ΕΡΓΑΣΙΑ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΥΨΗΛΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ PART 2

ΔΙΑΚΟΛΟΥΚΑΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ 10642

ΑΣΚΗΣΗ 1

(Α) Στην παρούσα άσκηση θα εξετάσουμε τη μέτρηση της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς και της εφαπτομένης των απωλειών ενός διηλεκτρικού υλικού χρησιμοποιώντας έναν κυματοδηγό ορθογωνικής διατομής. Συγκεκριμένα, θα υπολογίσουμε τις άγνωστες παραμέτρους ϵr και tanδ με βάση τις μετρήσεις της σύνθετης κυματικής αντίστασης για δύο δείγματα διαφορετικού πάχους.

Δεδομένα:

1. Συχνότητα: f = 10 GHz
2. Ταχύτητα φωτός: $C = 3 \times 10^8$ m/s
3. Πλάτος κυματοδηγού: $a = 2.286$ cm $= 2.286 \times 10^{-2}$ m
4. Ύψος κυματοδηγού: $b = 1.016$ cm $= 1.016 \times 10^{-2}$ m
5. Πάχος του πρώτου δείγματος: $d_1 = 1.5$ mm $= 1.5 \times 10^{-3}$ m
6. Πάχος του δεύτερου δείγματος: $d_2 = 3$ mm $= 3 \times 10^{-3}$ m
7. Μήκος κυματοδηγού: $L = 6$ cm $= 6 \times 10^{-2}$ m
8. Σύνθετη αντίσταση για πάχος d1: $Z_{in1} = 4.9678 + j\,43.9439\ \Omega$
9. Σύνθετη αντίσταση για πάχος d2: $Z_{in2} = 108.5347 + j\,202.0158\ \Omega$

Αρχικά θα υπολογίσουμε την συχνότητα αποκοπής του επικρατέστερου ρυθμού TE_{10} κυματοδηγού ως εξής:

- $f_c = (C / (2 \times \pi)) \times (\pi / \alpha)$

Η λύση της άσκησης βασίζεται στη χρήση του κυματοδηγού για την εύρεση των άγνωστων παραμέτρων εr και tan δ. Έτσι για αρχή θα πρέπει να βρούμε την χαρακτηριστική αντίσταση του κενού $h_0 = 120 \times \pi$, τη μαγνητική διαπερατότητα του κενού καθώς και τη διηλεκτρική σταθερά του κενού μετά θα χρειαστεί να υπολογίσουμε την χαρακτηριστική αντίσταση του κυματοδηγού σύμφωνα με τον τύπο $Z_0 = h_0 / \mathrm{sqrt}(1 - (f_c / f)^2)$ και να βρούμε και την σταθερά διάδοσης στο κενό $\beta_0 = 2 \times pi \times f/C \times \mathrm{sqrt}(1 - (f_c / f)^2)$. Στη συνέχεια θα χρειαστεί να βρούμε και την εξίσωση για την σταθερά απόσβεσης και την σταθερά διάδοσης. Για τον υπολογισμό των παραμέτρων του δείγματος διηλεκτρικού, χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις μετασχηματισμού της αντίστασης. Η συνολική σταθερά διάδοσης γ υπολογίζεται από την σχέση $\gamma=\alpha_d+j\beta_1$ όπου α_d είναι η σταθερά απόσβεσης β_d είναι η σταθερά διάδοσης. Οι εξισώσεις λύνονται χρησιμοποιώντας την μέθοδο fsolve του optimization toolbox. Έτσι έχουμε την εξίσωση μιγαδικής σταθεράς διάδοσης για τον κενό κυματοδηγό $\gamma = j\beta_0$ καθώς και για το διηλεκτρικό $\gamma_1 = j \times \beta_0 \times \mathrm{sqrt}(1 - jk_1^2 \times \tan\delta / \beta_1^2) \approx k_1^2 \times \tan\delta / 2\beta_1 + j\beta_1$. Συνεπώς βρίσκουμε ότι η μιγαδική αντίσταση εισόδου του (βραχυκυκλωμένου) διηλεκτρικού τμήματος είναι $Z_{A1} = Z_1 \times \tanh(\gamma d)$ όπου $Z_1 = j\eta_0 / \mathrm{sqrt}(\varepsilon r - (f_c / f)^2)$ και $Z_{A2} = Z_2 \times \tanh(\gamma \times 2d)$ όπου $Z_2 = j\eta_0 / \mathrm{sqrt}(\varepsilon r - (f_c / f)^2)$ για την άλλη περίπτωση. Έτσι έχουμε διαιρώντας κατά μέλη ότι $Z_{A1} / Z_{A2} = \tanh(\gamma \times d) / \tanh(\gamma \times 2d) = (1 + \tanh^2(\gamma \times d)) / 2$. Για αυτό τον λόγο θα παρατηρήσετε ότι στον κώδικα θέτουμε εξίσωση προς επίλυση την $F = \tanh(\gamma \times d)^2 - (2 \times (Z_{A1}/Z_{A2})-1)$ όπου:

- $Z_{A1} = Z_0 \times (Z_{in1} - jZ_0 \times \tan(\beta_0(L - d))) / (Z_0 - jZ_{in1} \times \tan(\beta_0(L - d)))$
- $Z_{A2} = Z_0 \times (Z_{in2} - jZ_0 \times \tan(\beta_0(L - d))) / (Z_0 - jZ_{in2} \times \tan(\beta_0(L - d)))$.

Λύνοντας ως προς γ, βρίσκουμε τις σταθερές απόσβεσης και διάδοσης και στη συνέχεια υπολογίζουμε τη σχετική διηλεκτρική σταθερά εr που προκύπτει εύκολα αναλύοντας τον τύπο $\beta_1 = \text{sqrt}(k^2 + k_c^2)$ και την εφαπτομένη απωλειών tan δ από τον τύπο $\alpha_d = k^2 \tan\delta\ / (2 \times \beta)$. Οι τύποι που χρησιμοποιήθηκαν βρίσκονται στο βιβλίο αλλά και στις διαφάνειες θεωρίας κυρίως σελίδα 21.

Τα αποτελέσματα από τους υπολογισμούς μας είναι:

- Σχετική διηλεκτρική σταθερά (ϵr): 4.5091
- Γωνία απωλειών (tan(δ)): 0.2060

Παρατηρούμε ότι η χρήση δύο δειγμάτων διαφορετικού πάχους d και 2d αντίστοιχα επιτρέπει την εξακρίβωση των παραμέτρων με μεγαλύτερη ακρίβεια, καθώς παρέχει επιπλέον δεδομένα για την ανάλυση.

Ο σχετικός κώδικας βρίσκεται στο αρχείο με σχολιασμό: Exercise_2_1_a.m

(B) Για τον κυματοδηγό ορθογωνικής διατομής όπως και στο προηγούμενο ερώτημα καλούμαστε με την ίδια ακριβώς διαδικασία να επιλύσουμε με την βοήθεια της συνάρτησης fsolve του MATLAB την εξίσωση $F = Z_1 \times \tanh(\gamma \times d)^2 - Z_A$ με την διαφορά ότι τώρα δεν έχουμε το δεύτερο δείγμα. Η συνάρτηση F επιστρέφει τη διαφορά μεταξύ της υπολογιζόμενης αντίστασης εισόδου με το διηλεκτρικό υλικό και της αντίστασης εισόδου του βραχυκυκλωμένου τμήματος μήκους L−d. Προκειμένου να κάνουμε σε αυτή την περίπτωση τους υπολογισμούς μας αρκεί αρχικά να υπολογίσουμε την συχνότητα αποκοπής του επικρατέστερου ρυθμού που είναι στην περίπτωσή μας ο TE_{10} δηλαδή $f_c = (C / (2 \times \pi)) \times (\pi / \alpha)$ και μετά να υπολογίσουμε στην συνέχεια την κυματική αντίσταση $Z_0 = h_0 / \text{sqrt}(1 - (f_c / f)^2)$ αλλά και την σταθερά διάδοσης στο κενό $\beta_0 = 2 \times pi \times f/C \times \text{sqrt}(1 - (f_c / f)^2)$ καθώς και να υπολογίσουμε την αντίσταση εισόδου του βραχυκυκλωμένου διηλεκτρικού τμήματος $Z_A = Z_0 \times (Z_{in1} - jZ_0 \times \tan(\beta_0(L - d))) / (Z_0 - jZ_{in1} \times \tan(\beta_0(L - d)))$. Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε και την κυματική αντίσταση του κυματοδηγού με διηλεκτρικό Z_1 για την οποία μπορείς να χρησιμοποιήσεις τον τύπο της μιγαδικής διηλεκτρικής σταθεράς για να τον υπολογίσεις $\varepsilon_r^* = \varepsilon_r - j(\sigma /(\omega \times \varepsilon_0))$, ενώ έπειτα από πράξεις προκύπτει $Z_1 = h_0 / \text{sqrt}(\varepsilon_r - \varepsilon_r \times \tan(\delta j) - (f_c / f)^2)$ και στην συνέχεια υπολογίζουμε εκ νέου την σταθερά διάδοσης $\beta_1 = 2 \times pi \times f/C \times \text{sqrt}(\varepsilon_r - \varepsilon_r \times \tan(\delta j) - (f_c / f)^2)$, αλλά και την μιγαδική σταθερά διάδοσης $\gamma = k^2 \times \tan\delta / (2 \times\ \beta) + j\beta$ όπου ο κυματικός αριθμό $k = (2 \times \pi \times f / C) \times \text{sqrt}(\varepsilon_r - \varepsilon_r \times \tan(\delta j))$ αντίστοιχα. Έτσι, μπορούμε να υπολογίσουμε την διαφορά της μιγαδικής αντίστασης εισόδου με την αντίσταση του βραχυκυκλωμένου τμήματος L-d. Τέλος, λύνοντας την εξίσωση της συνάρτησης προκύπτουν οι επιθυμητές τιμές για το ε_r και το tan(δ), όπως φαίνεται παρακάτω:

- Σχετική διηλεκτρική σταθερά (ϵr): 4.4976-0.0011688i
- Γωνία απωλειών (tan(δ)): 0.044462

Η αντίστοιχη υλοποίηση του κώδικα βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_1_b.m

<u>Παρατήρηση</u>: Στον κώδικα MATLAB η γωνία απωλειών tan(δ) έβγαινε με μικρό μιγαδικό μέρος από την επίλυση της εξίσωσης με την fsolve και το θεώρησα αμελητέο σφάλμα.

ΑΣΚΗΣΗ 2

(Α) Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε αφορά τη σχεδίαση των διαγραμμάτων ακτινοβολίας ενός στοιχειοκεραία που αποτελείται από N=8 παράλληλα κατακόρυφα δίπολα λ/2. Η συχνότητα λειτουργίας είναι 1GHz, τα ρεύματα στα δίπολα είναι ίσα με +I και το ρεύμα είναι I = 1A. Τα δίπολα τοποθετούνται στον οριζόντιο άξονα x με κέντρα σε αποστάσεις d μεταξύ τους. Από κάτω θα εξηγήσω τον κώδικα MATLAB που υλοποιεί τη σχεδίαση των διαγραμμάτων ακτινοβολίας για διάφορες αποστάσεις μεταξύ των διπόλων.

