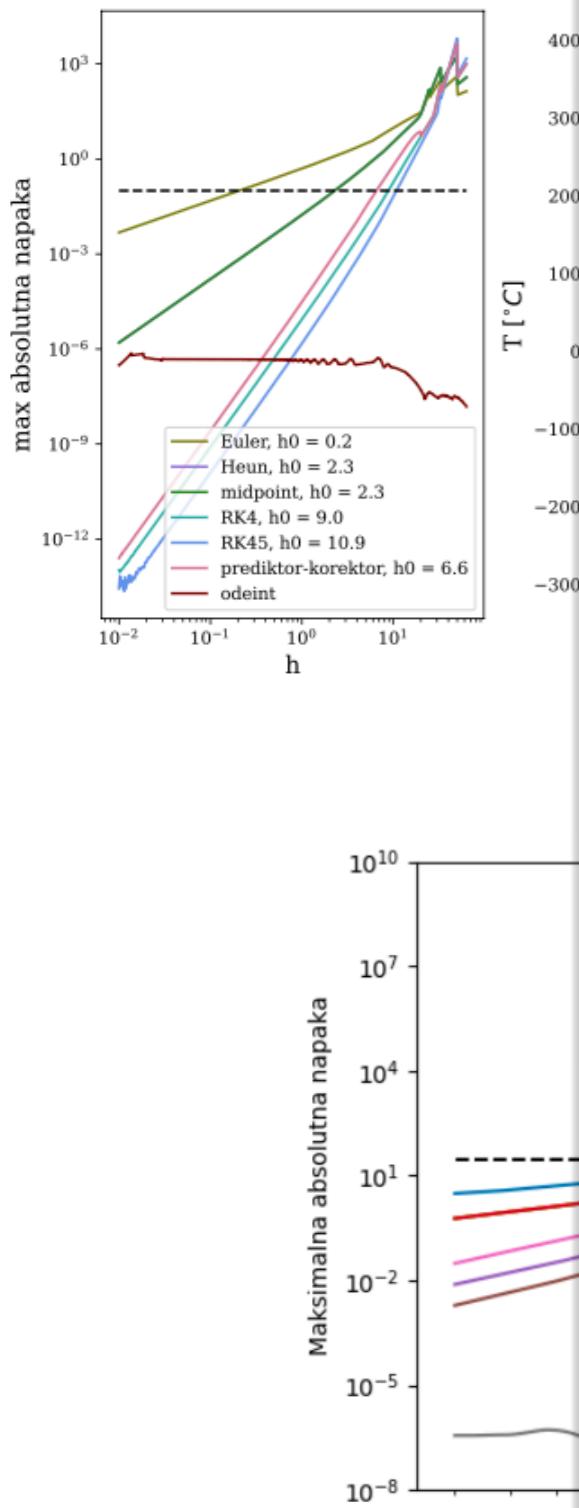
Bravo!

- ...še vedno ni vedno obravnavana..



Bravo!

• ...še vedno r



Slika 7: Rešitev pri $T_0 = 21^\circ C$, $T_{zun} = -5^\circ C$ in različnih vrednostih h . Primerjala sem Eulerjevo in Heunovo/Midpointovo metodo. **Območje stabilnosti označuje najitemnejše območje v središču.** Opazimo močno spremenjanje skale oz. velikost parametra k , za katere je rešitev stabilna.



Natančna študija stabilnosti..

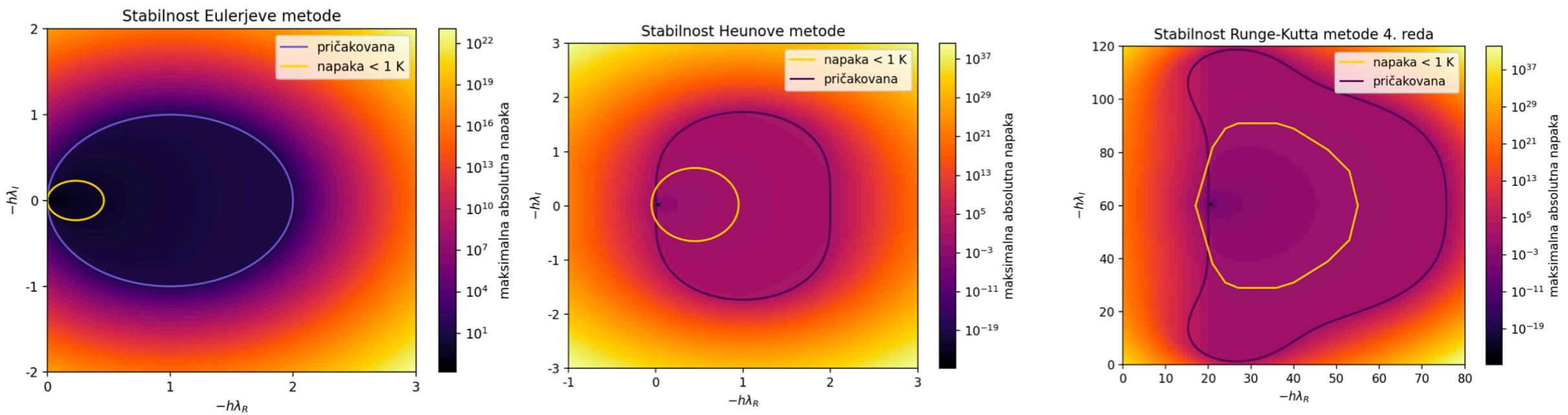
- Posebna pozornost k stabilnosti...

Lani....

Če definiram $z = hk$, dobim sledeče pogoje za stabilnost (izpeljave so podobne kot tista iz predavanja za Eulerjevo):

- Eulerjeva metoda: $|1 + z| \leq 1$
- Heunova metoda: $\left|1 + z + \frac{z^2}{2}\right| \leq 1$
- Midpoint metoda: $\left|1 + z + \frac{z^2}{2}\right| \leq 1$
- Runge-Kutta 4. reda: $\left|1 + z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{6} + \frac{z^4}{24}\right| \leq 1$
- Adams-Bashfort-Moultonov prediktor-korektor 4. reda: približno sem odčitala le tri značilne točke: (0, 0.9), (0, -0.9) in (-1.25, 0). Oblika je tudi precej podobna trikotniku.

Na dobljene matrične upodobitve, sem narisala tudi pričakovane vrednosti in območje, kjer je napaka manjša od 1 K.

