ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής
Εργαστήριο Διαχείρισης και Βέλτιστου Σχεδιασμού Δικτύων - NETMODE

Ηρώων Πολυτεχνείου 9, Ζωγράφου, 157 80 Αθήνα, Τηλ: 210.772.2503, Fax: 210.772.1452
URL *http://www.netmode.ntua.gr/*

Γραπτή Εξέταση στο Μάθημα "ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ"
6ο Εξάμηνο Ηλεκτρολόγων Μηχ. & Μηχ. Υπολογιστών

19.06.2017

Θέματα και Λύσεις

Θέμα 1^o (30 μονάδες)

Θεωρείστε απλό δίκτυο μεταγωγής πακέτων αποτελούμενο από δύο μεταγωγείς **1** και **2** με μια έξοδο ο καθένας συνδεδεμένους σε σειρά στο οποίο ισχύουν τα εξής:

1) Η γραμμή που συνδέει τους **1** και **2** είναι χωρητικότητας 100 Mbits/sec.
2) Η γραμμή που συνδέει τον **2** με την έξοδο του συστήματος είναι χωρητικότητας 10Mbits/sec.
3) Ο μεταγωγέας **1** με άπειρη χωρητικότητα αποθήκευσης πακέτων.
4) Ο μεταγωγέας **2** έχει χωρητικότητας 2 πακέτων συνολικά (μαζί με το υπό εξυπηρέτηση πακέτο).
5) Το μέσο μήκος πακέτου είναι 1000 bits.
6) Η διαδικασία άφιξης πακέτων στον μεταγωγέα **1** είναι Poisson με μέσο ρυθμό $\lambda = 10^4$ πακέτα/sec.
7) Οι εξυπηρετήσεις πακέτων στους δύο μεταγωγείς είναι ανεξάρτητες, με εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης.

Βρείτε τον μέσο χρόνο εξυπηρέτησης για πακέτο που διέρχεται το σύστημα από άκρο σε άκρο (είσοδο – έξοδο).

Ισχύει πως:

$\lambda = 10^4$ πακέτα/sec, $\mu_1 = \frac{C_1}{\mathrm{E}(L)} = 10^5$ πακέτα/sec, $\mu_2 = \frac{C_2}{\mathrm{E}(L)} = 10^4$ πακέτα/sec

Επίσης ισχύει: $\mathrm{E}(T) = \mathrm{E}(T_1) + \mathrm{E}(T_2)$

Το σύστημα (1) αναλύεται σαν ουρά M/M/1 και ισχύει πως:

$$E(T_1) = \frac{1}{\mu_1 - \lambda} = \frac{10^{-4}}{9} \text{ sec}$$

Από το Θεώρημα του Burke η διαδικασία εξόδου πακέτων από το σύστημα (1) και άρα η είσοδος στο (2) είναι Poisson. Επομένως το σύστημα (2) μπορεί να θεωρηθεί ουρά M/M/1/2 και άρα ισχύει πως:

$$E(T_2) = \frac{E(n_2)}{\gamma_2} = \frac{0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P(2)}{\lambda(1 - P_{bl})}$$

Από τις εξισώσεις ισορροπίας έχουμε πως:

$\lambda\, P_0 = \mu_2\, P_1$, $\lambda\, P_1 = \mu_2\, P_2$,

Επίσης ισχύει πως: $P_0 + P_1 + P_2 = 1$, και για $\mu_2 = \lambda$:

$$P_0 = P_1 = P_2 = \frac{1}{3}, \qquad P_{bl} = P_2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{Άρα } E(T_2) = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

Ο μέσος χρόνος εξυπηρέτησης για ένα τυχαίο πακέτο είναι:

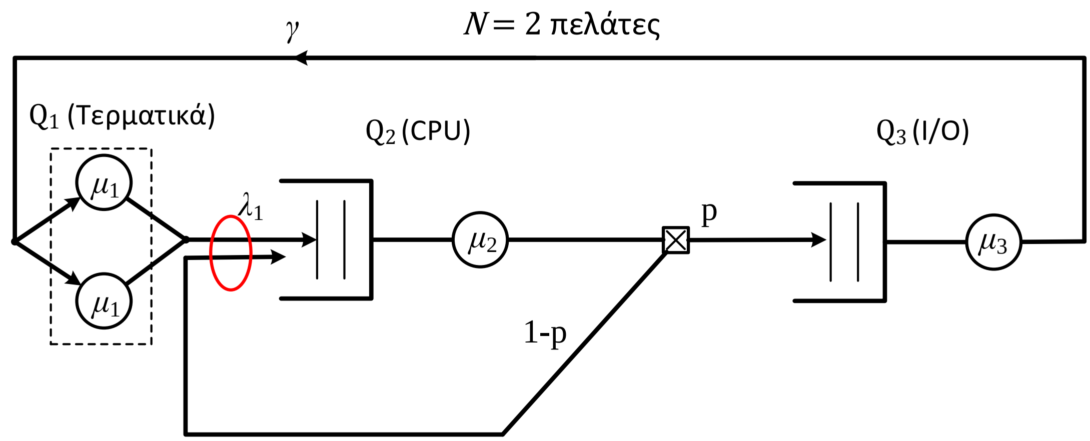
$$E(T) \cong 1.611\ 10^{-4} \text{ sec}$$

Θέμα 2^{ο} (50 μονάδες)

Θεωρείστε ένα υπολογιστικό σύστημα που εξυπηρετεί εντολές προερχόμενες από δυο ενεργά τερματικά (παράθυρα). Ένα απλό μοντέλο του συστήματος παρατίθεται στο σχήμα που ακολουθεί σαν κλειστό δίκτυο τριών ανεξαρτήτων υποσυστημάτων. Το υποσύστημα δυο τερματικών Q_1, το υποσύστημα επεξεργασίας (CPU) Q_2, και το υποσύστημα I/O Q_3. Μετά την ολοκλήρωση εξυπηρέτησης (CPU και I/O) οι εντολές επανέρχονται σαν απαντήσεις σε όποιο παράθυρο είναι διαθέσιμο το οποίο καταθέτει νέα εντολή μετά από παρέλευση τυχαίας καθυστέρησης (thinking time).

Θεωρείστε τις ακόλουθες παραδοχές:

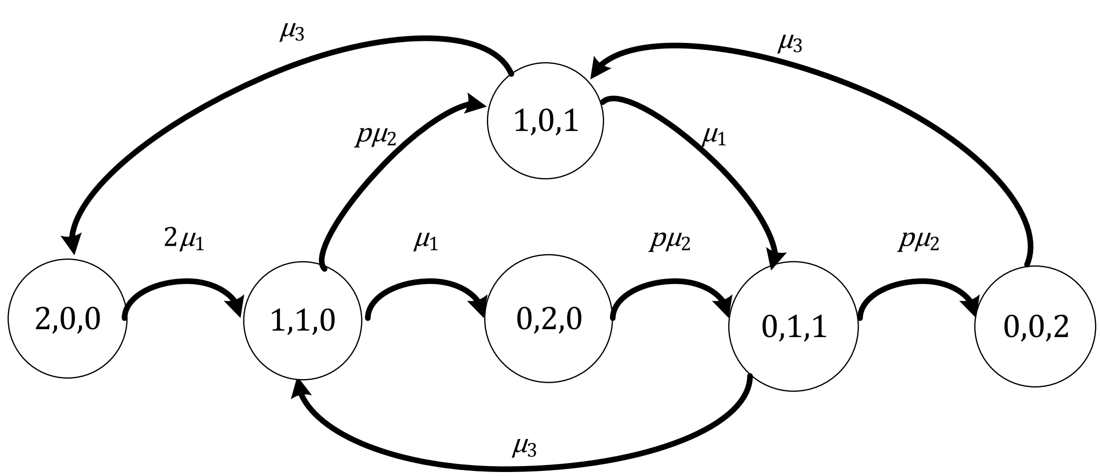
1) Κάθε εντολή για να εξυπηρετηθεί χρειάζεται έναν τυχαίο αριθμό τεμαχίων (CPU quanta), το καθένα με ανεξάρτητες εκθετικές απαιτήσεις εξυπηρέτησης. Κατά μέσο όρο μια εντολή απαιτεί 2 επιπλέον εξυπηρετήσεις (ανάδραση) τεμαχίων πέραν της αρχικής προτού εξέλθει από το υποσύστημα επεξεργασίας. Συνολικά μια εντολή χρειάζεται 3 CPU quanta (τεμάχια) κατά μέσο όρο. Η συνολική επεξεργασία εντολών (CPU) αναπαρίσταται με μια ουρά με εκθετική εξυπηρέτηση μέσου ρυθμού $\mu_2 = 3$ τεμάχια/sec. Η ανάδραση τεμαχίων γίνεται με πιθανότητα 1 – p.
2) Το υποσύστημα I/O αναπαρίσταται με μια ουρά με εκθετική εξυπηρέτηση μέσου ρυθμού $\mu_3 = 1$ εντολή/sec.
3) Τα δύο ενεργά παράθυρα εισάγουν εκθετική καθυστέρηση (thinking time) $1/\mu_1 = 1$ sec κατά μέσο όρο, από την στιγμή της απόκρισης μέχρι την κατάθεση νέας εντολής.