Αρχικά θα ορίσουμε τις παραμέτρους μας δηλαδή την συχνότητα f = 1GHz, το ρεύμα I = 1A, την απόσταση αναφοράς r_0 = 1m, την ταχύτητα φωτός C = 3×10^8m/s, το μήκος κύματος λ = C / f, τον αριθμό διπόλων N=8, τον κυματικό αριθμό k = 2π/λ. καθώς και τις αποστάσεις (d = λ/4, d = λ/2 , d = 3λ/4). Έπειτα ορίστηκαν και οι γωνίες για τα διαγράμματα ακτινοβολίας. Για το οριζόντιο διάγραμμα, η γωνία θ είναι σταθερή και ίση με π/2 και η γωνία φ μεταβάλλεται, ενώ για το κατακόρυφο διάγραμμα, η γωνία θ μεταβάλλεται και η γωνία φ είναι σταθερή και ίση με 0. Για κάθε απόσταση d μεταξύ των διπόλων, υπολογίζονται οι αποστάσεις και το συνολικό πεδίο ακτινοβολίας. Οι αποστάσεις υπολογίζονται ως συνάρτηση των γωνιών και της απόστασης d από τους τύπους που παραθέτω παρακάτω (το n είναι ένα σύνολο με τιμές από 1 έως N):

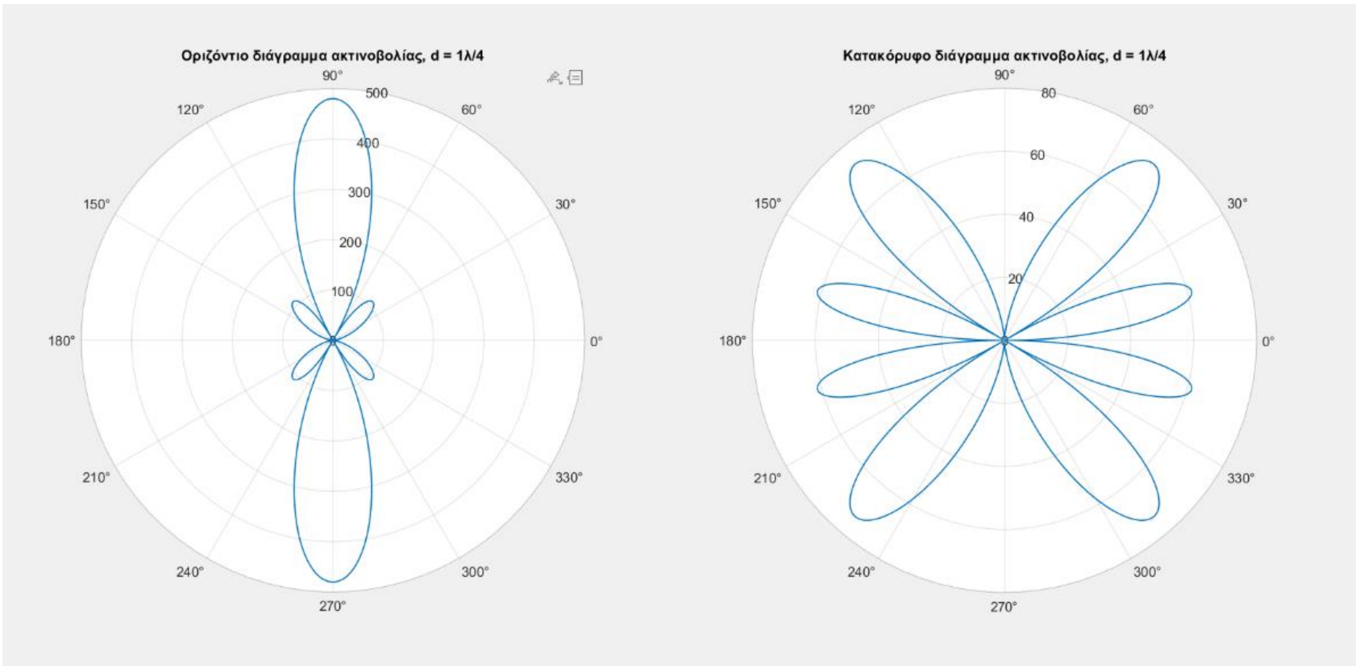
- $r_{\text{horizontal}} = r_0 - (N - 2n + 1)\,\frac{d}{2}\cos(\phi_{\text{horizontal}})\sin(\theta_{\text{horizontal}})$
- $r_{\text{vertical}} = r_0 - (N - 2n + 1)\,\frac{d}{2}\cos(\phi_{\text{vertical}})\sin(\theta_{\text{vertical}})$

Μετέπειτα, θα υπολογίσουμε και το συνολικό πεδίο κατά μήκος των διπόλων χρησιμοποιώντας τους παρακάτω τύπους:

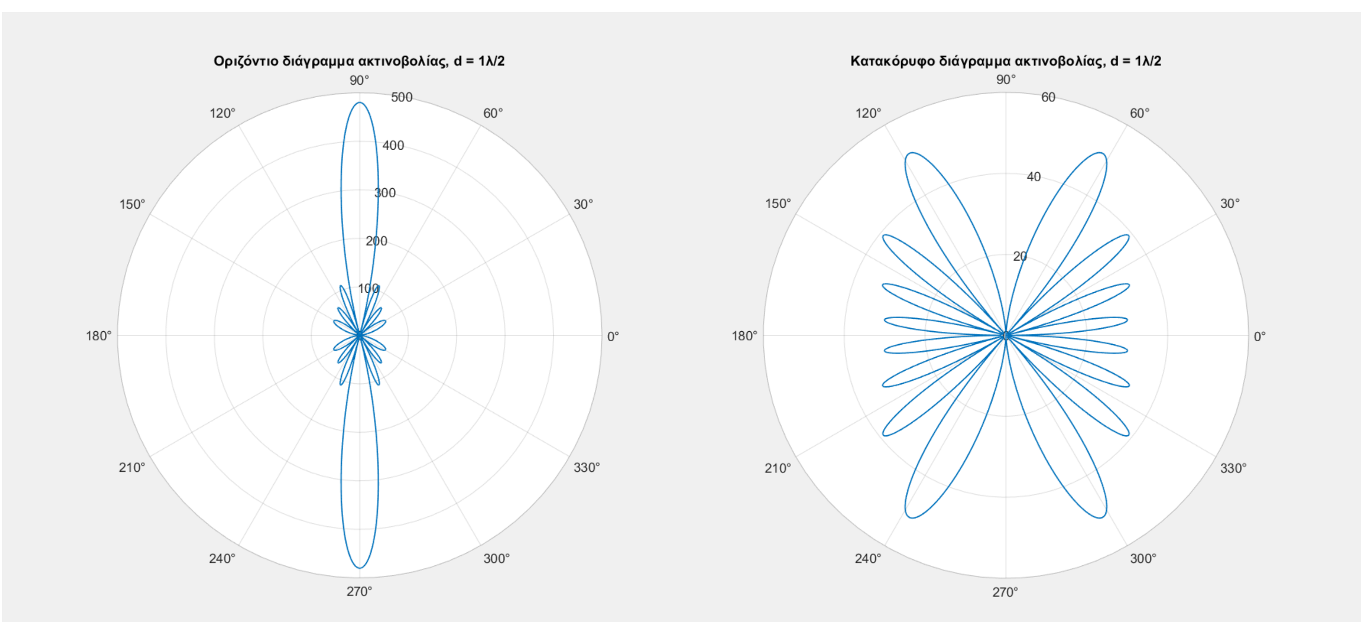
- $E_{\text{total horizontal}} = \sum\left(\frac{60I}{r_0}e^{-ikr_{\text{horizontal}}}\cdot\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta_{\text{horizontal}})\right)}{\sin(\theta_{\text{horizontal}})}\right)$
- $E_{\text{total vertical}} = \sum\left(\frac{60I}{r_0}e^{-ikr_{\text{vertical}}}\cdot\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta_{\text{vertical}})\right)}{\sin(\theta_{\text{vertical}})}\right)$

Η χρήση του εκθετικού exp{−ikr} υπολογίζει τη φάση του κύματος για κάθε δίπολο. Τέλος θα δημιουργήσουμε και τα plots για την κάθε περίπτωση. Ο ολοκληρωμένος κώδικας με σχολιασμό βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_2_a.m. Στην επόμενη σελίδα επισυνάπτω τα αποτελέσματα των plots.

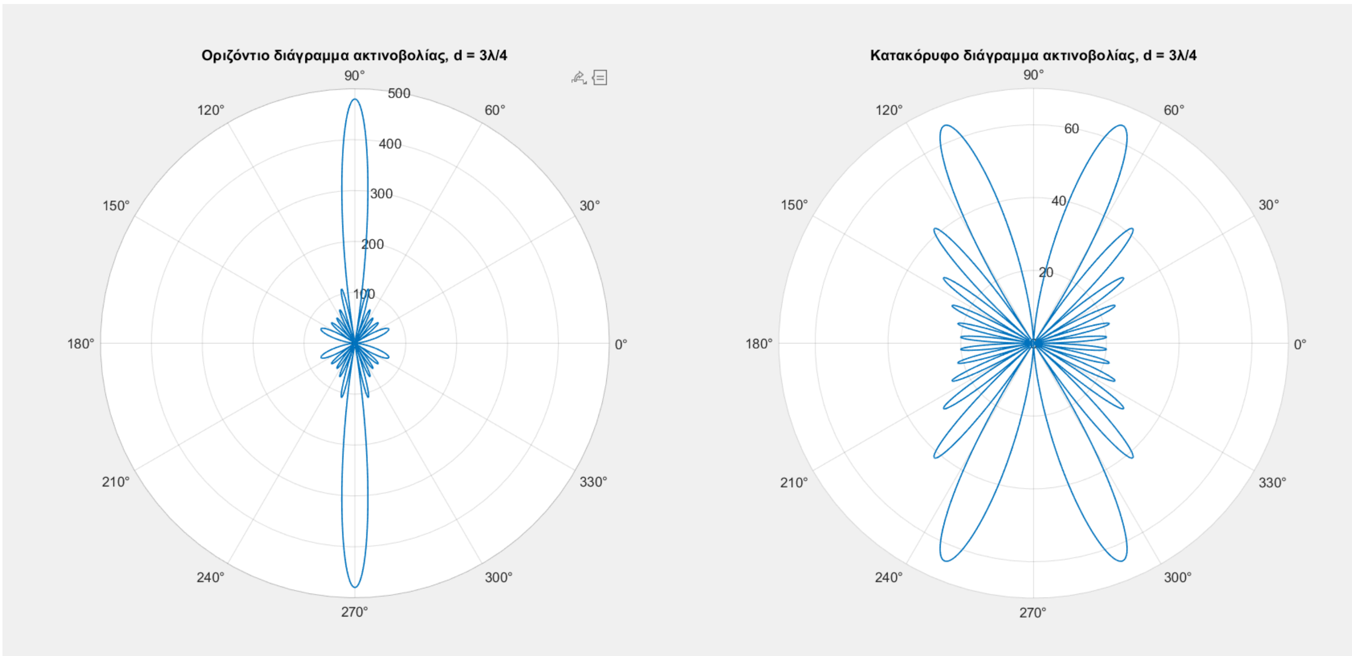
i. Για d = λ / 4:



ii. Για d = λ / 2:

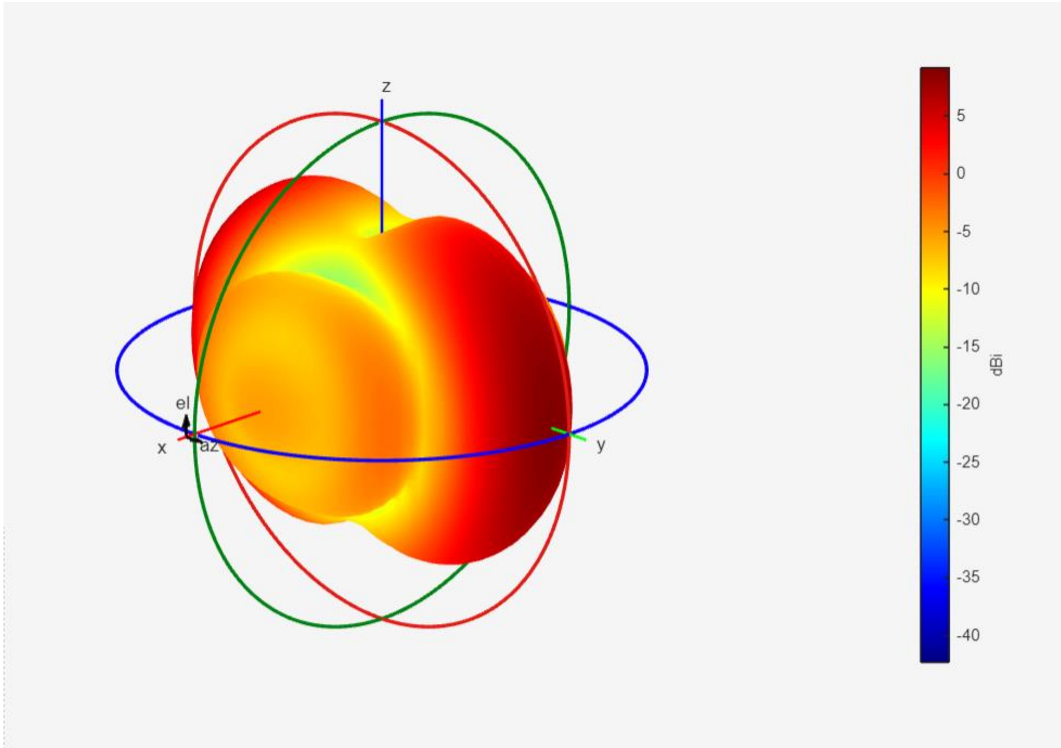


iii. Για d = 3λ / 4:

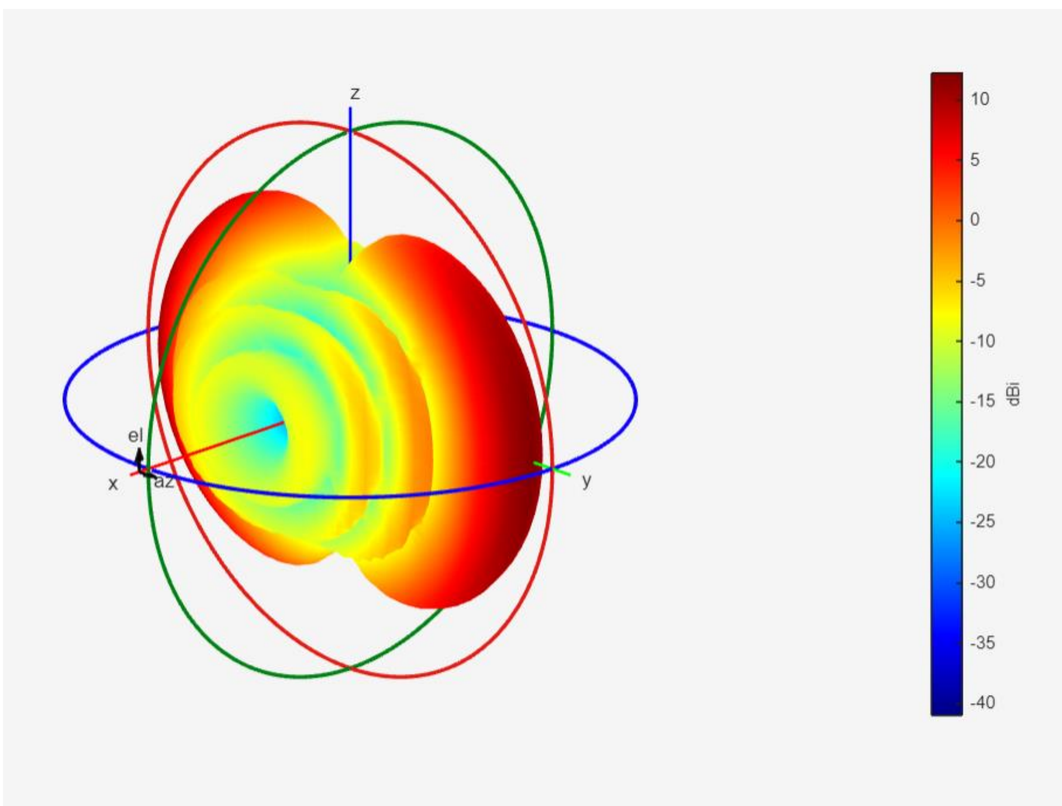


(Β) Για το ερώτημα αυτό έγινε μία απόπειρα μεταβολής του κώδικα του προηγούμενου ερωτήματος για να γίνουν τα plots σε 3D απεικόνηση με την χρήση της συνάρτησης surf. Ο αντίστοιχος κώδικας με σχολιασμό βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_2_b.m. Ωστόσο τα αποτελέσματα που θα δείτε στην συνέχεια προέκυψαν χρησιμοποιώντας το Antenna Array Designer App του Antenna Toolbox. Αρχικά, στο command του MATLAB γράφουμε antennaArrayDesigner και όταν ανοίξει το UI θα επιλέξουμε NEW και έπειτα Linear Array. Ορίζουμε τον αριθμό των στοιχείων (δίπολων) σε 8 και τη συχνότητα σχεδίασης σε 1 GHz. Στη συνέχεια, πατάμε accept και μετά καθορίζουμε την παράμετρο ElementSpacing (m) στην τιμή της απόστασης d που εξετάζουμε κάθε φορά (για d = λ/4, εισάγουμε την τιμή $(3 \times 10^8) / (4 \times 10^9)$ για d = λ/2 εισάγουμε την τιμή $(3 \times 10^8) / (2 \times 10^9)$ και για d = 3λ/4 εισάγουμε την τιμή $(3 \times 3 \times 10^8) / (4 \times 10^9)$) . Τέλος, για την παράμετρο PhaseShift, εισάγουμε το 0 καθώς τα δίπολα έχουν ίσα ρεύματα +I. Μετά πατάμε 3D Pattern και εμφανίζονται για κάθε μία από τις περιπτώσεις τα παρακάτω διαγράμματα:

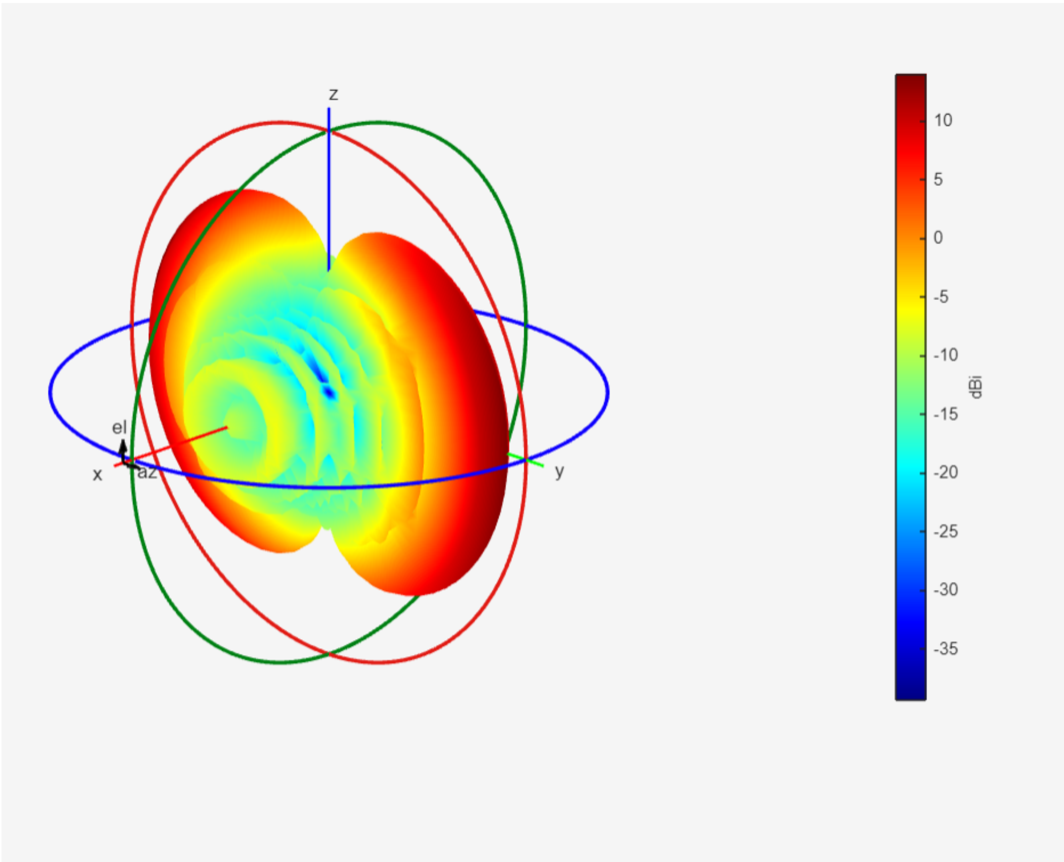
i. Για d = λ / 4:



ii. Για d = λ / 2:



iii. Για d = 3λ / 4:



(Γ) Σε αυτό το ερώτημα στόχος είναι ο υπολογισμός της κατευθυντικότητας μιας στοιχειοκεραίας με τα ίδια δεδομένα που δόθηκαν και στο ερώτημα (Α) και για τις ιδιότητες της στοιχειοκεραίας αλλά και για τις αποστάσεις d. Για να πετύχουμε τον υπολογισμό θα εξηγήσω ακριβώς την διαδικασία που ακολούθησα κατά την υλοποίηση του κώδικα MATLAB. Από θεωρία γνωρίζομε ότι η κατευθυντικότητα D μιας στοιχειοκεραίας μπορεί να υπολογιστεί από την πυκνότητα ισχύος ακτινοβολίας U χρησιμοποιώντας την εξίσωση: $D = 4\pi \times U_{max} / P_{rad}$ όπου U_{max} είναι η μέγιστη πυκνότητα ισχύος και P_{rad} είναι η συνολική ακτινοβολούμενη ισχύς, η οποία υπολογίζεται μέσω του επιφανειακού ολοκληρώματος της πυκνότητας ισχύος. Η θεωρητική κατευθυντικότητα μιας ευρύπλευρης στοιχειοκεραίας δίνεται από τη σχέση $D_{theoretical}=2N \times d / \lambda$. Ορίζω τα βήματα (στοιχειώδης γωνιακά τμήματα) dθ=180π, dφ=180π. Μετά, θα δημιουργήσω πλέγματα (σύνολα) των γωνιών θ και φ, που θα κυμαίνονται από [0, π] και [0 , 2π] αντίστοιχα. Για κάθε μία από τις αποστάσεις d υπολόγισα τις αποστάσεις r για κάθε δίπολο, συνολικού πεδίου E, την πυκνότητα ισχύος U αλλά και ακτινοβολούμενη ισχύ P_{rad} μέσω επιφανειακού ολοκληρώματος προκειμένου να αντικαταστήσω και να βρω την κατευθυντικότητα D αλλά και θεωρητική της τιμή. Έτσι, χρησιμοποιήθηκαν οι παρακάτω τύποι:

- $r_n = r_0 + (N - 2n + 1)\,\frac{d}{2}\cos(\phi)\sin(\theta)$
- $E = \sum_{n=1}^{N}\left(\frac{60I}{r_0}\right)e^{-ikr_n}\left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta)\right)}{\sin(\theta)+10^{-10}}\right)$
- $U = |E|^2$
- $P_{\text{rad}} = \sum\sum U\sin(\theta)d\theta d\phi$

Τα αποτελέσματα του κώδικα για το ερώτημα αυτό, για τις διάφορες τιμές του d είναι:

- Για d = 0.25λ:
  Υπολογισμένη κατευθυντικότητα: D = 8.81
  Θεωρητική κατευθυντικότητα: D = 4.00

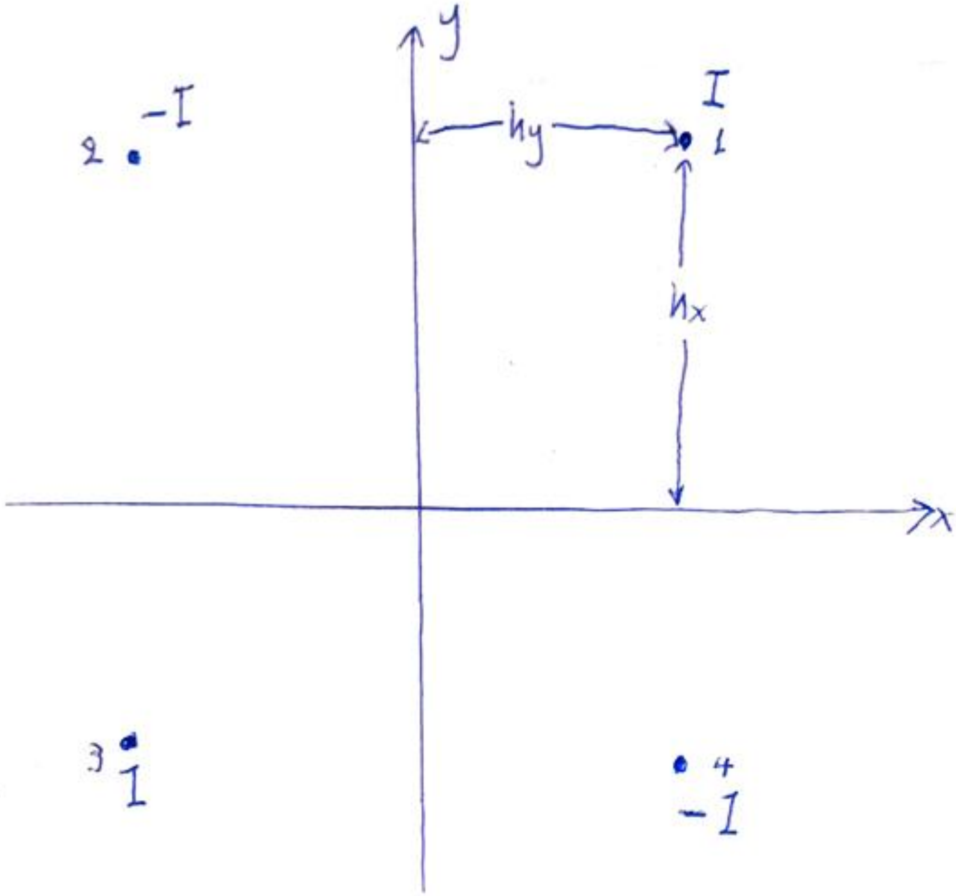
- Για d = 0.50λ:
  Υπολογισμένη κατευθυντικότητα: D = 17.27
  Θεωρητική κατευθυντικότητα: D = 8.00

- Για d = 0.75λ:
  Υπολογισμένη κατευθυντικότητα: D = 24.69
  Θεωρητική κατευθυντικότητα: D = 12.00

Παρατηρούμε ότι η θεωρητική τιμή της κατευθυντικότητας είναι μικρότερη από την υπολογισμένη. Ο αντίστοιχος κώδικας με σχόλια βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_2_c.m.

