Επανάληψη για εξετάσεις 2024-25: Ψηφιακά Ηλεκτρονικά

Περιεχόμενο

Ενότητα 1: Συστήματα Αρίθμησης

Μετατροπή Ακέραιων Δεκαδικών σε Δυαδικούς αριθμούς και το αντίστροφο

Για να μετατρέψουμε έναν δεκαδικό αριθμό σε δυαδικό, διαιρούμε δια 2, παίρνουμε τα υπόλοιπο, ξαναδιαιρούμε μέχρι να φτάσουμε το μηδέν, και βάζουμε τους αριθμούς σε σειρά από κάτω έως πάνω.

$140_{10} =$

Πηλίκο	Υπόλοιπο
$140 \div 2 = 70$	0
$70 \div 2 = 35$	0
$35 \div 2 = 17$	1
$17 \div 2 = 8$	1
$8 \div 2 = 4$	0
$4 \div 2 = 2$	0
$2 \div 2 = 1$	0
$1 \div 2 = 0$	1

$= 1\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,0_2$

Για να μετατρέψουμε έναν δυαδικό αριθμό σε δεκαδικό, παίρνουμε το κάθε ψηφίο από δεξιά προς αριστερά και το πολλαπλασιάζουμε επί 2 στην δύναμη της δεκάδας.

$110011_2 =$
$1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 =$
$2^0 + 2^1 + 0^2 + 0^3 + 2^4 + 2^5 =$
$1 + 2 + 16 + 32 = 51_{10}$

Μετατροπή Δεκαδικών Αριθμών σε Δυαδικούς Αριθμούς και το αντίστροφο

Για να μετατρέψουμε δεκαδικούς σε δυαδικούς, πολλαπλασιάζουμε επί δύο μέχρι να φτάσουμε το 0 ή όταν παρατηρήσουμε επανάληψη ψηφίων όπως ποιο κάτω:

$0{,}15_{10} =$

$0{,}15 \cdot 2 = 0{,}30$	0
$0{,}30 \cdot 2 = 0{,}60$	0
$0{,}60 \cdot 2 = 1{,}20$	1
$0{,}15 \cdot 2 = 0{,}30$	0
$0{,}30 \cdot 2 = 0{,}60$	0
$0{,}60 \cdot 2 = 1{,}20$	1

Επανάληψη Ψηφίων

Έπειτα βάζουμε τους αριθμούς σε σειρά από πάνω ως κάτω

$0{,}15_{10} = 0{,}001001_2$

Για να μετατρέψουμε δεκαδικούς σε δυαδικούς, απλά πολλαπλασιάζουμε επί δύο στις αρνητικές δυνάμεις των δεκάδων.

$0{,}101_2 =$
$1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} =$
$2^{-1} + 0^{-2} + 2^{-3} =$
$0{,}5 + 0{,}125 = 0{,}625_{10}$

Μετατροπές άλλων συστημάτων αρίθμησης από και σε δυαδικούς

Για να μετατρέψουμε άλλα συστήματα στο δυαδικό σύστημα, παίρνουμε το κάθε ψηφίο και το μετατρέπουμε στην δυαδική του μορφή.

Οκταδικό Σύστημα: $742_8 = 010\ \ 100\ \ 111_{\ 2}$
Δεκαεξαδικό Σύστημα: $3A2B_{16} = 0011\ \ 1010\ \ 0010\ \ 1011_{\ 2}$

Για να μετατρέψουμε το δυαδικό σύστημα σε άλλα συστήματα, παίρνουμε τα ψηφία χωρίζουμε τα ψηφία του δυαδικού αριθμού. Αν μας λείπει ψηφίο, ολοκληρώνουμε την τριάδα με ένα μηδενικό.

Οκταδικό Σύστημα (Χωρίζουμε σε τριάδες): $11011_2 = 011\ 011 = \ 3\ 3_{\ 8}$
Δεκαεξαδικό Σύστημα (Χωρίζουμε σε τετράδες): $111101 = 0011\ 1101 = 3\ 13 = 3\ D_{\ 16}$

Δεκαδικό Σύστημα	Δυαδικό Σύστημα	~~Οκταδικό Σύστημα~~	Δεκαεξαδικό Σύστημα
0	0000	00	0
1	0001	01	1
2	0010	02	2
3	0011	03	3
4	0100	04	4
5	0101	05	5
6	0110	06	6
7	0111	07	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

~~Οκταδικό~~ και Δεκαεξαδικό Σύστημα

Οι μετατροπές του ~~Οκταδικού~~ και Δεκαεξαδικού Συστήματος από και σε Δεκαδικό Σύστημα έχουν τις ίδιες διαδικασίες.

