

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

*ΣΥΝΘΕΣΗ*  
*ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ*  
*ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ*  
*ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ*

**ΕΡΓΑΣΙΑ #1,#2,#3,#4**

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : ΠΑΠΠΑΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ**

**A.E.M. : 8391**

## Περιεχόμενα

<b>Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατού φίλτρων .....</b>	<b>3</b>
A. Σχεδίαση Φίλτρου .....	3
A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς .....	3
A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς .....	6
A.3. Ρύθμιση Κέρδους .....	11
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB .....	13
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM .....	19
<b>Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων .....</b>	<b>26</b>
A. Σχεδίαση Φίλτρου .....	26
A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς .....	26
A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς .....	32
A.3. Ρύθμιση Κέρδους .....	40
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB .....	42
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM .....	47
<b>Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων .....</b>	<b>59</b>
A. Σχεδίαση Φίλτρου .....	59
A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς .....	59
A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς .....	64
A.3. Ρύθμιση Κέρδους .....	73
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB .....	75
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM .....	80
<b>Εργασία #3 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων .....</b>	<b>92</b>
A. Σχεδίαση Φίλτρου .....	92
A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς .....	92
A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς .....	94
A.3. Ρύθμιση Κέρδους .....	97
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB .....	99
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM .....	103

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

## Εργασία #1: Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

### ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSEV

Θα σχεδιάσουμε ένα κατωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές:

$$f_p = 4.4 \text{ kHz}$$

$$f_s = 7.48 \text{ kHz}$$

$$a_{min} = 28 \text{ dB}$$

$$a_{max} = 0.25 \text{ dB}$$

### A. Σχεδίαση Φίλτρου

#### A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα μετατρέψουμε τις παραπάνω συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_p = 2\pi \cdot f_p = 27646.01535 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi \cdot f_s = 46998.22610 \text{ rad/sec}$$

Υπολογίζουμε την τάξη του φίλτρου.

Κανονικοποιούμε την κυκλική συχνότητα  $\omega_s$ , ώστε  $\Omega_s = 1 \text{ rad/sec}$ .

Για  $\Omega_s = 1 \text{ rad/sec}$ , έχουμε  $\Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 0.58824 \text{ rad/sec}$ .

$$n = \left\lceil \frac{\cosh^{-1} \left[ \left( 10^{a_{min}/10} - 1 \right) / \left( 10^{a_{max}/10} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\cosh^{-1} \left( \frac{1}{\Omega_p} \right)} \right\rceil = [4.74434] \Rightarrow n = 5$$

Στρογγυλοποιούμε το  $n$  στην πιο κοντινή και μεγαλύτερη ακέραια τιμή έτσι ώστε να υπερκαλύπτονται οι προδιαγραφές του φίλτρου.

### **n = 5**

Υπολογίζουμε τις παραμέτρους  $\varepsilon$  και  $\alpha$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{(10^{a_{\min}/10} - 1)}} = 0.03984$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.78312$$

Υπολογίζουμε την Συχνότητα Ημίσειας Ισχύος (3 dB).

$$\omega_{hp\_IC} = 1/\omega_{hp\_C} = 1/\cosh \left( \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right) = 0.75607 \text{ rad/sec} < 1$$

Προφανώς,  $\omega_{hp\_IC} < 1$ , διότι είναι  $\omega_{hp\_C} > 1$ .

Πόλοι του αντίστοιχου φίλτρου *Chebyshev*:

Οι γωνίες Butterworth για  $n=5$  είναι  $\psi_k = 0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$  και οι πόλοι του φίλτρου *Chebyshev* υπολογίζονται από τους τύπους:

$$p_k = -\sigma_k \pm j\omega_k \text{ όπου } -\sigma_k = \sinh(\alpha) \cdot \cos(\psi_k) \text{ και } \omega_k = \cosh(\alpha) \cdot \sin(\psi_k)$$

Άρα οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev είναι:

<b>k</b>	<b><math>-\sigma_k</math></b>	<b><math>\pm j\omega_k</math></b>	<b><math> p_k _c</math></b>	<b><math>\arg(p_k)_c</math></b>
1	0.86566	0	0.86566	$180^\circ$
2	0.70033	0.77742	1.04635	$132.01375^\circ$
3	0.26750	1.25790	1.28603	$102.00545^\circ$