(Δ) Το ερώτημα αυτό αφορά τον υπολογισμό των αποστάσεων $h_χ$ και $h_χ$ για ένα κατακόρυφο δίπολο λ/2 που βρίσκεται σε αποστάσεις από τις έδρες ενός κατακόρυφου δίεδρου άπειρου, τέλεια αγώγιμου ανακλαστήρα, ώστε το μέγιστο της ακτινοβολίας να βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο και προς τη διχοτόμο της γωνίας του ανακλαστήρα (ϕ=45°). Στην επόμενη σελίδα επισυνάπτω ένα βοηθητικό σχήμα για την βαθύτερη κατανόηση του προβλήματος και τον τρόπο με τον οποίο προσπάθησα να υλοποιήσω σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB το ζητούμενο.

Βοηθητικό Σχήμα



Έχουμε 3 είδωλα. Ο ένας ανακλαστήρας δημιουργεί είδωλο −I και ο δεύτερος φτιάχνει το είδωλο της στοιχειοκεραίας I και −I δηλαδή προκύπτουν είδωλα −I και I.

Αρχικά πάλι όπως και στα προηγούμενα ερωτήματα θα ξεκινήσουμε γράφοντας τα δεδομένα που και σε αυτή την περίπτωση είναι ταυτόσημα με το ερώτημα (Α). Έπειτα θα χρειαστεί να ορίσουμε και δύο σύνολα εξισώσεων προκειμένου να υπολογίσουμε τις αποστάσεις h_x και h_y. Βασιζόμενοι και στο βοηθητικό σχήμα μπορούμε να βγάλουμε την εξίσωση για το ηλεκτρικό πεδίο Ε και σταδιακά να την απλοποιήσουμε ώστε να φτάσουμε στις δύο τελικές εξισώσης που χρησιμοποιήθηκαν και στον τελικό κώδικα στο MATLAB. Έχουμε επομένως:

- $E(\phi) = E_0 \left| e^{j\frac{\sqrt{2}}{2}k(hx+hy)} + e^{-j\frac{\sqrt{2}}{2}k(hx+hy)} - e^{j\frac{\sqrt{2}}{2}k(-hx+hy)} - e^{-j\frac{\sqrt{2}}{2}k(-hx+hy)} \right|$

Το οποίο αν απλοποιηθεί από τις εκθετικές στις τριγωνομετρικές συνεπάγεται:

- $E(\phi) = E_0 \cdot 2 \left| \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}k(hx+hy)\right) - \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}k(-hx+hy)\right) \right|$

Έτσι βλέπουμε ότι για να έχουμε μέγιστο ακτινοβολίας θα ισχύουν οι δύο σχέσεις:

- $\cos\left(\frac{k}{2}(hx+hy)\right) = 1 \quad \text{και} \quad \cos\left(\frac{k}{2}(-hx+hy)\right) = -1$

Και έτσι προκύπτουν οι εξισώσεις που θα χρησιμοποιήσουμε για την πρώτη περίπτωση:

- $\frac{\sqrt{2}}{2}k(hx+hy) = 2\pi n$

- $\frac{\sqrt{2}}{2}k(-hx+hy) = (2m+1)\pi$

Αντίστοιχα και για την δεύτερη περίπτωση (αντίστροφα πρόσημα στα συνημίτονα) προκύπτει:

- $\frac{\sqrt{2}}{2}k(hx+hy) = (2n+1)\pi$

- $\frac{\sqrt{2}}{2}k(-hx+hy) = 2m\pi$

Έτσι, με την βοήθεια του Symbolic Math Toolbox ως extension του MATLAB θα λύσουμε τις παραπάνω εξισώσεις και θα καθορίσουμε τις τιμές των h_x και h_y για διάφορες τιμές των n και m. Εξετάζουμε ένα εύρος τιμών για τους n και m από -2 έως 2. Για κάθε συνδυασμό των τιμών, υπολογίζουμε τις αποστάσεις και κρατάμε μόνο τις θετικές λύσεις. Μετά τον υπολογισμό όλων των έγκυρων τιμών για h_x και h_y, ταξινομούμε τις τιμές και επιλέγουμε τις μικρότερες δυνατές και τις αμέσως επόμενες μεγαλύτερες αυτών για να λύσουμε το πρόβλημα για τις τρεις περιπτώσεις:

1. Η μικρότερη δυνατή τιμή για h_x και h_y.
2. Η μικρότερη δυνατή τιμή για h_x και η επόμενη μεγαλύτερη για h_y.
3. Η επόμενη μικρότερη τιμή για h_x και h_y.

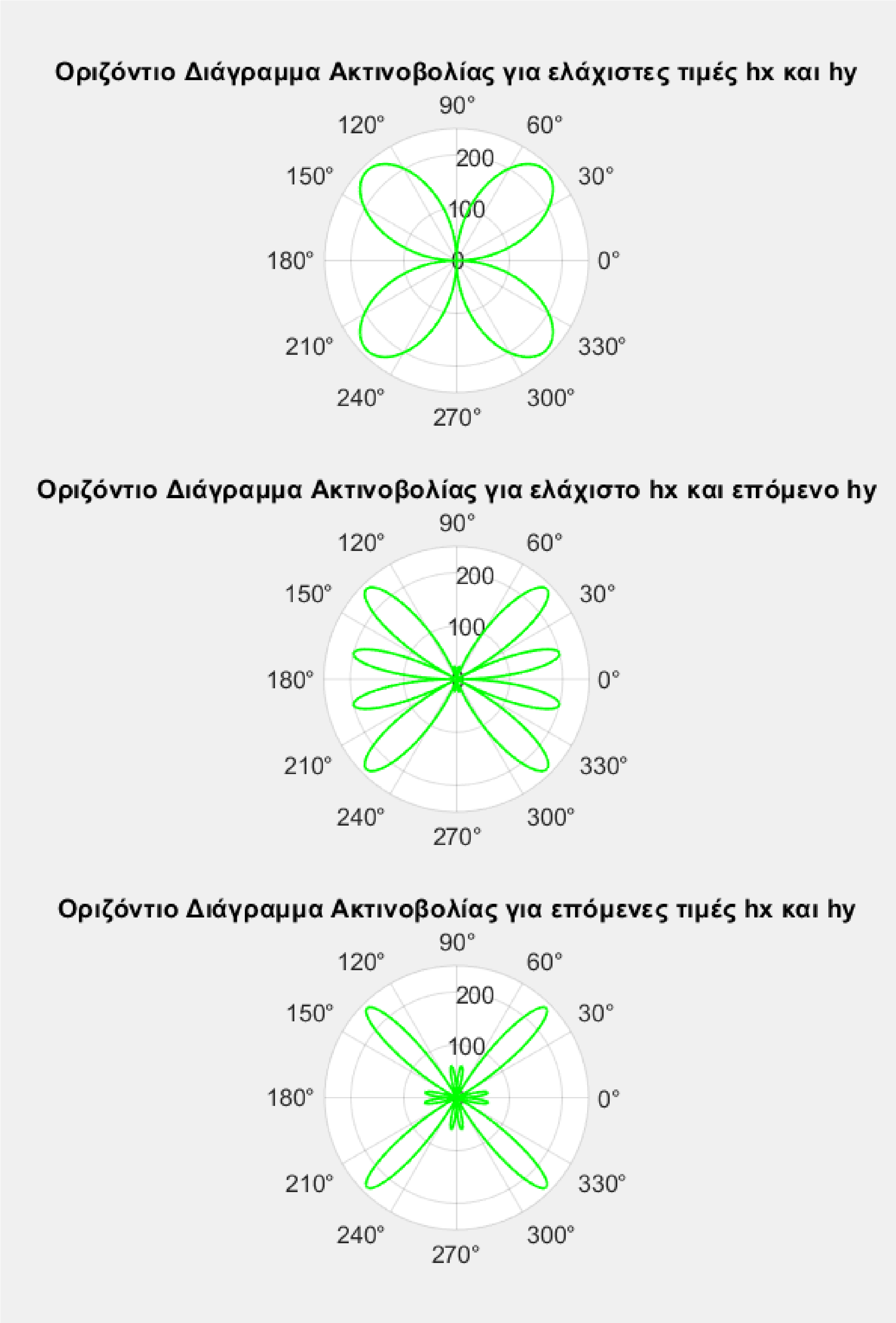
Έτσι μπορούμε από τα αποτελέσματα του κώδικα να διακρίνουμε τις τιμές που μας ενδιαφέρουν:

- Πρώτη περίπτωση (min h_x, min h_y): h_x = 0.105993, h_y = 0.105993
- Δεύτερη περίπτωση (min h_x, next h_y): h_x = 0.105993, h_y = 0.317978
- Τρίτη περίπτωση (next h_x, next h_y): h_x = 0.317978, h_y = 0.317978

Για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις, υπολογίζουμε το ηλεκτρικό πεδίο E σε διάφορες γωνίες φ όπως φαίνεται παρακάτω και σχεδιάζουμε τα οριζόντια διαγράμματα ακτινοβολίας:

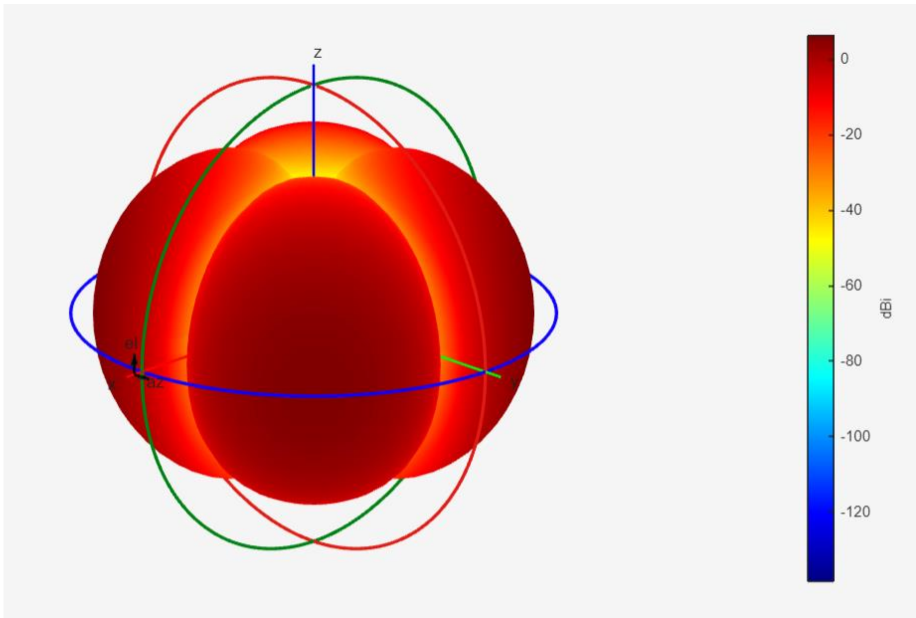
- $E_{\text{field}} = 2E_0 \left|\cos\left(k\left(hx\cos(\phi) + hy\sin(\phi)\right)\right) - \cos\left(k\left(-hx\cos(\phi) + hy\sin(\phi)\right)\right)\right|$

Επισυνάπτω και τα οριζόντια διαγράμματα ακτινοβολίας (με πράσινο χρώμα):

