

ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ ΙΙ

Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα

ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΑ ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Ομάδα 17

Δημήτριος Δαβίδ Γεροκωνσταντής		ΑΜ : 03119209
Αθανάσιος Τσουκλείδης-Καρυδάκης		ΑΜ : 03119009

Εξάμηνο : 8^ο

EAPINO, 2023

Α. Θεωρητική Ανάλυση

Σκοπός της παρούσας εξαμηνιαίας εργασίας είναι ο κινηματικός έλεγχος του δοθέντος ρομποτικού μηχανισμού πλεοναζόντων βαθμών ελευθερίας (Cobot xArm7) προκειμένου η κίνησή του να συμμορφώνεται στους περιορισμούς δύο υποεργασιών. Η βασική μεθοδολογία που θα εφαρμοστεί ακολουθεί την λογική του Task Decomposition, σύμφωνα με το οποίο η σύνθετη εργασία του ρομποτικού χειριστή θα διασπαστεί με τυπικό τρόπο σε δύο επιμέρους υποεργασίες με σειρά προτεραιότητας. Παρακάτω, αρχικά αναλύεται η καθεμία από τις υποεργασίες ξεχωριστά.

1^η Υποεργασία

Η πρώτη βασική υποεργασία μεγαλύτερης προτεραιότητας είναι η ευθύγραμμη περιοδική κίνηση του end effector μεταξύ των θέσεων $(x, y, z) = (0.617, -0.2, 0.199)$ και $(x, y, z) = (0.617, +0.2, 0.199)$. Βασικός πρώτος στόχος για την υλοποίηση της πρώτης υποεργασίας είναι ο προσδιορισμός της επιθυμητής τροχιάς του end effector ώστε να εκτελέσει την επιθυμητή εργασία. Η τροχιά θα περιγραφεί από το διάνυσμα $p_{dot} = [x_{dot}, y_{dot}, z_{dot}]^T$ της ταχύτητας κάθε χρονική στιγμή του end effector κατά τους τρεις άξονες. Η ταχύτητα κατά τους άξονες x και z θα είναι μηδενική καθώς η τροχιά είναι ευθύγραμμη κατά μήκος του άξονα y. Συνεπώς :

$$x_{dot} = z_{dot} = 0.0$$

Υποθέτουμε περίοδο συνολικής κίνησης (από -0.2 σε 0.2 και πάλι πίσω στην -0.2) ίση με T και ημiperίοδο $T_h = \frac{T}{2}$.

Η ταχύτητα κατά τον άξονα y πρόκειται να αναπαριστά μια τροχιά τριών φάσεων ίσης διάρκειας $\frac{T_h}{3}$ σε κάθε ημiperίοδο ώστε να επιτύχουμε την ομαλότητα των μεταβολών στην ταχύτητα (συνεχής ταχύτητα του end effector). Επιπλέον, επιδιώκουμε συνέχεια και της επιτάχυνσης. Για την περιγραφή της τροχιάς υποθέτουμε προς το παρόν αρχική θέση την :

$$(x, y, z) = (0.617, -0.2, 0.199)$$

Οι τρεις φάσεις θα είναι ίσης διάρκειας θα είναι οι ακόλουθες :

- I. **Η πρώτη φάση κίνησης** που ξεκινά από το $y = -0.2$ θα περιγραφεί με ένα πολυώνυμο πέμπτης τάξης (έστω $y_{dot,1}(t)$) ώστε όλοι οι περιορισμοί να μπορούν να ικανοποιηθούν. Αρχικά, η ταχύτητα και η επιτάχυνση θα είναι μηδενικές, και στο τέλος της διάρκειας αυτής της φάσης η ταχύτητα θα φτάσει μια μέγιστη τιμή U_{max} και η επιτάχυνση θα γίνει πάλι μηδενική. Δηλαδή θέλουμε οριακές συνθήκες :

$$\diamond y_{dot,1}(0) = 0 \quad (1.1)$$

$$\diamond \frac{dy_{dot,1}}{dt}(0) = 0 \quad (1.2)$$

$$\diamond y_{dot,1}\left(\frac{T_h}{3}\right) = U_{max} \quad (1.3)$$

$$\diamond \frac{dy_{dot,1}}{dt}\left(\frac{T_h}{3}\right) = 0 \quad (1.4)$$

Η ταχύτητα της πρώτης φάσης θα εκφράζεται από μια εξίσωση της μορφής

$$y_{dot,1}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (1.5)$$

- II. **Η δευτέρα φάση κίνησης** θα αποτελεί μια κίνηση με σταθερή ταχύτητα ίση με U_{max} και άρα μηδενική επιτάχυνση (έστω ταχύτητα που συμβολίζουμε με $y_{dot,2}(t)$). Οπότε οι οριακές συνθήκες θα είναι οι ακόλουθες :

$$\diamond y_{dot,2}\left(\frac{T_h}{3}\right) = U_{max} \quad (2.1)$$

$$\diamond y_{dot,2}\left(\frac{2T_h}{3}\right) = U_{max} \quad (2.3)$$

$$\diamond \frac{dy_{dot,2}}{dt}\left(\frac{T_h}{3}\right) = 0 \quad (2.2)$$

$$\diamond \frac{dy_{dot,2}}{dt}\left(\frac{2T_h}{3}\right) = 0 \quad (2.4)$$

Η ταχύτητα της δεύτερης φάσης θα εκφράζεται από μια εξίσωση της μορφής

$$y_{dot,2}(t) = U_{max} \quad (2.5)$$

- III. **Η τρίτη φάση κίνησης** θα είναι εντελώς «συμμετρική» της πρώτης αλλά επιβραδυνόμενη πλέον καθώς οδεύουμε προς το άλλο άκρο της τροχιάς (έστω ταχύτητα που συμβολίζουμε με $y_{dot,3}(t)$). Θα αρχίσει με ταχύτητα U_{max} για να επιτύχει συνέχεια με την προηγούμενη φάση, η επιτάχυνση θα αρχίσει να αυξάνεται (αρνητικά) ώστε στο τέλος να ξαναμηδενιστεί, όπως μηδενίζεται στο τέλος και η ταχύτητα. Δηλαδή θέλουμε οριακές συνθήκες :

$$\diamond y_{dot,3}\left(\frac{2T_h}{3}\right) = U_{max} \quad (3.1)$$

$$\diamond y_{dot,3}(T_h) = 0 \quad (3.3)$$

$$\diamond \frac{dy_{dot,3}}{dt}\left(\frac{2T_h}{3}\right) = 0 \quad (3.2)$$

$$\diamond \frac{dy_{dot,3}}{dt}(T_h) = 0 \quad (3.4)$$

Η ταχύτητα της τρίτης φάσης θα είναι η επιβραδυνόμενη φθίνουσα εκδοχή της αντίστοιχης ταχύτητας για την πρώτη φάση. Δεν είναι δύσκολο να συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα της τρίτης φάσης δεν θα είναι παρά η :

$$y_{dot,3}(t) = y_{dot,1}(-t + T_h) \quad (3.5)$$

Η τελευταία σχέση θα είναι αυτή βάσει της οποίας θα καθοριστεί το πλάτος της περιοδικής κίνησης και έτσι θα ευρεθεί η κατάλληλη U_{max} συναρτήσει των A, T ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό πλάτος κίνησης. Για εμάς το πλάτος A είναι το $A = 0.4$.

