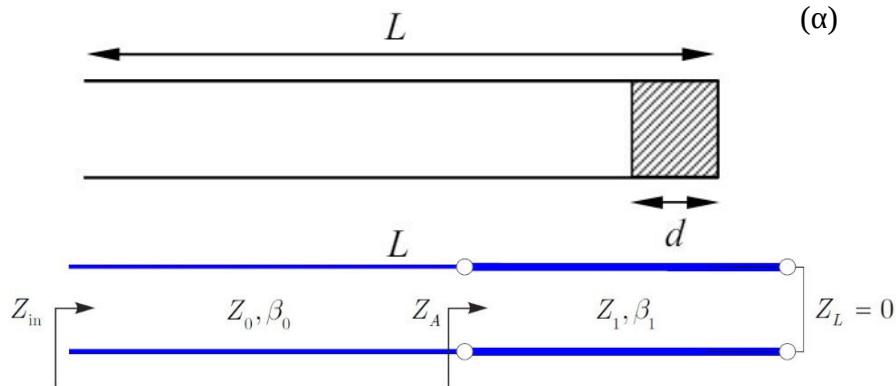


ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ
ΤΟΜΕΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΥΨΗΛΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΣΕΙΡΑ 2/2 – ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΙ / ΚΕΡΑΙΕΣ / ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ / ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΕΣ
ΚΑΡΑΤΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΑΕΜ: 10775

2.1. Μέτρηση διηλεκτρικής σταθεράς υλικού με κυματοδηγό



Συχνότητα αποκοπής επικρατέστερου ρυθμού, όπως μας υποδεικνύει και η άσκηση (TE10):

$$f_{c0}^{TE10} = c / 2a = 6.56 \text{ GHz}$$

Κενός κυματοδηγός:
 $\gamma_0 = j\beta_0, \mu \epsilon \beta_0 = \kappa_0 * \sqrt{1 - (f_{c0} / f)^2} = (2\pi f / c_0) * \sqrt{1 - (f_{c0} / f)^2}$

Αν μέσα έχει διηλεκτρικό με απώλειες: $\gamma_1 = \gamma, \mu \epsilon$

$$\begin{aligned} \gamma &= a_d + j\beta = \sqrt{k_c^2 - (k^*)^2} = \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r (1 - j \tan \delta)} = \sqrt{k_c^2 - k^2 + j k^2 \tan \delta} \\ &= \sqrt{k_c^2 - k^2} \sqrt{1 + \frac{j k^2 \tan \delta}{k_c^2 - k^2}} = j\beta \sqrt{1 - \frac{j k^2 \tan \delta}{\beta^2}} \end{aligned}$$

ή σε περίπτωση που θεωρήσουμε χαμηλές απώλειες: $\gamma_1 = \gamma, \mu \epsilon$

$$\gamma \cong \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} + j\beta$$

Αφού υποθέτουμε ότι το υλικό έχει απώλειες τότε: $Z_A = Z_1 * \tanh(\gamma^* d)$

και από το σχήμα θα ισχύει ότι

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_1 + j Z_0 \tanh[\beta_0(L-d)]}{Z_0 + j Z_1 \tanh[\beta_0(L-d)]}$$

ή για τις 2 περιπτώσεις (μια με μήκος διηλεκτρικου ίσο με d και μια με μήκος $2d$)

$$Z_{A1} = Z_0 \cdot \frac{Z_{in1} - j Z_0 \cdot \tanh[\beta_0(L-d)]}{Z_0 - j Z_{in1} \tanh[\beta_0(L-d)]} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

νω^ν

$$Z_{A2} = Z_0 \cdot \frac{Z_{in2} - j Z_0 \cdot \tanh[\beta_0(L-d)]}{Z_0 - j Z_{in2} \tanh[\beta_0(L-d)]} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

από τις οποίες προκύπτει ότι

$$\frac{Z_{in1}}{Z_{in2}} = \frac{\tanh(x)}{\tanh(2x)}$$

$$\tanh^2(x) = 2 \underbrace{\frac{Z_{in1}}{Z_{in2}} - 1}_{D}$$

ή τελικά

$$X = \text{tanh}^{-1}(ΓD) + jnπ$$

έτσι προκύπτουν οι λύσεις

$$X_1 = 0.075765 + j 0.6304 + j n \pi \Rightarrow$$

$$Y_1 = 50.51 + j 420.322 + j n^2 \frac{2000}{3} \pi$$

$$X_2 = -0.075765 - j 0.6304 + j n \pi \Rightarrow$$

$$Y_2 = -50.51 - j 420.322 + j n^2 \frac{2000}{3} \pi$$

επειδή όμως θέλουμε α_1 και β_1 ναι είναι θετικά απορρίπτουμε την X_2 και άρα εν τέλει για $n = 0$:
 $Y_1 = 50.51 + j 420.33$ από όπου μπορούμε εύκολα να συμπεράνουμε ότι $\alpha_1 = 50.51$ και $\beta_1 = 420.33$

Τέλος αξιοποιώντας τις σχέσεις 4.74, 4.75, 4.76, 4.77 της σελίδας 155 του βιβλίου καταλήγουμε στα ζητούμενα $\epsilon_r = 4.508$ και $\tan\delta = 0.206$ (κάπως μεγάλο).

(Η λύση αυτού του προβήματος βασίστηκε στην άσκηση 4.9 του βιβλίου στην σελίδα 199)

Αντίστοιχος κώδικας καθώς και αναλυτικότερες πράξεις βρίσκονται στο script "diataxeis2_1a.m" που έχει συμπεριληφθεί στο .zip αρχείο.

(β) Για να λύσουμε το πρόβλημα μόνο με την λύση της πρώτης μέτρησης θα χρησιμοποιήσουμε την fsolve. Πιο συγκεκριμένα, θα βρούμε το Z_A όπως και στο προηγούμενο ερώτημα (το οποίο θα είναι το Z_{A1} , όπως το ονομάσαμε πριν) και έπειτα θα ισχύει και πάλι ότι: $Z_A = Z_1 * \tanh(\gamma_1 * d)$,

με $\gamma_1 = k_1^2 * \tan\delta / 2\beta_1 + j\beta_1$, $k_1 = 2\pi f_0 * \sqrt{\epsilon_r - j\epsilon_r * \tan\delta}$ και $\beta_1 = 2\pi f_0 * \sqrt{\epsilon_r - j\epsilon_r * \tan\delta - (f_c/f)^2}$

και $Z_1 = \eta_0 / \sqrt{\epsilon_r - j\epsilon_r * \tan\delta - (f_c/f)^2}$. Επομένως, βάζοντάς τα όλα μαζί και χρησιμοποιώντας την fsolve προκύπτουν τα ζητούμενα ϵ_r και $\tan\delta$:

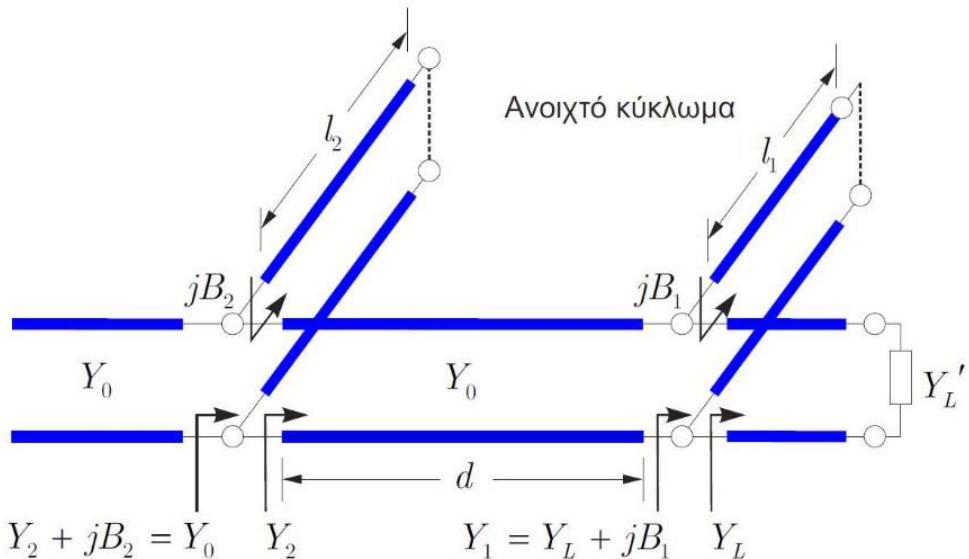
$\epsilon_r = 4.4971$ και $\tan\delta = 0.0427$ (για αρχικές εκτιμήσεις: $[\epsilon_r, \tan\delta] = [4.5, 0.2]$)

(δεν βγαίνει ίδιο με πάνω)

Αντίστοιχος κώδικας καθώς και αναλυτικότερες πράξεις βρίσκονται στο script "diataxeis2_1b.m" που έχει συμπεριληφθεί στο .zip αρχείο.

2.3. Διπλός παράλληλος κλαδωτής (αναλυτική λύση και εύρος ζώνης)

(α)



(Το σχήμα είναι ελαφρώς διαφορετικό από ότι θα έπρεπε, το πήρα από τις διαφάνειες για ευκολία. Θα έπρεπε ο κλαδωτής στα δεξιά να ήταν συνδεδεμένος απευθείας στο φορτίο δλδ $Y_L = Y_L'$)

Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι για ανοιχτοκυλωμένο κλαδωτή:

$$Z_{in_{k\lambda 1}} = -jZ_0 \cot(\beta l_1) \text{ και } \text{άρα } Y_{in_{k\lambda 1}} = 1 / Z_{in_{k\lambda 1}} \text{ επομένως } Y_1 = Y_L + Y_{in_{k\lambda 1}} \text{ και } Z_1 = 1 / Y_1.$$

Επειτα παρεμβάλλεται γραμμή μεταφοράς γνωστού μήκους d . Άρα:

$$Z_2 = Z_0 * (Z_1 + jZ_0 \tan(\beta d)) / (Z_0 + jZ_1 \tan(\beta d)) \text{ με } \beta = 2\pi/\lambda \text{ και}$$

$$Y_2 = 1 / Z_2 = 1 / (Z_0 * (Z_1^2 + Z_0^2 * \tan^2(\beta d))) * (Z_0 * Z_1 + Z_0 * Z_1 * \tan^2(\beta d) + j(Z_1 - Z_0) * \tan(\beta d)) \text{ που προκύπτει εκτελώντας τις αντίστοιχες πράξεις.}$$

Σε επόμενο βήμα επιλέγουμε το $Z_{in_{k\lambda 1}}$, ώστε $\text{Re}\{Y_2\} = 1 / Z_0$, ενώ επιλέγουμε την σύνθετη αντίσταση του κλαδωτή 2, $Z_{in_{k\lambda 2}}$, ώστε $Z_{in} = (Z_{in_{k\lambda 2}} * Z_2) / (Z_{in_{k\lambda 2}} + Z_2) = Z_0$, για να έχω προσαρμογή όπως λέει και η άσκηση.

Έτσι, εφόσον $Z_{in_{k\lambda 1}} = -jZ_0 \cot(2\pi/\lambda * l_1)$ τότε $I_1 = \lambda / 2\pi * \text{arccot}(j * Z_{in_{k\lambda 1}} / Z_0)$ και αφού αντίστοιχα $Z_{in_{k\lambda 2}} = -jZ_0 \cot(2\pi/\lambda * l_2)$ τότε $I_2 = \lambda / 2\pi * \text{arccot}(j * Z_{in_{k\lambda 2}} / Z_0)$.

(β)

$$Z_L = 20-j30 \Omega \text{ και } \text{άρα } z_L = Z_L / Z_0 = 0.4 - j0.6 \text{ και } y_L = 0.77 + j1.15.$$

Σκοπός μου είναι να πάω από το y_L στο $y_{in} = 1$ (προσαρμογή) περνώντας πρώτα από ανοιχτοκυκλωμένο κλαδωτή (προσθέτοντας δηλαδή επιδεκτικότητα, σημείο y_1), έπειτα έχω γραμμή μεταφοράς μήκους $d = \lambda/8 = 0.125\lambda$ (άρα θα κινηθώ κατά μήκος κύκλου σταθερού SWR) για να φθάσω στο σημείο y_2 και τέλος θα προσθέσω ξανά επιδεκτικότητα μέχρι τελικά να φθάσω στο σημείο $y_{in} = 1$.