Όμως, ένα πρόβλημα που εμφανίζουν είναι η εύρεση του υπόλοιπου. Εφόσον δεν υπάρχει το modulus (%) σε όλες τις υπολογιστικές μηχανές, πρέπει να βρούμε εναλλακτικές λύσεις.

Η μία λύση είναι η εξής:

1. Πολλαπλασιάζουμε το ακέραιο μέρος του πηλίκου που μόλις βρήκαμε με τον διαιρέτη.

2. Αφαιρούμε αυτό το γινόμενο από τον διαιρετέο (τον αριθμό που διαιρούμε).

$254_{10} =$

Πηλίκο	Υπόλοιπο
$254 \div 8 = 31$	$254 - (8 \cdot 31) = 254 - 248 = 6$
$31 \div 8 = 3$	$31 - (8 \cdot 3) = 31 - 24 = 7$

$= 76_8$

Η άλλη λύση είναι: αφού κάνουμε την διαίρεση, πατάμε SHIFT και S⇔D στην υπολογιστική.

$254 \div 8 = 31\frac{3}{4}$

Δίπλα από τον ακέραιο θα εμφανιστεί ένα κλάσμα. Αυτό είναι το υπόλοιπο. Όμως προσοχή: Το υπόλοιπο πρέπει για διαιρέτη να έχει τον σωστό αριθμό!

$31\frac{3}{\mathbf{4}} = 31\frac{6}{\mathbf{8}} \Rightarrow$ Το υπόλοιπο είναι 6

$254_{10} =$

Πηλίκο	Υπόλοιπο
$254 \div 16 = 15$	$14\ (E)$
$15 \div 16 = 0$	$15\ (F)$

$= FE_{16}$

Μετατροπή αριθμού από Δυαδικό σε Δεκαεξαδικό Σύστημα και αντίστροφα

Από δυαδικό σε δεκαεξαδικό:

Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από δυαδικό σε Δεκαεξαδικό Σύστημα, χωρίζουμε τέσσερις-τέσσερις τους δυαδικούς και τους μετατρέπουμε σε ένα δεκαεξαδικό ψηφίο.

Αν δεν υπάρχουν αρκετά ψηφία, προσθέτουμε μερικά μηδενικά στην αρχή:

$$11001 \rightarrow 1\ \ 1001 \rightarrow 0001\ \ 1001$$

$$0001 = 1, \quad 1001 = 9$$
$$\Rightarrow 11001_2 = 19_{16}$$

Από δεκαεξαδικό σε δυαδικό:

Για να κάνουμε το ανάποδο, παίρνουμε κάθε δεκαεξαδικό ψηφίο και το μετατρέπουμε στην δυαδική του μορφή.

$$FFA3 \rightarrow 15\ \ 15\ \ 10\ \ 3 \rightarrow 1111\ \ 1111\ \ 1010\ \ 0011$$
$$\Rightarrow FFA3_{16} = 1111\ \ 1111\ \ 1010\ \ 0011_2$$

Ενότητα 2: Αριθμητικές πράξεις στο Δυαδικό Σύστημα

Βασικές Πράξεις

Πρόσθεση					
		1	1		
	1	0	0	1	0
+			1	1	1
	1	1	0	0	1

Αφαίρεση					
	1	1	1	1	
	1	0	0	1	0
−			1	1	1
		1	1	1	1

Πολλαπλασιασμός						
		1	1	0	1	0
		×			1	1
	1					
		1	1	0	1	0
+	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0

Συμπληρώματα

Ως προς 1:

$$\begin{array}{r} 10110 \\ \hookrightarrow 01001 \end{array}$$

Ως προς 2:

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hookrightarrow & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ + & & & & & 1 \\ \hline & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Δυαδική Αφαίρεση