Συγκεκριμένα, απαιτούμε να ισχύει :

$$\int_0^{T_h} y_{dot}(t) \cdot dt = A \Rightarrow \int_0^{T_h} (y_{dot,1}(t) + y_{dot,2}(t) + y_{dot,3}(t)) \cdot dt = 0.4 \quad (4)$$

Τέλος, σημειώνουμε ότι η παραπάνω λύση αποτελεί λύση για μια ημιπερίοδο. Για την δεύτερη ημιπερίοδο η λύση θα είναι εντελώς συμμετρική αλλά με αρνητική ταχύτητα. Συγκεκριμένα για την δεύτερη ημιπερίοδο η λύση θα είναι η

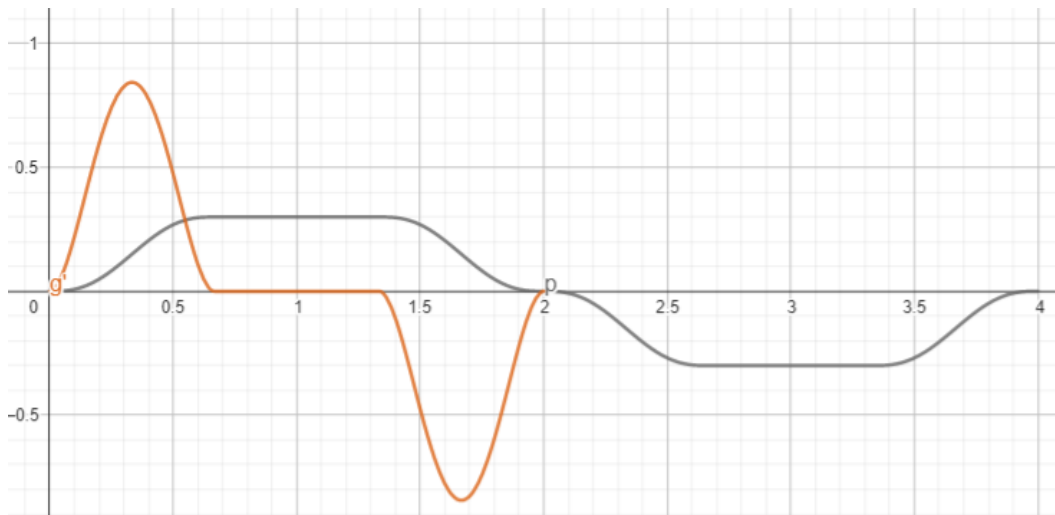
$$y_{dot}(t | t \in [T_h, T]) = -y_{dot}(t - T_h | t \in [0, T_h])$$

Η λύση που προκύπτει από τις παραπάνω σχέσεις (η αναλυτική επίλυση που έγινε στο χαρτί παραλείπεται για λόγους συντομίας) είναι η εξής :

$$y_{dot}(t) = \begin{cases} 10 \frac{U_{max}}{\left(\frac{T_h}{3}\right)^3} \cdot t^3 - 15 \frac{U_{max}}{\left(\frac{T_h}{3}\right)^4} \cdot t^4 + 6 \frac{U_{max}}{\left(\frac{T_h}{3}\right)^5} \cdot t^5, & t \in \left[0, \frac{T_h}{3}\right] \\ U_{max}, & t \in \left[\frac{T_h}{3}, \frac{2T_h}{3}\right] \\ 10 \frac{U_{max}}{\left(\frac{T_h}{3}\right)^3} \cdot (-t + T_h)^3 - 15 \frac{U_{max}}{\left(\frac{T_h}{3}\right)^4} \cdot (-t + T_h)^4 + 6 \frac{U_{max}}{\left(\frac{T_h}{3}\right)^5} \cdot (-t + T_h)^5, & t \in \left[\frac{2T_h}{3}, T_h\right] \\ -y_{dot}(t - T_h), & t \in [T_h, 2T_h = T] \end{cases}$$

$$\text{με } U_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{T}$$

Η παραπάνω λύση φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα (με γκρι η ταχύτητα ως προς y για μια περίοδο και με πορτοκαλί η επιτάχυνση για την πρώτη ημiperίοδο) για A=0.4 και T=2.0 ενδεικτικά



Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι πράγματι συνεχείς συναρτήσεις του χρόνου με τις επιθυμητές οριακές συνθήκες.

Σημειώνουμε ότι η χρήση πολωνυμικής συνάρτησης πέμπτου βαθμού θα μπορούσε να αντικατασταθεί από χρήση χαμηλότερης τάξης πολωνύμου συνεχίζοντας να ικανοποιούμε τις κατάλληλες οριακές συνθήκες. Επιλέχθηκε το πολωνύμο πέμπτου βαθμού έτσι ώστε η ταχύτητα και ως εκ τούτου η επιτάχυνση να είναι κατά το δυνατόν ομαλότερες.

2^η Υποεργασία

Η δεύτερη υποεργασία χαμηλότερης προτεραιότητας είναι η αποφυγή δύο εμποδίων που βρίσκονται σε απόσταση 40 cm και συμμετρικά κατά τον άξονα y στο επίπεδο

$$x = 0.3$$

Η προσέγγιση που ακολουθούμε βασίζεται στην εύρεση μιας κατάλληλης συνάρτησης κριτηρίου την οποία θα θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε/ελαχιστοποιήσουμε. Η ακριβέστερη συνάρτηση κριτηρίου που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί είναι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ ρομπότ και εκάστοτε εμποδίου, ωστόσο εμείς μπορούμε να γνωρίζουμε κάθε στιγμή τη θέση μόνο των διαφωρών joints και όχι κάθε σημείου του ρομποτικού μηχανισμού. Ένας τρόπος αντιμετώπισης της δεύτερης υποεργασίας θα μπορούσε να είναι η εύρεση δύο διαφορετικών συναρτήσεων κριτηρίου ανάλογα με το ποιο εμπόδιο θέλουμε να αποφύγουμε κάθε φορά (π.χ κινούμενοι προς τα αριστερά θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την απόσταση από το αριστερό εμπόδιο και κινούμενοι προς τα δεξιά την απόσταση από το δεξιό εμπόδιο). Ωστόσο για να αποφευχθεί η πολυπλοκότητα αυτής της διάκρισης περιπτώσεων, μπορούμε αντί αυτού να χρησιμοποιήσουμε ως συνάρτηση κριτηρίου την απόσταση ορισμένων βασικών joints από το μέσο της απόστασης (ως προς y) των δύο εμποδίων. Συγκεκριμένα, στην προσέγγισή μας χρησιμοποιούμε ως συνάρτηση κριτηρίου το άθροισμα των αποστάσεων ως προς y των joints 3, 4 και 5 από το μέσο της απόστασης ως προς y των δύο εμποδίων. Αυτή η συνάρτηση κριτηρίου θέλουμε να ελαχιστοποιηθεί.

Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούμε ως συνάρτηση κριτηρίου την παρακάτω. Το *obstacleMed* είναι το μέσο της απόστασης των εμποδίων με μια ελαφρά μετατόπιση προς το δεύτερο εμπόδιο διότι παρατηρήσαμε ότι το joint 4 έχει εγγενώς μικρότερη απόσταση από το αριστερό εμπόδιο (δηλαδή $\frac{y_{obstacle1} + 1.35 \cdot y_{obstacle2}}{2}$ όπου 1.35 κατάλληλο βάρος που μετατοπίζει το «κέντρο ισορροπίας» λίγο περισσότερο προς το δεξιό εμπόδιο) :

$$\begin{aligned} c = V(q) &= kc_1 \cdot (Joint3_YPosition - obstacleMed)^2 + \\ &+ kc_2 \cdot (Joint4_YPosition - obstacleMed)^2 + \\ &+ kc_3 \cdot (Joint5_YPosition - obstacleMed)^2 = \\ &= kc_1 \cdot (A_0^3[1,3] - obstacleMed)^2 + kc_2 \cdot (A_0^4[1,3] - obstacleMed)^2 \\ &+ kc_3 \cdot (A_0^5[1,3] - obstacleMed)^2 \end{aligned}$$

Χρησιμοποιήθηκαν σταθερές $kc_1 = 35$, $kc_2 = 800$, $kc_3 = 0$.

Δίνουμε μεγαλύτερη βαρύτητα στο joint 4 καθώς παρατηρούμε ότι αυτό είναι το κρίσιμο joint που θέλουμε κατά το δυνατόν περισσότερο να μένει σε σταθερή θέση. Ενώ θα μπορούσε να χρησιμοποιήσουμε και το joint 5, παρατηρούμε ότι αυτό (επειδή βρίσκεται κοντά στον end effector

και για την εκτέλεση της τροχιάς έχει την τάση να μετακινείται αρκετά πέρα από το μέσο των εμποδίων) εν γένει περιορίζει την κίνηση και την δυνατότητα εκτέλεσης της τροχιάς.

Τα μητρώα A που αναφέρονται παραπάνω (και συγκεκριμένα η y συνιστώσα τους που χρειαζόμαστε), είναι τα εξής, όπου l_1, l_2, l_3 γνωστά μήκη και $c_1, c_2, c_3, s_1, s_2, s_3$ τα αντίστοιχα συνημίτονα και ημίτονα των q_1, q_2, q_3 :

$$A_0^3 = \begin{bmatrix} \dots & l_2 s_1 s_2 \\ \dots & \dots \\ \dots & 1 \end{bmatrix}$$

συνεπώς,

$$Joint3_YPosition = l_2 s_1 s_2$$

και

$$A_0^4 = \begin{bmatrix} \dots & l_3 s_1 c_2 c_3 + l_3 c_1 s_3 + l_2 s_1 s_2 \\ \dots & \dots \\ \dots & 1 \end{bmatrix}$$

συνεπώς,

$$Joint4_YPosition = l_3 s_1 c_2 c_3 + l_3 c_1 s_3 + l_2 s_1 s_2$$

και

$$A_0^5 = \begin{bmatrix} \dots & l_4 \sin(\theta_1) \cdot (s_1 c_2 c_3 c_4 + s_1 s_2 s_4 + c_1 s_3 c_4) - l_4 \cos(\theta_1) \cdot (-s_1 c_2 c_3 s_4 - c_1 s_3 s_4 + s_1 s_2 c_4) \\ \dots & \dots \\ \dots & 1 \end{bmatrix}$$

συνεπώς,

$$\begin{aligned} Joint5_YPosition &= l_4 \sin(\theta_1) \cdot (s_1 c_2 c_3 c_4 + s_1 s_2 s_4 + c_1 s_3 c_4) \\ &\quad - l_4 \cos(\theta_1) \cdot (-s_1 c_2 c_3 s_4 - c_1 s_3 s_4 + s_1 s_2 c_4) + l_3 \cdot (s_1 c_2 c_3 + c_1 s_3) + l_2 s_1 s_2 \end{aligned}$$

Η συνάρτηση κριτηρίου γίνεται :

$$\begin{aligned} c = V(q) = & kc_1 \cdot (l_2 s_1 s_2 - obstacleMed)^2 + \\ & + kc_2 \cdot (l_3 s_1 c_2 c_3 + l_3 c_1 s_3 + l_2 s_1 s_2 - obstacleMed)^2 + \end{aligned}$$

$$+ kc_3 \cdot (l_4 \sin(\theta_1) \cdot (s_1 c_2 c_3 c_4 + s_1 s_2 s_4 + c_1 s_3 c_4) - l_4 \cos(\theta_1) \cdot (-s_1 c_2 c_3 s_4 - c_1 s_3 s_4 + s_1 s_2 c_4) + l_3 \cdot (s_1 c_2 c_3 + c_1 s_3) + l_2 s_1 s_2 - obstacleMed)^2$$

Για την τελική μας λύση, όπως θα παρουσιαστεί στη συνέχεια, θα χρειαστούμε την παράγωγο αυτής της συνάρτησης ως προς τα q_i (με πρόσημο «-» ώστε αυτή η συνάρτηση κριτηρίου να ελαχιστοποιηθεί). Οι παράγωγοι υπολογίζονται ως εξής :

