

**ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**  
**ΚΕΡΑΙΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΔΟΣΗ**

**ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1/2**

**Ημερομηνία παράδοσης: 3/12/2025**

Υπόδειξη: Για όλα τα θέματα χρησιμοποιήστε Matlab ή όποια άλλη πλατφόρμα επιθυμείτε (π.χ. Python)

**1.1. Διδιάστατες Στοιχειοκεραίες**

Διδιάστατη στοιχειοκεραία αποτελείται από  $24 \times 12$  κατακόρυφα δίπολα  $\lambda/2$  που διατάσσονται, τα 24 στον οριζόντιο άξονα  $x$  και τα 12 στον κατακόρυφο άξονα  $z$ . Τα δίπολα βρίσκονται σε αποστάσεις  $d$  και στους δύο άξονες. Η μέγιστη εκπομπή θέλουμε να είναι σε διεύθυνση  $(\theta_m, \varphi_m)$ , όπου  $\theta_m$  η γωνία της διεύθυνσης του μεγίστου από τον άξονα  $z$  (ζενίθια γωνία) και  $\varphi_m$  το αζιμούθιο.

(α) Γράψτε ένα κώδικα σε Matlab (ή σε όποια πλατφόρμα προτιμάτε) που να σχεδιάζει το οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας (συναρτήσει του  $\varphi$ ) και το κατακόρυφο διάγραμμα ακτινοβολίας (στο επίπεδο του μεγίστου, συναρτήσει του  $\theta$ ). Απεικονίστε το διάγραμμα για  $d = \lambda/2$ , για γωνίες μεγίστου  $\theta_m = 90^\circ$ ,  $60^\circ$  και  $\varphi_m = 90^\circ$ ,  $60^\circ$  και  $30^\circ$  (όλους τους δυνατούς συνδυασμούς).

(β) Προσπαθήστε να απεικονίσετε (με 3D polar plot) ολόκληρο το στερεό ακτινοβολίας και απεικονίστε το για όλους τους συνδυασμούς του ερωτήματος (α).

(γ) Υπολογίστε αναλυτικά σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις την κατευθυντικότητα της κεραίας, και με τους δύο τρόπους (μέσω κατευθυντικότητας και HPBW). Για διευκόλυνση μπορείτε να γράψετε ένα μικρό κώδικα για το σκοπό αυτό.

(δ) Υπολογίστε την κατευθυντικότητα υπολογιστικά με βάση τον ορισμό. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα της πυκνότητας ισχύος σε μια επιφάνεια σφαίρας με το Matlab, με την πιο απλή δυνατή υπολογιστική τεχνική (π.χ. άθροισμα Riemann σε ένα πυκνό πλέγμα, έστω ανά  $1^\circ$  κατά  $\theta$  και  $\varphi$ , θεωρώντας τμηματικά σταθερές τιμές πεδίου σε ένα μικρό εμβαδό  $dS$ ). Συγκρίνετε με τα αποτελέσματα του (γ).

(ε) Σχεδιάστε την κεραία ώστε να λειτουργεί ως ακροπυροδοτική με μέγιστο ακτινοβολίας προς τον άξονα  $x$ . Σχεδιάστε το στερεό ακτινοβολίας και υπολογίστε αναλυτικά και υπολογιστικά την κατευθυντικότητά της.

(στ) Όπως το (ε), στην περίπτωση σχεδίασης ακροπυροδοτικής στοιχειοκείρας Hansen-Woodyard με μέγιστο ακτινοβολίας προς τον άξονα  $x$ .

## 1.2. Κατευθυντικότητα γραμμικής ανομοιομορφης στοιχειοκεραίας

Η γραμμική ανομοιομορφη στοιχειοκεραία  $N$  στοιχείων,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ , σε αποστάσεις  $d$  μεταξύ τους και μη ομοιόμορφα (πραγματικά και θετικά) πλάτη ρευμάτων  $I_0, I_1, \dots, I_{N-1}$  αλλά σταθερή διαφορά φάσης  $\delta$  μεταξύ δύο διαδοχικών ρευμάτων, είναι μια εξαιρετική γενίκευση της ομοιόμορφης στοιχειοκεραίας, καθώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο του ύψους των πλευρικών λοβών (βλ. 1.3). Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μιγαδικό ρεύμα του  $n$ -στού στοιχείου είναι  $I_n e^{jn\delta}$ . Αποδείξτε ότι η κατευθυντικότητα της ανομοιομορφης στοιχειοκεραίας δίνεται από τη σχέση

$$D = \frac{kd \left( \sum_{n=0}^{N-1} I_n \right)^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\delta} \frac{\sin[(n-m)kd]}{n-m}}$$