Τα  $\arg(p_k)_c$  υπολογίζονται από τον τύπο:

$$\arg(p_k)_c = \tan^{-1}(\omega_{k\_c} / \sigma_k) = \begin{cases} \tan^{-1} \left( \frac{\omega_k}{\sigma_k} \right) + \pi, & \text{για } \sigma_k < 0 \text{ και } \omega_k > 0 \\ \tan^{-1} \left( \frac{-\omega_k}{\sigma_k} \right) - \pi, & \text{για } \sigma_k < 0 \text{ και } -\omega_k < 0 \end{cases}$$

Αντιστρέφω τους πόλους του  $\varphi$ . *Chebyshev* και παίρνω τους πόλους του *Inverse Chebyshev*

$$p_k = |p_k| \cdot e^{\pm \arg(p_k)}$$

$$p_{k\_IC} = 1 / p_k = e^{\pm \arg(p_k)} / |p_k|$$

$$= [\cos(\arg(p_k)_c) \pm j \cdot \sin(\arg(p_k)_c)] / |p_k| = \begin{bmatrix} -1.15519 \\ -0.63966 \pm j0.71007 \\ -0.16174 \pm j0.76058 \end{bmatrix}$$

Οι πόλοι των  $p_k$  (Chebyshev) και  $p_{k\_IC}$  (Inverse Chebyshev) έχουν ίδιο Q.

$$Q = \frac{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}{2\sigma_k} = Q_{IC} = Q_C = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.74704 \\ 2.40383 \end{bmatrix}$$

$$\text{Το μέτρο των πόλων του } \phi. \text{ Chebyshev είναι } \Omega_{0_{k\_C}} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = \begin{bmatrix} 0.86566 \\ 1.04635 \\ 1.28603 \end{bmatrix}$$

Επομένως, οι πόλοι του Inverse Chebyshev θα είναι:

$$\Omega_{0_{k\_IC}} = 1 / \Omega_{0_{k\_C}} = |p_{k\_IC}| = \begin{bmatrix} 1.15519 \\ 0.95570 \\ 0.77759 \end{bmatrix}$$

$$\text{και το κανονικό μέτρο των πόλων θα είναι } \omega_{0_{k\_IC}} = \Omega_{0_{k\_IC}} \cdot \omega_s = \begin{bmatrix} 54291.88089 \\ 44916.20468 \\ 36545.35063 \end{bmatrix}$$

Οι πόλοι του  $\phi$ . Inverse Chebyshev είναι:

k	$-\sigma_k$	$\omega_k$	$\Omega_k$	$\omega_o$	Q
1	1.15519	0	1.15519	54291.88089	0.5
2	0.63966	0.71007	0.95570	44916.20468	0.74704
3	0.16174	0.76058	0.77759	36545.35063	2.40383

*Υπολογίζουμε τα μηδενικά του Inverse Chebyshev*

$$\Omega_z = \sec\left(\frac{k \cdot \pi}{2 \cdot n}\right), \text{ με } k = 1, 3, 5, \dots$$

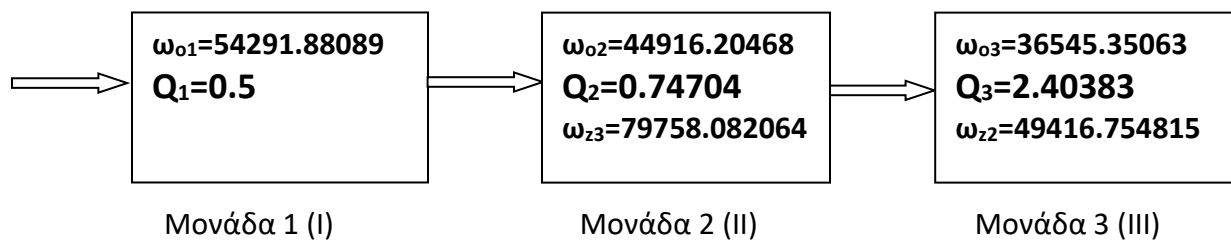
Οι πραγματικές τιμές των μηδενικών είναι

$$\omega_z = \Omega_z \cdot \omega_s$$

### Μηδενικά του Inverse Chebyshev

<b>k</b>	<b><math>\Omega_z</math></b>	<b><math>\omega_z</math></b>
1	1.05146	49416.754815
3	1.69704	79758.082064

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιήσουμε θα αποτελείται από τρεις μονάδες, δύο 2<sup>ης</sup> τάξης και μία 1<sup>ης</sup> τάξης, οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.