Βρείτε:

A) Το διάγραμμα μεταβάσεων στην εργοδική κατάσταση και τις εξισώσεις ισορροπίας.

Η κατάσταση του συστήματος δίνεται από το διάνυσμα $\boldsymbol{n} = (n_1, n_2, n_3)$ όπου n_k αριθμός πελατών στο υποσύστημα $k, k = 1,2,3$ και $n_1 + n_2 + n_3 = 2$. Οι δυνατές μεταβάσεις και οι μέσοι ρυθμοί στην εργοδική κατάσταση περιγράφονται στο κατωτέρω διάγραμμα:



Με $P(n_1, n_2, n_3)$ τις εργοδικές πιθανότητες των καταστάσεων οι εξισώσεις ισορροπίας μεταβάσεων στο διάγραμμα μεταβάσεων δίνουν:

$$2\mu_1 P(2,0,0) = \mu_3 P(1,0,1)$$

$$\mu_3 P(0,0,2) = p\mu_2 P(0,1,1)$$

$$p\mu_2 P(0,2,0) = \mu_1 P(1,1,0)$$

$$(\mu_1 + p\mu_2)P(1,1,0) = 2\mu_1 P(2,0,0) + \mu_3 P(0,1,1)$$

$$(\mu_3 + p\mu_2)P(0,1,1) = \mu_1 P(1,0,1) + p\mu_2 P(0,2,0)$$

Επίσης ισχύεις πως: $P(2,0,0) + P(1,1,0) + P(1,0,1) + P(0,2,0) + P(0,1,1) + P(0,0,2) = 1$ και για τις δεδομένες τιμές των μ_1, μ_2, μ_3, p προκύπτει πως:

$$P(2,0,0) = \frac{1}{11}, P(1,1,0) = P(1,0,1) = P(0,2,0) = P(0,1,1) = P(0,0,2) = \frac{2}{11}$$

Β) Τη ρυθμαπόδοση (throughput) του συστήματος $\boldsymbol{\gamma}$ (μέση διεκπεραίωση εντολών ανά sec).

$$\gamma = \mu_3[1 - P(2,0,0) - P(0,2,0) - P(1,1,0)] = \frac{6}{11}$$

Γ) Το μέσο χρόνο που απαιτείται για την επεξεργασία μια εντολής.

Μέσος αριθμός εντολών στα τερματικά: $\mathrm{E}(n_1) = 1[P(1,1,0) + P(1,0,1)] + 2P(2,0,0) = {}^{6}/_{11}$

Μέσος αριθμός εντολών στην CPU και I/O: $\mathrm{E}(n_2) + \mathrm{E}(n_3) = 2 - \mathrm{E}(n_1) = {}^{16}/_{11}$

Από τον τύπο του Little ο μέσος χρόνος επεξεργασίας είναι: $\mathrm{E}(T) = [2 - \mathrm{E}(n_1)]/\gamma = 16/6$ sec