Πρόβλημα 2

1. Μοντελοποίηση

Οι μεταβλητές μας είναι οι ύποπτοι της κλοπής.

- Μεταβλητές: Γιάννης, Μαρία, Όλγα

Πεδία: ∀ ύποπτο, έχουμε:

→ 5-10 λεπτά για το δωμάτιο από την αίθουσα

→ 20-30 λεπτά για το Χρηματοκιβώτιο από την αίθουσα

→ 45-90 λεπτά για την παραβίαση του Χρηματοκιβωτίου

Περιορισμοί:

- Για τον Γιάννη ο χρόνος που μπορεί να λείπει συνεχόμενα ≤ 90
- Για τη Μαρία ο χρόνος που μπορεί να λείπει συνεχόμενα είναι ≤ 60
- Για την Όλγα —//— ≤ 30

2.

Χρειαζόμαστε τουλάχιστον 20 λεπτά για να πάει κάποιος στο Χρηματοκιβώτιο και 45 λεπτά για την παραβίαση του και 20 επιπλέον για να γυρίσει. Άρα η Μαρία και η Όλγα δεν περιλαμβάνονται λόγω των περιορισμών. Ο Γιάννης όμως είναι ύποπτος ως προς το περιορισμό σ' αυτή τη περίπτωση, γιατί

$$20+45+20 \leq 90 \Leftrightarrow 85 \leq 90$$

3) Στη συγκεκριμένη περίπτωση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον πρώιμος έλεγχος (FC), γιατι δε θα "χάσει" καιρ επειδή κάθε ενέργεια που κάνει ~~η~~ (π.χ η Μαρία) δεν επηρεάζει τους υπόλοιπους (όπως ~~[illegible]~~ ειπώθηκε στις διαφάνειες για το χρωματισμό του WA με μπλε).

Πρόβλημα 4

i) $(A \land B \land C \Rightarrow D) \Leftrightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow (C \Rightarrow D)))$

A	B	C	D	$A \land B \land C$	$(A \land B \land C) \Rightarrow D$ (I)	$C \Rightarrow D$	$B \Rightarrow (C \Rightarrow D)$	$A \Rightarrow \ldots$ (II)	(I) $\Leftrightarrow$ (II)
F	F	F	F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	T	T	T	T
T	T	T	F	T	F	F	F	F	T
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

Συμπεράσματα

Η πρόταση αυτή έχει τουλάχιστον ένα μοντέλο άρα είναι και ικανοποιήσιμη.
Επίσης, αφού είναι παντού true (∀ συνδυασμό των ατομικών προτάσεων) είναι ταυτολογία δηλαδή έγκυρη!
Τέλος, δεν είναι σε μορφή Horn, καθώς μια πρόταση Horn είναι μια διάζευξη λεκτικών από τα οποία το πολύ ένα είναι θετικό.
Παράλληλα, μια ταυτολογία δε μπορεί να εκφραστεί σε διάζευξη λεκτικών και άρα ούτε σε Horn.

2) $A \wedge (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B)$

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg B$	$A \Rightarrow \neg B$	$A \wedge (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B)$
F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	T	F
T	F	F	T	T	F
T	T	T	F	F	F

Συμπεράσματα

Έστω $\varphi = A \wedge (A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B)$

Η πρόταση φ δεν είναι έγκυρη/ταυτολογία, καθώς ∃ ερμηνεία για την οποία ισχύει $I(\varphi) = false$.
Επίσης, η φ είναι μη ικανοποιήσιμη, αφού η $\neg\varphi$ είναι έγκυρη (Σύμφωνα με το Θεώρημα διαφάνειες σελ. 44).
Συνεπώς, η φ δεν έχει κανένα μοντέλο ή αλλιώς η I δεν είναι μοντέλο της φ.
Τέλος, δεν είναι σε μορφή Horn, καθώς ούτε μπορεί να εκφραστεί σε διάζευξη λεκτικών.

3) $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge \neg B \wedge \neg C$

A	B	C	$\neg A$	$\neg B$	$\neg C$	$A \vee B$	$\neg A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge \neg B \wedge \neg C$
F	F	F	T	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F	F	T	F
F	T	F	T	F	T	T	T	F
F	T	T	T	F	F	T	T	F
T	F	F	F	T	T	T	F	F
T	F	T	F	T	F	T	T	F
T	T	F	F	F	T	T	F	F
T	T	T	F	F	F	T	T	F

Συμπεράσματα

Ό,τι ισχύει και για τη πρόταση του 2.

Συγκεκριμένα:

- Δεν είναι έγκυρη / ταυτολογία
- Είναι μη ικανοποιήσιμη
- Δεν έχει κανένα μοντέλο
- Δεν είναι σε μορφή Horn clause.