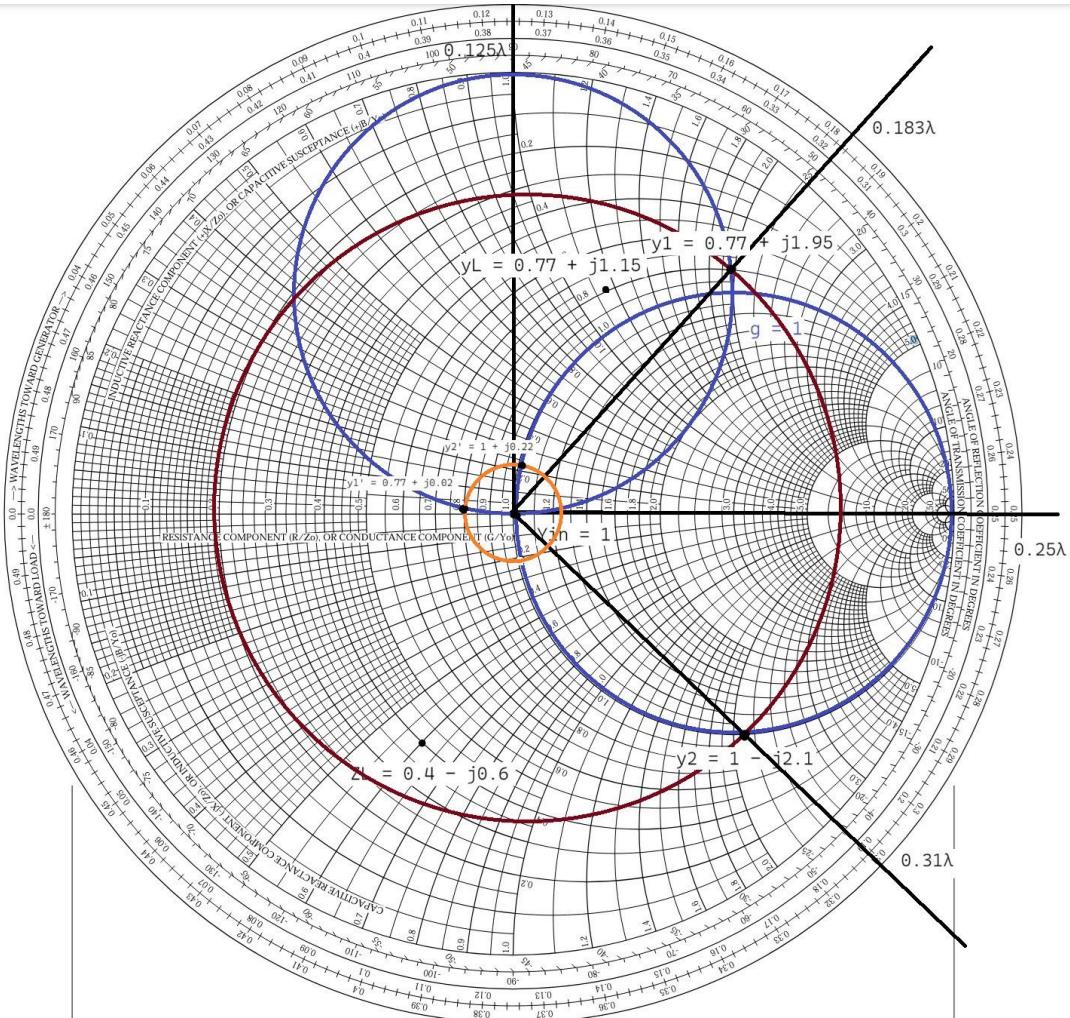
Έτσι, αξιοποιώντας την μεθοδολογία που διδάχθηκε στο μάθημα σχετικά με την προσαρμογή: Αρχικά, φτιάχνω τον κύκλο $g = 1$ και έπειτα χαράσω τον κύκλο που προκύπτει αν περιστρέψω γύρω από το κέντρο τον $g = 1$ κατά $d = 0.125\lambda$ προς το φορτίο.

Έπειτα, θέλω να πάω από το y_L στον μπλε κύκλο (τον πιο αριστερό) προσθέτωντας επιδεκτικότητα. Άρα $y_1 = 0.8 + j1.95$

Στη συνέχεια, χαράσω τον κύκλο σταθερού SWR που περνά από το σημείο y_1 και η τομή του με τον αρχικό μπλε κύκλο $g = 1$ (ο πιο δεξής κύκλος) θα δώσει το y_2 . Άρα $y_2 = 1 - j2.1$.

Επομένως, λοιπόν, $b_1 = y_1 - y_L = 1.95 - 1.15 = 0.8$ και $I_1 = 0.108\lambda$ (όπως φαίνεται στο 2o διάγραμμα) και $b_2 = y_{in} - y_2 = 1 - (1 - j2.1) = 2.1$ και $I_2 = 0.179\lambda$ (σύμφωνα με το 2o διάγραμμα).

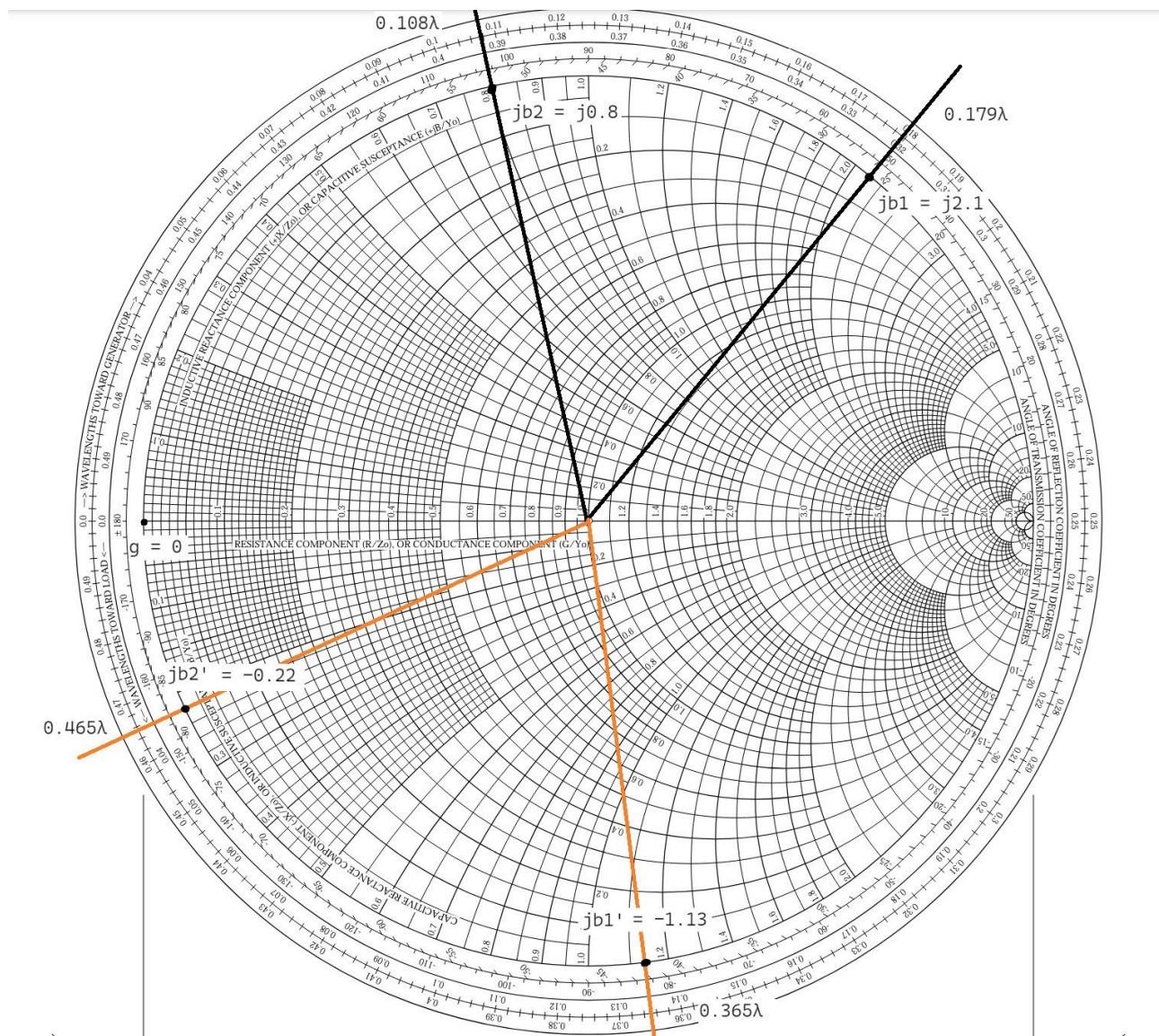
Οι κλαδωτές είναι ανοιχτοκυκλωμένοι με θετική επιδεκτικότητα. Το 2o διάγραμμα έγινε για να μην μπουν όλα στο πρώτο.



Σε περίπτωση όμως που έχω ανοιχτοκυλωμένους κλαδωτές με αρνητική επιδεκτικότητα (μήκους μεγαλύτερου του $\lambda/4$) τότε από το y_L θα πάω στο $y_1' = 0.77 + j0.02$ και από εκεί στο $y_2' = 1 + j0.22$ αφού κινηθώ κατά μήκους κύκλου σταθερού SWR (πορτοκαλί κύκλος). Έπειτα, θα ξαναπροσθέσω αρνητική επιδεκτικότητα για φθάσω εν τέλει στο ζητούμενο $y_{in} = 1$.

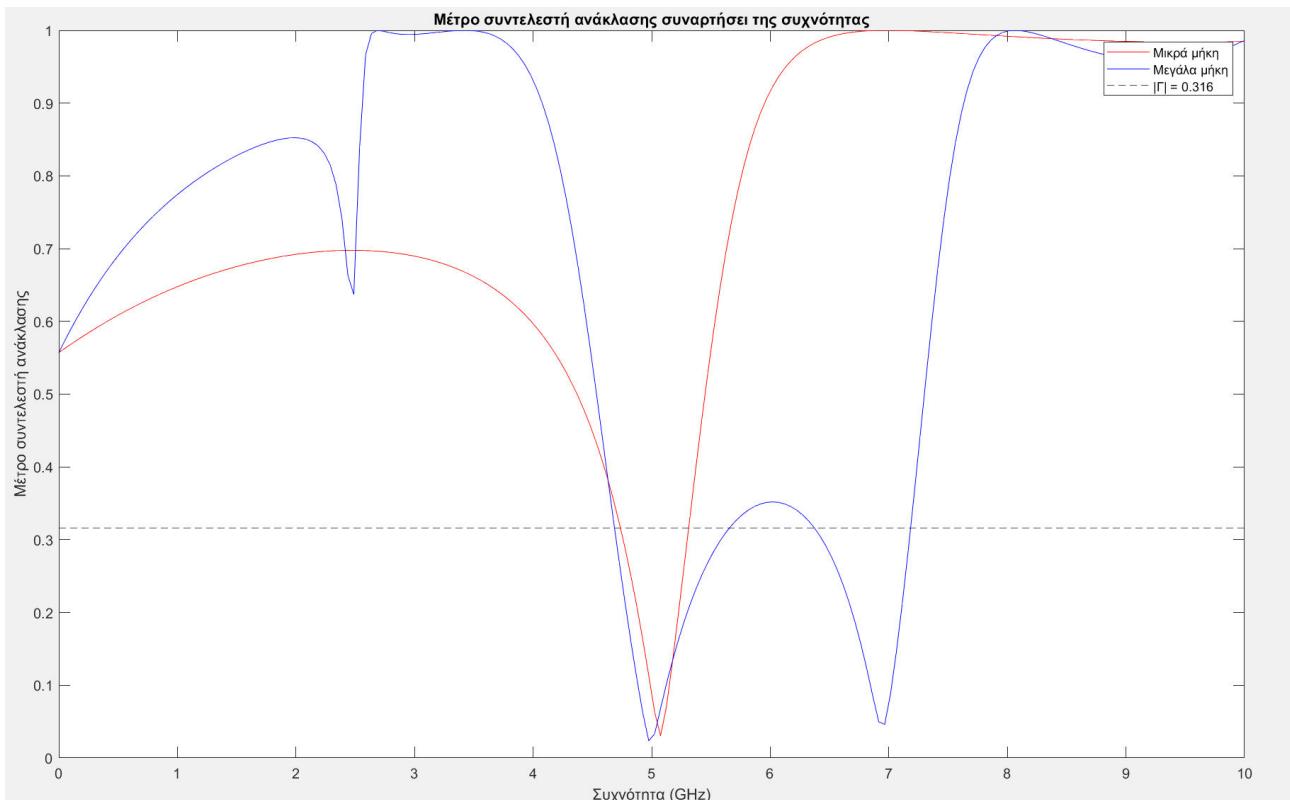
Επομένως, λοιπόν, $b_1' = y_1' - y_L = 0.02 - 1.15 = -1.13$ και $I_1 = 0.365\lambda$ (όπως φαίνεται στο 2o διάγραμμα) και $b_2' = y_{in} - y_2' = 1 - (1 + j0.22) = -0.22$ και $I_2 = 0.465\lambda$ (σύμφωνα με το 2o διάγραμμα).

Οι κλαδωτές είναι ανοιχτοκυλωμένοι με αρνητική επιδεκτικότητα. Το 2o διάγραμμα έγινε για να μην μπουν όλα στο πρώτο.



Απεικονίζοντας τώρα το μέτρο του συντελεστή ανάκλασης (σε καθαρό αριθμό) για συχνότητες 0 έως 10 GHz για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις, από το παρακάτω διάγραμμα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το έυρος ζώνης καλής προσαρμογής ($SWR \leq 0.2$ ή $|\Gamma| \leq 0.316$) της δεύτερης περιπτώσης (αυτής με τα **μεγαλύτερα μήκη** γραμμών → ανοιχτοκυλωμένοι κλαδωτές με αρνητική επιδεκτικότητα) **είναι καλύτερο**. Ωστόσο παρατηρούμε ότι το κύκλωμα αυτό προσαρμόζεται καλά και στην περιοχή των 7 GHz γεγονός που δεν μας αρέσει, μιας και η κεντρική μας συχνότητα είναι τα 5 GHz, άρα επιθυμούμε το κύκλωμα να λειτουργεί καλά γύρω από αυτήν την συχνότητα και να κόβει όσο γίνεται τις υπόλοιπες.

Κώδικας που εξηγεί την αναλυτική μεθοδολογία για την επίλυση του ερώτηματος (β) μπορεί να βρεθεί στο αρχείο “diataxeis2_3b.m” που έχει συμπεριληφθεί στο .zip αρχείο.



(γ) Εαν αντί για ανοιχτοκλωμένους κλαδωτές έχουμε στην ίδια θέση με αυτούς πυκνωτές αλλά σε σειρά (προσθέτουν αρνητική αντίδραση): Θέλουμε αρχικά από το $z_L = 0.4 - j0.6$ με προσθήκη αρνητικής αντίδρασης να φτάσουμε στον περιστραμμένο κατά ένα τεταρτοκύκλιο κύκλο $r = 1$ (στο πρώτο διάγραμμα Smith ο μπλε κύκλος πιο αριστερά). **Ωστόσο κάτι τέτοιο είναι αδύνατον να συμβεί.**

Για να καταπολεμηθεί αυτό το ζήτημα, αμέσως μετά το φορτίο θα τοποθετήσουμε γραμμή μεταφοράς ενδεικτικά $l = 0.163\lambda$ (από το 0.405λ πάμε στο 0.068λ ωρολογιακά).