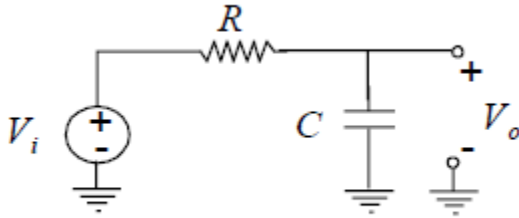


### A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά  $\omega_o=1$  για όλες τις μονάδες και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση. Η κλιμακοποίηση θα γίνει έτσι ώστε το φίλτρο να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή 0.1μF.

### ΜΟΝΑΔΑ ( I )

Αυτή η μονάδα είναι 1<sup>ης</sup> τάξης άρα θα χρησιμοποιήσουμε ένα απλό Low Pass φίλτρο.



Θα πρέπει ο πόλος  $\omega_{o1} = 1/RC$ .

Θέτουμε  $C = 0.1\mu F$  άρα  $R = 1$ .

### Κλιμακοποίηση

Επειδή  $\omega_o = 54291.88089 \text{ rad/sec}$ , τότε  $k_f = 54291.88089$  και θέλω  $C_{real} = 0.1\mu F$

Έχουμε,  $C_{real} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 184$  και  $R_{real} = R \cdot k_m$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

**$R = 184 \Omega$**

**$C = 0.1 \mu F$**

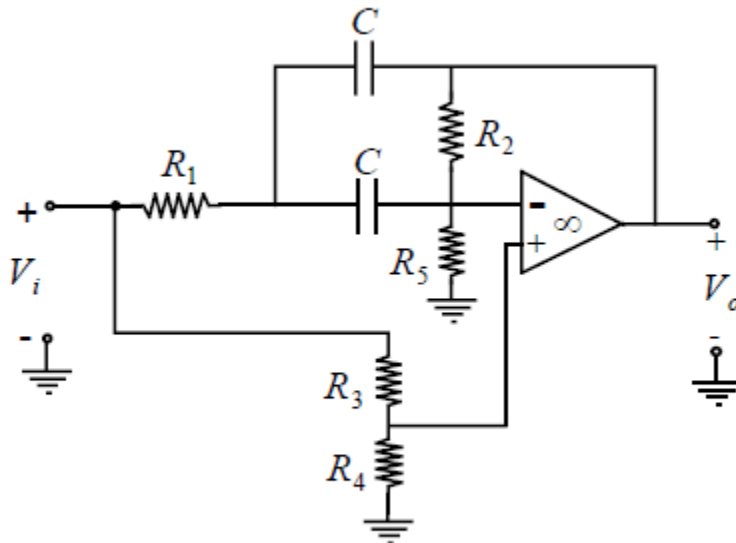
Η Συνάρτηση Μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_1 = \frac{\omega_{o1}}{s + \omega_{o1}} = \frac{1}{s + 1}$$

## ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Αυτή η μονάδα είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα LPN 7.23

Αφού έχω θέσει  $\omega_0=1\text{rad/sec}$  τότε  $\omega_z = 79758.082064/44916.20468 \Rightarrow \underline{\omega_z=3.3287\text{rad/sec}}$



Σχ. 7.23

$$\text{Θέτω } R_1 = 1$$

$$R_2 = 4Q^2 = 2.2323$$

$$R_3 = \frac{\omega_z^2}{2Q^2} = 2.8250$$

$$R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4Q^2}{\omega_z^2 - 1} = 1.0368$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.6693$$

$$k_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0.2614 \quad (\text{κέρδος στις υψηλές συχνότητες})$$



### Κλιμακοποίηση

Εχουμε  $\omega_{02} = k_f = 44916.20468 \text{ rad/sec}$  και θέλουμε ένα πυκνωτή στα  $0.1\mu\text{F}$ .