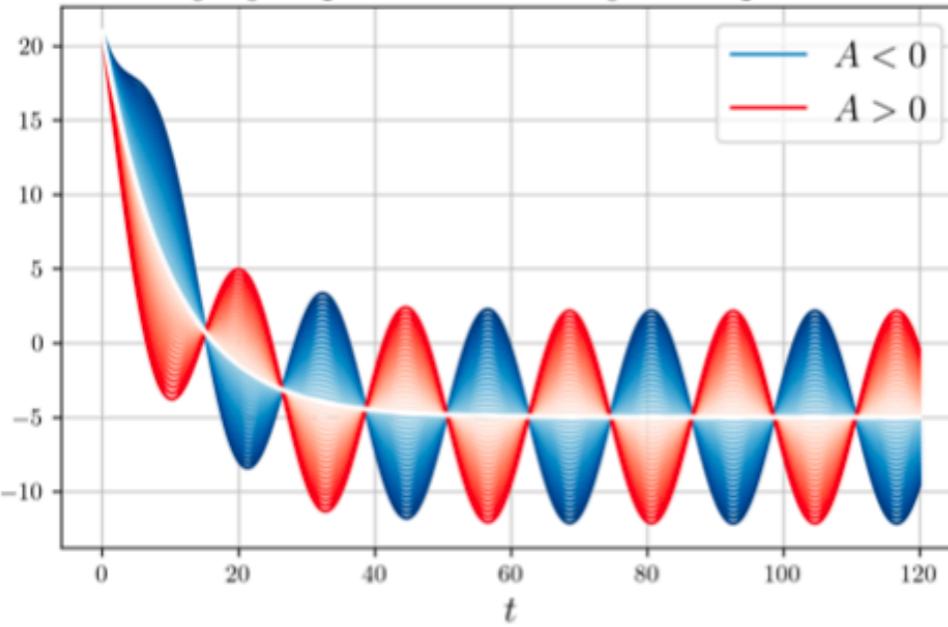




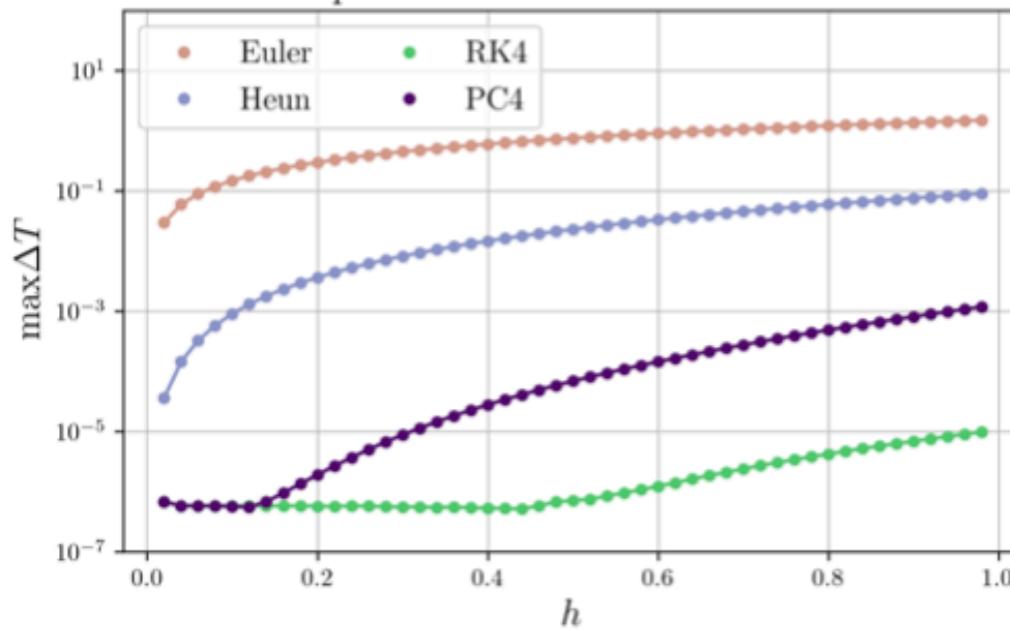
Dodatna naloga

Posebej učinkovite barve!

Ohlajanje s periodično motnjo z amplitudo A



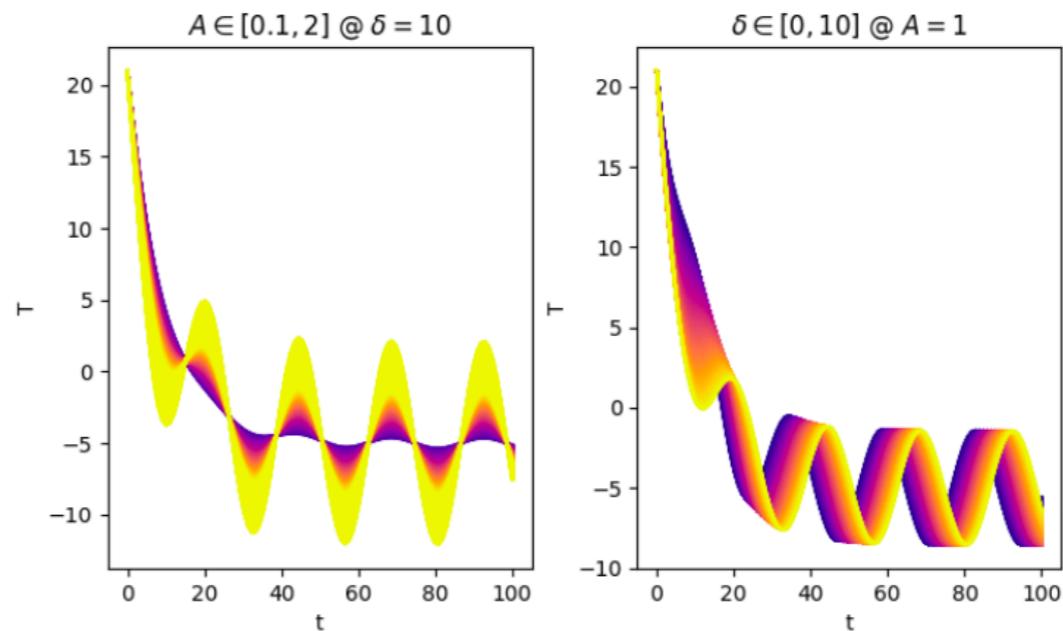
Napaka v odvisnosti od koraka h



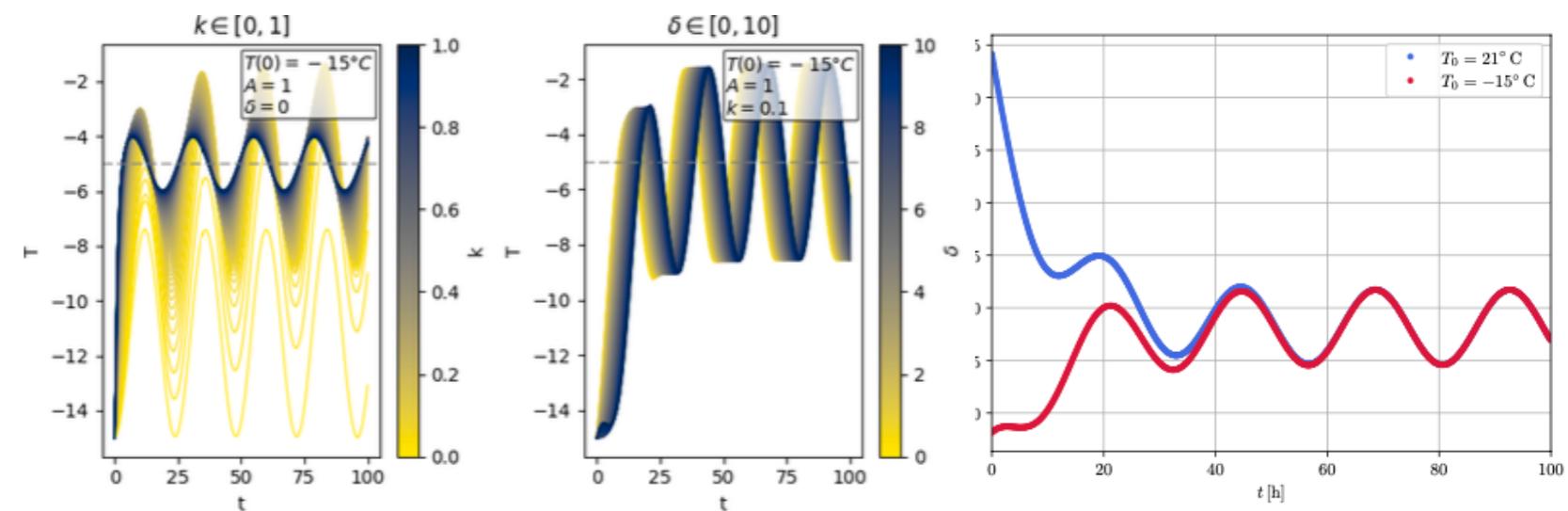
$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{zun}) + A \sin\left(\frac{2\pi}{24}(t - \delta)\right)$$

Rešitev enačbe: $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{out}) + A \sin(\frac{\pi}{12}(t - \delta))$

Parametri: $h = 0.1$, $k = 0.1$, $T_0 = 21^\circ C$, $T_{zun} = -5^\circ C$



Slika 4: Obnašanje rešitve enačbe 3 za različna parametra A in δ . Temnejša kot je barva, manjši je parameter.