Έτσι, αρχικά θα κινηθούμε από το z_L στον κόκκινο κύκλο σταθερού SWR εώς ότου φθάσουμε στο σημείο $z_L' = 0.38 + j0.4$ (ενναλακτικά θα μπορούσαμε να κινηθούμε και μέχρι άλλα σημεία, αλλα εγώ επέλεξα αυτό). Από εκεί, προσθέτωντας τον πρώτο μας πυκνωτή (αρνητική αντίδραση) θα φθάσουμε στο σημείο $z_1 = 0.38 + j0.22$. Αμέσως μετά για να είμαστε όσον το δυνατόν πιο συμβατοί και με το πρόβλημα θα τοποθετήσουμε γραμμή μεταφοράς μήκους $d = \lambda / 8 = 0.125\lambda$ και άρα θα φθάσουμε στο σημείο $z_2 = 1 + j1.1$ ($0.04\lambda + 0.125\lambda = 0.165\lambda$, σημείο τομής του κόκκινου κύκλου σταθερού SWR και του δεξί μπλε $r = 1$). Τέλος, από εκεί, θα βάλουμε τον δεύτερο μας πυκνωτή (αρνητική αντίδραση) έως ότου φθάσουμε εν τέλει στο ζητούμενο $z_{in} = 1$.

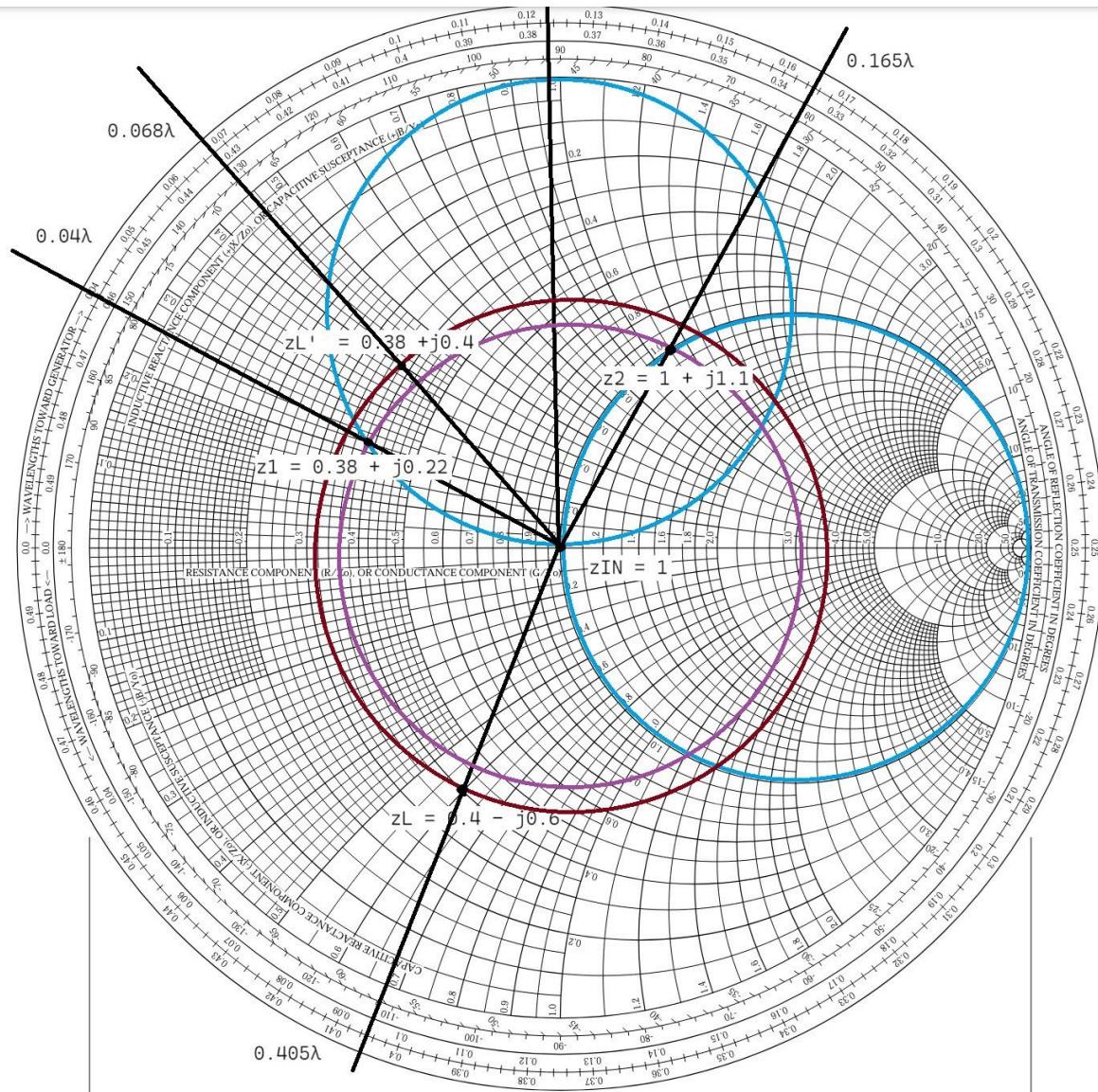
Επομένως, η αντίδραση του πρώτου πυκνωτή θα είναι $-jx_1 = z_1 - z_L' = (0.38 + j0.22) - (0.38 + j0.4) = -j0.18$ και άρα

$$C_1 = 1 / (2 * \pi * f * 0.18 * Z_0) \Rightarrow C_1 = 3.54 \text{ pF}$$

ενώ του δεύτερου θα είναι $-jx_2 = z_{in} - z_2 = 1 - (1 + j1.1) = -j1.1$ και άρα

$$C_2 = 1 / (2 * \pi * f * 1.1 * Z_0) \Rightarrow C_2 = 0.579 \text{ pF}$$

Να σημειωθεί ότι η προσαρμογή θα μπορούσε να επιτευχθεί και με τη χρήση μόνο ενός πυκνωτή σε σειρά αφού πρώτα τοποθετήσουμε γραμμή μεταφοράς αμέσως αριστερά του φορτίου.



2.4. Συντονιστής μικροταινίας συζευγμένος με γραμμή μεταφοράς

(α) Για τον υπολογισμό του πλάτους του συντονιστή θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις 5.56 και 5.57 στην σελίδα 223 του βιβλίου. Για τον υπολογισμό του μήκους του συντονιστή χρειάζεται πρώτα να βρούμε την ενεργό διηλεκτρική σταθερά $\epsilon_{r,eff}$, η οποία μπορεί εύκολα να υπολογιστεί αξιοποιώντας τις σχέσεις 5.52 και 5.53 στη σελίδα 222 του βιβλίου. Επειτα, χρησιμοποιήσουμε τον τύπο: $l = \lambda / 2 = \lambda_0 / \text{sqrt}(\epsilon_{r,eff})$ μπορούμε να βρούμε το ζητούμενο μήκος του συντονιστή. Έπειτα από πράξεις που βρίσκονται στο αρχείο “diataxeis2_4a.m” καταλήγουμε στα ζητούμενα

$$W = 0.0031 \text{ m} = 3.1 \text{ mm} \text{ και } l = 0.0329 \text{ m} = 3.29 \text{ cm}$$

Να σημειωθεί ότι στο αρχείο αυτό χρησιμοποιείται και η μεταβλητή “tand”, για λόγους επίλυσης του ερωτήματος γ, για το οποίο θα μιλήσουμε στη συνέχεια.

Για να υπολογίσουμε τώρα την νέα συχνότητα συντονισμού (ξέρουμε ότι η σύζευξη ελλατώνει κατάτι την συχνότητα συντονισμού) θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο:

$$\tan\left(\frac{2\pi f_r}{c_0 / \sqrt{\epsilon_{r,eff}}} l\right) + \sqrt{\frac{ac_0}{2f_r \sqrt{\epsilon_{r,eff}}}} = 0$$

τον οποίο θα “δώσουμε” στην συνάρτηση fzero προκειμένου να τον λύσει ως προς το ζητούμενο f_r , ενώ, για την εύρεση της χωρητικότητας διακένου που απαιτείται για κρίσιμη σύζευξη με τη γραμμή μεταφοράς χρησιμοποιούμε τον γνωστό από την θεωρία τύπο:

$$\tan \beta(\omega_1)l = -b_c(\omega_1)$$

Έτσι, λοιπόν, καταλήγουμε στα ζητούμενα

$$f_r = 2296435235.5329 \text{ Hz} = 2.296 \text{ GHz} \text{ και } C = 3.6252e-13 \text{ F} = 0.362 \text{ pF}$$

(γ) Για να επανασχεδιάσουμε τον συντονιστή αρκεί να βρούμε τις καινούργιες τιμές του πλάτους του συντονιστή w , αλλά και του νέου του μήκους l . Λόγω των σχέσεων 5.56 και 5.57 στην σελίδα 223 του βιβλίου, γνωρίζουμε ότι το πλάτος w εξαρτάται μονάχα από την διηλεκτρική αντίσταση του υποστρώματος η οποία για υπόστρωμα τύπου FR4 είναι $\epsilon_r = 4.4$, από εκφώνηση, και δεν αλλάζει. **Συνεπώς το νέο w θα είναι ίδιο με το παλιό** και άρα

$$w' = 3.1 \text{ mm}$$

Ακόμα, εφόσον δεν άλλαξε το w , αυτό σημαίνει ότι δεν αλλάζει και η ενεργός διηλεκτρική σταθερά $\epsilon_{r,eff}$. Για να υπολογίσουμε, λοιπόν, το νέο μήκος του συντονιστή l , ώστε όταν είναι σε σύζευξη να έχουμε συχνότητα συντονισμού 2.5 GHz, δηλαδή $f_r = 2.5 \text{ GHz}$, θα αξιοποιήσουμε και πάλι την σχέση

$$\tan\left(\frac{2\pi f_r}{c_0 / \sqrt{\epsilon_{r,eff}}} l\right) + \sqrt{\frac{ac_0}{2f_r \sqrt{\epsilon_{r,eff}}}} = 0$$

την οποία θα επιλύσουμε και πάλι με την χρήση της fzero αλλά αυτήν την φορά θα την λύσουμε ως προς f (και όχι f_r). Επομένως, λοιπόν θα έχουμε $l = c_0 / (f * \text{sqrt}(\epsilon_{r,eff}))$ και

$\alpha = \alpha_c + \alpha_d = R_s / (Z_0 * w) + k_0 * (\epsilon_r * (\epsilon_{r,eff} - 1) * \tan\delta) / (2 * (\epsilon_r - 1) * \text{sqrt}(\epsilon_{r,eff}))$, όπου

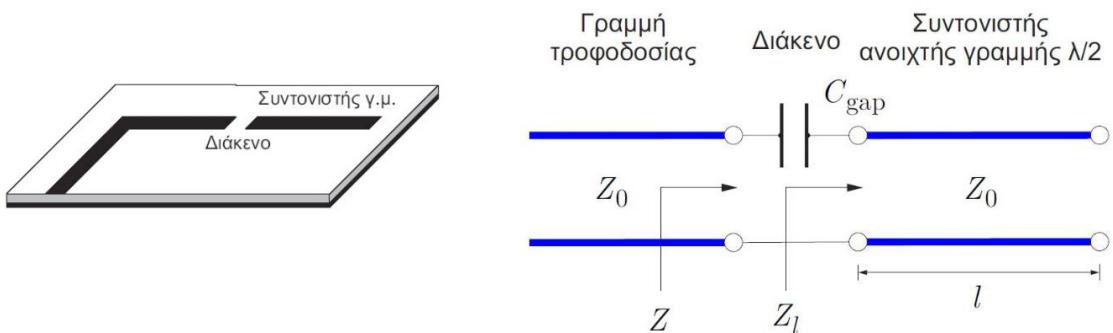
$R_s = \text{sqrt}(f * \pi * \mu_0 / \sigma)$. Επιπλέον, από το διαδίκτυο ξέρουμε ότι για το υπόστρωμα FR4: $\tan\delta = 0.0371$ και για να βρούμε το σ , εφόσον από προηγούμενες μετρήσεις (από ερώτημα α) βρήκαμε το α , και εφόσον μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε το α_d βρίσκουμε εύκολα το α_c από την $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$ και κατ' επέκταση γνωρίζουμε πλεόν και το σ .

Η ανάλυση αυτή έγινε στο αρχείο “diataxeis2_4a.m”, εκεί υπολογίστηκε δηλαδή το σ , ενώ ο υπολογισμός του νέου μήκους l πραγματοποιήθηκε στο “diataxeis2_4c.m” αρχείο, στο οποίο χρησιμοποιήθηκαν οι ήδη υπολογισμένες από το “diataxeis2_4a.m” παράμετροι $\epsilon_{r,eff}$, σ κλπ.

Τελικά, λοιπόν για τον νέο συντονιστή θα έχουμε $w = 3.1 \text{ mm}$ και $l = 0.030214 \text{ m} = 3.02 \text{ cm}$ και η τέλος η νέα χωρητικότητα διακένου θα είναι $C = 3.33149e-13 = 0.331 \text{ pF}$

Εναλλακτικά, και εφόσον η άσκηση αναφέρει πως η σχετικά χαμηλή τιμή του Q οφείλεται κατά κύριο λόγο στις απώλειες διηλεκτρικού θα μπορούσαμε για ευκολία να θεωρήσουμε ότι κυρίαρχο ρόλο παίζουν αυτές και άρα $\alpha = \alpha_c + \alpha_d = 0 + \alpha_d = \alpha_d$ και επομένως, στην περίπτωση αυτή δεν θα χρειαζόμασταν το σ , ενώ θα μπορούσαμε τότε να υπολογίσουμε με ακρίβεια (με παρόμοιο τρόπο όπως φαίνεται στο αρχείο “diataxeis2_4a.m”) και την εφαπτομένη απωλειών $\tan\delta$, που θα έβγαινε $\tan\delta = 0.0422$, ώστε να την χρησιμοποιήσουμε όπως δείξαμε και πριν στο “diataxeis2_4c.m” για να βρούμε το ζητούμενο l και C που εν τέλει θα έβγαινε πολύ παρόμοιο. Με απαραίτητες αλλαγές στον κώδικα βγαίνει $I = 3.03 \text{ cm}$ και $C = 0.319 \text{ pF}$.