$$C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 149 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 149 \, \Omega$$

$$R_2 = 332.6 \, \Omega$$

$$R_3 = 420.9 \, \Omega$$

$$R_4 = 149 \, \Omega$$

$$R_5 = 154.5 \, \Omega$$

$$C_1 = 0.1\mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.1\mu\text{F}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς της δεύτερης μονάδας είναι:

$$T_2(s) = \frac{s^2 + \omega_{z3}^2}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_2}s + \omega_{02}^2}$$

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Αυτή η μονάδα είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα LPN 7.23

Αφού έχω θέσει  $\omega_0=1\text{rad/sec}$  τότε  $\omega_z = 49416.754815/36545.35063 \Rightarrow \underline{\omega_z=1.3522\text{rad/sec}} > 1$

Ομοίως με τη Μονάδα 2 ακολουθώ τα ίδια βήματα για να ωρώ τις τιμές των R και C.

$$\Theta\acute{\epsilon}\tau\omega R_1 = 1$$

$$R_2 = 4Q^2 = 23.1134$$

$$R_3 = \frac{\omega_z^2}{2Q^2} = 0.158215$$

$$R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4Q^2}{\omega_z^2 - 1} = 27.9$$

$$C = \frac{1}{2Q} = 0.2080$$

$$k_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0.86715 \quad (\text{κέρδος στις υψηλές συχνότητες})$$

### Κλιμακοποίηση

Έχουμε  $\omega_{03} = k_f = 36545.35063 \text{ rad/sec}$  και θέλουμε ένα πυκνωτή στα  $0.1\mu\text{F}$ .

$$C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 57 \quad \text{και} \quad R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 57 \, \Omega$$

$$R_2 = 1315 \, \Omega$$

$$R_3 = 9 \, \Omega$$

$$R_4 = 57 \, \Omega$$

$$R_5 = 1587.5 \, \Omega$$

$$C_1 = 0.1\mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.1\mu\text{F}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς της τρίτης μονάδας είναι:

$$T_3(s) = \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_3}s + \omega_{03}^2}$$

### A.3. Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 0 dB ή 1. Ξέρω ότι το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες ( $s \rightarrow 0$ ) είναι

$$A = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \left(\frac{\omega_{z3}}{\omega_{o2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega_{z2}}{\omega_{o3}}\right)^2 = 1.306835$$

Για να πετύχω το επιθυμητό κέρδος προσθέτω ένα τελεστικό ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος

$$K = K_d / A = 1 / 1.306835 = 0.76521$$

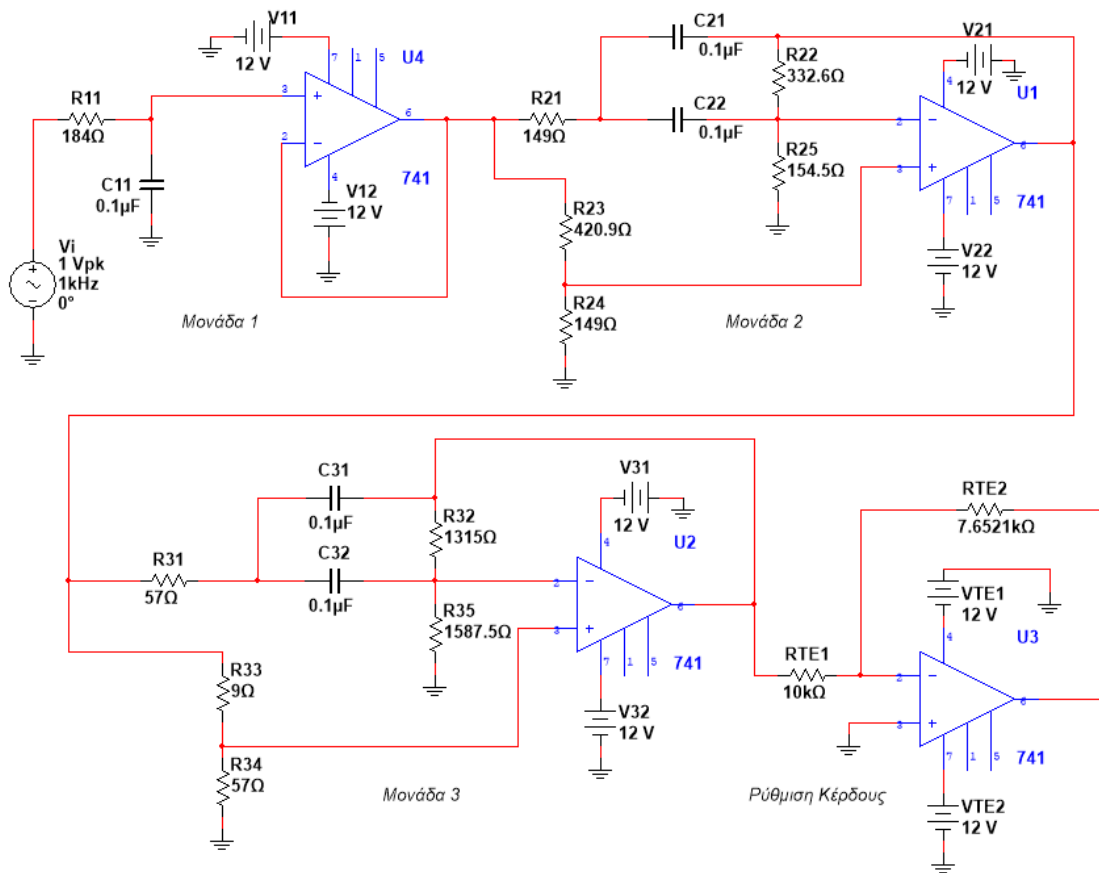
$$\text{Θέτω } R_{TE1} = 10 \text{ k}\Omega \text{ άρα } R_{TE2} = 7.6521 \text{ k}\Omega$$

### Συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς

$$T = K \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3$$

$$T = 0,76521 * \frac{54291.88089}{s+54291.88089} * \frac{s^2+79758.082064^2}{s^2+\frac{44916.20468}{0.74704}s+44916.20468^2} * \frac{s^2+49416.754815^2}{s^2+\frac{36545.35063}{0.74704}s+36545.35063^2}$$

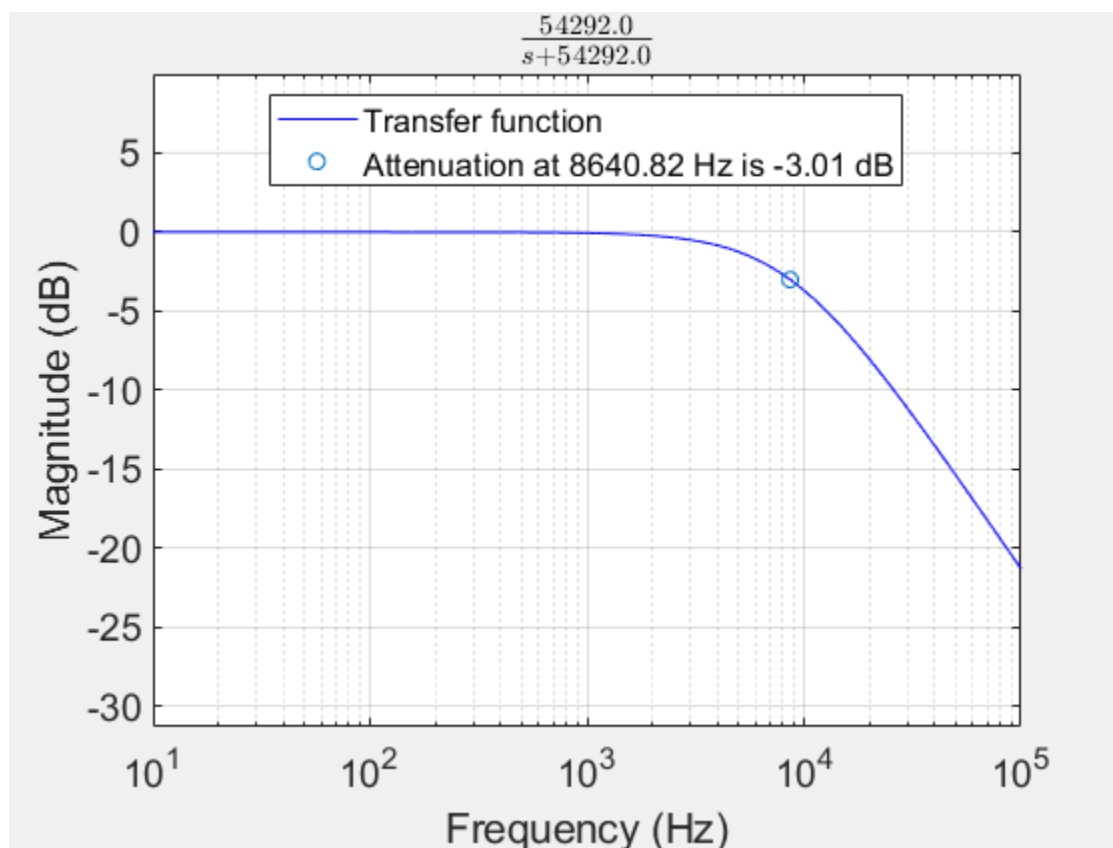
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες. Τέλος, φαίνεται και η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