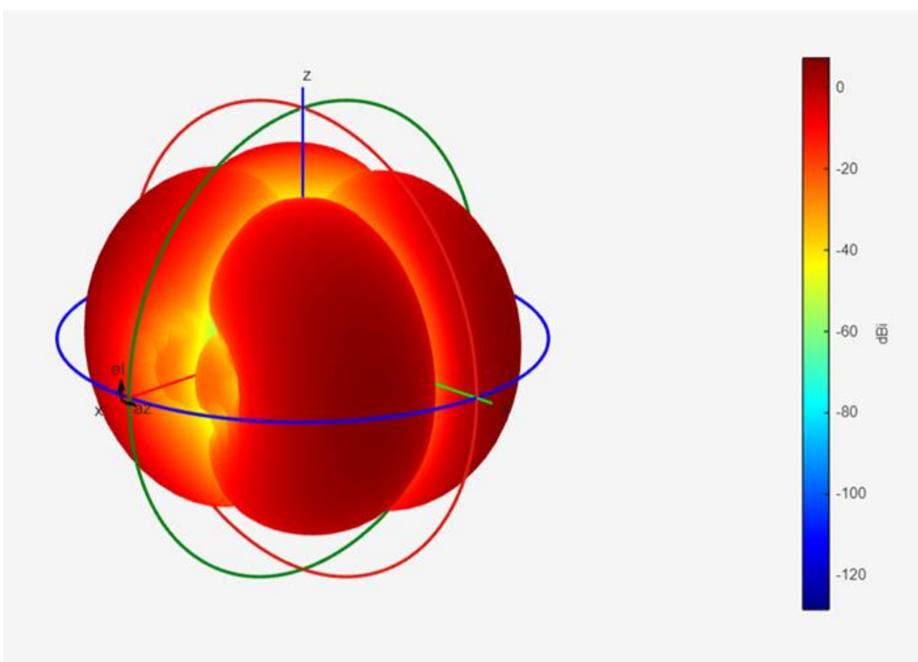


Σε συνέχεια για να βρούμε τα 3D διαγράμματα θα συμπεριφερθούμε ανάλογα με το ερώτημα (Β). Αυτή τη φορά στο Antenna Designer App θα έχουμε Rectangular Array με ArraySize επιλεγμένο [2, 2] και συχνότητα 1GHz. Μετά για κάθε μία περίπτωση θα βάζουμε στο RowSpacing (m) την τιμή του h_x και στο ColumnSpacing (m) την τιμή του h_y για κάθε μια από τις τρεις περιπτώσεις που διακρίναμε προηγουμένως, ενώ το PhaseShift θα γίνει [180, 0, 0, 180] και προκύπτουν τα παρακάτω διαγράμματα:

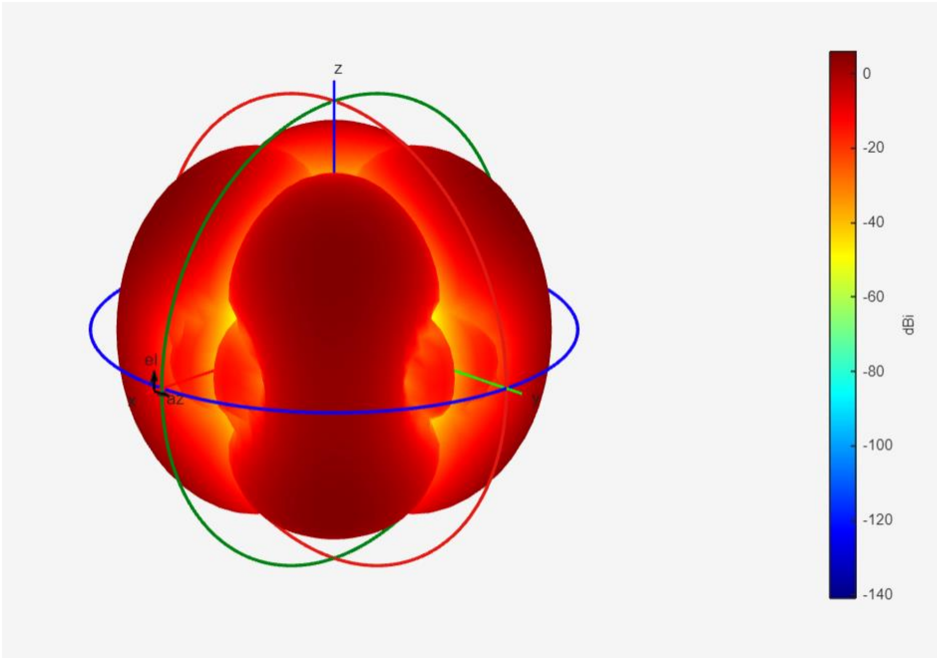
- Διάγραμμα για πρώτη περίπτωση (ελάχιστα h_x kai h_y):



- Διάγραμμα για δεύτερη περίπτωση (ελάχιστο h_x και επόμενο μεγαλύτερο h_y):



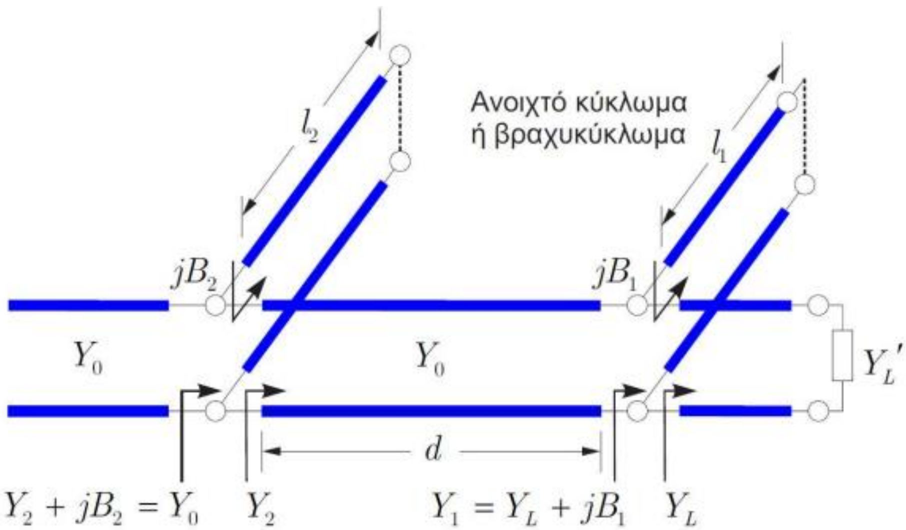
- Διάγραμμα για τρίτη περίπτωση (επόμενο μεγαλύτερο h_x και επόμενο μεγαλύτερο h_y):



Ο αντίστοιχος κώδικας με σχόλια βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_2_d.m.

ΑΣΚΗΣΗ 3

(Α) Για να προσαρμόσουμε το φορτίο $Z_L = R_L + jX_L$ σε μια γραμμή μεταφοράς χαρακτηριστικής αντίστασης Z_0 με μήκος κύματος λ χρησιμοποιώντας διπλό παράλληλο κλαδωτή, θα ακολουθήσουμε τα παρακάτω βήματα βασισμένα στη θεωρία των γραμμών μεταφοράς.



Αρχικά θα υπολογίσουμε τις αντιστάσεις των Z_1 και Z_2. Για την σύνθετη αντίσταση Z_1 ισχύει από παραλληλία σύνθετων αντιστάσεων ότι:

- $Z_1 = (Z_{stub1} \times Z_L) / (Z_{stub1} + Z_L)$,

όπου Z_1 είναι ο παράλληλος συνδυασμός του κλαδωτή 1 και του φορτίου, Z_L, και Z_{stub1} η σύνθετη αντίσταση του κλαδωτή 1. Επιπλέον για τον υπολογισμό του Z_2 ισχύει:

- $Z_2 = Z_0 \times (Z_1 + jZ_0 \times \tan(\beta d)) / (Z_0 + jZ_1 \times \tan(\beta d))$,

από τύπους γραμμών μεταφοράς όπου $\beta = 2\pi / \lambda$ και d είναι η απόσταση μεταξύ των κλαδωτών. Έπειτα για να υπολογίζω και την αγωγιμότητα Y_2 λαμβάνω υπόψιν ότι $Y_2 = 1 / Z_2$, άρα προκύπτει ότι:

- $Y_2 = (Z_0 \times Z_1 + Z_0^2 \times \tan^2(\beta d) + j(Z_1^2 - Z_0^2) \times \tan(\beta d)) / (Z_0 \times (Z_1^2 + Z_0^2 \times \tan^2(\beta d)))$,

Για να επιτύχω προσαρμογή με κλαδωτές (και οι δύο ανοιχτοκυκλωμένοι) γνωρίζουμε από θεωρία ότι:

- $Z_{in} = Z_0$ ή ότι $Y_{in} = Y_0$.

Έτσι θα επιλέξουμε τις σύνθετες αντιστάσεις των κλαδωτών, Z_{stub1} (θέλω $Re\{Y_2\} = 1 / Z_0$) και Z_{stub2} (θέλω $Z_{in} = (Z_{stub2} \times Z_2) / (Z_{stub2} + Z_2)$), ώστε να επιτύχουμε την επιθυμητή αντίσταση προσαρμογής. Πιο συγκεκριμένα για τους δύο κλαδωτές ισχύει από εξισώσεις ανοιχτοκυκλωμένου κλαδωτή:

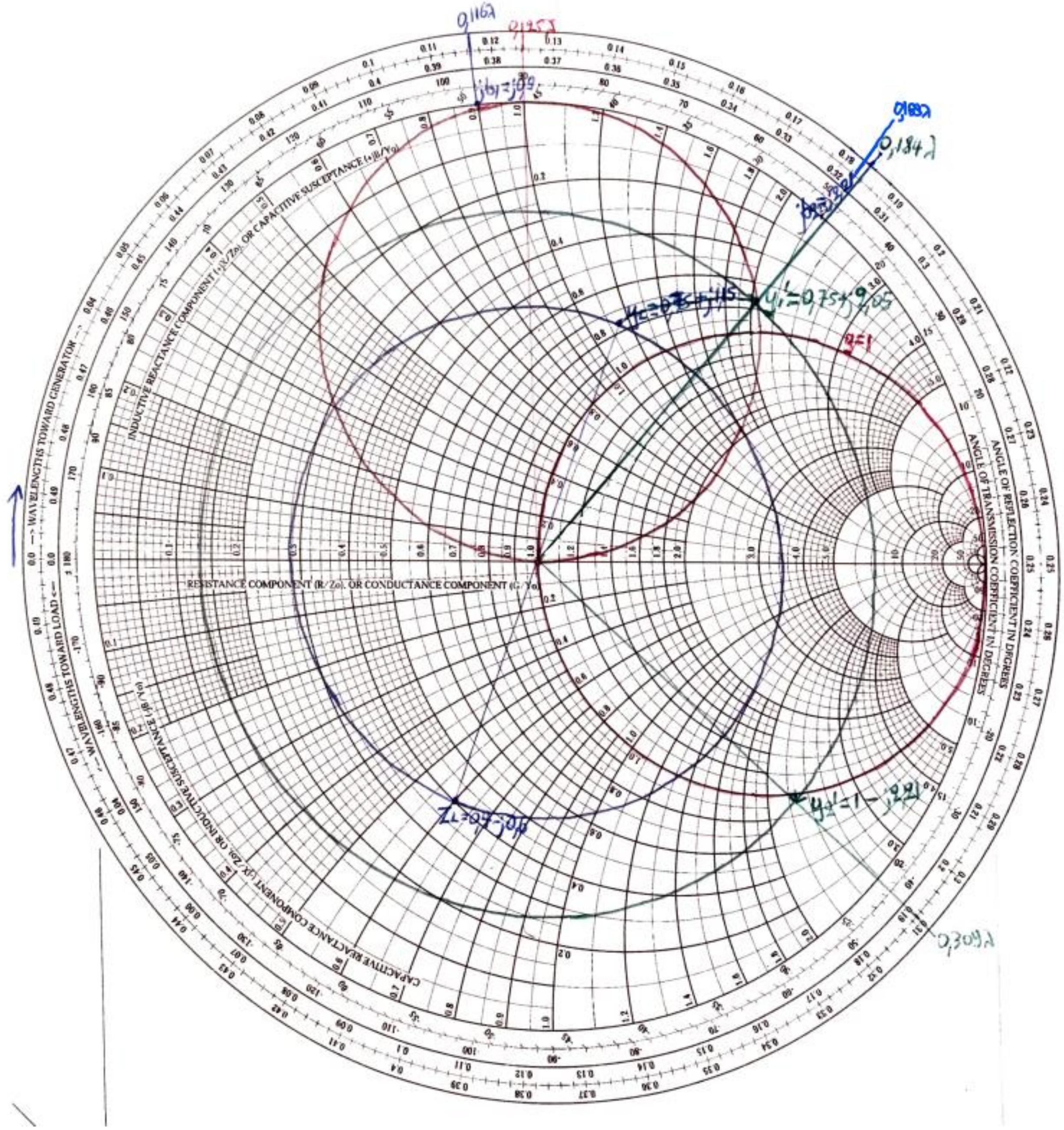
- $Z_{stub1} = - j \times Z_0 \times \cot(2\pi l_1 / \lambda) \Longrightarrow l_1 = \lambda / (2\pi) \times \cot^{-1}(j \times Z_{stub1} / Z_0)$
- $Z_{stub2} = - j \times Z_0 \times \cot(2\pi l_2 / \lambda) \Longrightarrow l_2 = \lambda / (2\pi) \times \cot^{-1}(j \times Z_{stub2} / Z_0)$

Ακολουθώντας αυτά τα βήματα από την θεωρία των γραμμών μεταφοράς, μπορούμε να καθορίσουμε τα μήκη των κλαδωτών l_1 και l_2 ώστε να επιτύχουμε την προσαρμογή του φορτίου στη γραμμή μεταφοράς.