(β)



Για την ανοιχτοκυκλωμένη γραμμή με απώλειες θα ισχύει ότι:

$$Z_l = Z_0 \coth((\alpha + j\beta)l) \text{ ή κανονικοποιώντας: } z_l = \coth((\alpha + j\beta)l),$$

$$\text{με } \beta = 2\pi f_r \sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}} / c_0 = 87.71 \text{ rad/m.}$$

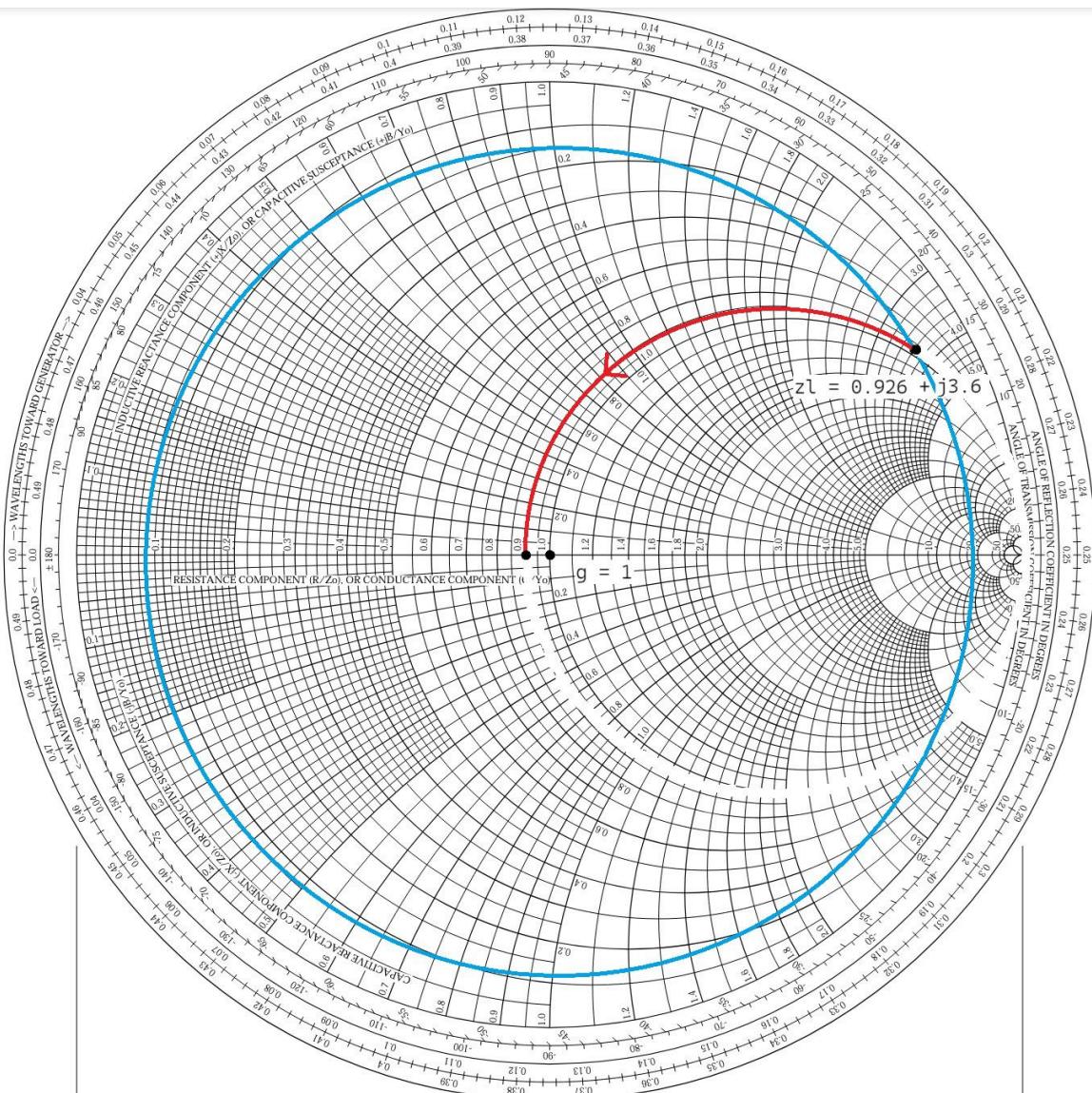
Έτσι, μετά από πράξεις θα έχουμε ότι $z_l = \coth((1.91 + 87.71j) * 0.0329) \Rightarrow z_l = 0.926 + 3.6j$.

Οι τιμές για τα f_r , l και α προέκυψαν από την ανάλυση που εφαρμόστηκε στο (α) ερώτημα αυτής της άσκησης και που φαίνονται καλύτερα αν κανείς τρέξει το αρχείο “diataxeis2_4a.m”.

Σε επόμενο βήμα, για να έχουμε κρίσιμη σύζευξη θα πρέπει $\text{Im}\{z\} = 0$ και $g = 1$.

Άρα, θα πρέπει $z_{\text{gap}} = -3.6j \Rightarrow -j / (2\pi f C_{\text{gap}} Z_0) = -j3.6 \Rightarrow C_{\text{gap}} = 0.385 \text{ pF, πολύ κοντά στο } 0.362 \text{ pF του } (\alpha) \text{ ερωτήματος.}$

Οι τιμές w , l κλπ υπολογίζονται ακριβώς όπως και στο (α) ερώτημα, ενώ το δίαγραμμα Smith φαίνεται από κάτω.



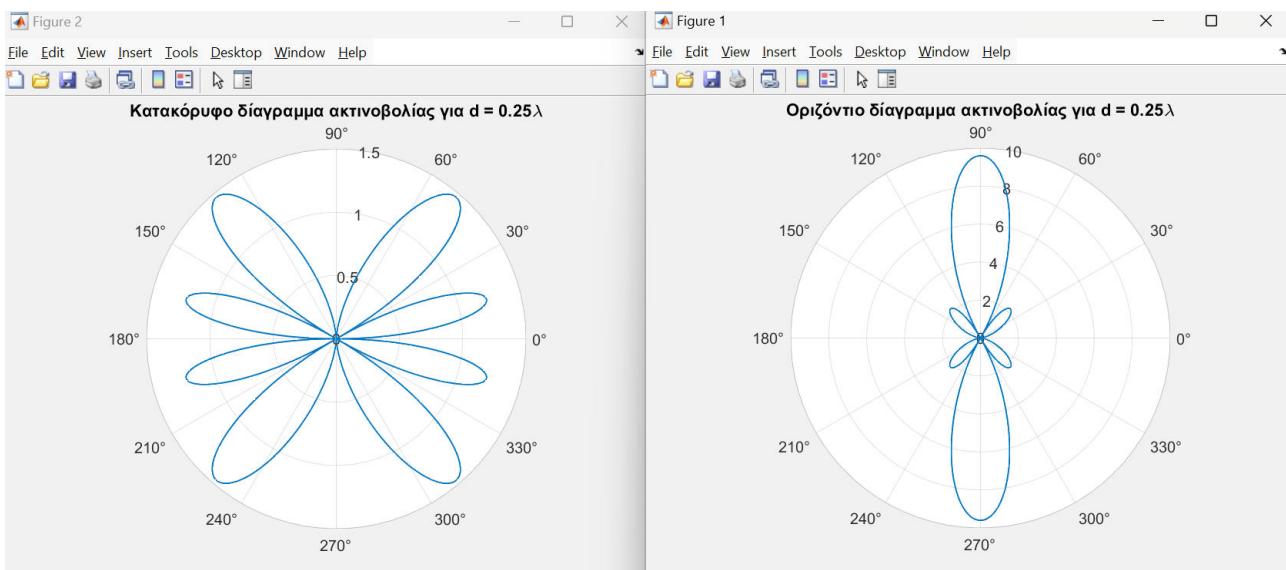
2.2 Πεδίο στοιχειοκεραίας

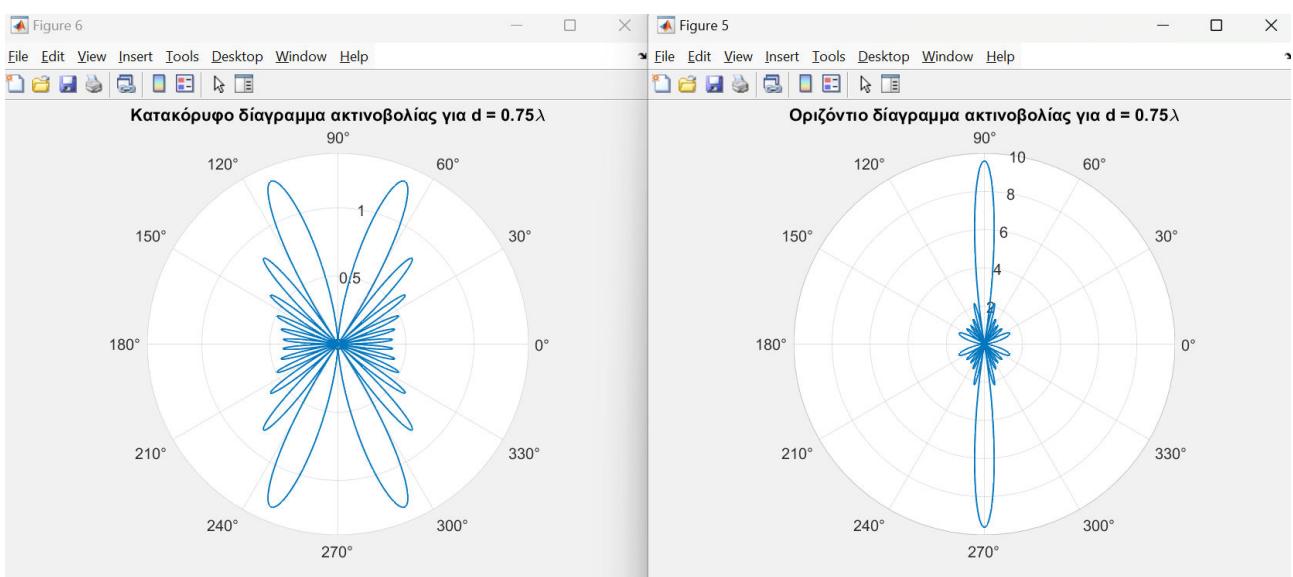
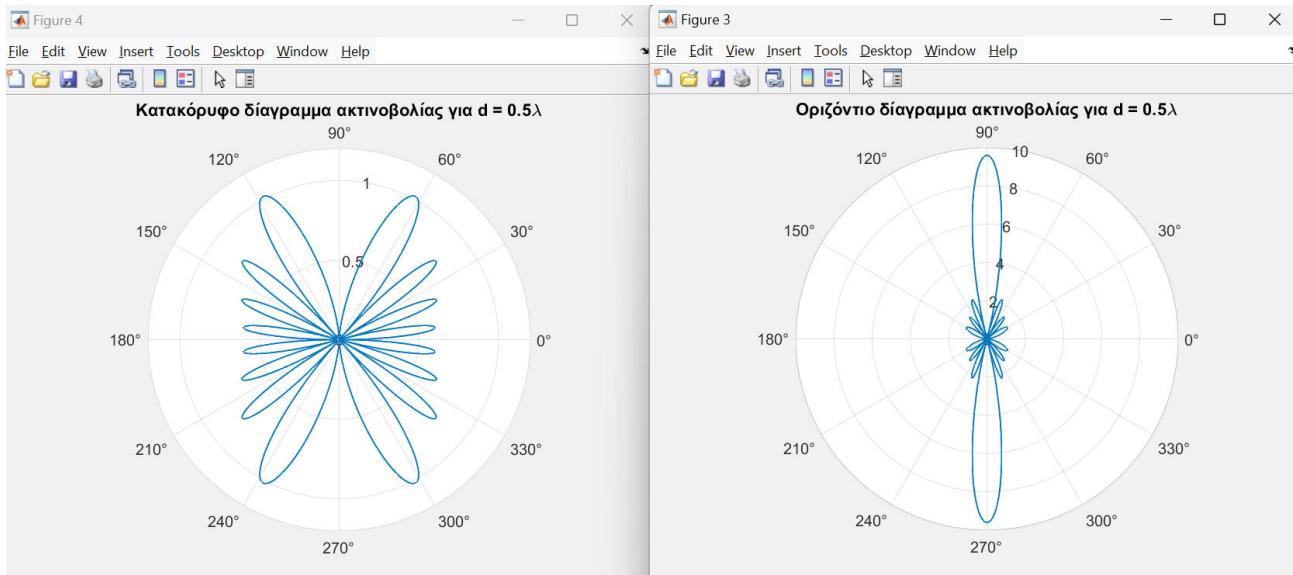
(α) Για τον σχεδιασμό του οριζόντιου (για $\theta = \pi/2$) και του κατακόρυφου (για $\phi = 0$ ή π) διαγράμματος ακτινοβολίας στοιχειοκεραίας που αποτελείται από $N=8$ παράλληλα κατακόρυφα δίπολα $\lambda/2$ θα εφαρμόσουμε επαλληλία των εντάσεων των ηλεκτρικών πεδίων των επιμέρους διπόλων $\lambda/2$. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε 8 δίπολα, τοποθετημένα στον άξονα x στις θέσεις $-7d/2, -5d/2, -3d/2, -d/2, d/2, 3d/2, 5d/2, 7d/2$. Έπειτα χρησιμοποιούμε την έκφραση της ηλεκτρικής πεδιακής έντασης στο μακρινό πεδίο για δίπολα $\lambda/2$,

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \simeq j60I_i \frac{e^{-jkr_i}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \hat{\theta}$$

όπου θεωρούμε ότι για τον παράγοντα πλάτους έχουμε $r_1 = r_2 = \dots = r_8 = r_0$ (θέτουμε $r_0 = 50$, ώστε $r_0 >> \lambda$), ενώ για τον παράγοντα της φάσης $\mathbf{r}_i = r_0 - \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{r}$ με $\mathbf{d}_i = (N-2*i+1) \cdot \mathbf{x}$

Αναλυτικότερες πράξεις βρίσκονται στο αρχείο “diataxeis2_2a.m”, ενώ παρακάτω φαίνονται τα ζητούμενα διαγράμματα ακτινοβολίας.