Με Συμπλήρωμα ως προς 2

	1	1		1	1	
11001		1	1	0	0	1
− 00101	+	1	1	0	1	0
	+					1
	~~1~~	1	0	1	0	0

Με Συμπλήρωμα ως προς 1

		1		1	1	
11001		1	1	0	0	1
− 00101	+	1	1	0	1	0
	~~1~~	1	0	0	1	1
					+	1
		1	0	1	0	0

Δυαδική Αφαίρεση (με αρνητικό αποτέλεσμα)

Εάν δεν έχουμε extra ψηφίο, κάνουμε ξανά το συμπλήρωμα και βάζουμε ένα (−) μπροστά από τον αριθμό.

Με Συμπλήρωμα ως προς 2

				1	1	
00001		0	0	0	0	1
− 00101	+	1	1	0	1	0
	+					1
		1	1	1	0	0
		0	0	0	1	1
	+					1
	−	0	0	1	0	0

Με Συμπλήρωμα ως προς 1

00001		0	0	0	0	1
− 00101	+	1	1	0	1	0
		1	1	0	1	1
	−	0	0	1	0	0

Ενότητα 3: Δυαδικοί Κώδικες
Κώδικας BCD (Binary Code Decimal)

Κάθε ψηφίο του δεκαδικού συστήματος κωδικοποιείται στον αντίστοιχο 4-bits δυαδικό αριθμό.

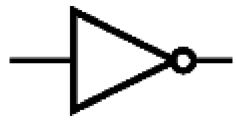
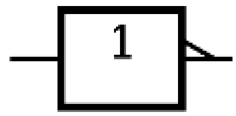
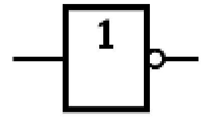
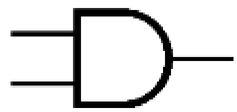
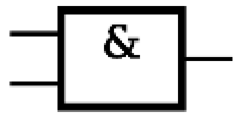
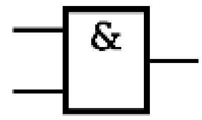
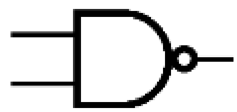
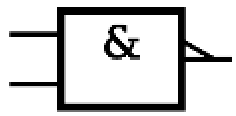
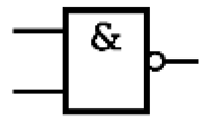
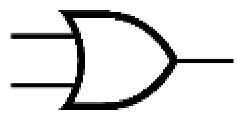
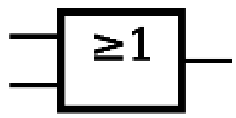
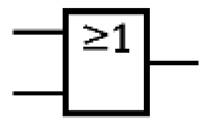
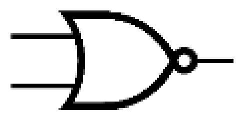
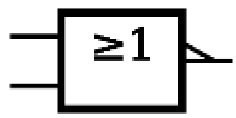
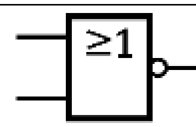
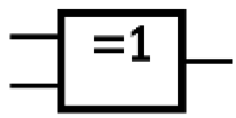
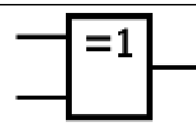
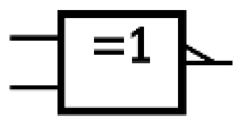
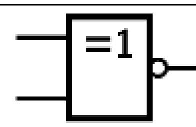
Πλεονεκτήματα: Άμεση μετατροπή

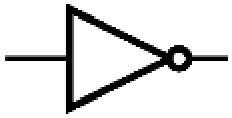
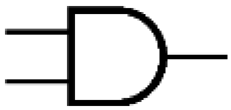
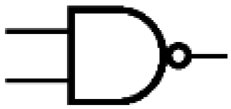
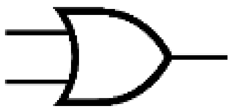
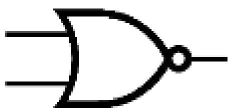
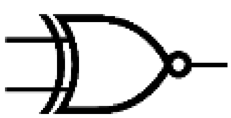
Μειονεκτήματα:

- Απαιτείται μεγάλος αριθμός ψηφίων
- Δυσκολία στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων

$47_{10} \rightarrow 1101111_2$ (Απλός Δυαδικός Κώδικας)
$47_{10} \rightarrow 0100 \quad 0111\,_2$ (Κώδικας BCD)

Ενότητα 5: Λογικές Πύλες – Βασικές Λογικές Συναρτήσεις

Όνομα	Αμερικανική Πύλη	«Επίσημη Πύλη»	Βρετανική Πύλη
NOT			
AND			
NAND			
OR			
NOR			
EXOR (XOR)			
EXNOR			

<table>
<tr><th>Όνομα</th><th>Αμερικανική Πύλη</th><th>Πίνακας Αληθείας</th><th>Συνάρτηση</th><th>Περιγραφή</th></tr>
<tr><td>NOT</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>Y</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table></td><td>$Y = \bar{A}$</td><td>Αντιστρέφει την είσοδο.</td></tr>
<tr><td>AND</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td><td>$Y = A \cdot B$</td><td>Η έξοδος θα είναι αληθής αν και οι δύο εισόδοι είναι αληθής.</td></tr>
<tr><td>NAND</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td><td>$Y = \overline{A \cdot B}$</td><td>Η έξοδος θα είναι ψευδής αν και οι δύο εισόδοι είναι ψευδής.</td></tr>
<tr><td>OR</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td><td>$Y = A + B$</td><td>Η έξοδος θα είναι αληθής αν τουλάχιστον μία είσοδος είναι αληθής.</td></tr>
<tr><td>NOR</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td><td>$Y = \overline{A + B}$</td><td>Η έξοδος θα είναι ψευδής αν τουλάχιστον μία είσοδος είναι ψευδής.</td></tr>
<tr><td>EXOR
(XOR)</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td><td>$Y = \bar{A}B + A\bar{B}$
$Y = A \oplus B$</td><td>Η έξοδος θα είναι αληθής αν μόνο μία είσοδος είναι αληθής.</td></tr>
<tr><td>EXNOR</td><td></td><td><table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td><td>$Y = \overline{A \oplus B}$
$= A \odot B$</td><td>Η έξοδος θα είναι αληθής αν και οι δύο εισόδοι ισούνται.</td></tr>
</table>

Άλγεβρα Boole

Αξιώματα

1. Αξίωμα Αντιμετάθεσης:

$A \cdot B = B \cdot A$

$A + B = B + A$

2. Αξίωμα Προσεταιρισμού:

$A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$

3. Αξίωμα Επιμερισμού:

$A \cdot (B + C) = AB + AC$

Θεωρήματα

1. Πράξεις με τον εαυτό:

$$\begin{array}{ccc} A \cdot A = A & 0 \cdot 0 = 0 & 1 \cdot 1 = 1 \\ A + A = A & 0 + 0 = 0 & 1 + 1 = 1 \end{array}$$

$\overline{A \cdot A} = \bar{A}$ *και* $\overline{A + A} = \bar{A}$

2. Πράξεις μεταβλητής με 0 και 1:

$$\begin{array}{cc} A \cdot 1 = A & A \cdot 0 = 0 \\ A + 1 = 1 & A + 0 = A \end{array}$$

3. Πράξεις μεταβλητής με το συμπλήρωμά της:

$A \cdot \bar{A} = 0$ $\quad$ $A + \bar{A} = 1$

4. Διπλή Άρνηση:

$\bar{\bar{A}} = A$

5. Απορροφητικότητα

$A + AB = A$
$A \cdot (A + B) = A$
$A + \bar{A}B = A + B$
$(A + B) \cdot (A + C) = A + BC$

Θεωρήματα De Morgan

$\overline{A+B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Απλοποίηση Κυκλώματος

Χρήσιμα Κόλπα:

Μπορούμε να προσθέσουμε στο κύκλωμα τα συμπληρώματα των μεταβλητών που λείπουν.