$$\begin{aligned} \diamond \quad \xi_1 &= -\frac{dV}{dq_1} = \\ &= 2kc_1 \cdot (Joint3_YPosition - obstacleMed) \cdot l_2 c_1 s_2 \\ &+ 2kc_2 \cdot (Joint4_YPosition - obstacleMed) \cdot (l_3 c_1 c_2 c_3 - l_3 s_1 s_3 + l_2 c_1 s_2) \\ &+ 2kc_3 \cdot (Joint5_YPosition - obstacleMed) \cdot (l_4 \sin(\theta_1) \cdot (c_1 c_2 c_3 c_4 - s_1 s_3 c_4 + c_1 s_2 s_4) - l_4 \cos(\theta_1) \cdot (-c_1 c_2 c_3 s_4 + s_1 s_3 s_4 + c_1 s_2 c_4) + l_3 \cdot (c_1 c_2 c_3 - s_1 s_3) + l_2 c_1 s_2) \\ \diamond \quad \xi_2 &= -\frac{dV}{dq_2} = \\ &= 2kc_1 \cdot (Joint3_YPosition - obstacleMed) l_2 s_1 c_2 \\ &+ 2kc_2 \cdot (Joint4_YPosition - obstacleMed) \cdot (-l_3 s_1 s_2 c_3 + l_2 s_1 c_2) \\ &+ 2kc_3 \cdot (Joint5_YPosition - obstacleMed) \cdot (l_4 \sin(\theta_1) \cdot (-s_1 s_2 c_3 c_4 + s_1 c_2 s_4) - l_4 \cdot \cos(\theta_1) \cdot (s_1 s_2 c_3 s_4 + s_1 c_2 c_4) + l_3 \cdot (-s_1 s_2 c_3) + l_2 s_1 c_2) \\ \diamond \quad \xi_3 &= -\frac{dV}{dq_3} = \\ &= 2kc_2 \cdot (Joint4_YPosition - obstacleMed) \cdot (-l_3 s_1 c_2 s_3 + l_3 c_1 c_3) \\ &+ 2kc_3 \cdot (Joint5_YPosition - obstacleMed) \cdot (l_4 \sin(\theta_1) \cdot (-s_1 c_2 s_3 c_4 + c_1 c_3 c_4) - l_4 \cos(\theta_1) \cdot (s_1 c_2 s_3 s_4 - c_1 c_3 s_4) + l_3 \cdot (-s_1 c_2 s_3 + c_1 c_3)) \\ \diamond \quad \xi_4 &= -\frac{dV}{dq_4} = \\ &= 2kc_3 \cdot (Joint5_YPosition - obstacleMed) \cdot (l_4 \sin(\theta_1) \cdot (-s_1 c_2 c_3 s_4 + s_1 s_2 c_4 - c_1 s_3 s_4) - l_4 \cos(\theta_1) \cdot (-s_1 c_2 c_3 c_4 - c_1 s_3 c_4 - s_1 s_2 s_4)) \\ \diamond \quad \xi_j &= -\frac{dV}{dq_j} = 0, \quad 5 \leq j \leq 7 \end{aligned}$$

Γενική Λύση

Μετά από την ανάλυση των επιμέρους υποεργασιών, στη συνέχεια παραθέτουμε την γενική λύση που ικανοποιεί και τις δύο υποεργασίες. Σκοπός είναι να υπολογίσουμε τις κατάλληλες ταχύτητες q_{dot} ώστε να δώσουμε τα κατάλληλα σήματα ελέγχου στα joints.

Η γενική λύση θα έχει τη μορφή :

$$q_{dot} = J_1^+ p_{1d} + (I_7 - J_1^+ J_1) \xi$$

όπου

- ο πρώτος όρος αφορά την πρώτη υποεργασία

- ο δεύτερος όρος αφορά στην δεύτερη υποεργασία. Σημειώνουμε ότι το projection matrix $(I_7 - J_1^+ J_1)$ εξασφαλίζει ότι ο δεύτερος όρος (έστω B) θα ανήκει στον μηδενόχωρο $N(J_1)$ της Ιακωβιανής J_1 με αποτέλεσμα να ισχύει $J_1 \cdot B = 0$. Ως εκ τούτου ο δεύτερος όρος παράγει q_{dot} που αφενός καθορίζουν την εσωτερική διάταξη του ρομπότ ώστε να αποφευχθεί η σύγκρουση με τα εμπόδια, αφετέρου **δεν επηρεάζουν** την πρώτη υποεργασία και τελικά την επιθυμητή θέση του end effector.
- J_1^+ η ψευδοαντίστροφη Ιακωβιανή του ρομπότ (από τη βάση έως και τον end effector),
- $\xi = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_7]^T$ το διάνυσμα με τις μερικές παραγώγους της συνάρτησης κριτηρίου ως προς τα q_i όπως υπολογίστηκαν παραπάνω. Στους όρους ξ συμπεριλαμβάνονται και οι όροι k_c που είναι θετικές σταθερές της επιλογής μας που θα καθορίσουν την ευαισθησία στην ικανοποίηση του δεύτερου Task
- ο όρος $p_{1d} = [P_x, P_y, P_z]^T$ αποτελεί την επιθυμητή ταχύτητα του end effector και θα εμπεριέχει την συνάρτηση που βρέθηκε προηγουμένως για τα $x_{dot}, y_{dot}, z_{dot}$. Ωστόσο, παρατηρούνται με το πέρασμα του χρόνου αποκλίσεις κατά τους άξονες x και z. Ενώ θέλουμε μηδενική ταχύτητα σε αυτούς τους άξονες και σταθερή x και z συνιστώσα θέσης, τα σφάλματα ολοκλήρωσης που υπεισέρχονται κατά τον υπολογισμό του q από το q_{dot} εισάγουν αποκλίσεις από τις σταθερές επιθυμητές συνιστώσες x και z στη θέση του end effector. Για αυτό το λόγο, θα εισάγουμε κάποιον απλό proportional ελεγκτή θέσης για τις συνιστώσες x και z. Συγκεκριμένα, θα είναι :

$$P_x = K_{px} \cdot (x_{desired} - x) = K_{px} \cdot (0.617 - x)$$

και

$$P_z = K_{pz} \cdot (z_{desired} - z) = K_{pz} \cdot (0.199 - z)$$

Επομένως τελικά :

$$p_{1d} = \begin{bmatrix} K_{px} \cdot (0.617 - x) \\ y_{dot} \\ K_{pz} \cdot (0.199 - z) \end{bmatrix}$$

Στην προσομοίωση χρησιμοποιήθηκαν τιμές $K_{px} = K_{py} = 0.8$.

B. Προσομοίωση

Κατόπιν της παραπάνω θεωρητικής ανάλυσης προχωράμε στην υλοποίηση και στην επεξήγηση και ανάλυση των αποτελεσμάτων του αλγορίθμου μας μέσω διάφορων διαγραμμάτων. Ο κώδικας, που επισυνάπτεται στο συνολικό υποβληθέν αρχείο, εκτελεί την σύνθετη απαιτούμενη ρομποτική εργασία με επιτυχία χωρίς να συγκρούεται με τα εμπόδια και επιτυγχάνοντας το επιθυμητό πλάτος ταλάντωσης. Τα σχόλια στον κώδικα επεξηγούν και κάποια λεπτότερα τεχνικά ζητήματα της υλοποίησης τα οποία όμως δεν αποτελούν τη βάση του αλγορίθμου μας (π.χ. η υλοποίηση της κινηματικής).