4) $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (B \vee C)$

A	B	C	¬A	A∨B	¬A∨C	B∨C	(A∨B)∧(¬A∨C)∧(B∨C)
F	F	F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	T	T	F
F	T	F	T	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	T	F
T	T	T	F	T	T	T	T

<u>Συμπεράσματα</u>

Έστω πρόταση φ για την οποία $\varphi \equiv (A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (B \vee C)$

Από το πίνακα αληθεία εξάγουμε το συμπέρασμα ότι η πρόταση φ δεν είναι έγκυρη ή ταυτολογία, καθώς $\exists$ ερμηνεία I, τέτοια ώστε να ισχύει $I(\varphi) = false$. Επίσης, η πρόταση φ είναι ικανοποιήσιμη, αφού $\exists$ μια ερμηνεία $I : I(\varphi) = true$, με συνέπεια να έχει και ένα τουλάχιστον μοντέλο (σελ. 258 στο βιβλίο AIMA). Τέλος, στη παρούσα μορφή του δεν είναι σε μορφή Horn. Παρόλαυτα, η μετατροπή του σε διάζευξη λεκτικών φέρει τη μορφή $(A \wedge C) \vee (\neg A \wedge B)$, που αυτή είναι.

Πρόβλημα 5

1. Αν πας στο γήπεδο σήμερα, θα έρθω μαζί σου αν δε βρέχει.

Q : Θα πάει στο γήπεδο
P : Θα έρθω μαζί σου
S : Θα βρέξει

Η παραπάνω πρόταση μπορεί να εκφραστεί και ως :
"Αν πας γήπεδο και δε βρέξει τότε θα έρθω μαζί σου"

Άρα : $(Q \land \neg S) \Rightarrow P$

2. Αν ο καιρός είναι καλός ή είμαι άρρωστος, δεν θα έρθω στο σχολείο

Q : Ο καιρός είναι καλός
P : Είμαι άρρωστος
S : Θα έρθω στο σχολείο

$(Q \lor P) \Rightarrow \neg S$

3. Ανεξάρτητα με το αν έρθει η Μαρία ή όχι, η Ελένη θα έρθει στο πάρτυ.

Q : Η Μαρία θα έρθει στο πάρτυ
P : Η Ελένη θα έρθει στο πάρτυ

$\Rightarrow (Q \lor \neg Q) \Rightarrow P$

4. Εκτος αν βελτιώσεις τις γνώσεις σου στον προγραμματισμό και αρχίσεις να διαβάζεις περισσότερο, δεν θα μπορέσεις να πάρεις το πτυχίο σου.

Q : Βελτιώνω τις γνώσεις μου στον προγραμματισμό
P : Αρχίσω να διαβάζω περισσότερο.
S : Θα πάρω πτυχίο.

$$(\neg Q \wedge \neg P) \Rightarrow \neg S$$

5. Αν υπάρχουν εξωγήινοι τότε βρίσκονται ήδη στη Γη ή η Γη δεν είναι ενδιαφέρων τουριστικός προορισμός.

Q : Υπάρχουν εξωγήινοι
P : Βρίσκονται ήδη στη Γη
S : Η Γη είναι ενδιαφέρων τουριστικός προορισμός

$$(Q \wedge \neg P) \Rightarrow S$$

Πρόβλημα 6

Έστω $KB \equiv A \wedge (B \Leftrightarrow C)$ και $a \equiv (A \wedge B) \Leftrightarrow (A \wedge C)$

Για να αποδείξω ότι η KB καλύπτει λογικά την a, δηλαδή ότι $KB \models a$, θα αποδείξω ότι η $KB \wedge \neg a$ είναι μη ικανοποιήσιμη.
Αυτό το αποδεικνύουμε επιχειρώντας να αποδείξουμε μια αντίφαση.

Αλγόριθμος Επίλυσης:

1. Πρώτα η $KB \wedge \neg a$ θα μετατραπεί σε μορφή CNF.
2. Έπειτα εφαρμόζεται ο κανόνας της ανάλυσης στις διαζευκτικές προτάσεις που προκύπτουν.