$AB + CB + AC =$
$AB(C + \bar{C}) + CB(A + \bar{A}) + AC(B + \bar{B}) =$
$ABC + AB\bar{C} + ABC + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}C$

Έπειτα, μπορούμε να διώξουμε τους διπλούς τύπους και να πάρουμε έναν κοινό παράγοντα:

$ABC + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} =$
$AB(C + \bar{C} + B) + \bar{A}BC =$
$AB + \bar{A}BC =$
$B(A + \bar{A}C) =$
$B(A + C) =$
$AB + BC$

Χάρτες Καρνό (Karnaugh)

Ο χάρτης Καρνό είναι παρόμοιος με τον πίνακα αληθείας. Χρησιμοποιείται για απλοποίηση του κυκλώματος.

Συμπλήρωση Χάρτη Καρνό για πρόσθεση γινομένων:

Σε περίπτωση που η πράξη μας περιλαμβάνει πρόσθεση γινομένων, πρέπει να βρούμε ποιοι συνδυασμοί τιμών θα μας δώσουν τιμή Y=1. Έτσι, γνωρίζουμε ότι οι υπόλοιποι συνδυασμοί τιμών θα μας δώσουν Y=0.

$ABC \ + \ A\bar{B}D$

$111X \quad 10X1$

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	1	1	0

Συμπλήρωση Χάρτη Καρνό για γινόμενο προσθέσεων:

Σε περίπτωση που η πράξη μας περιλαμβάνει γινόμενο προσθέσεων, πρέπει να βρούμε ποιοι συνδυασμοί τιμών θα μας δώσουν τιμή Y=0. Έτσι, γνωρίζουμε ότι οι υπόλοιποι συνδυασμοί τιμών θα μας δώσουν Y=1.

$(A + B + C) \cdot (A + \bar{B} + D)$

$0\,0\,0\,X \qquad 0\,1\,X\,0$

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Απλοποίηση με Χάρτες Καρνό:

Ας χρησιμοποιήσουμε τους 2 χάρτες που έχουμε ήδη φτιάξει.

Στόχος μας είναι να κάνουμε όσο το δυνατόν λιγότερες ομάδες.

Οι ομάδες πρέπει να περιέχουν ποσότητα γειτονικών μονάδων όσον το δυνατόν μεγαλύτερη. Η ποσότητα αυτή πρέπει να είναι μια δύναμη του 2 (δηλ. 2, 4, 8, 16, κτλ.).

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	1	1	0

AB\CD	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Έπειτα, μετατρέπουμε τις ομάδες σε συνάρτηση. Για να γίνει αυτό, παίρνουμε από κάθε ομάδα τις μεταβλητές που μένουν σταθερές. Αν μία μεταβλητή είναι σταθερή με τιμή 0, προσθέτουμε το συμπλήρωμα της μεταβλητής (δηλ. $\bar{X}$).

Κάθε ομάδα είναι ένα γινόμενο και η συνάρτηση θα είναι η πρόσθεση των ομάδων.

Αριστερός Χάρτης: $Y = ABC + A\bar{B}D$
Δεξιός Χάρτης: $Y = A + \bar{B}C + BD$

Ειδική Περίπτωση: Μονάδες στις άκρες

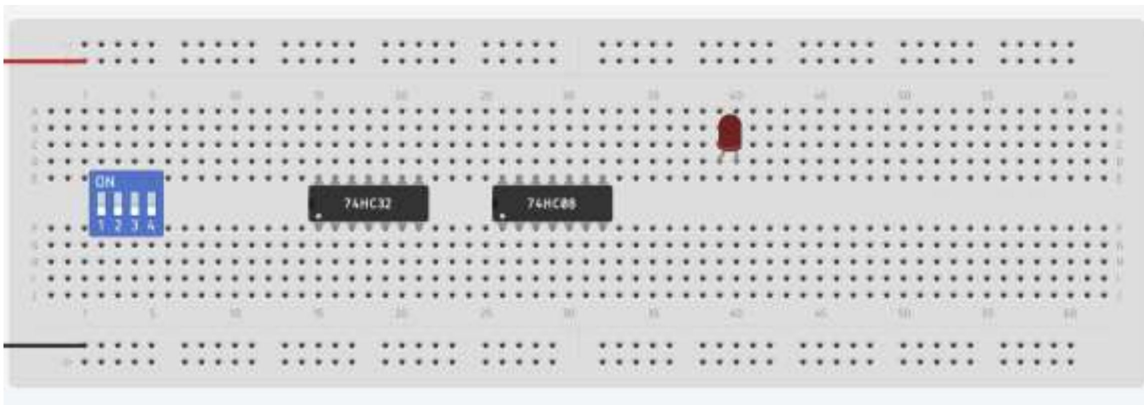
Αν έχουμε μονάδες στις άκρες του χάρτη, δικαιούμαστε να τις μετατρέψουμε σε ομάδα.