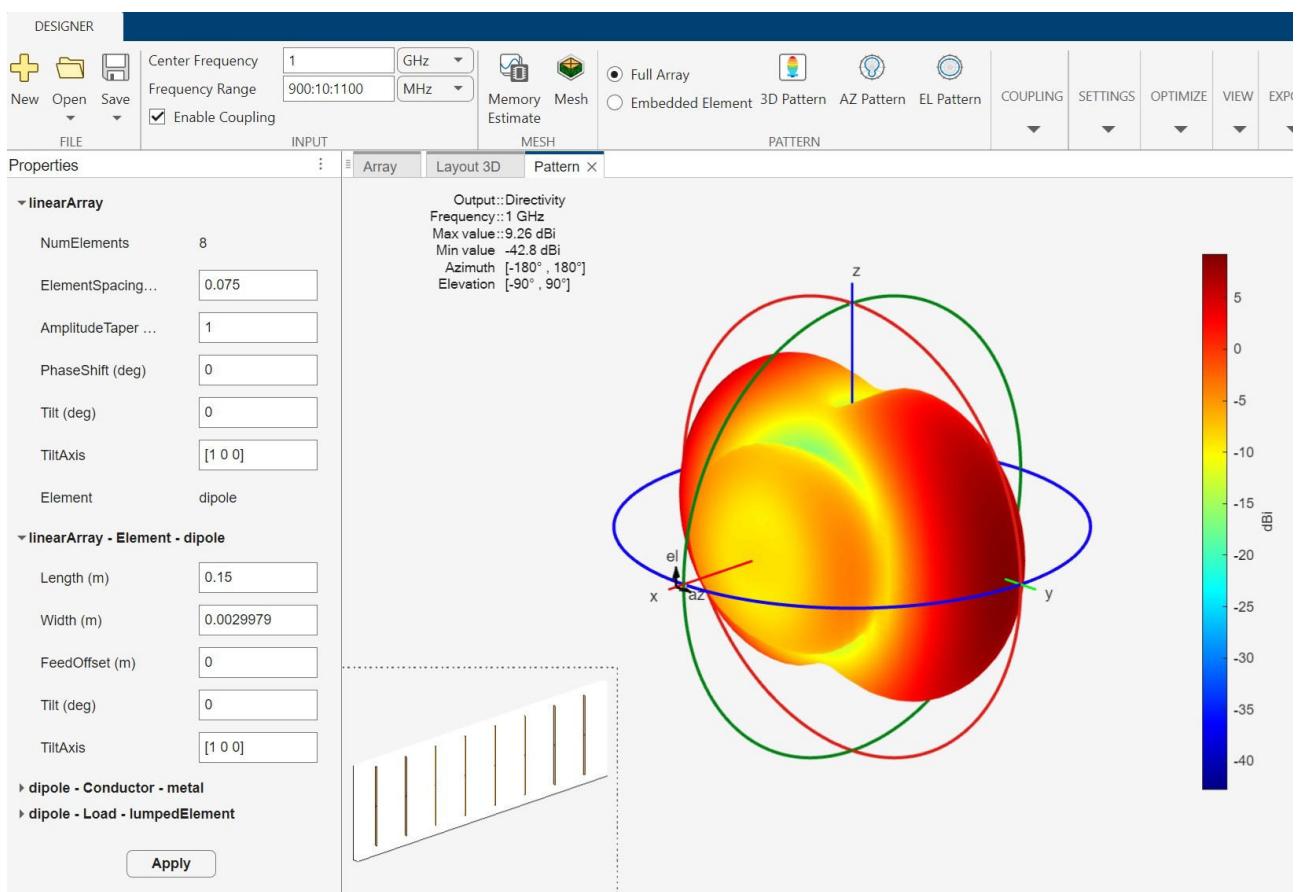




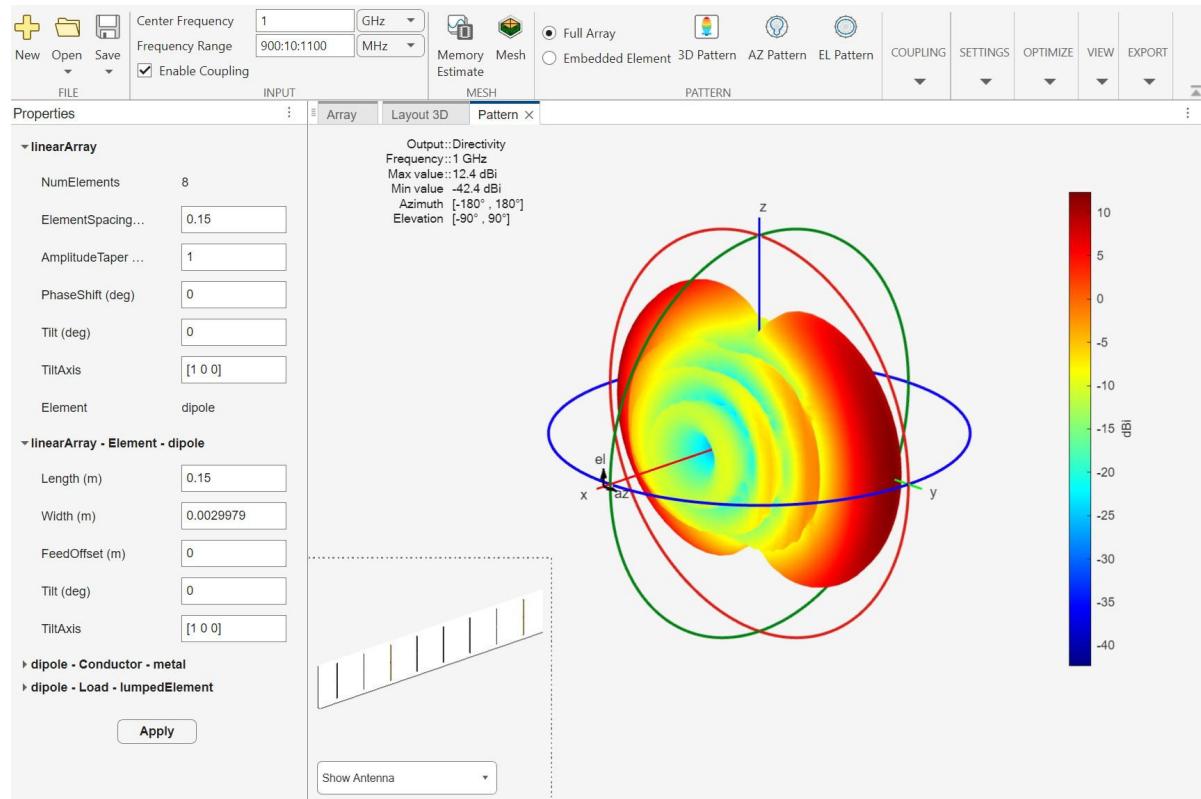
(β) Για να απεικονίσουμε το στερεό ακτινοβολίας (3D) στις 2 αυτές περιπτώσεις χρησιμοποιούμε το Antenna Array Designer App του Antenna Toolbox. Ανοίγουμε το matlab και γράφουμε “antennaArrayDesigner”. Επιλέγουμε Linear Array, Number of Elements = 8 και Design Frequency = 1 GHz. Στη συνέχεια θέτουμε την παράμετρο ElementSpacing ίση με την απόσταση d που έχουμε κάθε φορά (π.χ. για d ίσο με $\lambda/4$ βάζουμε “ $3*10^8 / 10^9 / 4$ ”). Επίσης θέτουμε την παράμετρο Length των διπόλων ίση με $\lambda/2$. Τέλος, στην παράμετρο PhaseShift βάζουμε 0 διότι έχουμε δίπολα με ίσα ρεύματα.

Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα που καταφέραμε να δημιουργήσουμε με τη χρήση αυτού του εργαλείου.

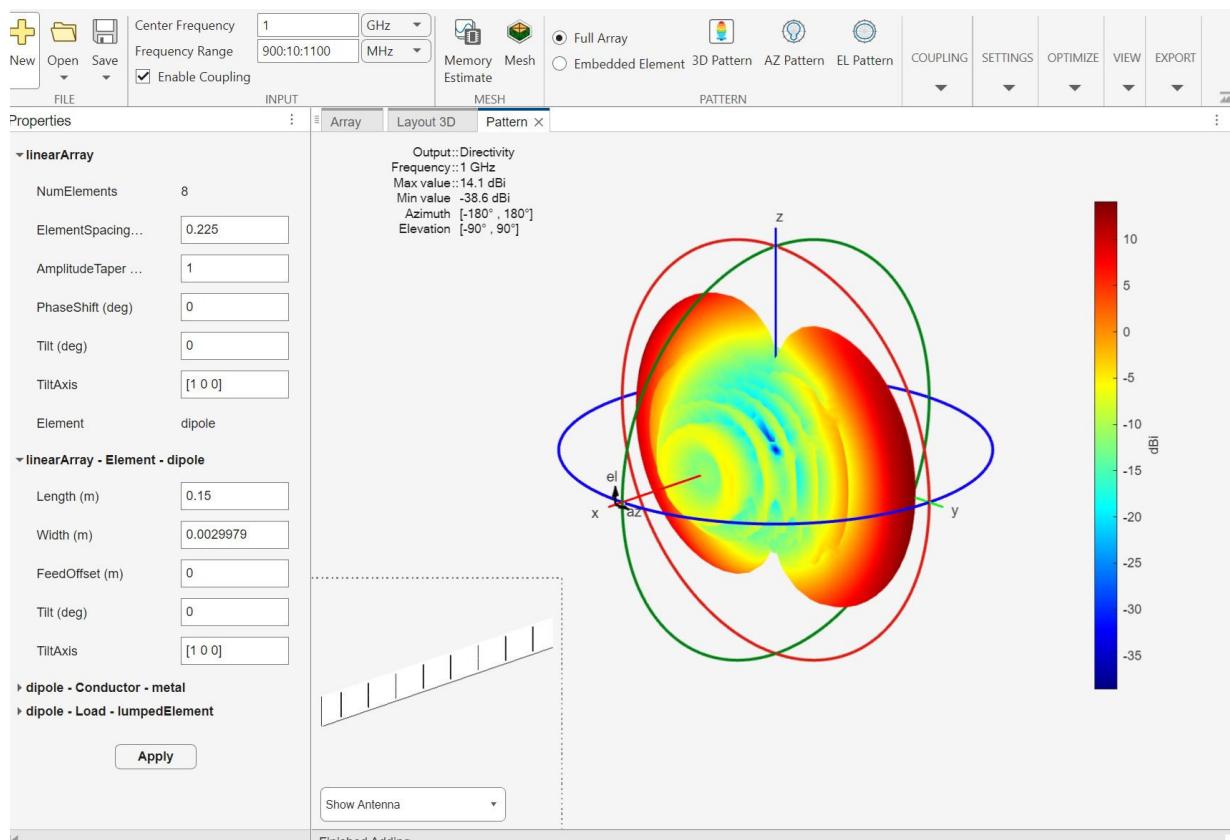
Για $d = \lambda/4$



$\Gamma \alpha d = \lambda / 2$



$\Gamma \alpha d = 3\lambda / 4$



(γ) Η κατευθυντικότητα Δ της κεραίας δίνεται από τον γνωστό τύπο

$$\frac{4\pi P_{r,\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_r \sin \theta d\theta d\phi}$$

Έτσι, χρειάζεται να υπολογίσουμε την πυκνότητα ισχύος αλλά και το $P_{r,\max}$.

Για το P_r , ξέρουμε ότι $P_r = |E|^2 / 2\eta_0$ (το E υπολογίζεται όπως και στο (α) ερώτημα) ενώ για το $P_{r,\max}$ πρέπει να υπολογίσουμε το $|E_{\max}|$ για το οποίο θα ισχύει:

$$E(r) = E_0 \cdot \left[e^{-jk\frac{rd}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{-jk\frac{sd}{2}\cos\varphi\sin\theta} + e^{+jk\frac{zd}{2}\cos\varphi\sin\theta} \right]$$

$$= 2E_0 \cdot \underbrace{\left[\cos(k\frac{zd}{2}\cos\varphi\sin\theta) + \dots \cos(k\frac{zd}{2}\cos\varphi\sin\theta) \right]}_{4 \text{ φορ}}$$

$$\text{κανον} |E(r)| = 2|E_0| \cdot \underbrace{\left| \cos(k\frac{zd}{2}\cos\varphi\sin\theta) + \dots \cos(k\frac{zd}{2}\cos\varphi\sin\theta) \right|}_{4 \text{ φορ}},$$

$$\text{καν} |E(r)|_{\max} = 2|E_0| \cdot 4 = 8|E_0|,$$

$$\text{με } E_0 = \frac{j60\pi}{\gamma_0} e^{-jkr_0} \text{ καν } |E_0| = \frac{60\pi}{\gamma_0} \text{ καν } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\text{οπότε } P_{r,\max} = \frac{|E(r)|_{\max}}{2\eta_0} //$$

Η παραπάνω μεθοδολογία μπορεί να φανεί πιο ξεκάθαρα στο "diataxeis2_2c.m" αρχείο που έχει συμπεριληφθεί επίσης.