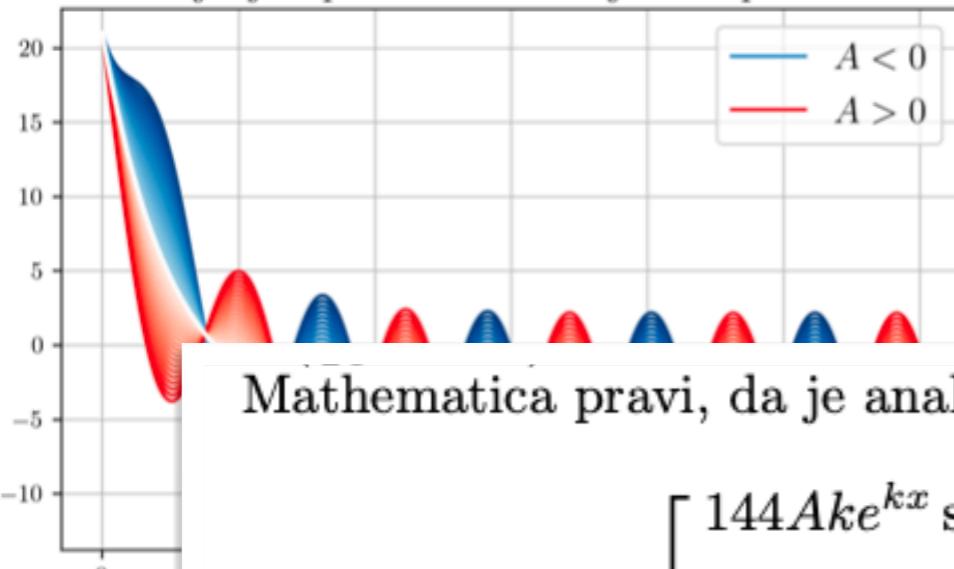




Dodatna naloga

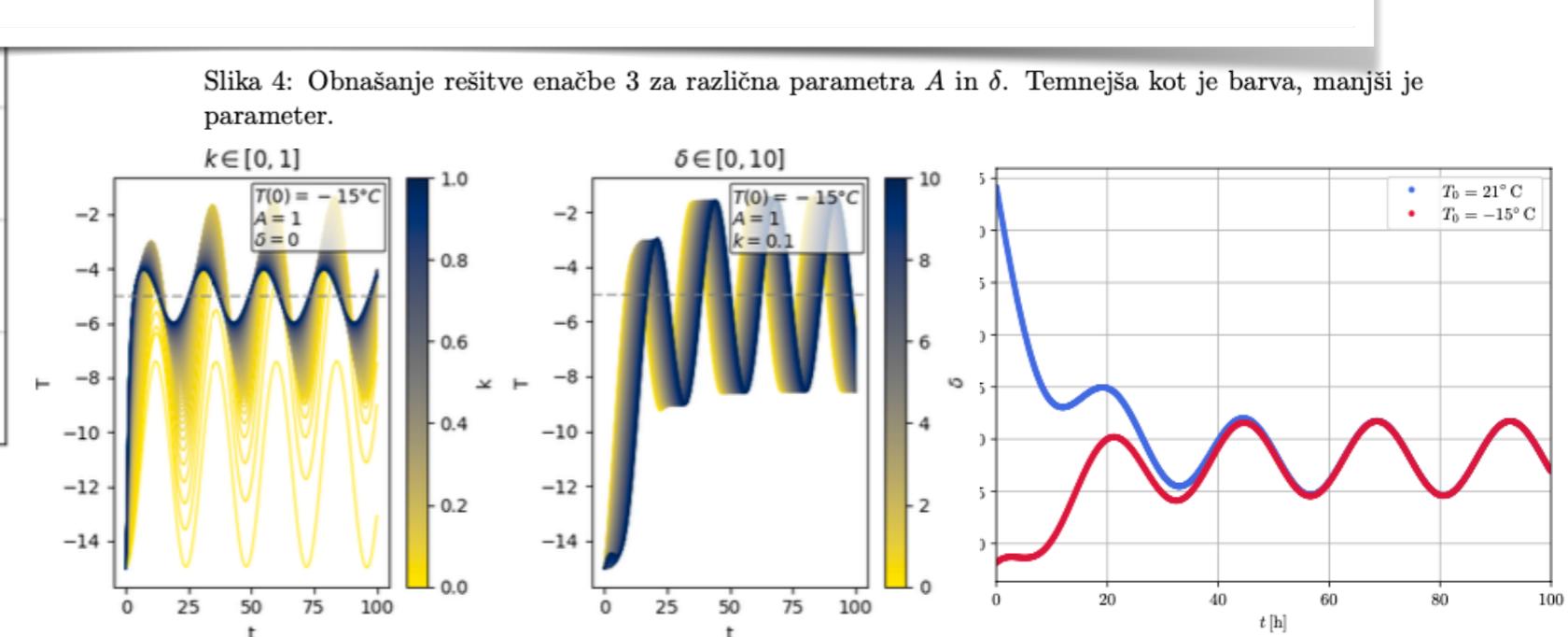
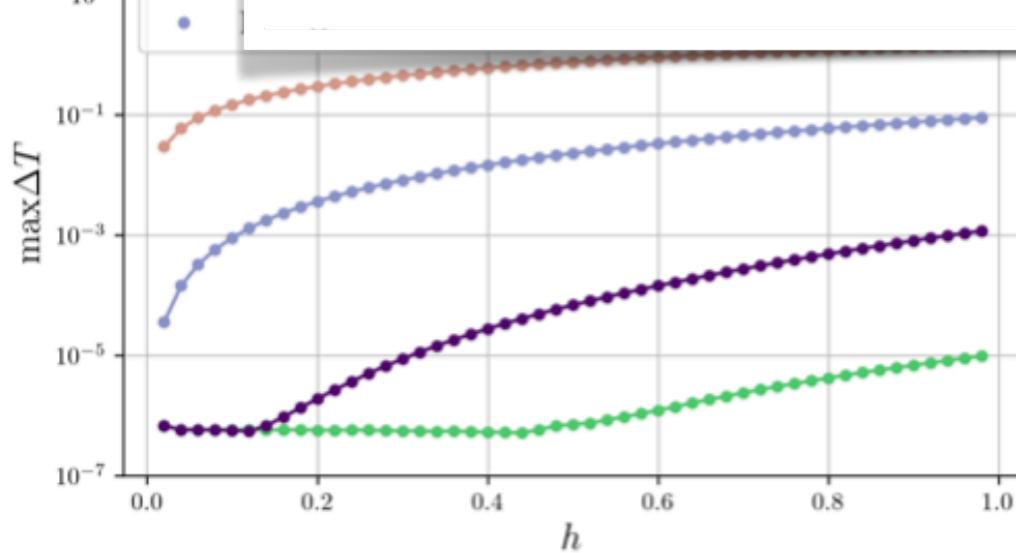
Posebej učinkovite barve!