AB\CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

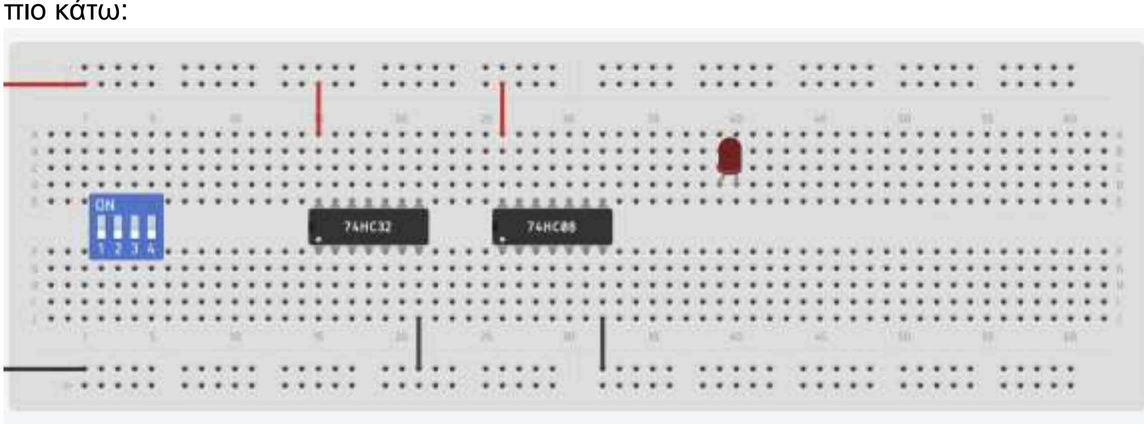
Χρήση Breadboard

Έχουμε ένα breadboard και τα εξής εξαρτήματα:

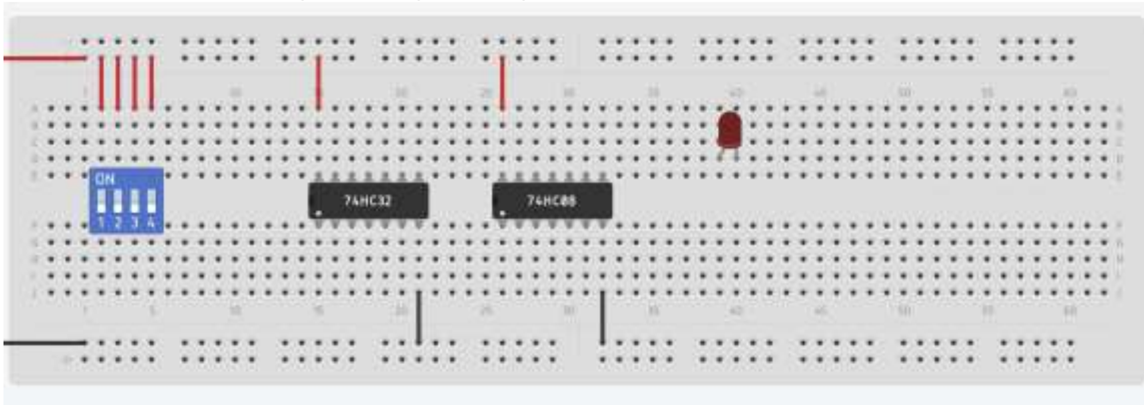
1. 4 Διακόπτες
2. 1 τσιπ 74HC32, δηλ. 4 λογικές πύλες OR
3. 1 τσιπ 74HC08, δηλ. 4 λογικές πύλες AND
4. 1 λαμπτήρας LED