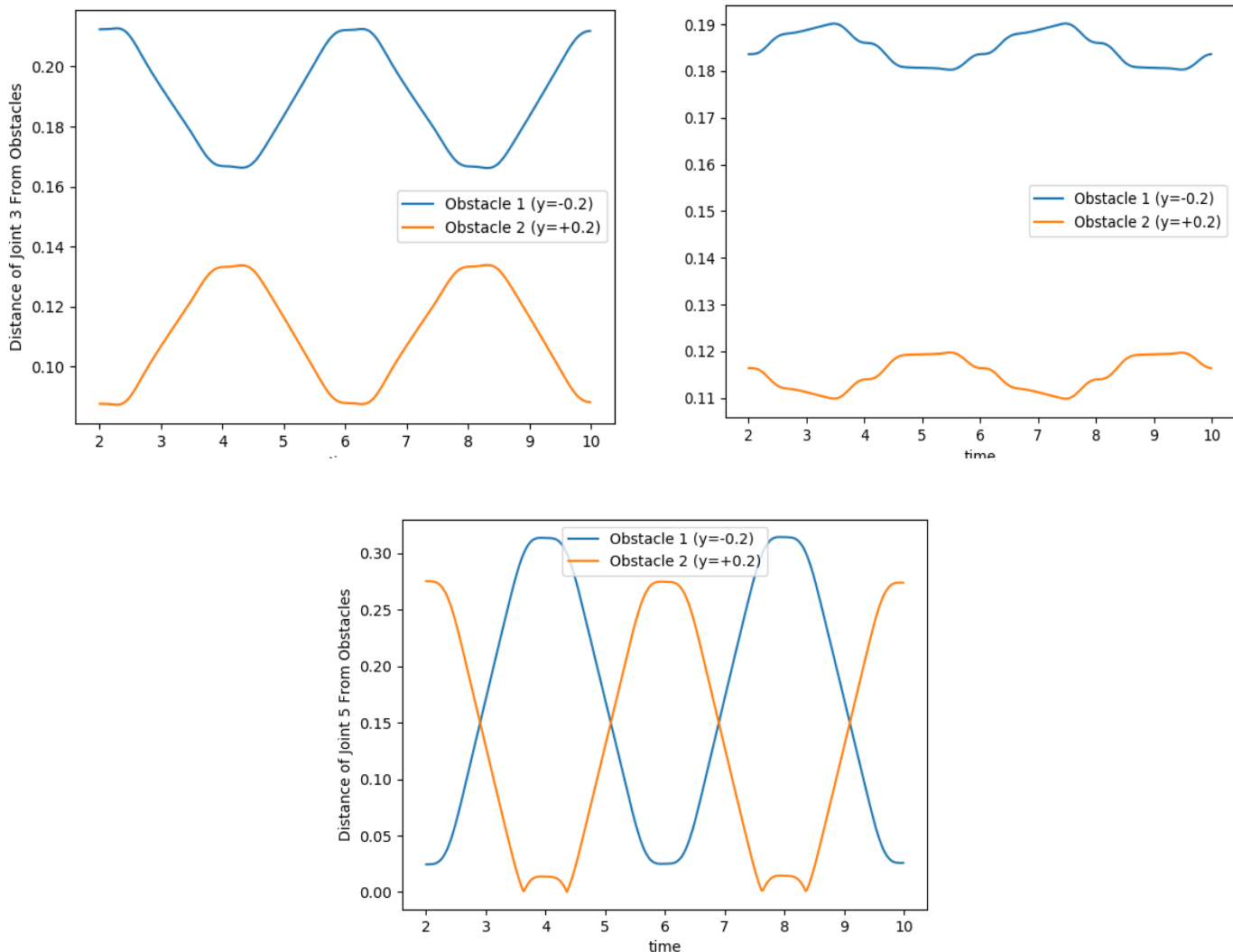
Ένα σημαντικό σημείο μόνο το οποίο θεωρούμε χρήσιμο να αναφέρουμε είναι το εξής :

Η αρχικοποίηση του ρομπότ οδηγεί τον end effector στο μέσο της τροχιάς στο $y = 0.0$ όπου εκεί ακινητοποιείται (ταχύτητα μηδενική). Η εξίσωση ταχύτητας που βρέθηκε στην θεωρητική ανάλυση περιγράφει την ταχύτητα στη διάρκεια μιας περιόδου με εκκίνηση από το $y = -0.2$ μέχρι να ξαναφτάσει σε αυτό. Η εξίσωση τροχιάς μας προφανώς, δεν προβλέπει μηδενική αλλά μέγιστη ταχύτητα στο $y = 0.0$. Οπότε πρέπει αρχικά να εκφράσουμε μια εξίσωση ταχύτητας του end effector για την αρχική του κίνηση από το $y = 0.0$ στο $y = -0.2$ από όπου η ταχύτητα θα δίνεται πλέον από την εξίσωση της θεωρητικής ανάλυσης. Για την αρχική αυτή κίνηση ακολουθούμε πιστά τη σχέση της θεωρητικής ανάλυσης για την κίνηση προς τα αριστερά ($t \in [T_h, 2T_h = T]$). Θέλουμε όμως η κίνηση από το $y = 0.0$ στο $y = -0.2$ να εκτελέσει τροχιά μήκους $\frac{A}{2} = 0.2$ και όχι $A = 0.4$. Για να το επιτύχουμε χρησιμοποιούμε τη μισή μέγιστη ταχύτητα. Συνεπώς, η αρχική κίνηση είναι πανομοιότυπη με την κίνηση προς τα αριστερά που περιγράφεται στο θεωρητικό μέρος αλλά με $U'_{max} = \frac{1}{2} U_{max} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A}{T} \right)$.

Διαγράμματα - Σχολιασμός

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε και σχολιάζουμε συνοπτικά μερικά διαγράμματα που δείχνουν την ορθότητα λειτουργίας του αλγορίθμου μας.

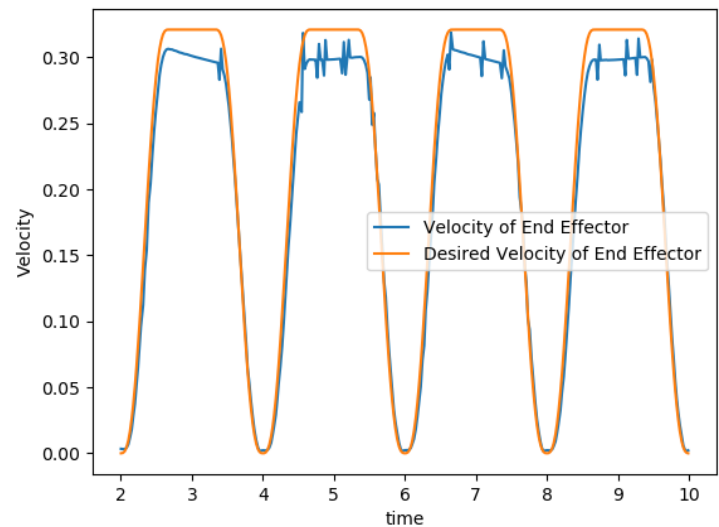
1. Απόσταση των Joints 3, 4, 5 από τα Εμπόδια



Αρχικά απεικονίζουμε για τη διάρκεια δύο περιόδων (με εκκίνηση από την θέση $y = -0.2$) την οριζόντια απόσταση ως προς y των *joint* 3, 4 και 5 από τα δύο εμπόδια. Όπως είναι αναμενόμενο οι αποστάσεις από το δύο εμπόδια έχουν αντισυμμετρική συμπεριφορά (όσο απομακρυνόμαστε από το ένα εμπόδιο, τόσο πλησιάζουμε το άλλο). Οι αποστάσεις παραμένουν πάντοτε θετικές (μεγαλύτερες του 0.0) ενώ η απόσταση από το joint 5 πλησιάζει μεν περισσότερο το 0 αλλά λόγω των ελιγμών των άλλων δύο joints, ποτέ δεν συγκρούεται με τα εμπόδια γιατί είναι πιο απομακρυσμένο κατά τον άξονα x .