## 1.3. Σχεδίαση ανομοιομορφης στοιχειοκεραίας με τεχνικές βελτιστοποίησης

Δίνεται γραμμική στοιχειοκεραία  $N$  ιστροπικών στοιχείων ( $N$  άρτιος), τοποθετημένων σε ίσες αποστάσεις  $d$  στον άξονα  $z$ . Η διαφορά φάσης των ρευμάτων δύο γειτονικών στοιχείων είναι σταθερή και ίση με  $\delta$ , όμως τα πλάτη των ρευμάτων είναι εν γένει διαφορετικά, δηλαδή τα ρεύματα είναι  $I_n e^{jn\delta}$ , όπου  $I_n$  τα πλάτη τους (θετικοί πραγματικοί αριθμοί),  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . Θεωρούμε συμμετρική κατανομή πλατών, δηλαδή  $I_{N-n-1} = I_n$  και ευρύπλευρη λειτουργία ( $\delta = 0$ ) με  $d = \lambda/2$ . Η χρήση μη ομοιόμορφης ρευματικής κατανομής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίτευξη καλύτερης σχέσης πλευρικών προς κύριους λοβούς. Επιλέξτε  $N = 10$ ,  $\lambda = 1\text{m}$  και θεωρήστε  $I_0 = 1$  (θεωρούμε ρεύματα κανονικοποιημένα ως προς τα ακραία στοιχεία). Θέλουμε να προσδιορίσουμε τα υπόλοιπα πλάτη  $I_n, n=1, \dots, N/2-1$  (δηλαδή τα  $I_1, I_2, I_3, I_4$ ) για την επίτευξη του απαραίτητου στόχου.

Αν και είναι δυνατή η χρήση συστηματικών μαθηματικών μεθόδων (όπως η Dolph-Chebyshev), θα προσπαθήσουμε εδώ να προσδιορίσουμε μια λύση μέσω βελτιστοποίησης. Θα προσπαθήσουμε να φέρουμε όλους τους πλευρικούς λοβούς σε ένα προκαθορισμένο σταθερό επίπεδο (SLL\_level) π.χ. -30 dB σε σχέση με τον κύριο. Τα βήματα της μεθοδολογίας είναι τα εξής:

- Φτιάξτε μια συνάρτηση Matlab (SLL\_error.m) με είσοδο ένα διάνυσμα των παραμέτρων της ανάλυσης  $I_1, I_2, I_3, I_4$  δηλαδή  $p(n) = I_n$  (με 4 αγνώστους σε στοιχειοκεραία 10 στοιχείων, λόγω της συμμετρίας των ρευμάτων και της κανονικοποίησης ως προς το πρώτο και τελευταίο ρεύμα), η οποία θα υπολογίζει το μέτρο του παράγοντα της στοιχειοκεραίας  $A$ , σε καθαρό αριθμό, σε ένα εύρος γωνιών  $0 \leq \theta \leq 90^\circ$  π.χ. ανά μία μοίρα και στη συνέχεια θα δημιουργεί ένα μέτρο που θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε. Για παράδειγμα, αν επιθυμούμε ελαχιστοποίηση των πλευρικών λοβών (side lobe level, SLL), μπορούμε να βρούμε τα τοπικά μέγιστα του παράγοντα  $A$  της στοιχειοκεραίας με τη βοήθεια της συνάρτησης

```
[peaks locs] = findpeaks(abs(A));
```