Ενδεικτικά, θέτοντας ως $r_0 = 1$ έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

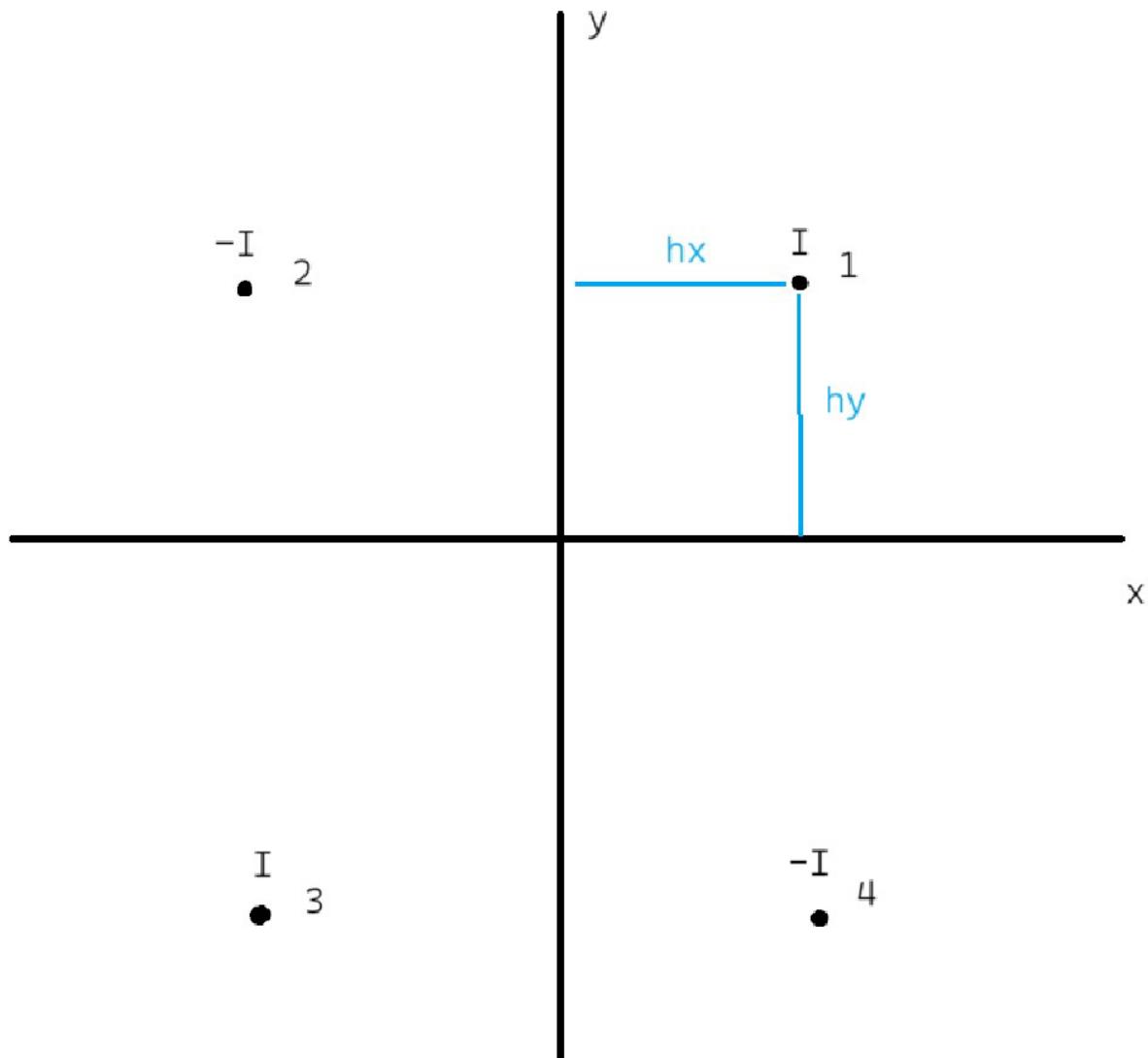
Για $d = \lambda / 4$: $D = 8.8146$ ενώ $D_{theorias} = 2Nd/\lambda = 4$

Για $d = \lambda / 2$: $D = 17.2756$ ενώ $D_{theorias} = 2Nd/\lambda = 8$

Για $d = 3\lambda / 4$: $D = 24.7011$ ενώ $D_{theorias} = 2Nd/\lambda = 12$

Όλα τα αποτελέσματα είναι σε καθαρό αριθμό και όχι σε dB , ενώ επίσης παρατηρούμε ότι ο θεωρητικός τύπος για την κατευθυντικότητα ευρύπλευρης στοιχειοκεραίας δίνει περίπου το μισό D από αυτό που εμέις υπολογίσαμε σε κάθε περίπτωση.

(δ) Έχουμε είδωλα με ίσα και αντίθετα ρεύματα και άρα προκύπτει το παρακάτω σχήμα,



σύμφωνα με το οποίο ο ανακλαστήρας βρίσκεται στους θετικούς ημιάξονες x και y (δημιουργεί ένα "Γ") και το κατακόρυφο δίπολο $\lambda/2$ θεωρούμε πως είναι αυτό με το νούμερο 1. Τα υπόλοιπα 3 είναι τα είδωλα που προκύπτουν σε σχέση με αυτό και τον ανακλαστήρα βάσει και της θεωρίας.

Θα χρησιμοποιήσουμε τώρα την γνωστή έκφραση της ηλεκτρικής πεδιακής έντασης στο μακρινό πεδίο για δίπολα $\lambda/2$,

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \simeq j60I_i \frac{e^{-jkr_i}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \hat{\theta}$$

και αναλυτικότερα, με βάση την αρχή της επαλληλίας, θα έχουμε:

$$|\mathbf{E}(v)| = \left| \sum_{i=1}^4 \mathbf{E}_i(v) \right| = |\mathbf{E}_0(v)| \left[e^{j\mathbf{k} \cdot \vec{d}_1 \cdot \hat{v}} + e^{j\mathbf{k} \cdot \vec{d}_2 \cdot \hat{v}} + e^{j\mathbf{k} \cdot \vec{d}_3 \cdot \hat{v}} - e^{j\mathbf{k} \cdot \vec{d}_4 \cdot \hat{v}} \right]$$

και $|\mathbf{E}_0(v)| = \frac{60I}{r}$ και $\vec{d}_1 = h_x \hat{x} + h_y \hat{y}$, $\vec{d}_2 = -h_x \hat{x} + h_y \hat{y}$
 $\vec{d}_3 = h_x \hat{x} - h_y \hat{y}$, $\vec{d}_4 = h_x \hat{x} + h_y \hat{y}$

και $\hat{v} = \cos \varphi \sin \theta \hat{x} + \sin \varphi \sin \theta \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$

$$\begin{aligned} \vec{d}_1 \cdot \hat{v} &= h_x \cos \varphi \sin \theta + h_y \sin \varphi \sin \theta = \sin \theta (h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi) \\ \vec{d}_2 \cdot \hat{v} &= \sin \theta (-h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi) \\ \vec{d}_3 \cdot \hat{v} &= -\sin \theta (h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi) \\ \vec{d}_4 \cdot \hat{v} &= -\sin \theta (-h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi) \end{aligned}$$

Στο οριζόντιο επίπεδο τώρα (για $\theta = \pi/2$) θα ισχυεί ότι πλεόν:

$$|E(v)| = E_0 \cdot \left| e^{jK(hx\cos\varphi + hy\sin\varphi)} - e^{-jK(-hx\cos\varphi + hy\sin\varphi)} \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-jK(hx\cos\varphi + hy\sin\varphi)} - e^{-jK(-hx\cos\varphi + hy\sin\varphi)} \right| \right.$$

Και εφόσον θέλουμε να έχουμε μέγιστο ως προς τη διχοτόμο της γωνίας του ανακλαστήρα ($\varphi=45^\circ$):

$$|E(v)| = E_0 \cdot \left| e^{\frac{jK\sqrt{2}}{2}(hx+hy)} - e^{\frac{jK\sqrt{2}}{2}(hx+hy)} + e^{-j\frac{K\sqrt{2}}{2}(hx+hy)} - e^{-j\frac{K\sqrt{2}}{2}(hx+hy)} \right| \\ \Rightarrow |E(v)| = E_0 \cdot 2 \cdot \left| \cos\left[\frac{K\sqrt{2}}{2}(hx+hy)\right] - \cos\left[\frac{K\sqrt{2}}{2}(-hx+hy)\right] \right|$$

Για να έχουμε τώρα μέγιστο και ίσο με $4E_0$ θα πρέπει:

$$\cos\left[\frac{K\sqrt{2}}{2}(hx+hy)\right] = 1 \quad \text{και} \quad \cos\left[\frac{K\sqrt{2}}{2}(-hx+hy)\right] = -1$$

n'

$$\cos\left[\frac{K\sqrt{2}}{2}(hx+hy)\right] = -1 \quad \text{και} \quad \cos\left[\frac{K\sqrt{2}}{2}(hx+hy)\right] = 1$$

Επιλύοντας τις παραπάνω εξισώσεις για τις 2 αυτές περιπτώσεις με τη χρήση του matlab θα έχουμε:

1η περίπτωση:

$$hx_1 = \frac{(281474976710656*\pi*n)}{4171420388255055} - \frac{(140737488355328*\pi*(2m + 1))}{4171420388255055} = 0.0675*\pi*n - 0.3374*\pi*(2m+1)$$

$$hy_1 = \frac{(281474976710656*\pi*n)}{4171420388255055} + \frac{(140737488355328*\pi*(2m + 1))}{4171420388255055} = 0.0675*\pi*n + 0.3374*\pi*(2m+1)$$

Ενδεικτικά για τιμές n,m από -2 έως 2, και κρατώντας φυσικά τις τιμές hx_1 και hy_1 που είναι θετικές, έχουμε:

Για $n = 1, m = -1$ προκύπτει $hx_1: 0.31798$ και $hy_1: 0.10599$

Για $n = 1, m = 0$ προκύπτει $hx_1: 0.10599$ και $hy_1: 0.31798$

Για $n = 2, m = -2$ προκύπτει $hx_1: 0.74195$ και $hy_1: 0.10599$

Για $n = 2, m = -1$ προκύπτει $hx_1: 0.52996$ και $hy_1: 0.31798$

Για $n = 2, m = 0$ προκύπτει $hx_1: 0.31798$ και $hy_1: 0.52996$

Για $n = 2, m = 1$ προκύπτει $hx_1: 0.10599$ και $hy_1: 0.74195$

2η περίπτωση:

$$hx_2 = \frac{(140737488355328*pi*(2*p + 1))}{4171420388255055} - \frac{(281474976710656*pi*q)}{4171420388255055} = 0.03374*(2*p + 1) - 0.0675 * \pi * q$$

$$hy_2 = \frac{(281474976710656*pi*q)}{4171420388255055} + \frac{(140737488355328*pi*(2p + 1))}{4171420388255055} = 0.0675*\pi*q + 0.3374*\pi*(2p+1)$$

Ενδεικτικά για τιμές p,q από -2 έως 2, και κρατώντας φυσικά τις τιμές hx_2 και hy_2 που είναι θετικές, έχουμε:

Για $p = 0, q = 0$ προκύπτει $hx_2: 0.10599$ και $hy_2: 0.10599$

Για $p = 1, q = -1$ προκύπτει $hx_2: 0.52996$ και $hy_2: 0.10599$

Για $p = 1, q = 0$ προκύπτει $hx_2: 0.31798$ και $hy_2: 0.31798$

Για $p = 1, q = 1$ προκύπτει $hx_2: 0.10599$ και $hy_2: 0.52996$

Για $p = 2, q = -2$ προκύπτει $hx_2: 0.95393$ και $hy_2: 0.10599$

Για $p = 2, q = -1$ προκύπτει $hx_2: 0.74195$ και $hy_2: 0.31798$

Για $p = 2, q = 0$ προκύπτει $hx_2: 0.52996$ και $hy_2: 0.52996$

Για $p = 2, q = 1$ προκύπτει $hx_2: 0.31798$ και $hy_2: 0.74195$

Για $p = 2, q = 2$ προκύπτει $hx_2: 0.10599$ και $hy_2: 0.95393$

Για τον υπολογισμό των δυνατών αποστάσεων hx και hy αλλά και των ζητούμενων διαγραμμάτων χρησιμοποιούμε το *Symbolic Toolbox* του *matlab* στον κώδικα που βρίσκεται το “*diataxeis2_2d.m*” αρχείο.

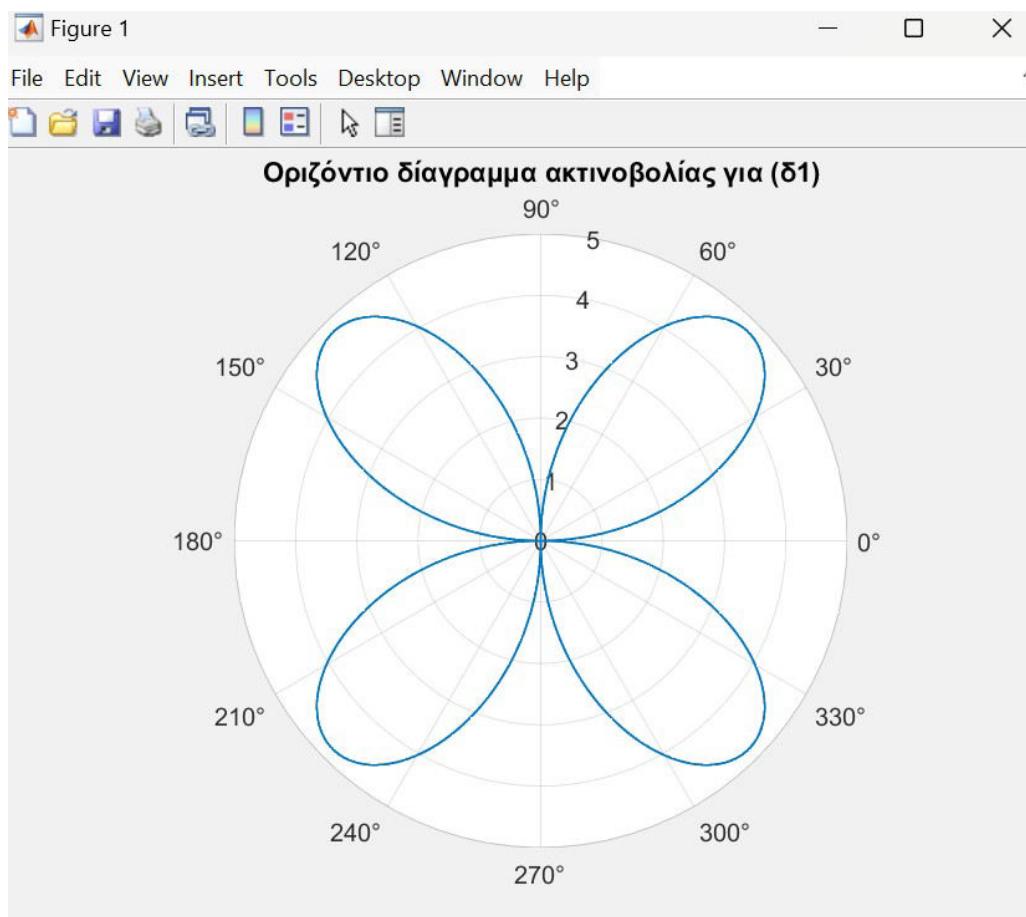
Σε επόμενο βήμα, η άσκηση μας ζητάει να απεικονίσουμε το οριζόντιο και το 3D διάγραμμα ακτινοβολίας για τις περιπτώσεις (δ1) hx και hy οι μικρότερες δυνατές, (δ2) hx η μικρότερη δυνατή και hy η επόμενη μεγαλύτερη, (δ3) hx και hy οι επόμενες δυνατές από τη μικρότερη. Ετσι, λοιπόν, για να βρούμε αυτές τις αποστάσεις ανατρέχουμε στην προηγούμενη σελίδα όπου βρίσκουμε ότι:

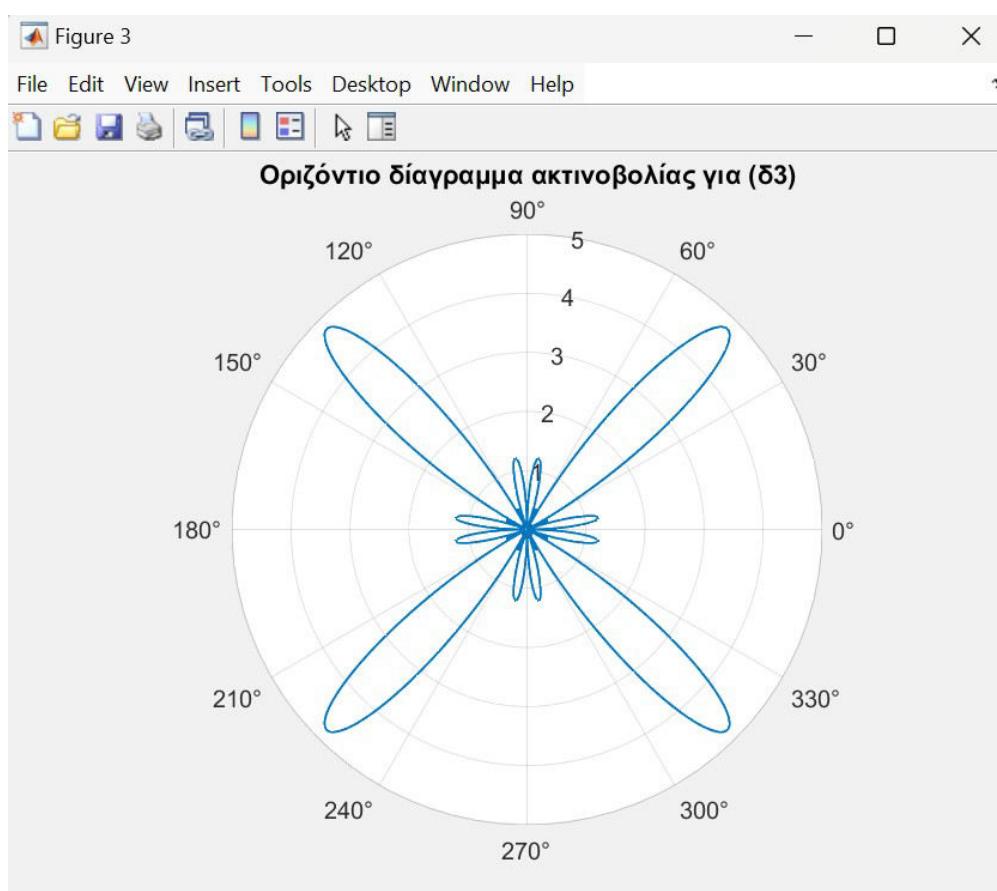
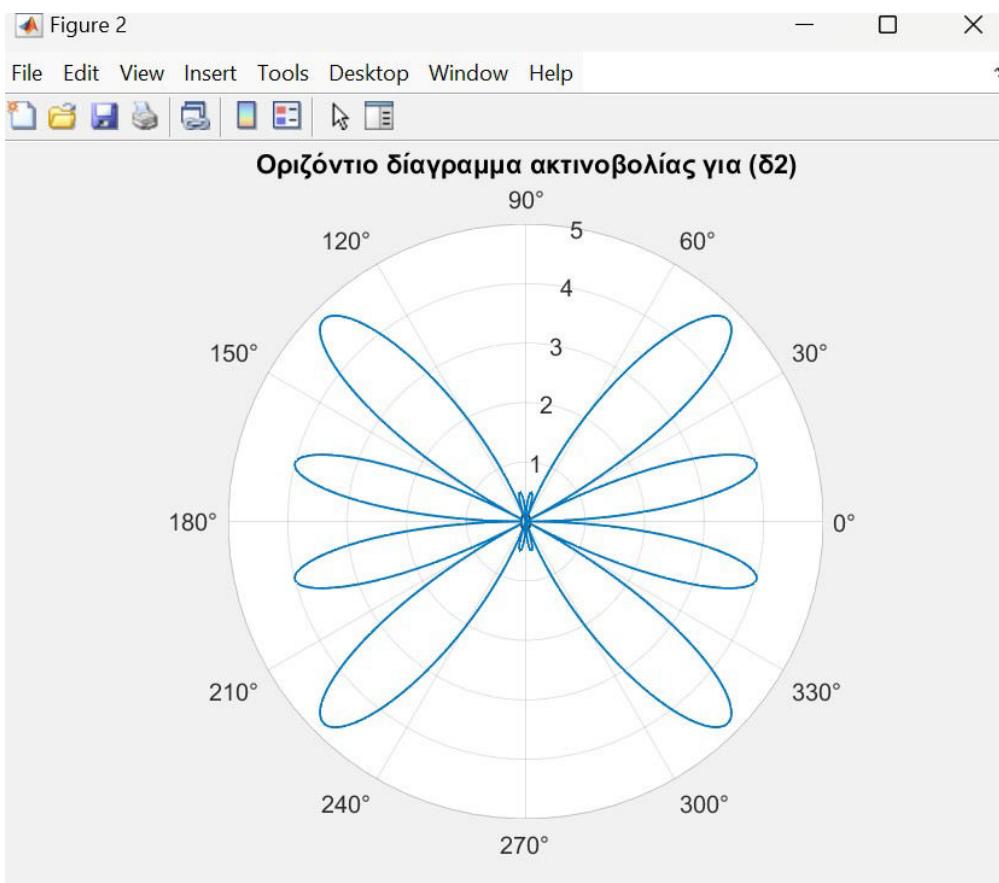
για το (δ1): $hx = 0.10599$ m και $hy = 0.10599$ m

για το (δ2): $hx = 0.10599$ m και $hy = 0.31798$ m

για το (δ3): $hx = 0.31798$ m και $hy = 0.31798$ m

Με αντίστοιχη, λοιπόν, μεθοδολογία όπως στο (α) ερώτημα προκύπτουν τα παρακάτω οριζόντια διαγράμματα ακτινοβολίας.

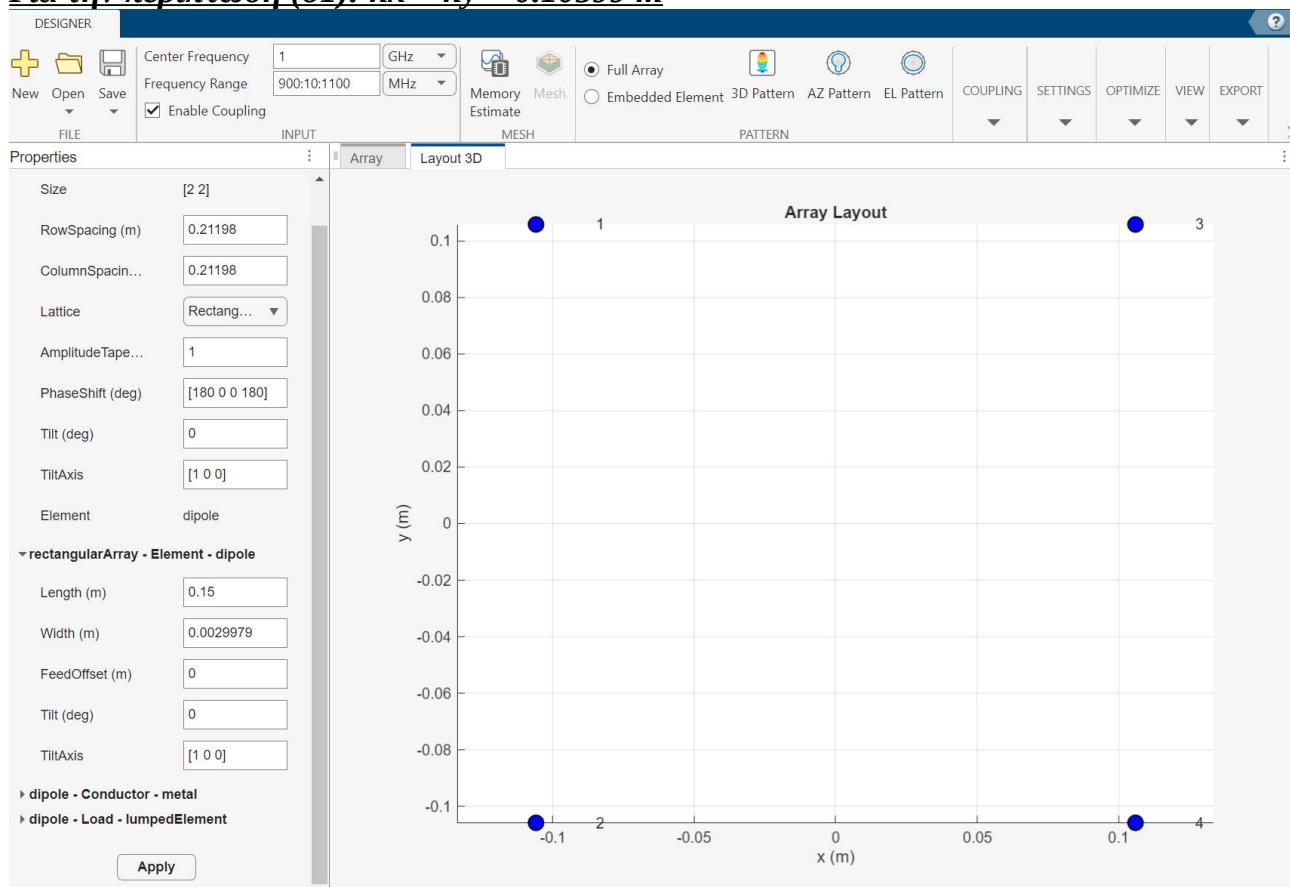


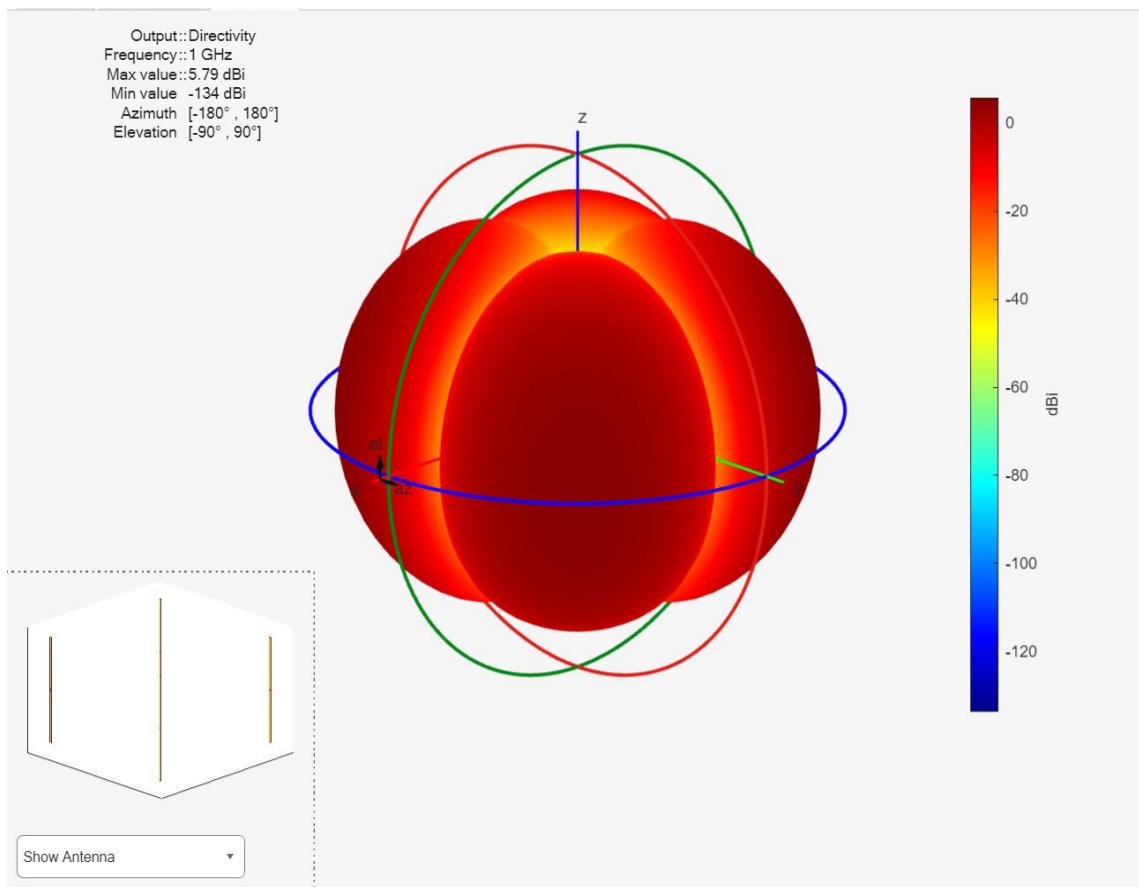


Για να απεικονίσουμε το στερεό ακτινοβολίας (3D) στις 3 αυτές περιπτώσεις χρησιμοποιούμε και πάλι (όπως και στο ερώτημα α) το Antenna Array Designer App του Antenna Toolbox. Ανοίγουμε το matlab και γράφουμε “antennaArrayDesigner”. Επιλέγουμε Rectangular και Dipole, Array Size = 2,2 και Design Frequency = 1 GHz. Στη συνέχεια θέτουμε την παράμετρο RowSpacing ίση με 2hy και την παράμετρο ColumnSpacing = 2hx (σε κάθε περίπτωση προφανώς αλλάζει το αντίστοιχο hx και hy, σύμφωνα και με τα παραπόνω). Επίσης θέτουμε την παράμετρο Length των διπόλων ίση με $\lambda/2$. Τέλος, στην παράμετρο PhaseShift βάζουμε [180 0 0 180] διότι θέλουμε τα δίπολα 1 και 4 του παρακάτω σχήματος (στο δικό μου σχήμα, που βρίσκεται πιο πάνω, τα δίπολα αυτά έχουν νούμερα 2 και 4) να έχουν ρεύμα $-I$, ενώ τα 2 και 3 του παρακάτω σχήματος να έχουν ρεύμα $+I$ (στο δικό μου θα είναι τα 1 και 3).