Ohlajanje s periodično motnjo z amplitudo A



Mathematica pravi, da je analitična rešitev te enačbe sledeča:

$$T(t) = e^{-kx} \left[\frac{144Ake^{kx} \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) - 12\pi Ae^{kx} \cos\left(\frac{\pi x}{12}\right) + 12\pi A + 144T_{zun}k^2e^{kx} - 144T_{zun}k^2 + \pi^2T_{zun}e^{kx} - \pi^2t_{zun} + 144k^2T(0) + \pi^2T(0)}{144k^2 + \pi^2} \right].$$

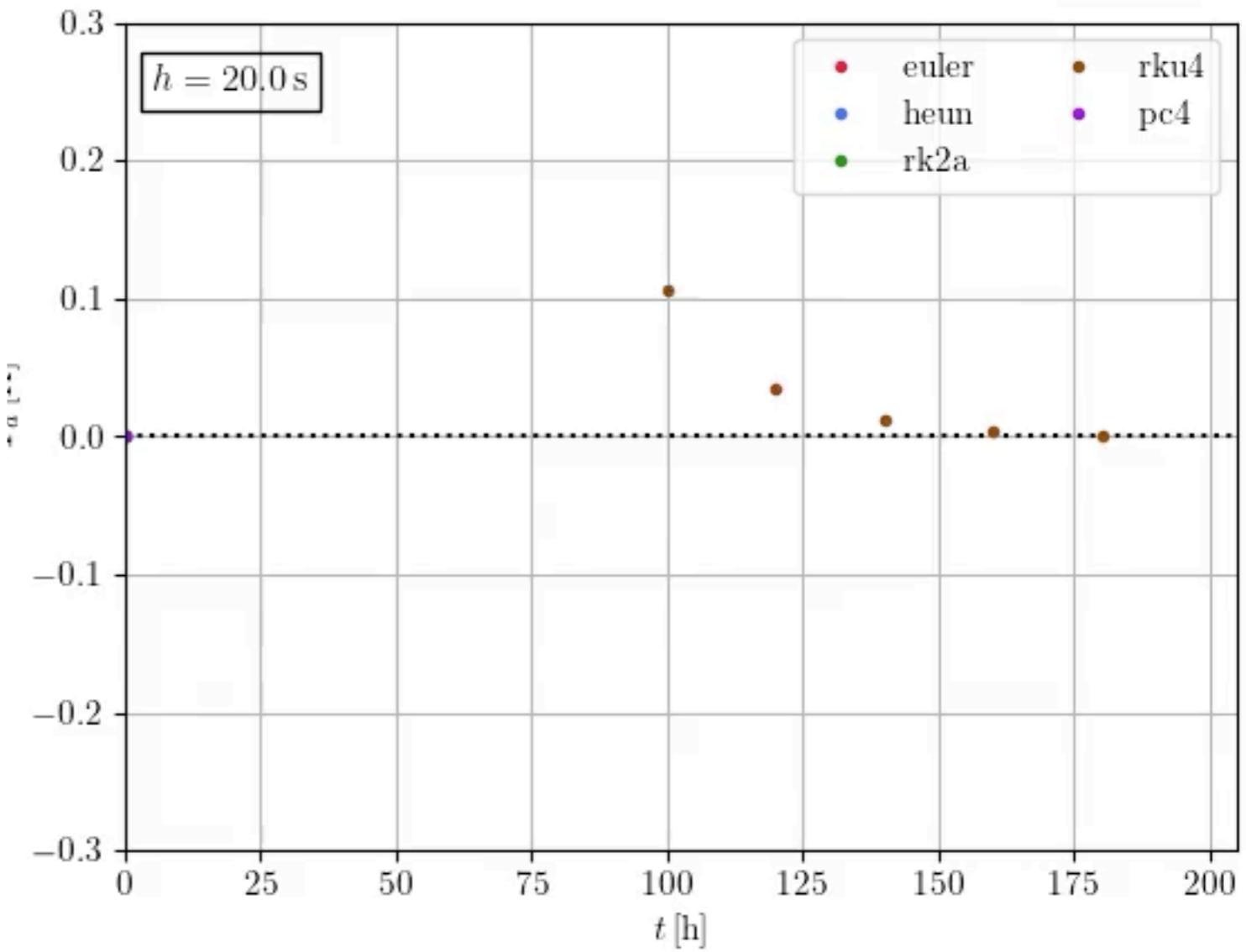
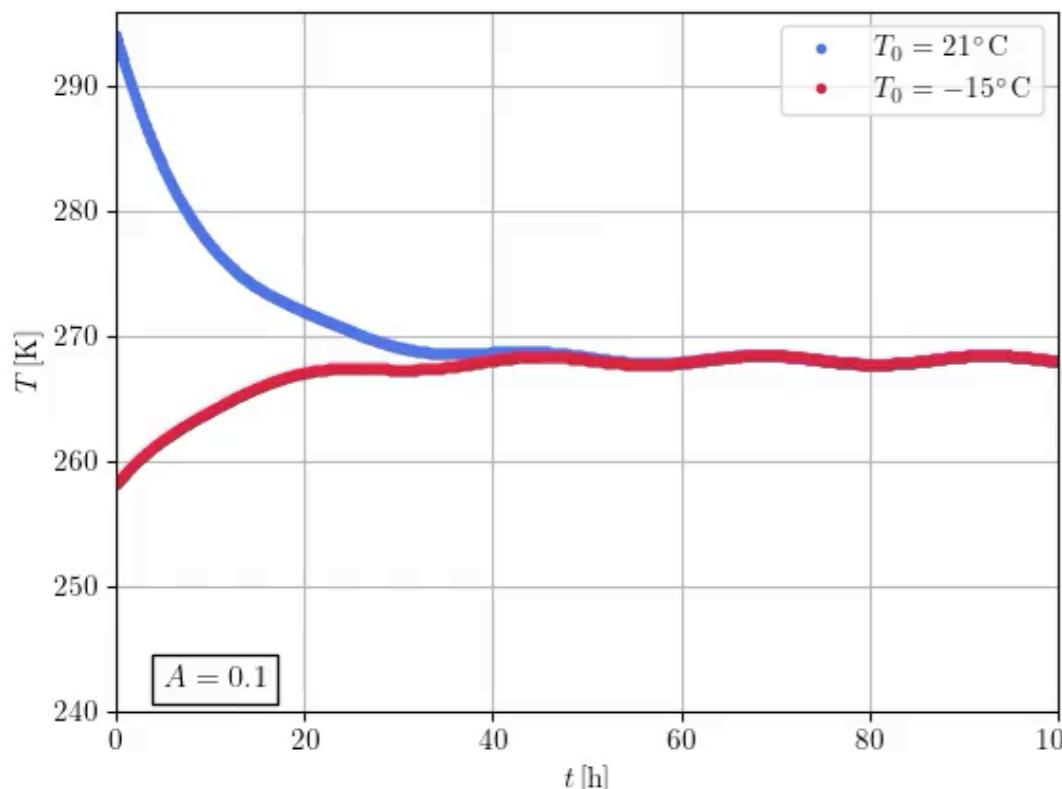
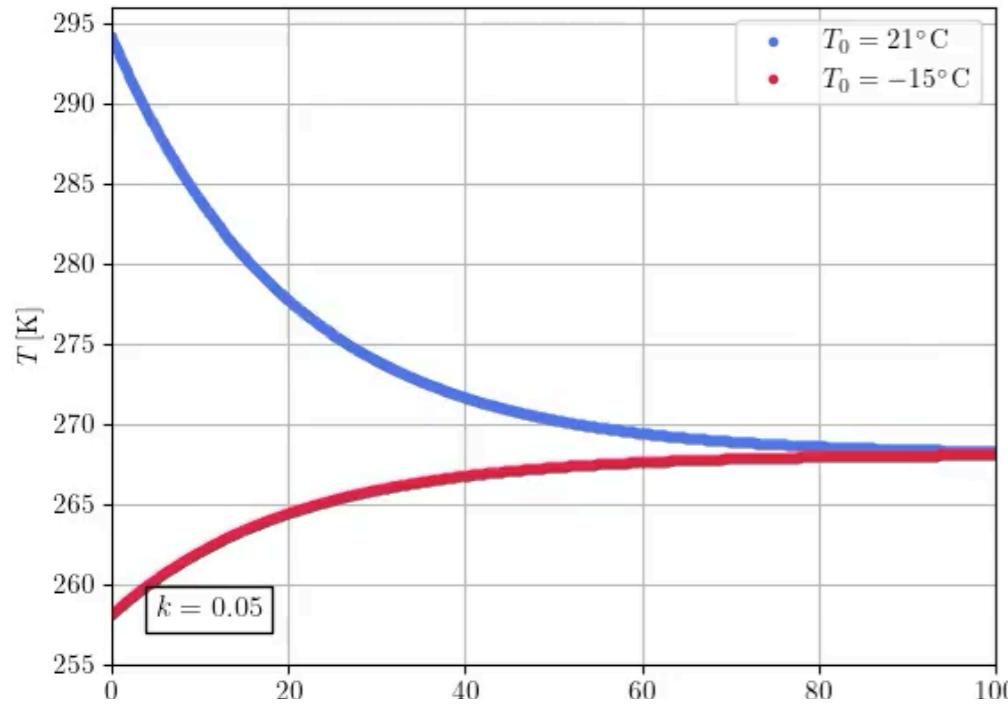