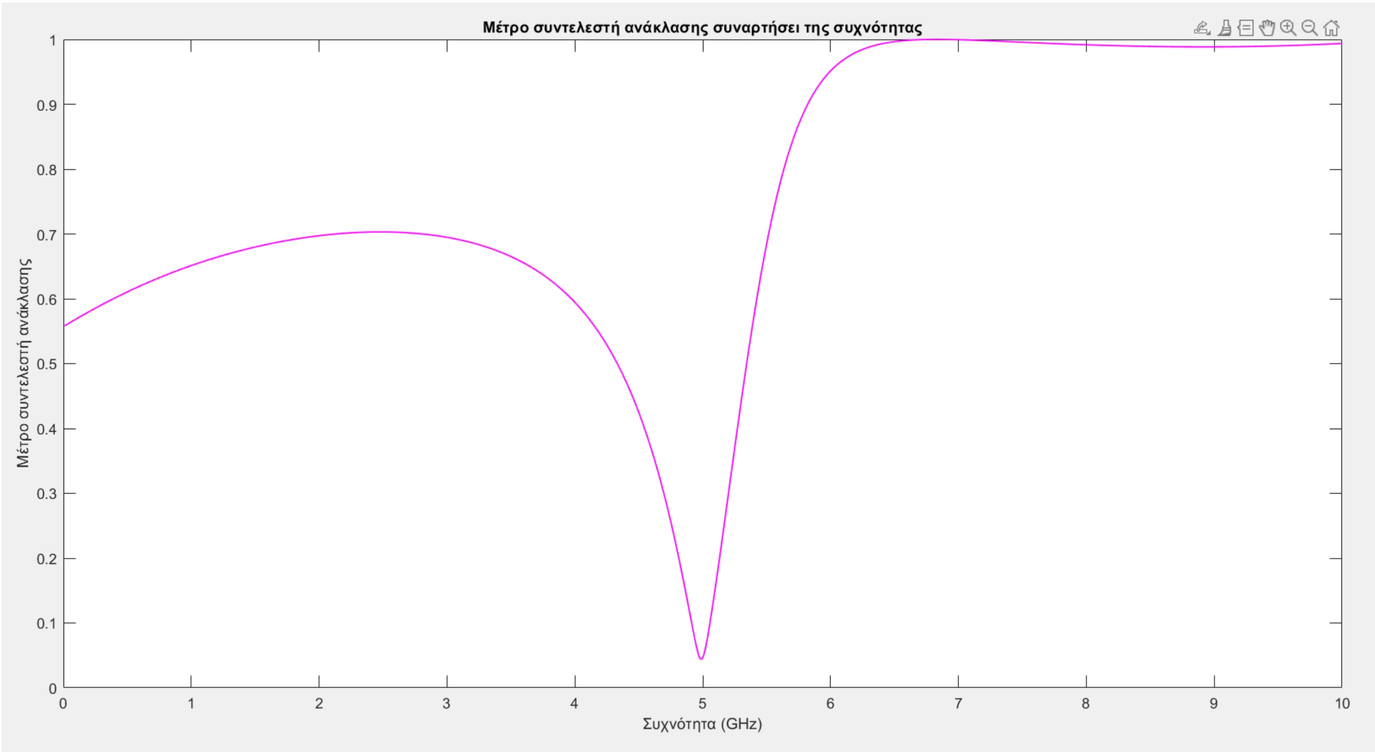
(Β) Για την επίλυση του προβλήματος θα κάνουμε χρήση διαγράμματος Smith και στην πορεία μα την χρήση προγραμματιστικής πλατφόρμας MATLAB θα οπτικοποιήσουμε τα αποτελέσματα (το μέτρο του συντελεστή ανάκλασης από 0 έως 10 GHz για καλή προσαρμογή (SWR <= 2). Αρχικά θα κανονικοποιήσουμε την σύνθετη αντίσταση $Z_L = 20 – j30$ και θα προκύψει $z_L = Z_L / Z_0 = 0.4 – j0.6$ και στην συνέχεια θα βρούμε το αντιδιαμετρικό σημείο $y_L = 0.75 + j1.15$. Μετά χαράσσουμε τον κύκλο g = 1 και τον περιστρέφουμε κατά λ/8, δηλαδή ένα τεταρτοκύκλιο. Στην περίπτωση των ανοικτοκυκλωμένων κλαδών το φορτίο τους είναι g = 0, οπότε κινούμενοι από το σημείο αυτό προς την πηγή διαπιστώνουμε ότι τα μήκη τους θα έχουν θετικές επιδεκτικότητες. Τα βήματα λοιπόν της διαδικασίας εξηγούνται παρακάτω:

Προσθέτουμε στην y_L κατάλληλη θετική επιδεκτικότητα jb_1 που πρέπει να έχει ο κλαδωτής 1 έτσι ώστε να φτάσουμε σε σημείο y_1 στον στραμμένο κύκλο. Κινούμενοι πάνω στο κύκλο g = 0.75 φτάνουμε μέχρι το σημείο $y_1 = 0.75 + j2.05$, άρα προσθέσαμε θετική επιδεκτικότητα $jb_1 = j(2.05 - 1.15) = j0.9$. Χαράσσουμε τον κύκλο SWR που διέρχεται από το σημείο y_1 και μετακινούμαστε προς την πηγή κατά λ/8 (την απόσταση των δύο κλαδωτών), οπότε φτάνουμε στο σημείο τομής με τον κύκλο g = 1 που είναι το $y_2 = 1 - j2.21$. Ο κλαδωτής 2 θα πρέπει να έχει επιδεκτικότητα $jb_2 = j2.21$ που προστιθέμενη στην y_2 να οδηγήσει στην προσαρμογή. Στη συνέχεια, σημειώνουμε τις σύνθετες αγωγιμότητες εισόδου $jb_1 = j0.9$ και $jb_2 = j2.21$ των κλαδωτών στον κύκλο g = 0. Μετακινούμενοι από το φορτίο των κλαδωτών (g = 0) προς την πηγή (ωρολογιακά), μέχρι τις τιμές αυτές, υπολογίζουμε τα μήκη τους αντίστοιχα, $l_1 = 0.116λ$ και $l_2 = 0.183λ$. Παρακάτω επισυνάπτω και το αντίστοιχο διάγραμμα Smith (στην επόμενη σελίδα). Επιπλέον, στο MATLAB τώρα θα βάλουμε τα δεδομένα μας μαζί με τα μήκη l_1 και l_2 που υπολογίσαμε. Έπειτα, θα υπολογίσουμε με την βοήθεια των εξισώσεων των γραμμών μεταφοράς τις σύνθετες αντιστάσεις στους κλάδους τις μεταβαλλόμενες αντιστάσεις Z_1 και Z_2 καθώς και την αντίσταση εισόδου Z_{in} αλλά και τον συντελεστή ανάκλασης Γ, τον οποίο με εργαλεία οπτικοποίησης plot θα οπτικοποιήσουμε στο εύρος των συχνοτήτων που ορίζει η άσκηση. Έτσι λοιπόν προκύπτει και το διάγραμμα που ζητήθηκε το οποίο επισυνάπτω κάτω από το διάγραμμα Smith (στην επόμενη σελίδα από το διάγραμμα Smith).

➢ Διάγραμμα Smith για ανοιχτοκυκλωμένο διπλό κλαδωτή με θετική επιδεκτικότητα.



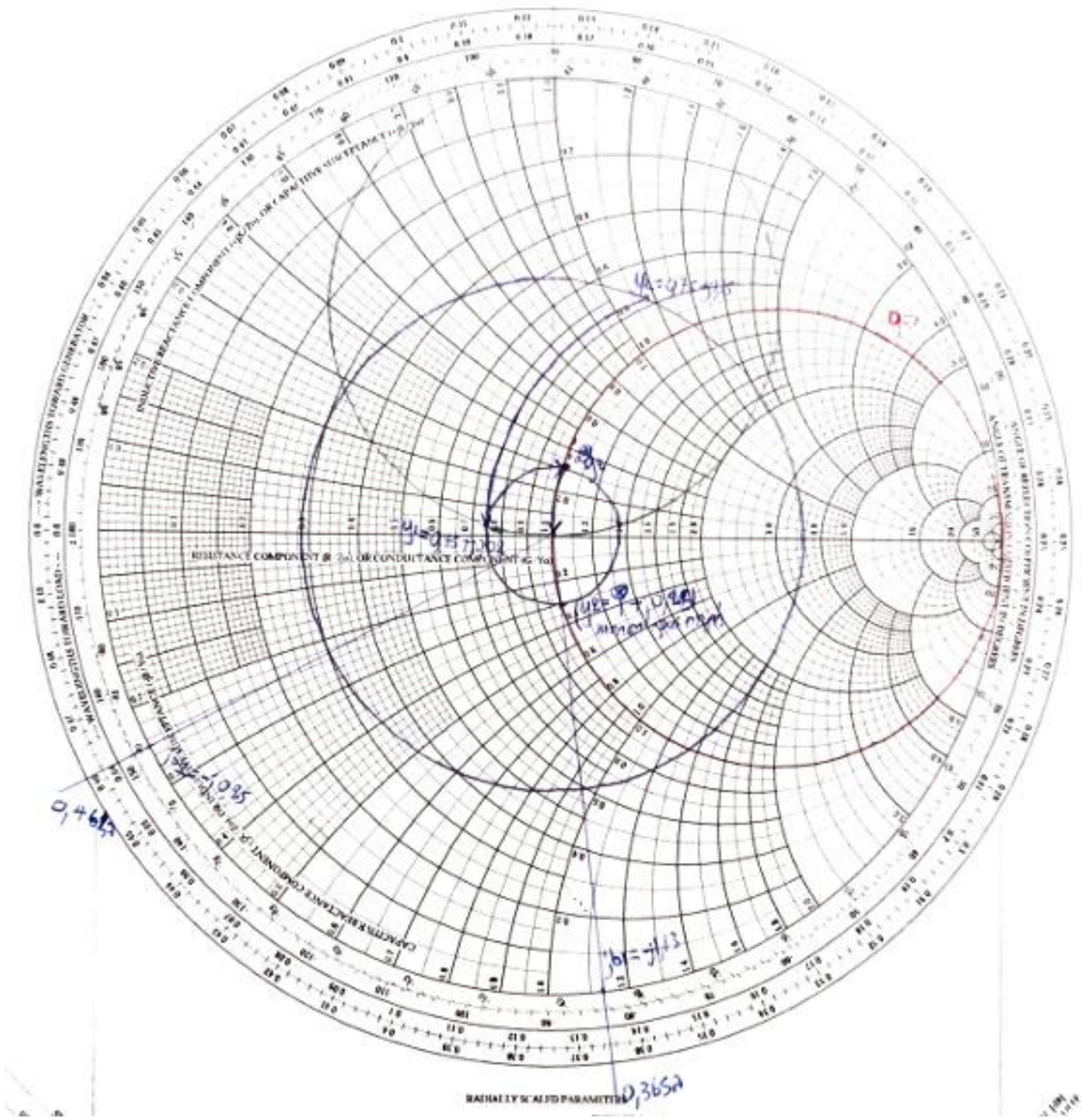
- Plot για οπτικοποίηση του συντελεστή ανάκλασης ανοιχτοκυκλωμένου κλαδωτή σε εύρος συχνοτήτων 0 έως 10 GHz με θετική επιδεκτικότητα.