Μετατροπή σε CNF μορφή:

Για τη πρόταση $KB \equiv A \wedge (B \Leftrightarrow C)$

$$A \wedge (B \Leftrightarrow C) \rightsquigarrow A \wedge ((B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B))$$

$$\rightsquigarrow A \wedge ((\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \rightsquigarrow \underline{A \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)} \quad (\mathrm{I})$$

Ομοίως για την $\neg a \equiv \neg[(A \wedge B) \Leftrightarrow (A \wedge C)] \rightsquigarrow \ldots$

$$\rightsquigarrow \underline{A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee C)} \quad (\mathrm{II})$$

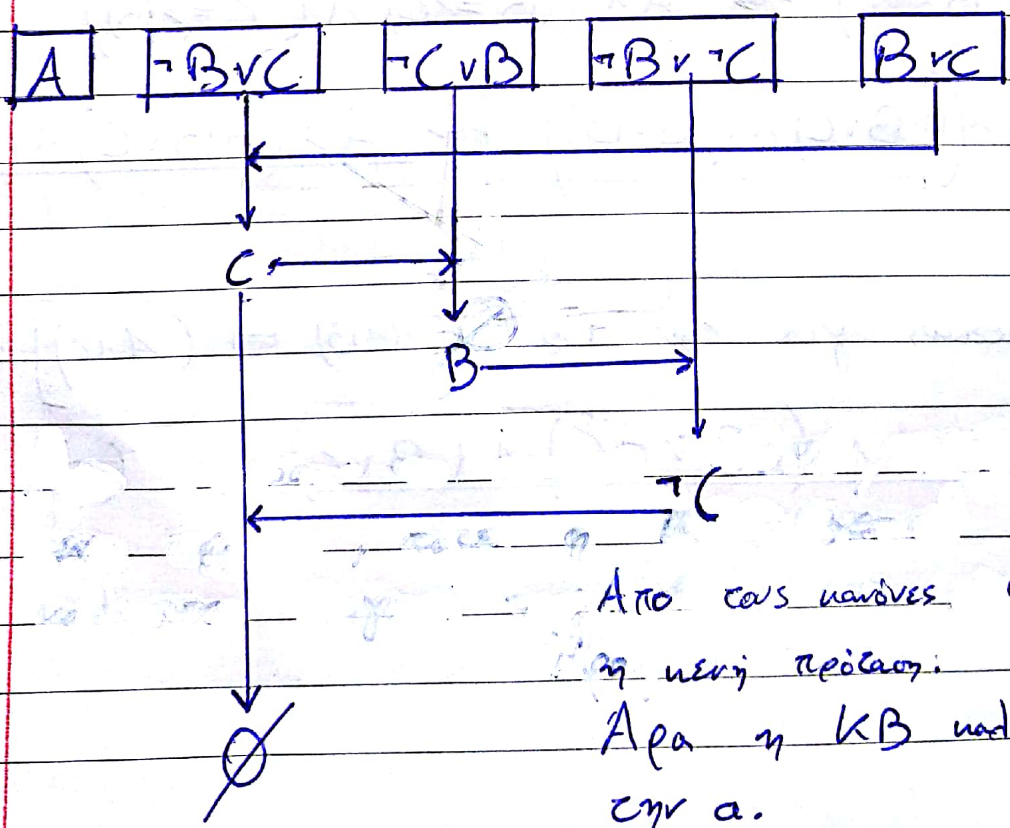
Απο (I), (II) η αρχική μας πρόταση γίνεται:

$$A \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee C),$$

εκφρασμένη πλέον σε μορφή CNF.

Τώρα, $\forall$ ζεύγος απο τα A, $\neg B \vee C$, $\neg C \vee B$, $\neg B \vee \neg C$, $B \vee C$ που περιέχει συμπληρωματικά λεκτικά αναλύεται για να παραχθεί μια νέα διαζευκτική πρόταση, η οποία προστίθεται στο σύνολο αν δεν υπάρχει ήδη.
Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις όσου να μην $\nexists$ νέες διαζευκτικές προτάσεις, οπότε η KB δεν καλύπτει λογικά την α, ή αλλιώς μια εφαρμογή του κανόνα της ανάλυσης να παράγει τη κενή πρόταση, οπότε η KB καλύπτει λογικά την α

Γραφική Αναπαράσταση



Απο τους κανόνες C, ¬C παράγεται η κενή πρόταση.
Άρα η KB καλύπτει λογικά την α.

Πρόβλημα 7

Σύμφωνα με το συντακτικό της προτασιακής λογικής των διαφανειών, τα επιτρεπτά σύμβολα είναι:

- Οι σταθερές True, False
- Το σύνολο P (αριθμήσιμο σύνολο προτασιακών συμβόλων $P_1, P_2, \ldots$)
- Οι λογικές σύνδεσμοι: $\neg$, $\land$, $\lor$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$
- Οι παρενθέσεις (,)

Συνεπώς, από τις εκφράσεις που δίνονται καλά ορισμένη πρόταση είναι μόνο η (A).
Για την $(A \rightarrow B)$, το σύμβολο $\rightarrow$ δεν ανήκει στο δοθέν συντακτικό. Όπως, ομοίως για τα σύμβολα $\equiv$, $\models$, $\bot$.