Posebne študije..

- Tudi animacije ...

Lepo!



$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{zun}}) + A \sin\left(\frac{2\pi}{24}(t - \delta)\right)$$

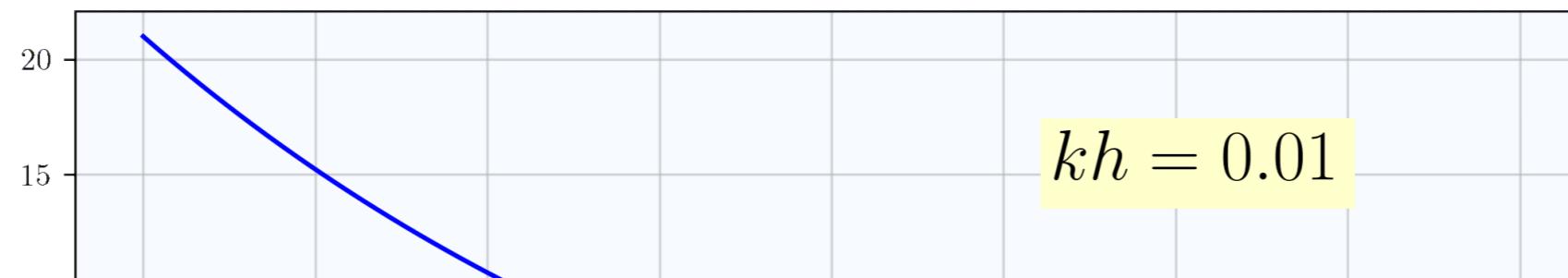


Posebne študije..

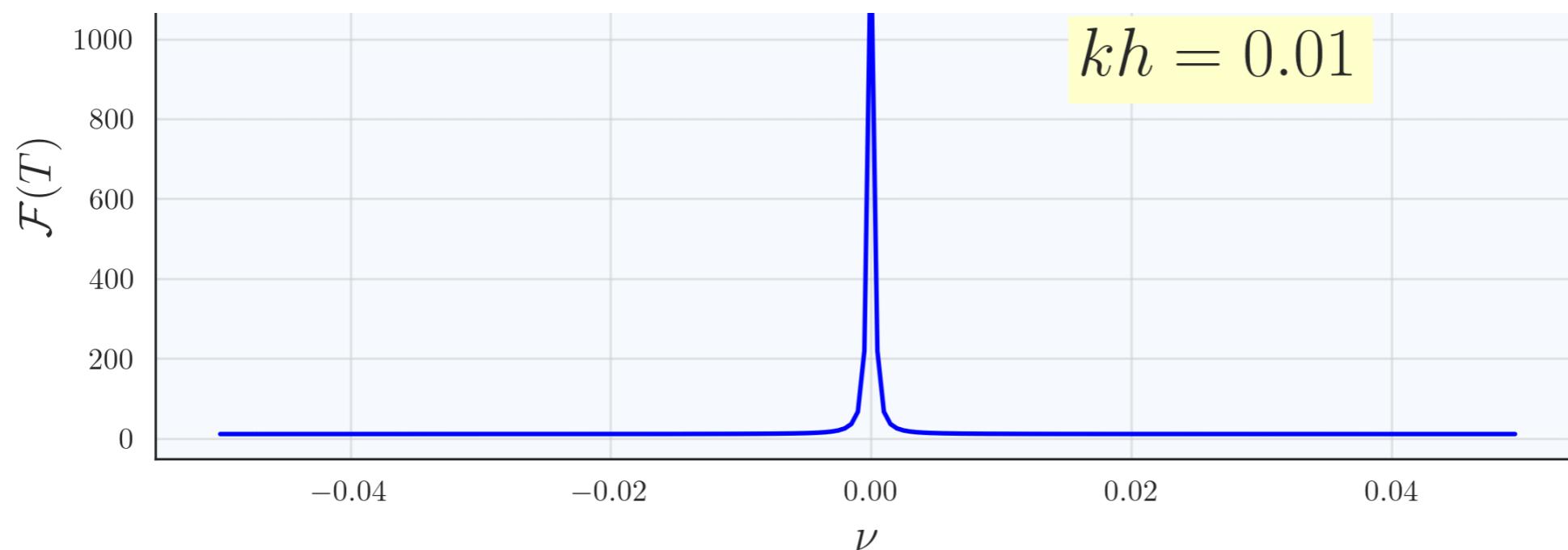
- Tudi animacije ... (FFT!)

Lepo!

Nestabilnost Eulerjeve metode. $h = 0.1$



Recimo za $kh = 1.81$ na sliki 4 opazimo, da ima približek T oscilatoren značaj. Ker so divje oscilacije nefizikalne, je poleg $\max \Delta T$ torej neka mera za nestabilnost metode tudi, kdaj v približku nastopijo oscilacije. Da bi malce otipala to vprašanje, sem – navdahnjena z Bachovo partito in uharicama iz 4. in 5. naloge – pri fiksnem $h = 0.1$ za različne produkte kh izračunala Fourierov obrat rešitev. Na sliki 5 je graf reskaliranih FFT za $kh = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ ter odvisnost $\max |\mathcal{F}(T) - \mathcal{F}(T^*)|$ od kh , kjer je T^* eksaktna rešitev. Podobno kot na sliki 4 je vidno, da je kritični produkt $(kh)_c \approx 2$. To se ujema z analitično napovedjo, ki sledi iz računa s predavanj.





Posebne študije..

- Še kakšna (ali deset) dodatnih metod... (vgrajene v različna orodja...)

Lani ...

Single-step methods from the Runge-Kutta family with fixed step size:

- Euler method **euler**
- Heun's method **heun**
- Explicit midpoint method **rk2a**
- Alternate 2nd order RK2 method **rk2b**
- Ralston's 3rd Runge-Kutta method **rk3r**
- 3rd order strong stability preserving Runge-Kutta **rk3ssp**
- Classic 4th order Runge-Kutta **rk4**
- The 3/8 4th order Runge-Kutta method **rk438** (which was included along with the canonical RK4 in Kutta's original 1901 paper)
- Ralston's 4th order Runge-Kutta method **rk4r** (supposedly minimizes local truncation error)
- Fixed-step embedded 4-5th order Runge-Kutta with error estimate **rk45**

Single-step, embedded adaptive-step Runge-Kutta methods:

- Adaptive 2-3rd order Bogacki-Shampine method **bs23** (supposedly used in Matlab's **ode23**)
- Adaptive 4-5th order Runge-Kutta-Fehlberg method **rkf45**
- Adaptive 4-5th order Cash-Karp method **ck45**
- Adaptive 4-5th order Dormand-Prince method **dp45** (supposedly used in Matlab's **ode45**)

Multistep methods

- Alas, only the single 4th order multi-step predictor-corrector Adams-Basforth-Moulton method **pc4**. I ran out of time and energy to implement more of my own, despite the importance of multistep methods in scientific computing.