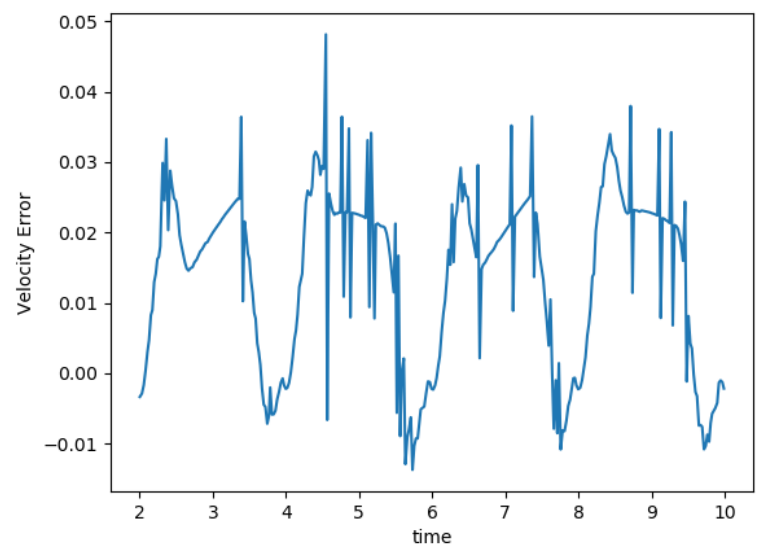
2. Απόκλιση από την Επιθυμητή Ταχύτητα

Στη συνέχεια, απεικονίζεται η ιδανική επιθυμητή ταχύτητα (το μέτρο της) του end effector (βάσει της εξίσωσης του θεωρητικού μέρους) σε σχέση με την πραγματική που επιτυγχάνεται για δύο περιόδους (με εκκίνηση από την θέση $y = -0.2$). Παρατηρούμε όπως ήταν αναμενόμενο ότι υπεισέρχονται κάποια σφάλματα που οφείλονται σε σφάλματα ολοκλήρωσης και πιθανώς σε αστάθειες εξαιτίας των ελιγμών του ρομπότ για να αποφύγει τη σύγκρουση με τα εμπόδια. Οι αποκλίσεις παρατηρούνται κυρίως στη δεύτερη φάση σταθερής ταχύτητας όπου παρατηρούνται και κάποια *spikes*. Η πραγματική ταχύτητα δεν καταφέρνει να φτάσει την U_{\max} και ως εκ τούτου για αυτό και στο Gazebo παρατηρούμε ότι το πλάτος της ταλάντωσης είναι ελαφρώς μικρότερο από το επιθυμητό (απόκλιση της τάξης του 0.06-0.07).



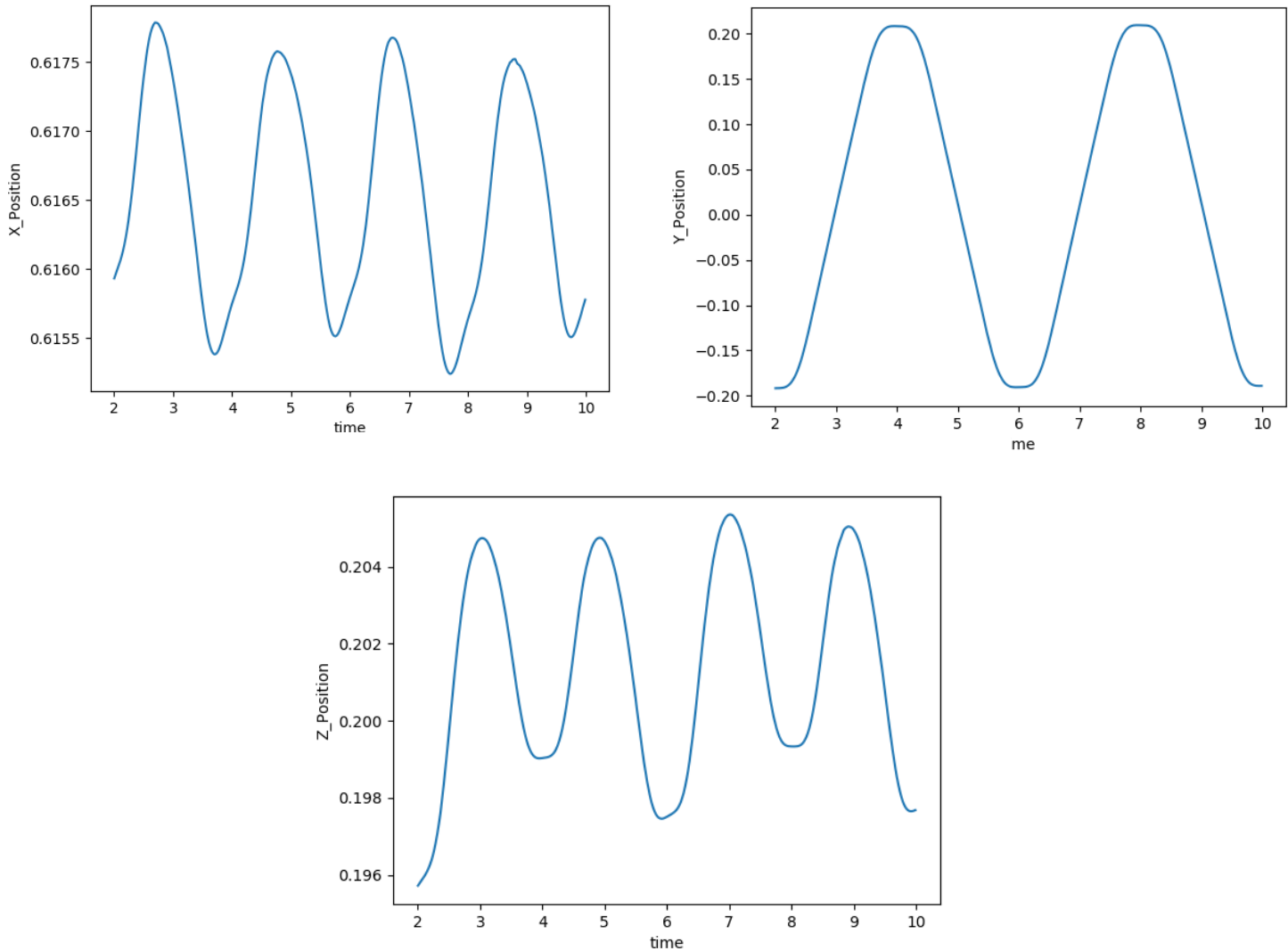
3. Σφάλμα Ταχύτητας

Τα προηγούμενα φαίνονται και στο διπλανό διάγραμμα όπου απεικονίζεται το σφάλμα ταχύτητας για δύο περιόδους. Επιβεβαιώνονται οι παρατηρήσεις μας στο προηγούμενο διάγραμμα ενώ επιπλέον σημειώνουμε ότι το σφάλμα ταχύτητας δεν υπερβαίνει το 0.05.