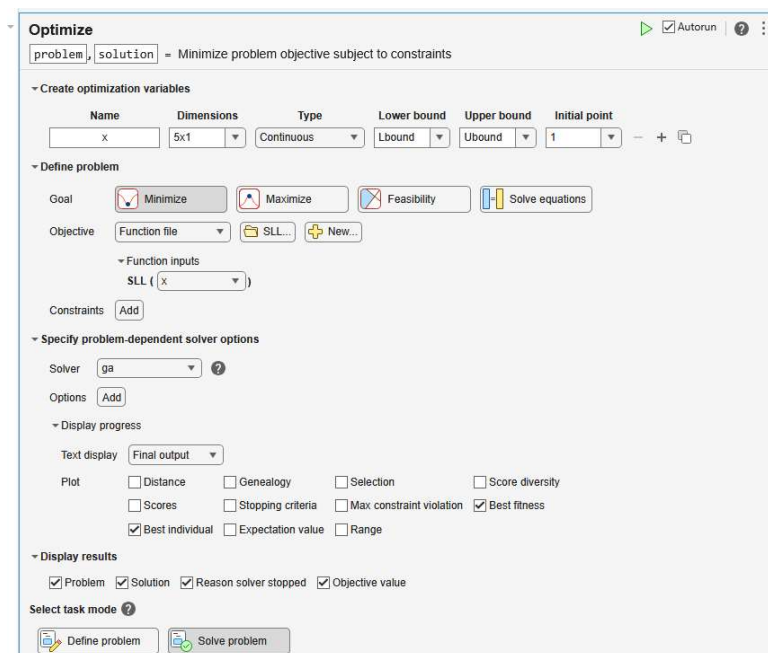
(εξαιρώντας το απόλυτο μέγιστο – κύριος λοβός, αν χρειαστεί) και στη συνέχεια να απαιτήσουμε τα τοπικά μέγιστα να βρίσκονται όσο το δυνατό πλησιέστερα στο  $\text{SLL\_level} = 10^{\text{SLL\_level(dB)}/20}$  (σε καθαρό αριθμό). Για το σκοπό αυτό, η SLL\_error θα επιστρέφει ως σφάλμα το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (απόσταση) των πλευρικών λοβών από το προκαθορισμένο SLL\_level.

- Χρησιμοποιώντας το εργαλείο βελτιστοποίησης (New-Live Script και στο tab Task επιλέγουμε Optimize) δίνουμε στο σχετικό παράθυρο το όνομα αρχείου της συνάρτησης (SLL\_error), το πλήθος των παραμέτρων (4x1) και στα bounds τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές των μεταβλητών (π.χ. μεταξύ

1 και 10). Επιλέγουμε τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης (π.χ. fmincon, ga ή surrogateopt) και μπορούμε να πειραματιστούμε με τις παραμέτρους του κάθε αλγορίθμου. Μια τυπική εικόνα φαίνεται στο Σχήμα 1.

- Μετά το τέλος, εμφανίζεται το διάνυσμα των βέλτιστων παραμέτρων, solution.p. Μπορούμε να απεικονίσουμε το διάγραμμα του παράγοντα της στοιχειοκεραίας, κατά προτίμηση σε dB ως προς το μέγιστο σε ένα αντίγραφο της συνάρτησης SLL\_error, π.χ. την SLL\_plot στην οποία υπολογίζουμε τον παράγοντα σε dB και τον απεικονίζουμε συναρτήσει της γωνίας  $\theta$ :

`SLL_plot(solution.p)`

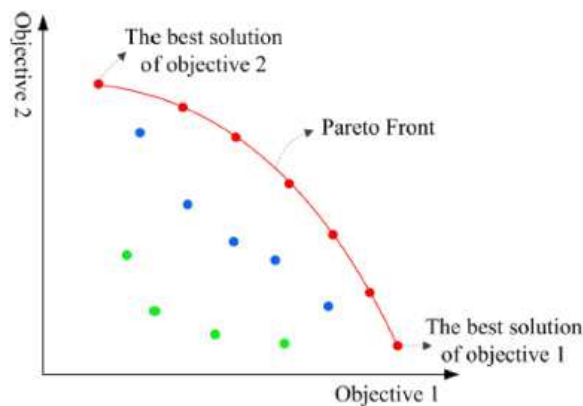


**Σχήμα 1** – Live Script βελτιστοποίησης

**(α)** Δείξτε το αποτέλεσμα της σχεδίασης μέσω βελτιστοποίησης και τις βέλτιστες παραμέτρους (ρεύματα της στοιχειοκεραίας) για τις περιπτώσεις ζητούμενου ύψους πλευρικών λοβών -20, -30 και -40dB ως προς τον κύριο.