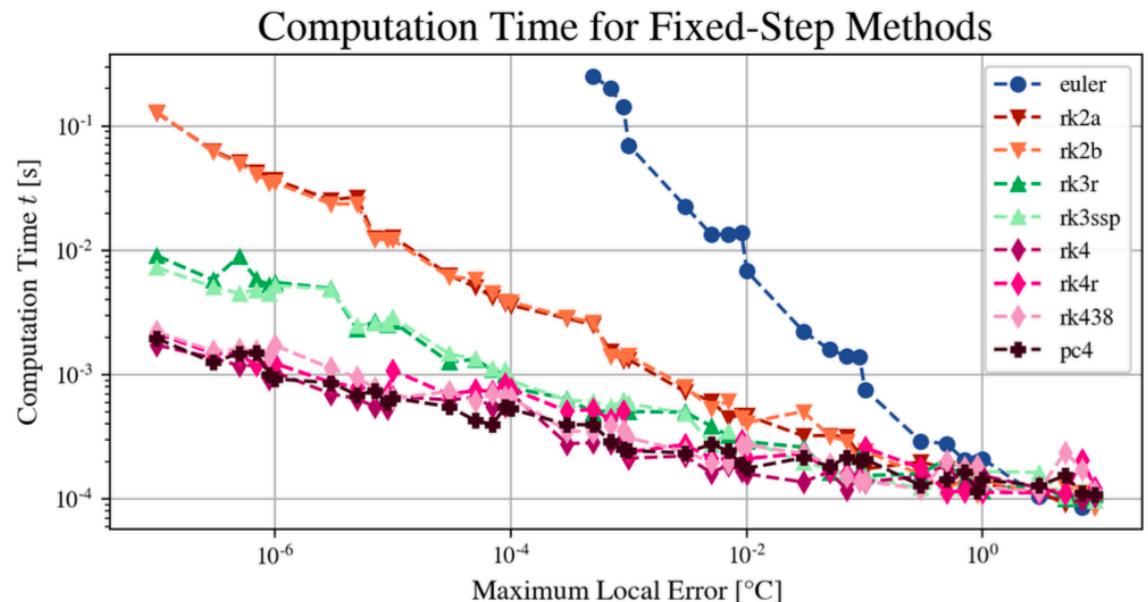


Figure 6: Computation time as a function of maximum permissible local error for each fixed-step method. Note the decrease in computation time with method order for a given tolerance.

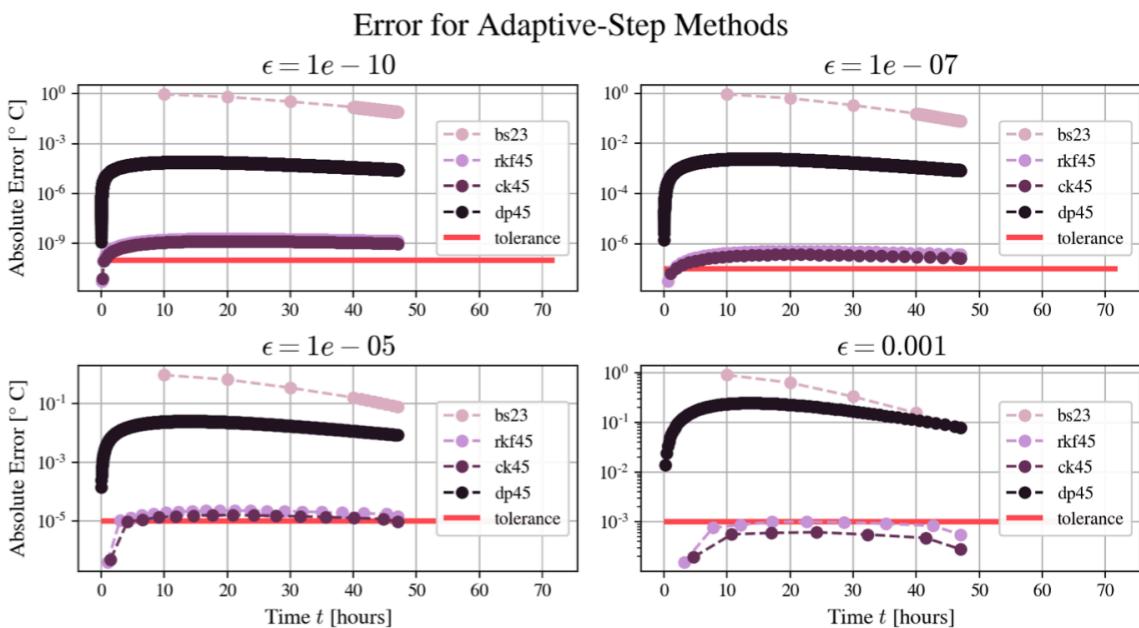
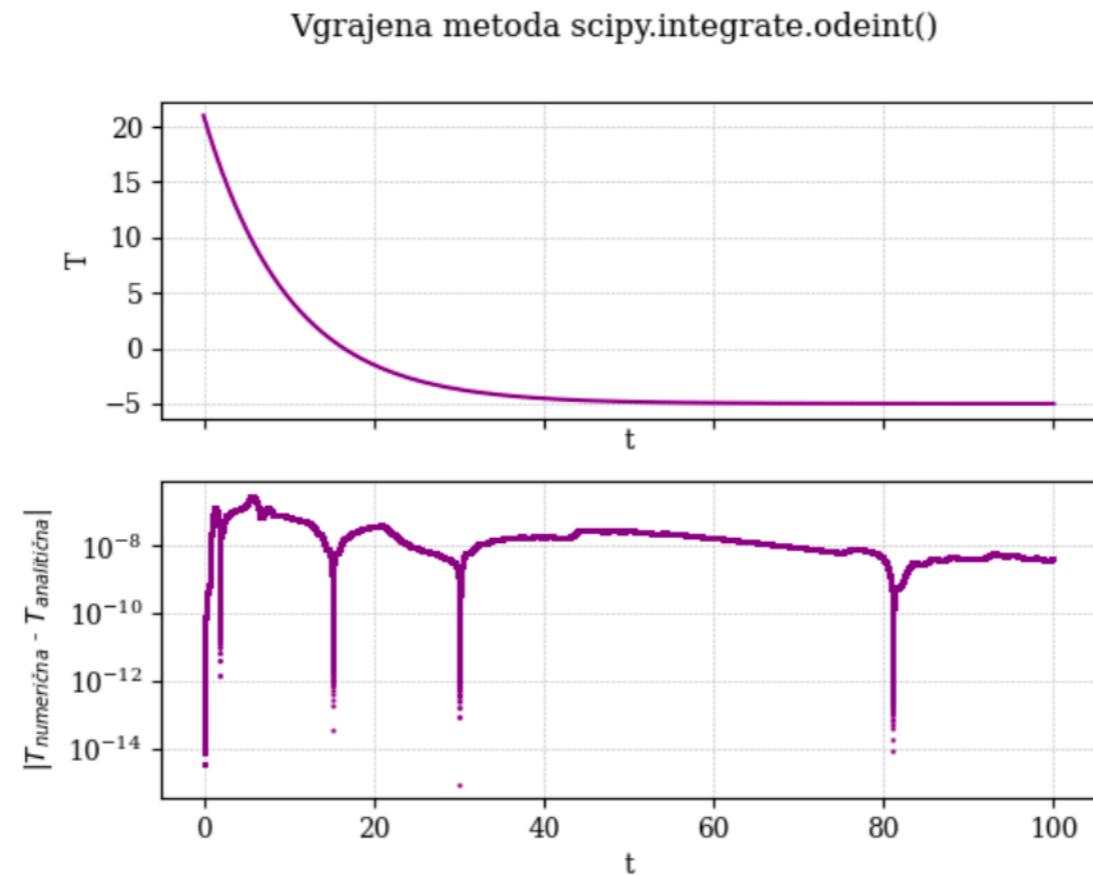


Figure 4: Error for four adaptive-step methods for various tolerances ϵ , shown with a red line for reference. **rkf45** and **ck45** work as intended, while my implementations of **bs23** and **dp45** are likely “buggy”, i.e. the poor performance is my responsibility and not the fault of method in principle. Tested with $k = 0.1$ and $T_0 = 21^\circ\text{C}$.