4. Τροχιά

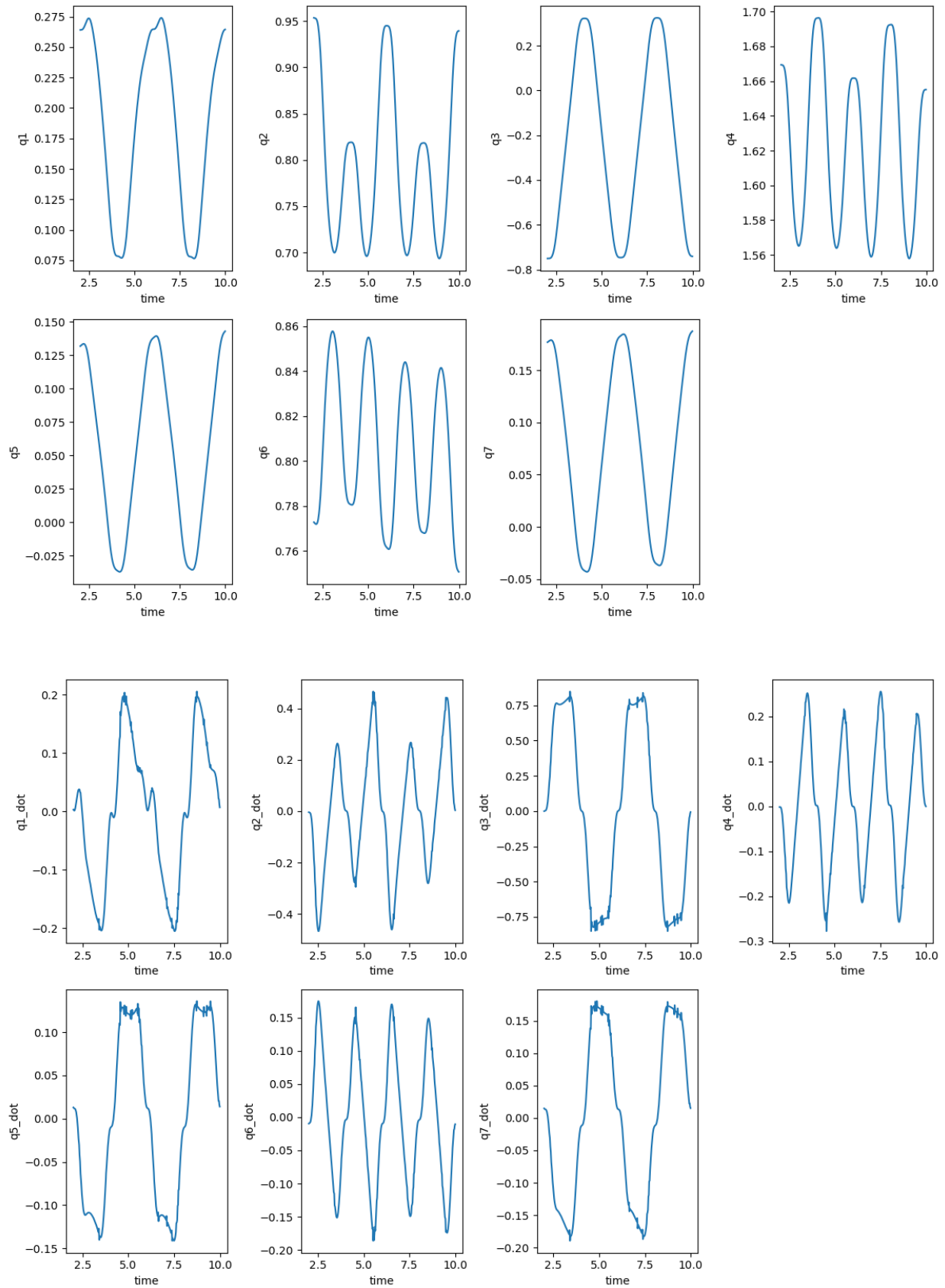
Με βάση και τις προηγούμενες παρατηρήσεις, τελικά ο end effector ακολουθεί την παρακάτω τροχιά ως προς τους άξονες x , y , z για δύο περιόδους.



Παρατηρούμε ότι η επιθυμητή τροχιά στον y ακολουθείται πράγματι αρκετά πιστά (με μικρές αποκλίσεις) ενώ ως προς τους άλλους δύο άξονες η θέση εμφανίζει μικρές ταλαντώσεις γύρω από την επιθυμητή θέση (κατόπιν και του ελέγχου θέσης που κάνουμε σε αυτές τις διευθύνσεις)

5. q_i και \dot{q}_i των joints

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι περιοδικές τιμές των γωνιών και των γωνιακών ταχυτήτων των joints για δύο περιόδους.