**(β)** Υπολογίστε σε καθεμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις την κατευθυντικότητα της στοιχειοκεραίας (από τον τύπο στο παραπάνω θέμα 1.2) και συγκρίνετε με την περίπτωση της ομοιόμορφης ίσου πλήθους στοιχείων. Τί παρατηρείτε;

**(γ)** Προσπαθήστε να πετύχετε multiobjective optimization και για τους δύο στόχους (μείωση των πλευρικών λοβών με ελαχιστοποίηση του SLL\_error και μεγιστοποίηση της κατευθυντικότητας): τροποποιήστε κατάλληλα την SLL\_error (π.χ. ονομάστε τη νέα συνάρτηση SLL\_error\_and\_D) ώστε να επιστρέφει δύο τιμές, τόσο την SLL\_error όσο και το αντίθετο της κατευθυντικότητας -D, σε καθαρό αριθμό. Η βελτιστοποίηση πολλαπλών στόχων προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει και τους δύο στόχους (SLL\_error και -D). Ωστόσο στην περίπτωση αυτή δεν υπάρχει μια μοναδική λύση αλλά ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων, οι οποίες βρίσκονται σε ένα σύνολο ή «μέτωπο» Pareto (Pareto Front).



Ακολουθήστε τις οδηγίες για να ορίσετε ένα live script για γενετικό αλγόριθμο στην περίπτωση two-objective optimization και απεικονίστε το Pareto front:

<https://www.mathworks.com/help/gads/pareto-front-for-two-objectives.html>

Επιλέξτε από τις λύσεις αυτές που αντιστοιχούν σε ελάχιστο SLL\_error, για τις τρεις περιπτώσεις του (α) και δείξτε την κατευθυντικότητα που προκύπτει σε κάθε περίπτωση. Συγκρίνετε με τα αποτελέσματα της περίπτωσης (β).

#### **1.4. Σχεδίαση στοιχειοκεραίας με υπολογισμό της αντίστασης εισόδου**

(α) Γράψτε ένα μικρό κώδικα (π.χ. Matlab) για τον υπολογισμό της αμοιβαίας μιγαδικής αντίστασης δύο παράλληλων διπόλων  $\lambda/2$  σε απόσταση  $d$ . Αναπαράγετε έτσι τα γνωστά γραφήματά της (πραγματικό και φανταστικό μέρος), συναρτήσει της απόστασης (για αποστάσεις από 0 έως  $3\lambda$ ).

(β) Στοιχειοκεραία αποτελείται από τρία κατακόρυφα παράλληλα δίπολα  $\lambda/2$  (τα κέντρα τους βρίσκονται σε οριζόντιο άξονα), σε αποστάσεις  $3\lambda/4$  μεταξύ τους, από τα οποία μόνο το μεσαίο τροφοδοτείται, ενώ τα άλλα αφήνονται παρασιτικά. Σχεδιάστε το οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας και υπολογίστε τη μιγαδική αντίσταση εισόδου (χρησιμοποιήστε τον κώδικα από το (α)).

(γ) Θεωρήστε ότι οι αποστάσεις των στοιχείων είναι γενικότερα  $d$  (όχι  $3\lambda/4$ ). Κάντε ένα γράφημα του μέτρου του συντελεστή ανάκλασης στην είσοδο της κεραίας (θεωρήστε σύνδεση σε γραμμή  $50 \Omega$ ), συναρτήσει της απόστασης  $d$  των στοιχείων ( $0 \leq d \leq \lambda$ ). Εντοπίστε έτσι την περιοχή τιμών της απόστασης για την οποία το μέτρο του συντελεστή ανάκλασης είναι μικρότερο του 0.3.

(δ) Παράλληλα στα τρία δίπολα και σε απόσταση  $h$  από αυτά τοποθετείται άπειρος κατακόρυφος ανακλαστήρας. Υπολογίστε και πάλι την αντίσταση εισόδου της κεραίας και κάντε ένα 2D γράφημα (με την surf ή την contour) του μέτρου του συντελεστή ανάκλασης στην είσοδο της κεραίας (θεωρήστε σύνδεση σε γραμμή  $50 \Omega$ ), συναρτήσει της απόστασης  $d$  των στοιχείων ( $0 \leq d \leq \lambda$ ) και της απόστασης  $h$  των στοιχείων από τον ανακλαστήρα ( $0 \leq h \leq \lambda$ ). Εντοπίστε έτσι την περιοχή τιμών των  $d$  και  $h$  για την οποία το μέτρο του συντελεστή ανάκλασης είναι μικρότερο του 0.3.

**Σημείωση:** Τα (γ) και (δ) είναι περιπτώσεις παραμετρικής «βελτιστοποίησης» για 1 ή 2 παραμέτρους μόνον, η οποία γίνεται εύκολα μέσω 1D ή 2D γραφικών απεικονίσεων.