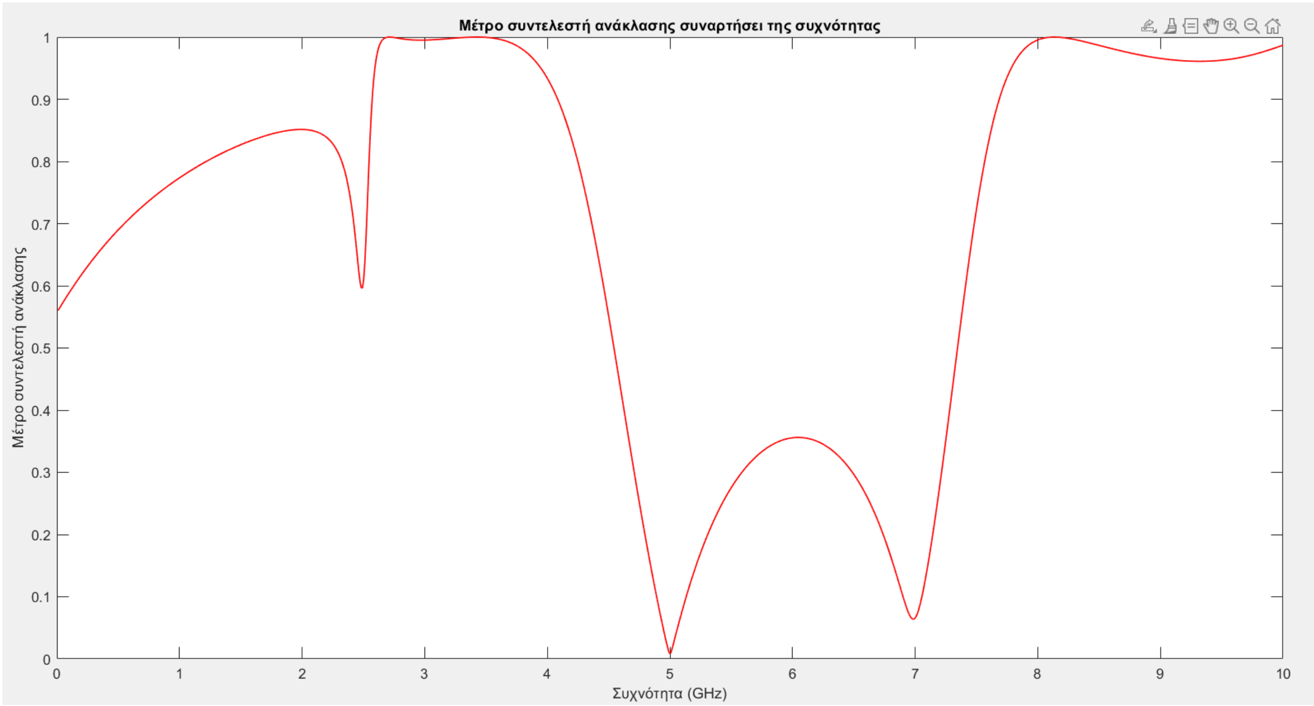
Ο σχετικός κώδικας MATLAB με σχολιασμό βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_3_b.m.

Τώρα για την δεύτερη περίπτωση ανοιχτοκυκλωμένων κλαδωτών με αρνητική επιδεκτικότητα για σταθερή απόσταση ίση με λ/8 θα εφαρμόσω ίδια διαδικασία απλά τώρα θα προσθέσουμε στην y_L κατάλληλη αρνητική επιδεκτικότητα jb_1 που πρέπει να έχει ο κλαδωτής 1 έτσι ώστε να φτάσουμε σε σημείο y_1 στον στραμμένο κύκλο όπως ακριβώς κάναμε και πριν. Έτσι βρίσκουμε το σημείο $y_1 = 0.75 + j0.02$ αυτή την φορά και σχεδιάζουμε τον SWR κύκλο του y_1. Από εκεί κινούμαι προς την πηγή μέχρι το σημείο τομής με τον κύκλο g = 1 κατά μήκος του κύκλου SWR του y_1 και έτσι βρίσκω σημείο $y_2 = 1 + j0.25$. Τέλος, προσθέτωντας αρνητική επιδεκτικότητα φτάνω στο $y_{in} = 1$. Έτσι, βρίσκω ότι $jb_1 = j(0.02 - 1.15) = -j1.13$ όπως και πριν αλλά και την επιδεκτικότητα $jb_2 = -j0.25$ που προστιθέμενη στην y_2 θα οδηγήσει στην προσαρμογή και εύκολα όπως και στην προηγούμενη περίπτωση υπολογίζω τα μήκη $l_1 = 0.365λ$ αλλά και $l_2 = 0.461λ$. Παρακάτω φαίνεται το αντίστοιχο διάγραμμα Smith που χρησιμοποιήσαμε για τους υπολογισμούς.

➢ Διάγραμμα Smith για ανοιχτοκυκλωμένο διπλό κλαδωτή με αρνητική επιδεκτικότητα.



- Plot για οπτικοποίηση του συντελεστή ανάκλασης ανοιχτοκυκλωμένου κλαδωτή σε εύρος συχνοτήτων 0 έως 10 GHz με αρνητική επιδεκτικότητα.

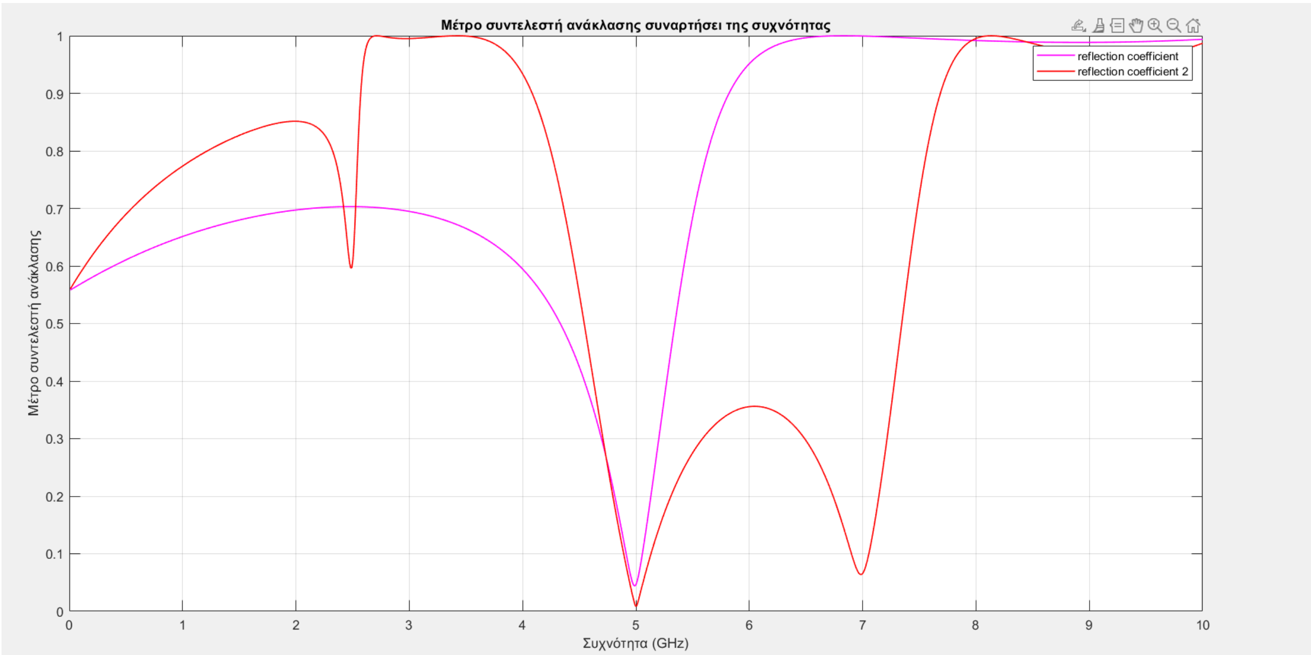


Ο σχετικός κώδικας MATLAB με σχολιασμό βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_3_b_negative.m.

<u>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ</u>

Έχοντας πλέον απεικονίσει και για τις δύο περιπτώσεις τα αποτελέσματα στο φάσμα 0 έως 10 GHz εύκολα απορρέει το συμπέρασμα ότι για εύρος ζώνης καλής προσαρμογής (SWR <= 2 ή |Γ| <= 0.33) θα είναι η δεύτερη περίπτωση (με προσθήκη αρνητικής επιδεκτικότητας -> μεγαλύτερα μήκη l σε σχέση με προσθήκη θετικής επιδεκτικότητας) η βέλτιστη. Παρόλα αυτά επειδή η προσαρμογή γίνεται σε αυτή την περίπτωση στα 7 GHz ενώ η κεντρική μας συχνότητα είναι στα 5 GHz θα ήταν βέλτιστο να λειτουργεί καλύτερα το κύκλωμά μας στην συχνότητα αυτή όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα σύγκρισης των δύο περιπτώσεων. Άρα, πράγματι είναι βέλτιστη η περίπτωση ανοιχτοκυκλωμένου κλαδωτή με προσθήκη θετικής επιδεκτικότητας που έχει και μικρότερα μήκη l.

➢ Plot για οπτικοποίηση του συντελεστή ανάκλασης ανοιχτοκυκλωμένου κλαδωτή σε εύρος συχνοτήτων 0 έως 10 GHz και στις δύο περιπτώσεις.



Ο σχετικός κώδικας MATLAB με σχολιασμό βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_3_b_combined.m.

(Γ) Στην περίπτωση που αντί για ανοικτοκυκλωμένους κλαδωτές χρησιμοποιήσουμε στην ίδια θέση πυκνωτές σε σειρά. Γνωρίζουμε ότι οι πυκνωτές γενικά προσθέτουν αρνητική αντίδραση. Θέλουμε να μεταφέρουμε το αρχικό z_L = 0.4 - j0.6 προσθέτοντας αρνητική αντίδραση ώστε να φτάσουμε στο σημείο που αντιστοιχεί σε περιστροφή κατά ένα τεταρτοκύκλιο στον κύκλο g = 1 . Ωστόσο, αυτό δεν είναι εφικτό. Το συμπέρασμα αυτό το βγάλαμε εύκολα με την βοήθεια του διαγράμματος Smith.

ΑΣΚΗΣΗ 4

(Α) Στην άσκηση αυτή θα σχεδιάσουμε έναν ανοικτοκυκλωμένο συντονιστή λ/2, που τροφοδοτείται από γραμμή μικροταινίας με χαρακτηριστική αντίσταση Z_0=50Ω. Ο συντονιστής σχεδιάζεται σε υπόστρωμα FR4 πάχους 1.6 mm και σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ϵr=4.4. Η συχνότητα είναι 2.5 GHz. Στόχος είναι να υπολογιστούν το πλάτος και το μήκος του συντονιστή, καθώς και η απαιτούμενη χωρητικότητα διακένου για κρίσιμη σύζευξη με τη γραμμή μεταφοράς. Ο συντελεστής ποιότητας είναι ίσος με 25 ενώ στο διάκενο έχουμε χωρητηκότα $C_{διάκενο}$.