Posebne študije..

Kot zadnjo sem si pogledala še vgrajeno metodo `scipy.integrate.odeint()`. Funkcija sprejme diferencialno enačbo, začetno vrednost in seznam točk, v katerih se izračunajo rešitve. Za reševanje navadnih diferencialnih enačb uporablja funkcijo `lsoda` iz FORTRAN knjižnice `odepack`. `lsoda` samodejno preklaplja med ustreznimi togimi in ne togimi metodami. Reševanje se vedno začne z metodo, ki ni toga [1]. Problem navadne diferencialne enačbe je tog, če se iskana rešitev spreminja počasi, v bližini pa so rešitve, ki se spremunjajo hitro, zato mora numerična metoda narediti majhne korake, da dobi zadovoljive rezultate [2].



Slika 14: Rešitev, ki je bila izračunana z vgrajeno metodo `scipy.integrate.odeint()`, in njena absolutna napaka.



Natančna študija stabilnosti..

- Posebna pozornost k stabilnosti...
- Propagacija napake v eksplicitnem računu (z Mathematico...)

Stabilnost metode RK4:

S pomočjo programa *Mathematica* sem izpeljal še stabilnostni pogoj za metodo *RK4*:

$$\hat{Y}_1 = Y_1 + \varepsilon p(hk) + k \delta h q(hk)(T_z - Y_0) = Y_1 + \varepsilon_1$$

$$\hat{Y}_2 = Y_2 + \varepsilon_1 p(hk) + k \delta h q(hk)(T_z - Y_1) = Y_2 + \varepsilon p(hk)^2 + 2k \delta h q(hk) p(hk)(T_z - Y_0)$$

...

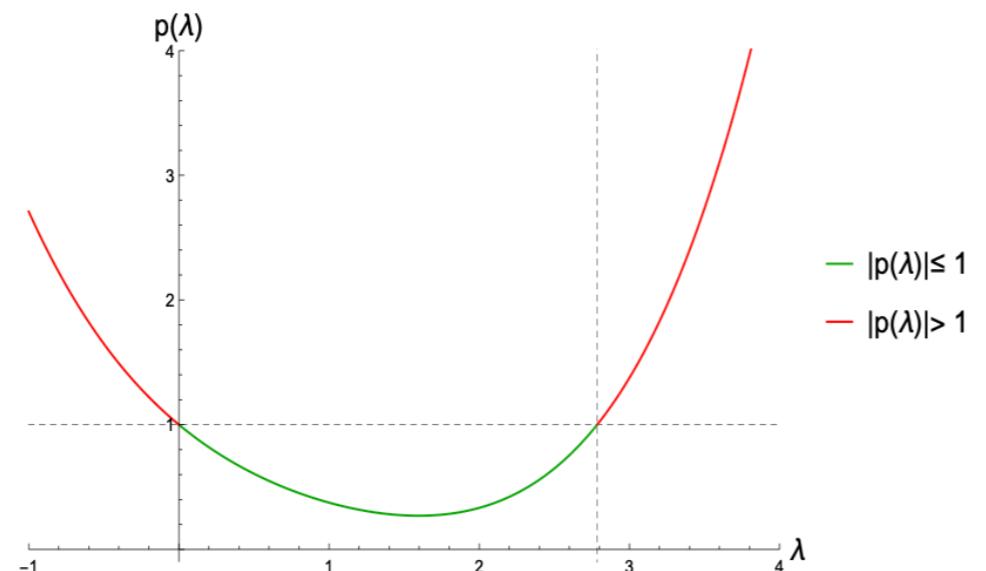
$$\hat{Y}_N = Y_N + \varepsilon p(hk)^N + N k \delta h q(hk) p(hk)^{N-1}(T_z - Y_0)$$

kjer sta p in q polinoma:

$$p(\lambda) = \frac{1}{24} (\lambda^4 - 4\lambda^3 + 12\lambda^2 - 24\lambda + 24)$$

$$q(\lambda) = \frac{1}{6} (-\lambda^3 + 3\lambda^2 - 6\lambda + 6)$$

Ključno je da velja $|p(hk)| < 1$. Stabilno območje prikažemo na sliki



Slika 1: Odvisnost polinoma $p(\lambda)$ od parametra $\lambda = hk$. Stabilnostni pogoj za metodo *RK4* pri enačbi (2) je $|p(\lambda)| < 1$, kar je izpolnjeno za $\lambda \in (0, \lambda_{max})$.

Opazimo eno presečišče s horizontalo $y = 1$ pri $\lambda = 0$, drugo presečišče pa določimo numerično in dobimo $\lambda_{max} = 2.785$