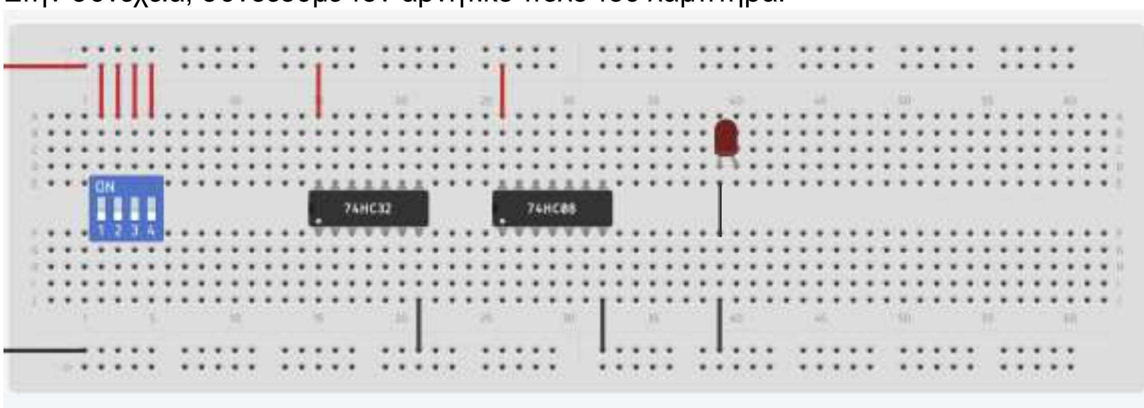
Προτού κάνουμε οτιδήποτε, συνδέουμε το πρώτο και το τελευταίο πόδι των 2 τσιπ όπως πιο κάτω:



Έπειτα συνδέουμε τους θετικούς πόλους των διακοπτών.



Στην συνέχεια, συνδέουμε τον αρνητικό πόλο του λαμπτήρα.



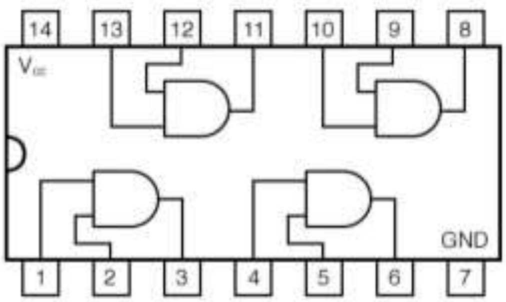
Τώρα, είμαστε έτοιμοι να χρησιμοποιήσουμε τις λογικές πύλες.

Ας πούμε για παράδειγμα ότι θέλουμε η λάμπα να φωτίζει, αν ο διακόπτης 1 ή 2 είναι κλειστός και οι διακόπτες 3 και 4 είναι κλειστοί.

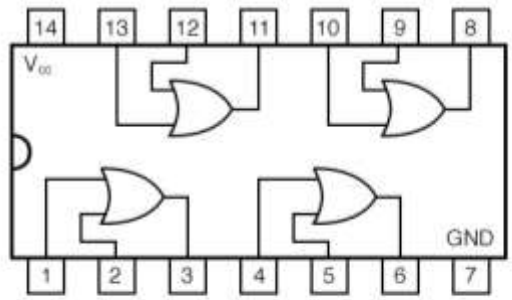
Δηλαδή, με λογική συνάρτηση: $Y = (A + B) \cdot CD$

Για να το πετύχουμε αυτό, πρέπει πρώτα να δούμε την δομή των 2 τσιπ:

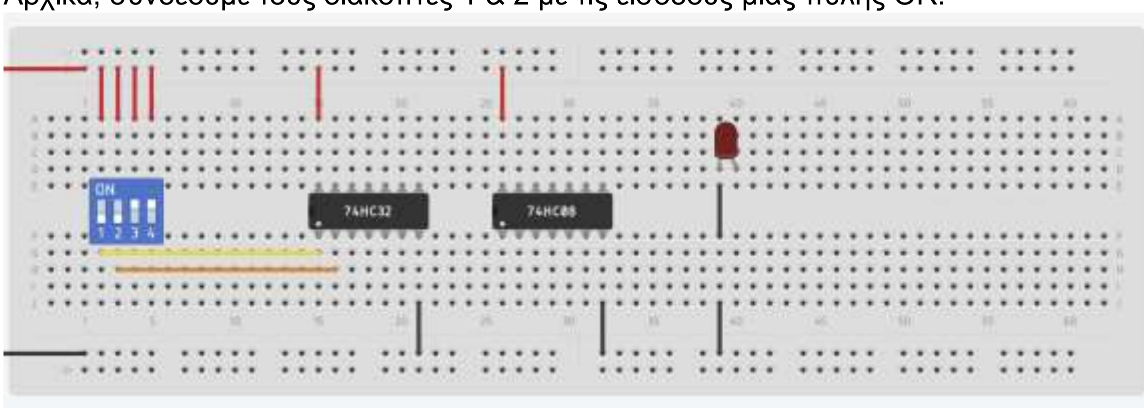
74HC08 5408/7408 Quad AND Gate



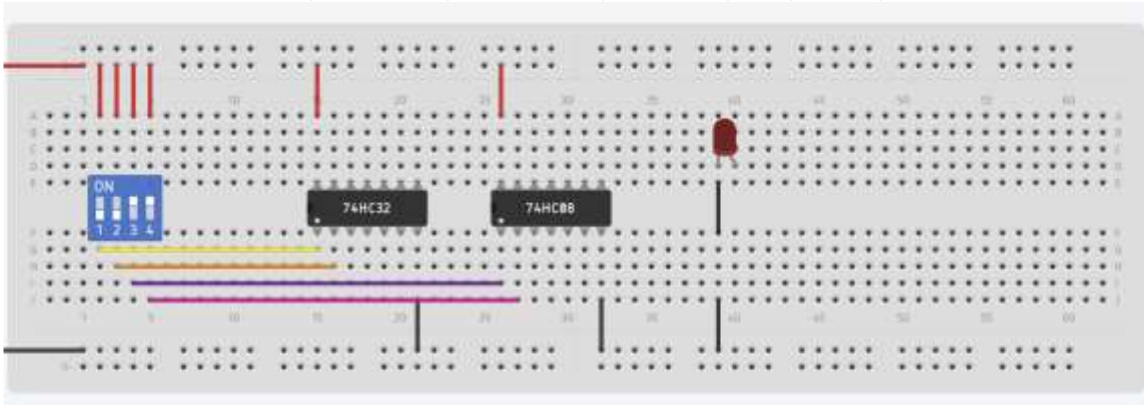
74HC32 5432/7432 Quad OR Gate



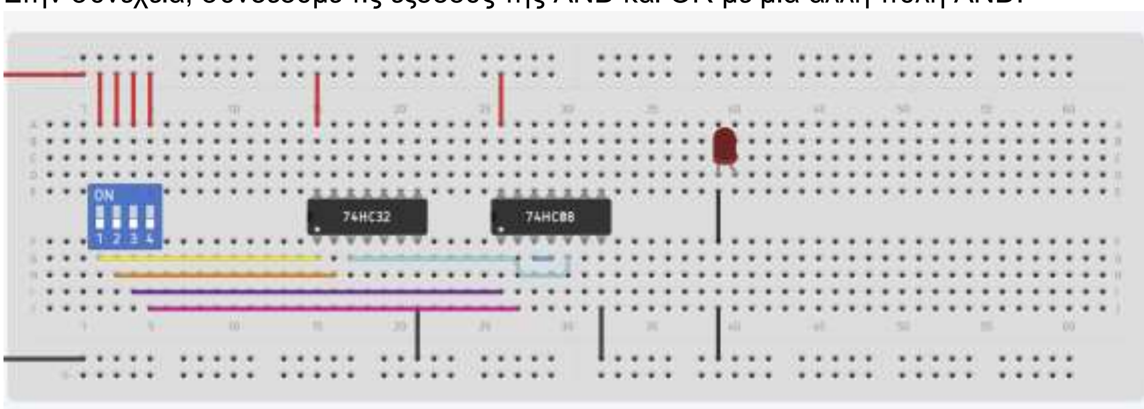
Αρχικά, συνδέουμε τους διακόπτες 1 & 2 με τις εισόδους μιας πύλης OR.



Έπειτα, συνδέουμε τους διακόπτες 3 & 4 με τις εισόδους μιας πύλης AND.



Στην συνέχεια, συνδέουμε τις εξόδους της AND και OR με μια άλλη πύλη AND.



Τέλος, συνδέουμε την έξοδο της AND με τον λαμπτήρα.