ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Κεραίες και Διαδοση Αναφορά

Εργασία 1

Διακολουκάς Δημήτριος
ΑΕΜ 10642

Email: ddiakolou@ece.auth.gr

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή στην Εργασία

Κεφάλαιο 2

Διδιάστατες Στοιχειοκεραίες

Κεφάλαιο 3

Κατευθυντικότητα γραμμικής ανομοιόμορφης στοιχειοκεραίας

3.1 Απόδειξη της κατευθυντικότητας μη ομοιόμορφης γραμμικής στοιχειοκεραίας

Θεωρούμε γραμμική στοιχειοκεραία N στοιχείων, με απόσταση d και μιγαδικά ρεύματα

$$I_n e^{jn\delta}, \qquad n = 0, 1, \ldots, N-1.$$

3.1.1 Συντελεστής στοιχειοκεραίας

Η γεωμετρική φάση για διεύθυνση θ είναι $nkd\cos\theta$, άρα ο συντελεστής στοιχειοκεραίας είναι

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jn(kd\cos\theta+\delta)}.$$

Ορίζουμε

$$\psi(\theta) = kd\cos\theta + \delta,$$

οπότε

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jn\psi}.$$

3.1.2 Διάγραμμα ακτινοβολίας

Το διάγραμμα είναι

$$|F(\theta)|^2 = \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jn\psi}\right)\left(\sum_{m=0}^{N-1} I_m e^{-jm\psi}\right) = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\psi}.$$

Η μέγιστη ακτινοβολία προκύπτει όταν

$$\psi(\theta_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad kd\cos\theta_0 + \delta = 0,$$

οπότε

$$F(\theta_0) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n, \qquad |F(\theta_0)|^2 = \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n\right)^2.$$

3.1.3 Ολική ακτινοβολούμενη ισχύς

Η ολική ισχύς είναι

$$P_{\text{rad}} = C \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |F(\theta)|^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = C \cdot 2\pi \int_0^{\pi} |F(\theta)|^2 \sin\theta \, d\theta.$$

Με χρήση της ανάπτυξης

$$|F(\theta)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\psi},$$

προκύπτει

$$P_{\text{rad}} = C \cdot 2\pi \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m \int_0^{\pi} e^{j(n-m)\psi} \sin\theta \, d\theta.$$

3.1.4 Υπολογισμός του ολοκληρώματος

Αφού $\psi = kd\cos\theta + \delta$, έχουμε

$$e^{j(n-m)\psi} = e^{j(n-m)\delta} e^{j(n-m)kd\cos\theta}.$$

Το ολοκλήρωμα γίνεται

$$I_{nm} = e^{j(n-m)\delta} \int_0^{\pi} e^{j(n-m)kd\cos\theta} \sin\theta \, d\theta.$$

Θέτουμε $u = \cos\theta$, $du = -\sin\theta \, d\theta$:

$$I_{nm} = e^{j(n-m)\delta} \int_{-1}^{1} e^{j(n-m)kdu} \, du.$$

Το ολοκλήρωμα είναι

$$\int_{-1}^{1} e^{j(n-m)kdu} \, du = \frac{e^{j(n-m)kd} - e^{-j(n-m)kd}}{j(n-m)kd} = \frac{2\sin[(n-m)kd]}{(n-m)kd}.$$

Άρα

$$I_{nm} = e^{j(n-m)\delta} \frac{2\sin[(n-m)kd]}{(n-m)kd}.$$

3.1.5 Ολική ισχύς σε τελική μορφή

$$P_{\text{rad}} = C \cdot 4\pi \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\delta} \frac{\sin[(n-m)kd]}{(n-m)kd}.$$

3.1.6 Κατευθυντικότητα

Ο ορισμός της κατευθυντικότητας είναι:

$$D = \frac{4\pi\, U_{\max}}{P_{\mathrm{rad}}}.$$

Η μέγιστη πυκνότητα ισχύος είναι

$$U_{\max} = C \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n \right)^2 .$$

Άρα

$$D = \frac{4\pi C \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n \right)^2}{C \cdot 4\pi \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\delta} \frac{\sin[(n-m)kd]}{(n-m)kd}}.$$

Απλοποιώντας:

$$D = \frac{\left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n \right)^2}{\displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\delta} \frac{\sin[(n-m)kd]}{(n-m)kd}}.$$

Πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή με kd:

$$\boxed{D = \frac{kd \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n \right)^2}{\displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\delta} \frac{\sin[(n-m)kd]}{n-m}}}$$

με το όριο

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \text{για } n = m.$$

Βιβλιογραφία

[1] Elearning Ασκήσεις και Θεωρία 058 Κεραίες και Διάδοση