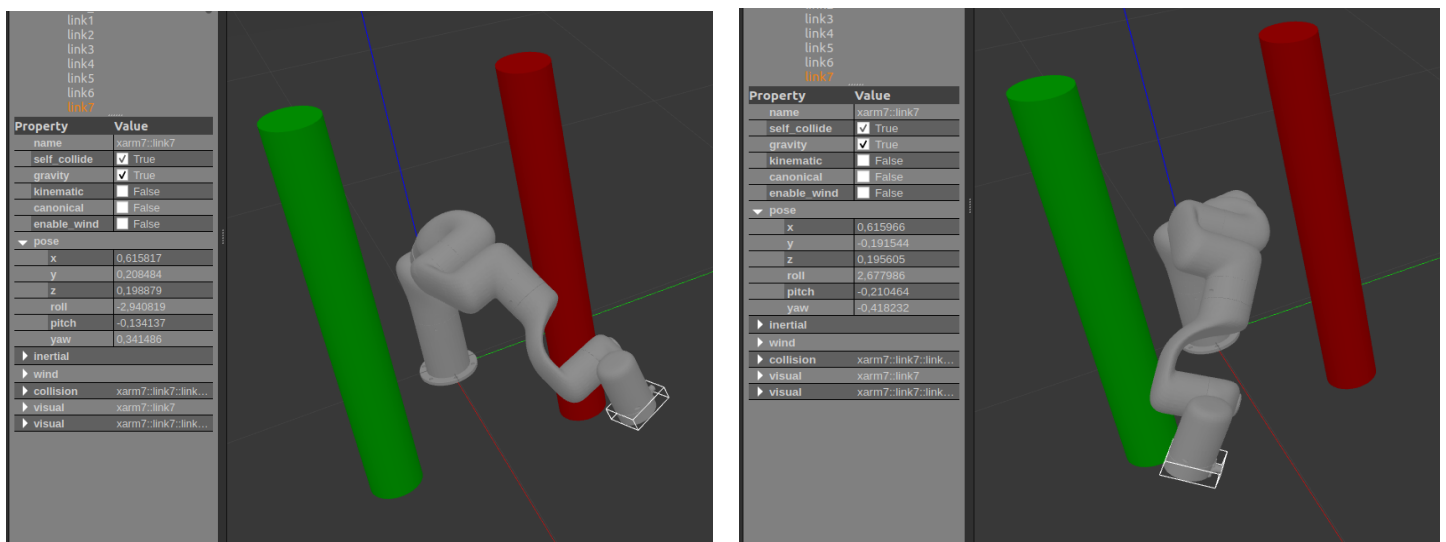


6. Στιγμιότυπα Κίνησης από το Gazebo

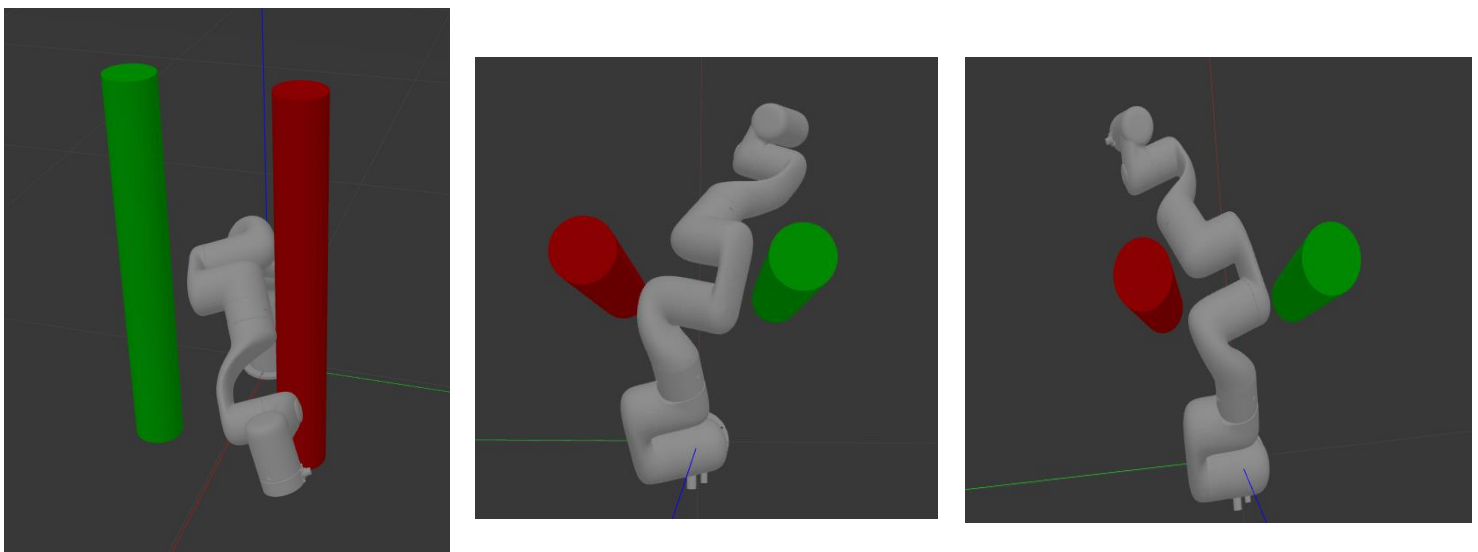
Τέλος, παρουσιάζουμε μερικά στιγμιότυπα κίνησης του ρομπότ όπου φαίνεται η σωστή εκτέλεση της τροχιάς με ταυτόχρονη αποφυγή εμποδίων ακόμα και για δυσκολότερες διατάξεις από την αρχική (όπου τα εμποδία απέχουν 40 cm)

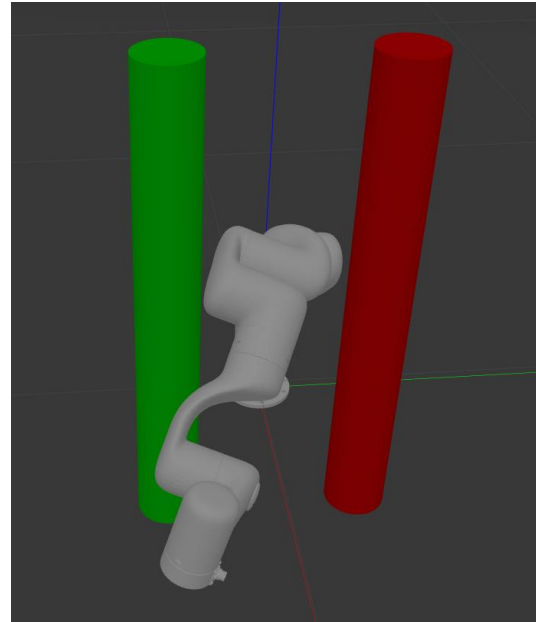
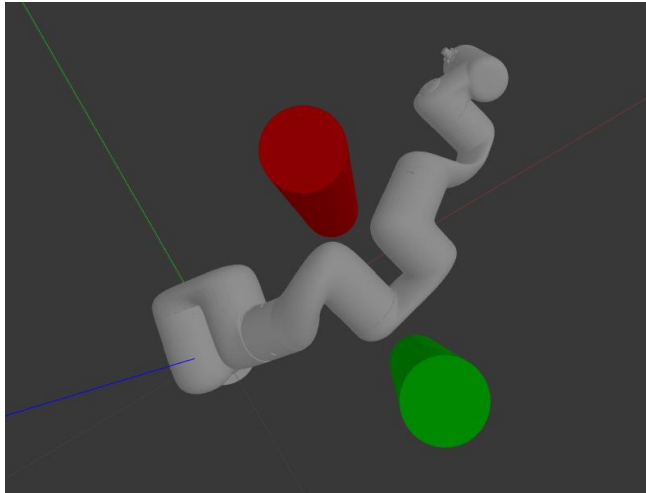
Παρακάτω διακρίνουμε τις περιπτώσεις ανάλογα με την θέση των εμποδίων στον y άξονα. Στις εικόνες παρουσιάζεται το ρομπότ στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του σε κάθε περίπτωση διάταξης των εμποδίων. Σε όλες τις περιπτώσεις το ρομπότ καταφέρνει να αποφύγει τα εμποδία εκτελώντας την τροχιά του.

I. Green Obstacle : -0.2 , Red Obstacle : +0.2



II. Green Obstacle : -0.16 , Red Obstacle : +0.16



III. Green Obstacle : -0.20 , Red Obstacle : +0.12

Τελικά, καταφέρνουμε το ρομπότ να ακολουθεί την τροχιά του χωρίς να συγκρούεται με τα εμπόδια όσο αυτά έχουν απόσταση μεγαλύτερη ή ακόμα και ίση με 32 cm (αντί για 40 της αρχικής διάταξης).