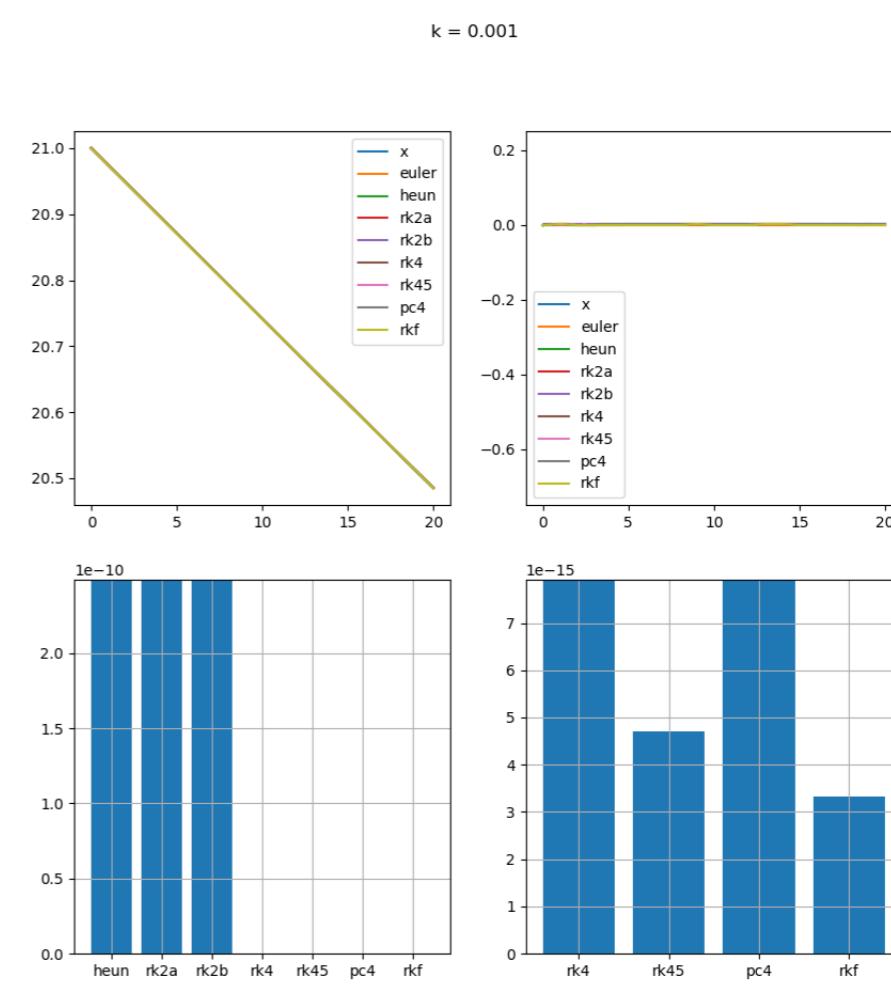
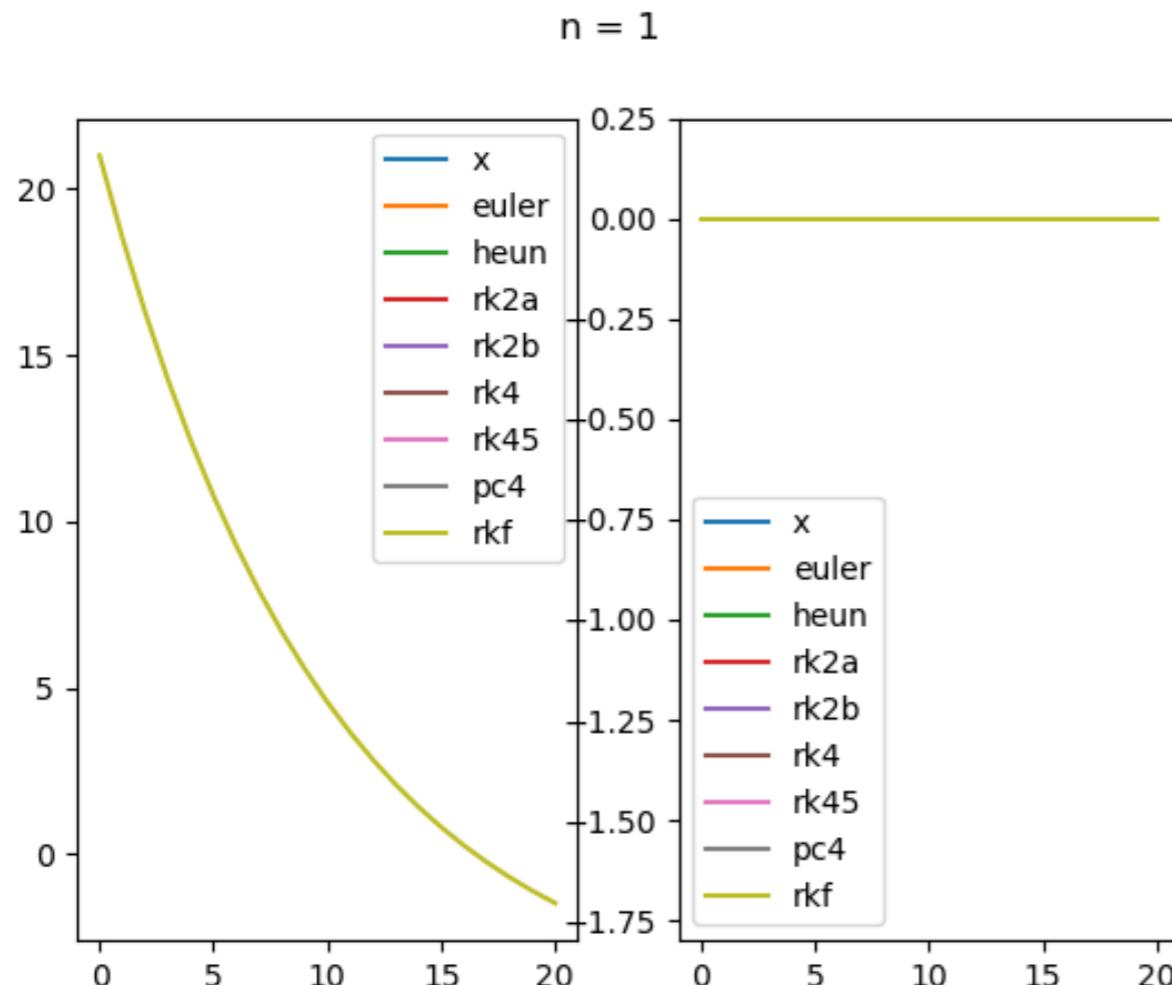


Inovativnost

Lani...

2.1 Več nitno računanje (multithreading)

Ko je profesor omenil, da se bomo morali fiziki naučiti programirati super-računalnike, sem dobil idejo, kako bi začel z tovrstnim programeranjem. Odločil sem se, da bom napisal program tako, da bo bila vsaka metoda računana sočasno v različnih "nitih" (thread-ih). Tako sem uporabil 8 thread-ov in tako prihranil veliko časa. To pa mi je tudi omogočilo, da sem časovno odvisnost izračunal v zadovoljivo kratkem času (5-10 min).



Zaključki



4 Zaključek

她: 我想你做我的微分方程作. 因如果你做了, 你很, 而我在我的公桌前做。

我: 好吧, 我很高你有做我的微分方程作. 如果你做了, 你到六星期。

The screenshot shows the DeepL Translator interface. At the top, there are links for DeepL Translator, DeepL Pro, For Business, Why DeepL?, API, Plans and pricing, Sign up, and Login. Below that are two buttons: "Translate text" (29 languages) and "Translate files" (.pdf, .docx, .pptx). The main area has language dropdowns: "Chinese (detected)" on the left and "English (US)" on the right. A "Glossary" button is also present. The text input on the left contains the Chinese conversation, and the output on the right shows the English translation. At the bottom, there are tabs for "Text", "Documents", and "Websites". The footer shows the source text in Chinese and its English translation, along with a speech-to-text icon, a progress bar at 66/5,000, and a pencil icon.

她:我想你做我的微分方程作.因如果你做了, 你很, 而我在我的公桌前做。我:好吧, 我很高你有做我的微分方程作. 如果你做了, 你到六星期。

She:I want you to do my differential equations.
Because if you do, you are very, and I do it at
my public table.
Me: Well, I'm high on you having to do my
differential equations. If you do, you're up to
six weeks.

CHINESE (SIMPLIFIED) - DETECTED JAPANESE ENGLISH ENGLISH JAPANESE ITALIAN

她:我想你做我的微分方程作.因如果你做了, 你很, 而我在我的公桌前做。我:好吧, 我很高你有做我的微分方程作. 如果你做了, 你到六星期。

Tā: Wǒ xiǎng nǐ zuò wǒ de wéifēn fāngchéng zuò. Yīn rúguō nǐ zuòle, nǐ hěn, ér wǒ zài wǒ de gōng zhuō qián zuò. Wǒ: Hǎo ba, wǒ hěn gāo nǐ yǒu zuò wǒ de wéifēn fāngchéng zuò. Rúguō nǐ zuòle, nǐ dào liù xīngqí.

Her: I want you to do my differential equations. Because if you do, you are very happy, and I do it at my desk. Me: Well, I'm high that you did my differential equation work. If you did, you got to six weeks.

Zaključki



Zaključek

Največ korakov, in to živčnih, sem naredil jaz, saj sem za začetni pogoj vzel intiger namesto float. Posledično je bila natančnost katastrofalna. Samo ta malenkost mi je vzela pol dneva. :)

6 Zaključek

Ko sem prebral navodila tokratne naloge, sem si obetal, da bo njena časovna potratnost za kakšen velikostni red manjša od prejšnjih...

Zdaj razumem, zakaj ste nam na začetku semestra pripovedovali o Murphyjevih zakonih...