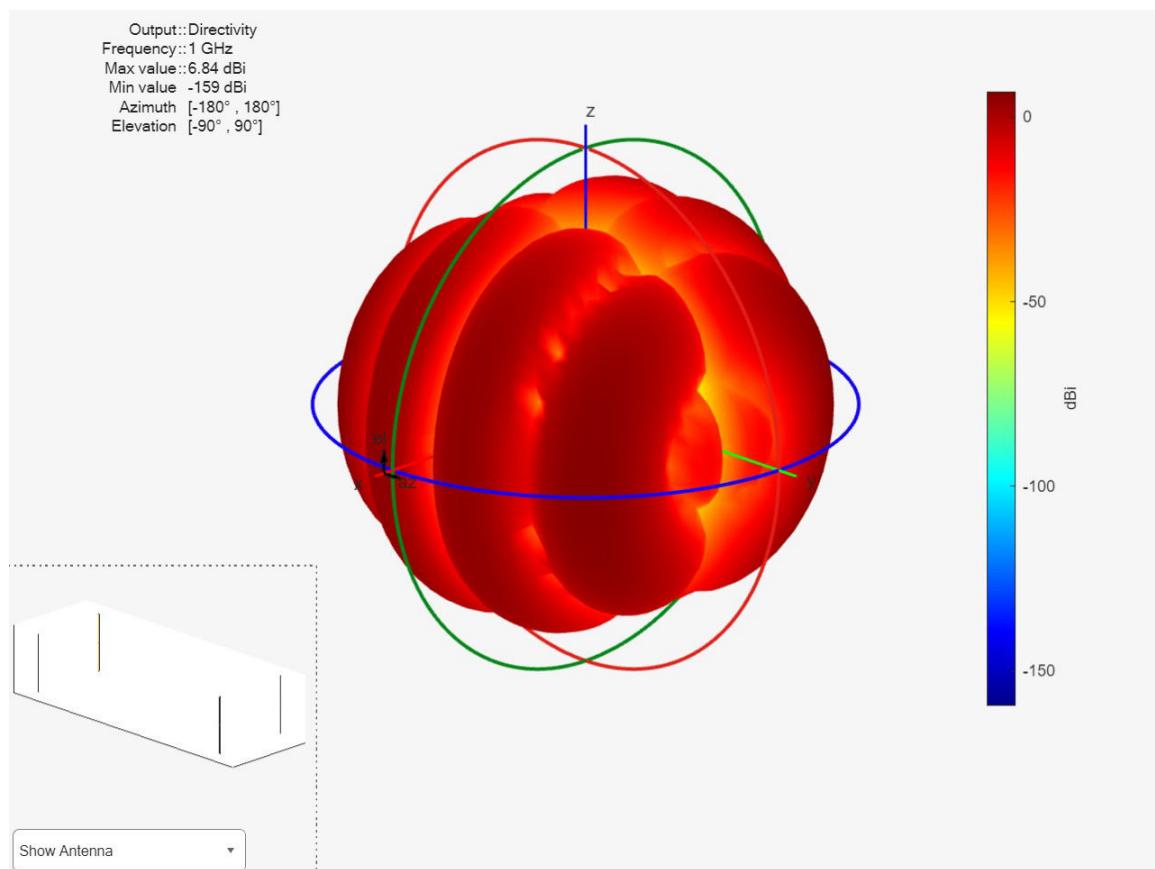
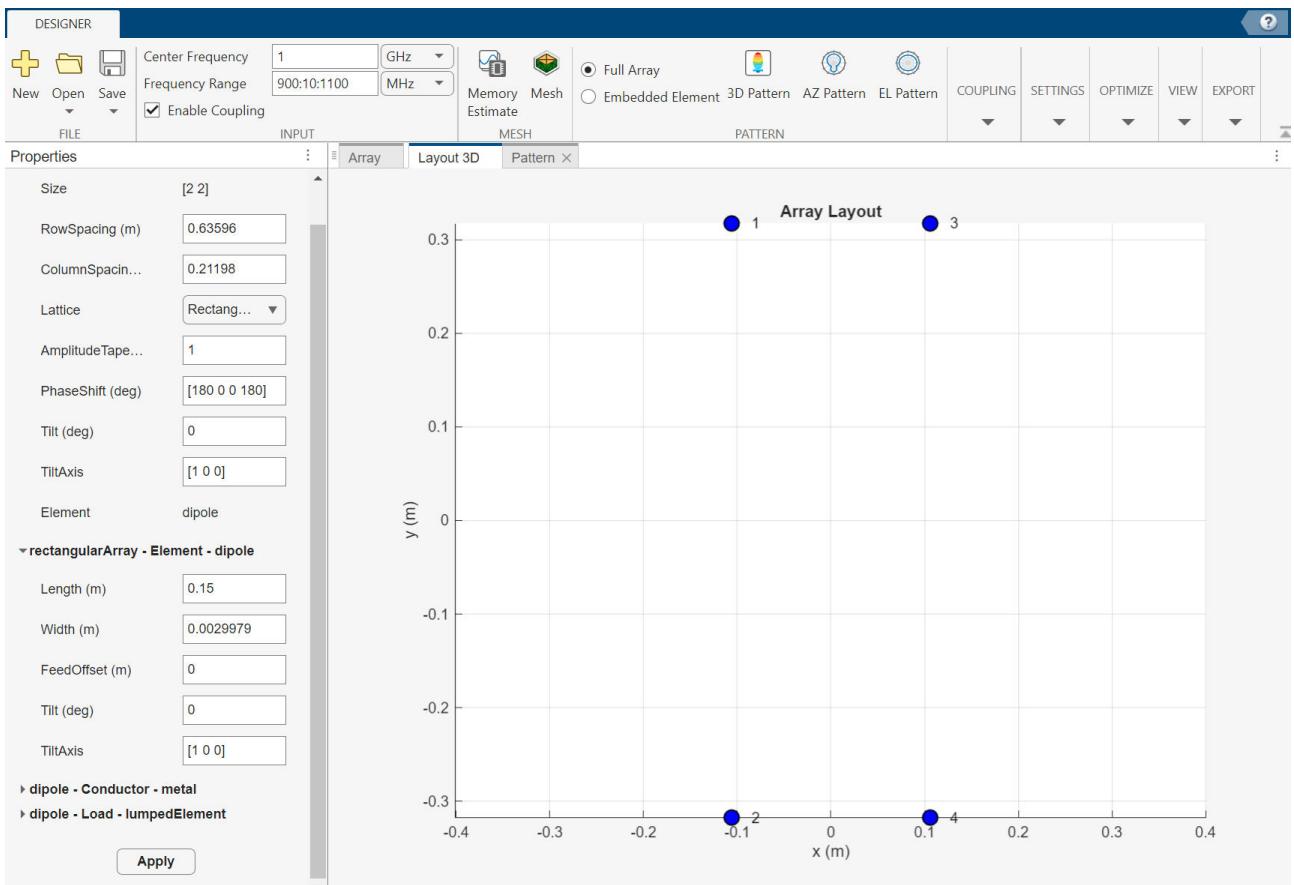
Παρακάτω φαίνονται τα διαγράμματα που καταφέραμε να δημιουργήσουμε με τη χρήση αυτού του εργαλείου.

Για την περίπτωση (δ1): $hx = hy = 0.10599 \text{ m}$

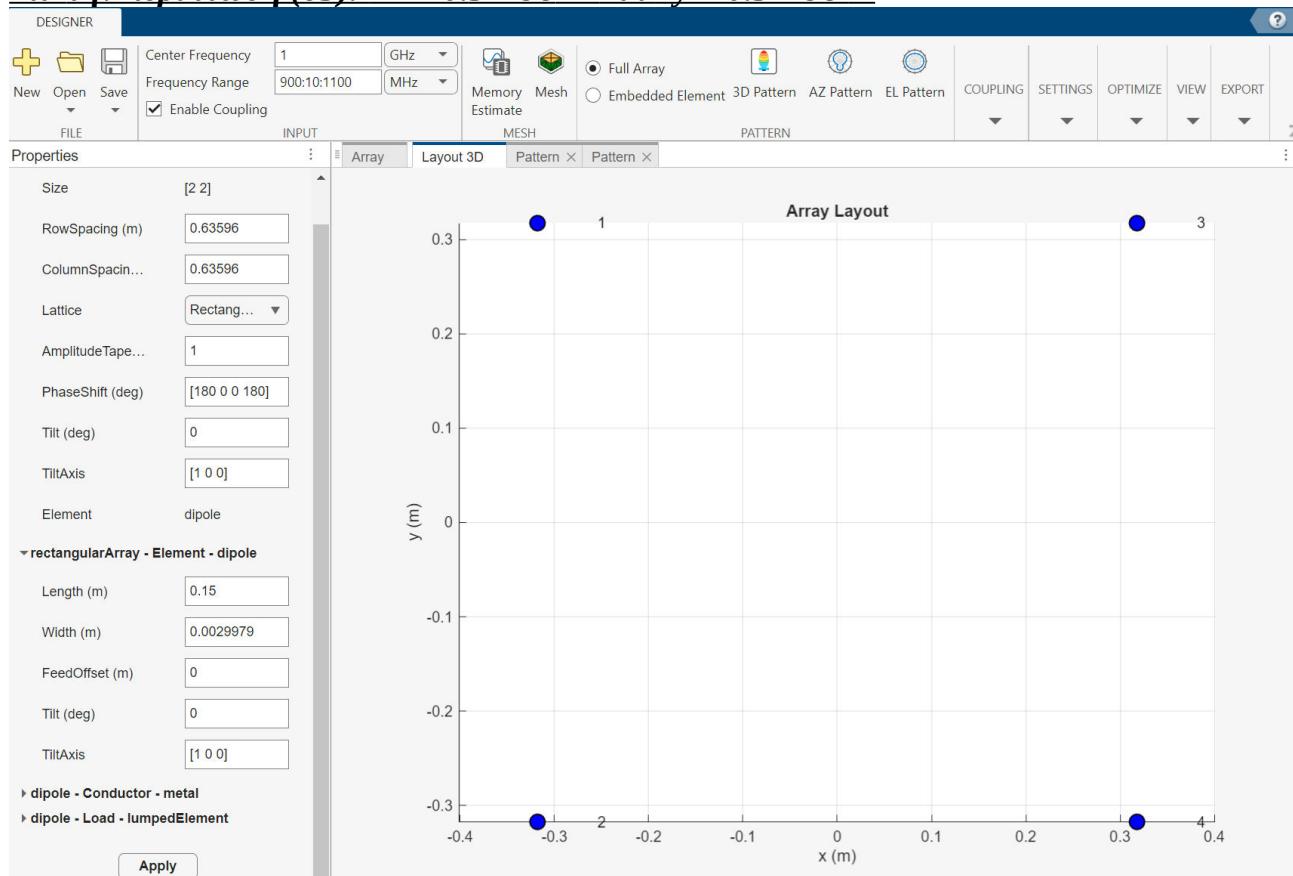


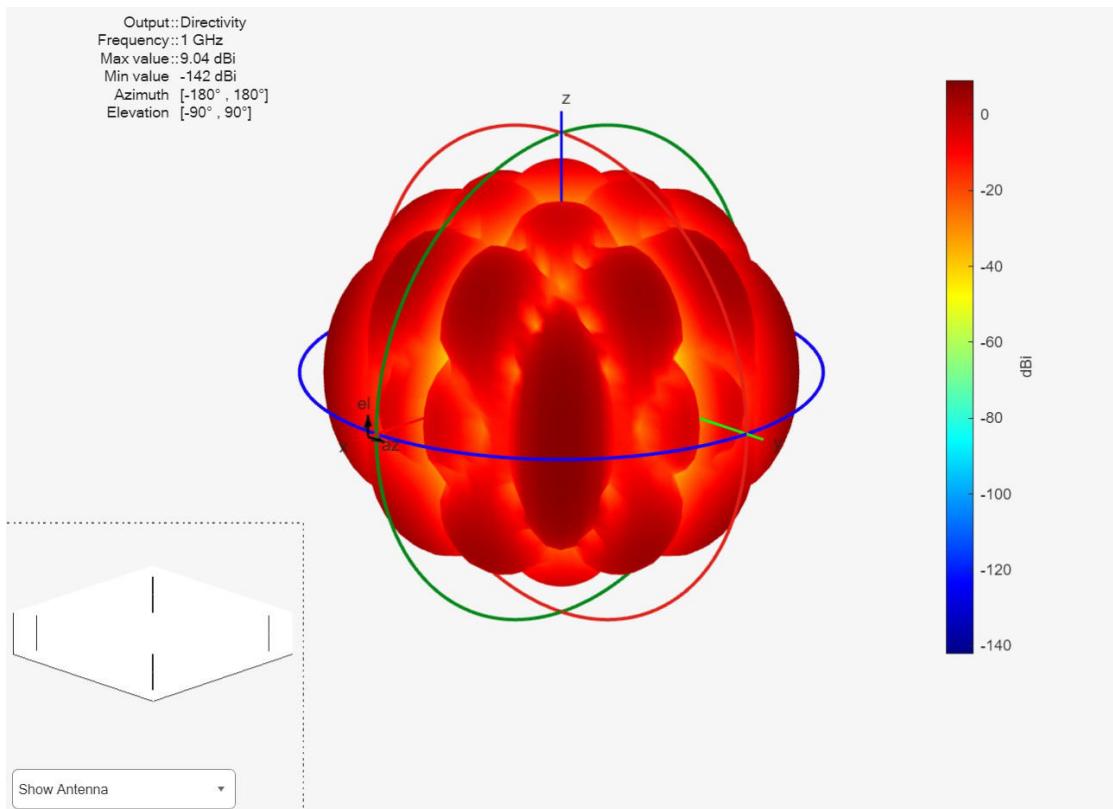


Για την περίπτωση (δ2): $hx = 0.10599$ και $hy = 0.31798$ m



Για την περίπτωση (δ3): $hx = 0.31798$ m και $hy = 0.31798$ m





Καράτης Δημήτριος
AEM: 10775