Για την επίλυση της άσκησης (και πιο συγκεκριμένα την υλοποίηση της σε προγραμματιστική πλατφόρμα MATLAB), αρχικά θα πρέπει να ορίσουμε τις παραμέτρους μας που μας δίνει η άσκηση. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (5.56) και (5.57) του βιβλίου στην σελίδα 223 μπορούμε να υπολογίσουμε το W / d (W_pros_d στον κώδικά μας) άρα και το πλάτος της μικροταινίας κατ' επέκταση. Έπειτα χρησιμοποιώντας και τις σχέσεις (5.52) και (5.52) του βιβλίου στην σελίδα 222 βρίσκουμε τον παράγοντα F για τον υπολογισμό της ενεργούς διηλεκτρικής σταθεράς $e_{r,eff}$. Στην συνέχεια, θα υπολογίσουμε το μήκος του συντονιστή χρησιμοποιώντας τον τύπο $l_{συντονιστή} = λ_0$ / (2 × sqrt($e_{r,eff}$)), όπου $λ_0$ = C / f και C η ταχύτητα φωτός σε m/s. Έπειτα θα επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε τις συνολικές απώλειες και την εφαπτομένη απωλειών. Επειδή η άσκηση αναφέρει ότι η σχετικά χαμηλή τιμή συντελεστή ποιότητας οφείλεται κατά κύριο λόγο στις απώλειες διηλεκτρικού θα κάνουμε προσέγγιση ότι $α_c ≈ 0$ (δηλαδή μηδενικές απώλειες στα τοιχώματα των αγωγών και άρα $α = α_d$. Έτσι θα υπολογίσουμε τις ολικές απώλειες από τον τύπο $α = β / (2 × Q) = α_d$ και μετά από την σχέση (5.58) του βιβλίου στην σελίδα 225 λύνοντας ως προς την εφαπτομένη των απωλειών tanδ βρίσκουμε την τιμή της. Μετά, χρησιμοποιώντας τον τύπο:

- $\text{frequency}_{\text{resonator}} = \tan\left(\frac{2\pi f l_{\text{resonator}}\sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}}{C}\right) + \sqrt{\frac{\alpha C}{2f\sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}}}$

Αλλά και την μέθοδο fzero του optimization toolkit μπορούμε να υπολογίσουμε την συχνότητα συντονισμού. Έπειτα μπορούμε να υπολογίσουμε και την χωρητικότητα του διακένου από τον τύπο:

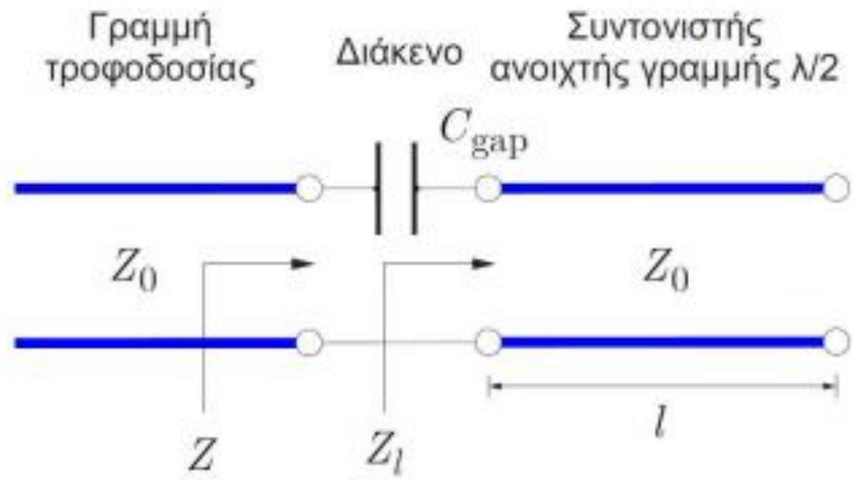
- $\text{C}_{\text{diakeno}} = -\frac{\tan\left(\frac{\frac{2\pi\cdot\text{frequency\_new}\cdot l_{\text{resonator}}}{C}}{\sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}}\right)}{Z_0\cdot 2\pi\cdot\text{frequency\_new}}$

Έτσι τα αποτελέσματα του κώδικα για την σχεδίαση του συντονιστή είναι:

- Πλάτος μικροταινίας (W): 0.003059 m
- Ενεργός διηλεκτρική σταθερά ($ε_{r,eff}$): 3.3302
- Μήκος συντονιστή ($l_{διάκενο}$): 0.032856 m
- Εφαπτομένη απωλειών στη συχνότητα 2.5 GHz: 0.044174
- Συχνότητα συντονισμού ($\text{frequency}_{\text{resonator}}$): 2.2964 GHz
- Χωρητικότητα διακένου ($C_{διάκενο}$): 3.6252e-13 F
- Απώλειες (α): 1.9123

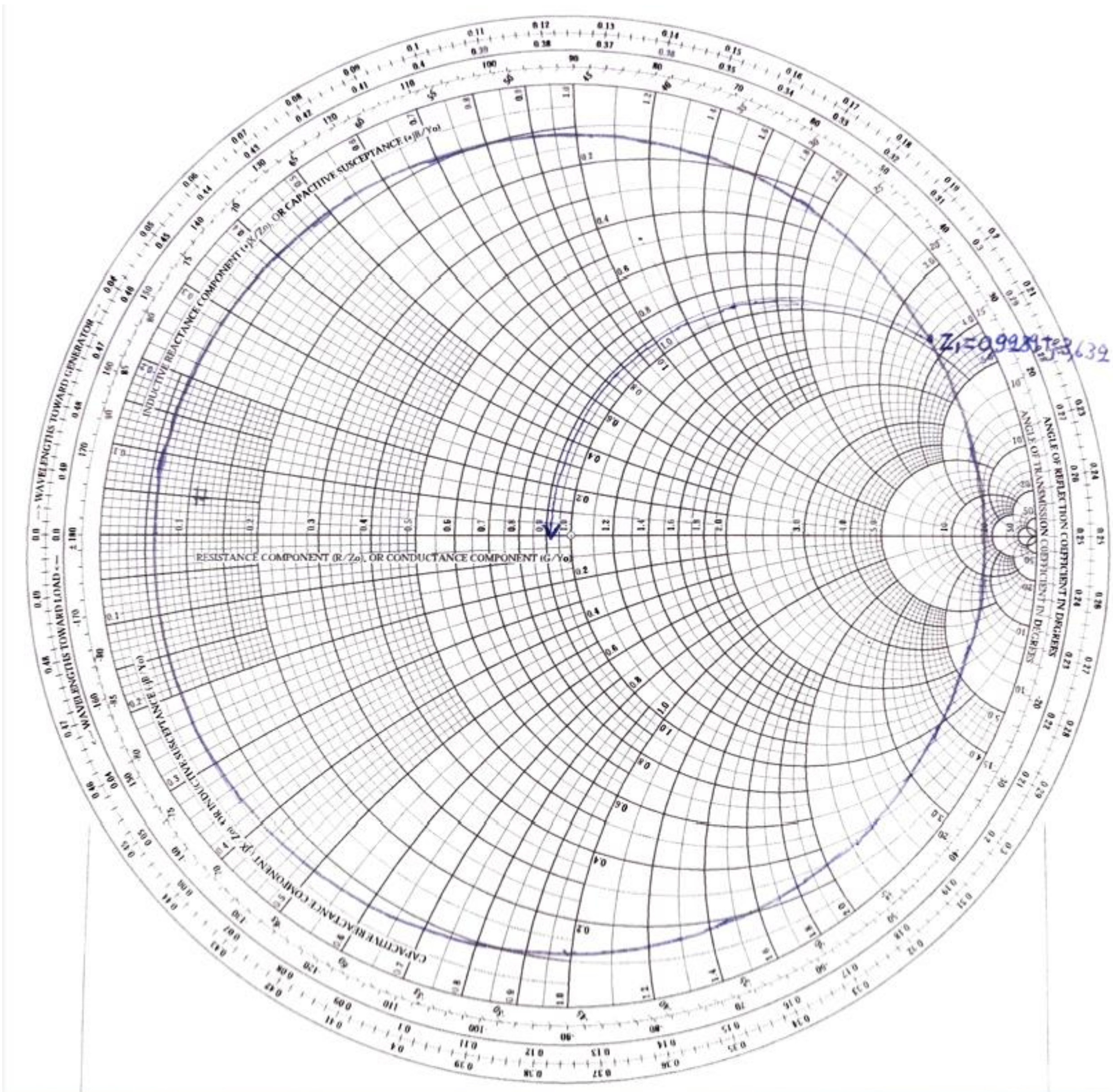
Ορισμένα από τα αποτελέσματα σε αυτό το ερώτημα θα αξιοποιηθούν και στο ερώτημα (Γ) αλλά και για το ερώτημα (Β) ως παράμετροι. Ο αντίστοιχος κώδικας με σχολιασμό βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_4_a.m.

(B) Για να επιλύσουμε το πρόβλημα του ερωτήματος Α με την βοήθεια του διαγράμματος Smith θα ακολουθήσουμε την παρακάτω διαδικασία:



Για την ανοιχτοκυκλωμένη γραμμή μεταφοράς με απώλειες θα πρέπει να ισχύει ότι:

$Z_l = Z_0 \times \coth((\alpha + j\beta)l)$ ή κανονικοποιώντας: $z_l = \coth((\alpha + j\beta)l)$. Γνωρίζουμε ότι $\beta = (2\pi \times f_r \times \mathrm{sqrt}(\varepsilon_{r,eff})) / c_0$ το οποίο το υπολογίζουμε αλλά και ότι είναι $\beta \approx 87.71$, ενώ γνωρίζουμε και την τιμή του α ίση με 1.9123 αλλά και του l στο διάκενο $l \approx 0.032856$. Έπειτα θα υπολογίσουμε το $z_l = \coth((1.9123 + j87.71) \times 0.032856 \approx 0.9289 + j3.632$. Οι τιμές των f_r ($\text{frequency}_{\text{resonator}}$), $\varepsilon_{r,eff}$, l, α προέκυψαν από τους υπολογισμούς που κάναμε στο (Α) ερώτημα στον κώδικα και φαίνονται στα bullets παραπάνω επίσης. Προκειμένου να έχουμε κρίσιμη σύζευξη προϋπόθεση είναι να έχουμε $\mathrm{Im}\{z_l\} = 0$ και g = 0. Επομένως θα πρέπει $z_{\text{κενό}} = -j3.632$ δηλαδή $-j / (2\pi \times f \times C_{\text{διάκενο}} \times Z_0) = -j3.6$ και άρα $C_{\text{διάκενο}} \approx 0.382$pF κοντά στην τιμή που υπολογίσαμε και στο ερώτημα (Α) της άσκησης όπου όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα bullets που έχουν τα αποτελέσματα του κώδικα σε MATLAB είναι $C_{\text{διάκενο}} \approx 3.6252\text{e-}13$F για να υπολογίσουμε τώρα τις τιμές του πλάτους μικροταινίας (W) θα αξιοποιήσουμε και πάλι τους τύπους του βιβλίου (5.56) και (5.57) όπως ακριβώς κάναμε και στο προηγούμενο ερώτημα. Με την βοήθεια του διαγράμματος Smith θα δείξουμε τους υπολογισμούς μας στο παρακάτω σχήμα:



(Γ) Σε αυτό το ερώτημα καλούμαστε να επανασχεδιάσουμε τον συντονιστή ώστε όταν είναι σε σύζευξη να έχουμε συχνότητα συντονισμού 2.5 GHz. Θα χρειαστούμε να ορίσουμε ξανά τις παραμέτρους που ορίσαμε στο ερώτημα (Α) με την προσθήκη της τιμής της εφαπτομένης απωλειών στη συχνότητα 2.5 GHz που βρήκαμε στο (Α) αλλά και την ενεργό διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon_{r,eff}$. Έτσι υπολογίζοντας το μήκος του συντονιστή $l_{συντονιστή}$ = C / (2 × f × sqrt($\varepsilon_{r,eff}$)) (η διαίρεση με το 2 γιατί ο συντονιστής έχει μήκος λ/2) και τις ολικές απώλειες που όπως και στο (Α) θα τις πάρουμε ίσες με τις απώλειες στο διάκενο (α = α_d) και θα τις βρούμε από την σχέση (5.58) σελίδα 225 του βιβλίου, αλλά και από τον τύπο που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω για τον υπολογισμό της νέας συχνότητας του συντονιστή και με την βοήθεια της συνάρτησης του optimization toolkit fzero θα υπολογίσουμε την νέα συχνότητα για να βρούμε μετέπειτα την σχεδίαση του συντονιστή. Έτσι με τον ίδιο τύπο με πριν υπολογίζουμε το νέο μήκος του συντονιστή $l_{\text{συντονιστή νέο}}$ = C / (2 × f_{ans} × sqrt($\varepsilon_{r,eff}$)). Τέλος, με τον ίδιο τύπο που χρησιμοποιήσαμε και στο (A) για να βρούμε την χωρητικότητα στο διάκενο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τώρα για να την υπολογίσουμε. Συγκεκριμένα ο τύπος τώρα θα έχει αυτή τη μορφή:

- $C_{\mathrm{diakeno}} = -\frac{\tan\left(\frac{2\pi f l_{\mathrm{resonator\_new}}}{\frac{C}{\sqrt{\epsilon_{r,\mathrm{eff}}}}}\right)}{Z_0 \cdot 2\pi f}$

'Ετσι, προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

- Μήκος συντονιστή σε μήκος κύματος λ/2: 0.030181 m
- Χωρητικότητα δικένου (C): 3.33e-13 F

Το πλάτος μικροταινίας (W) δεν έχει αλλάξει από το προηγούμενο ερώτημα (A). Ο αντίστοιχος κώδικας με σχόλια βρίσκεται στο αρχείο Exercise_2_4_c.m.