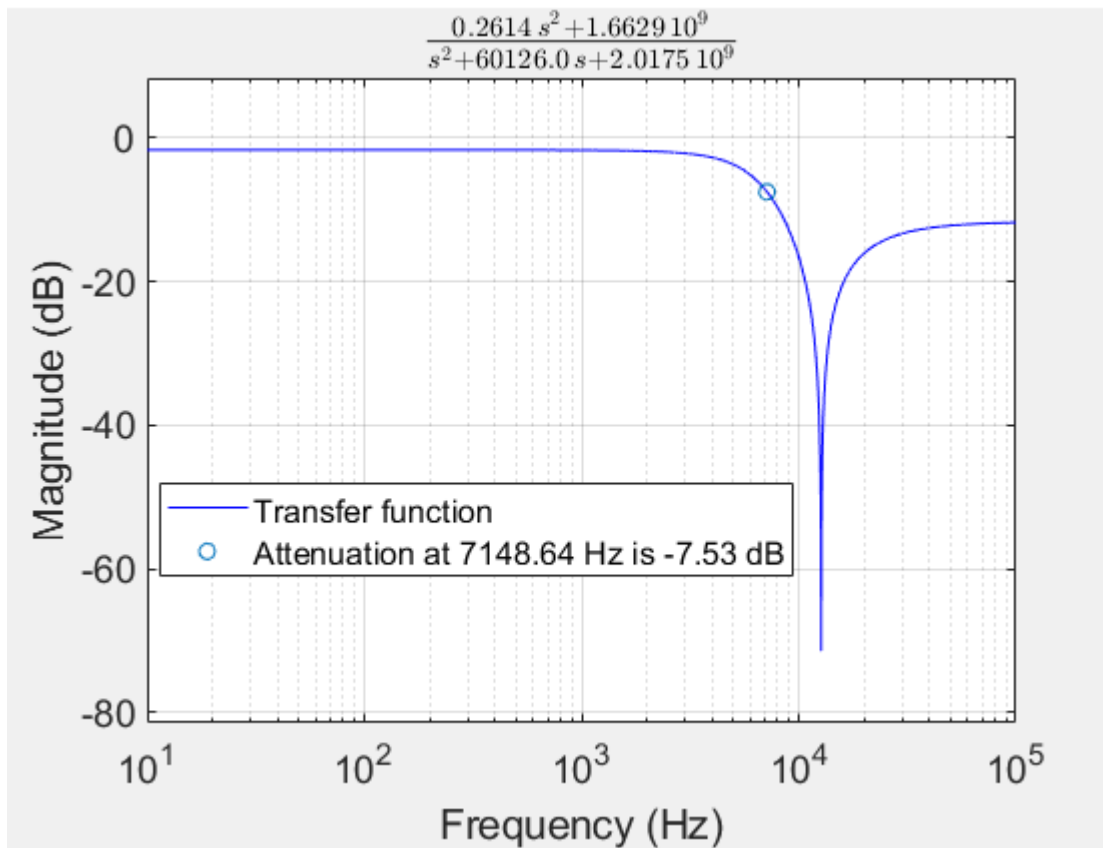
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων που υλοποιούν το φίλτρο και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Τα παρακάτω διαγράμματα δημιουργήθηκαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `plot_transfer_function.m` που δόθηκε στην εκφώνηση, με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

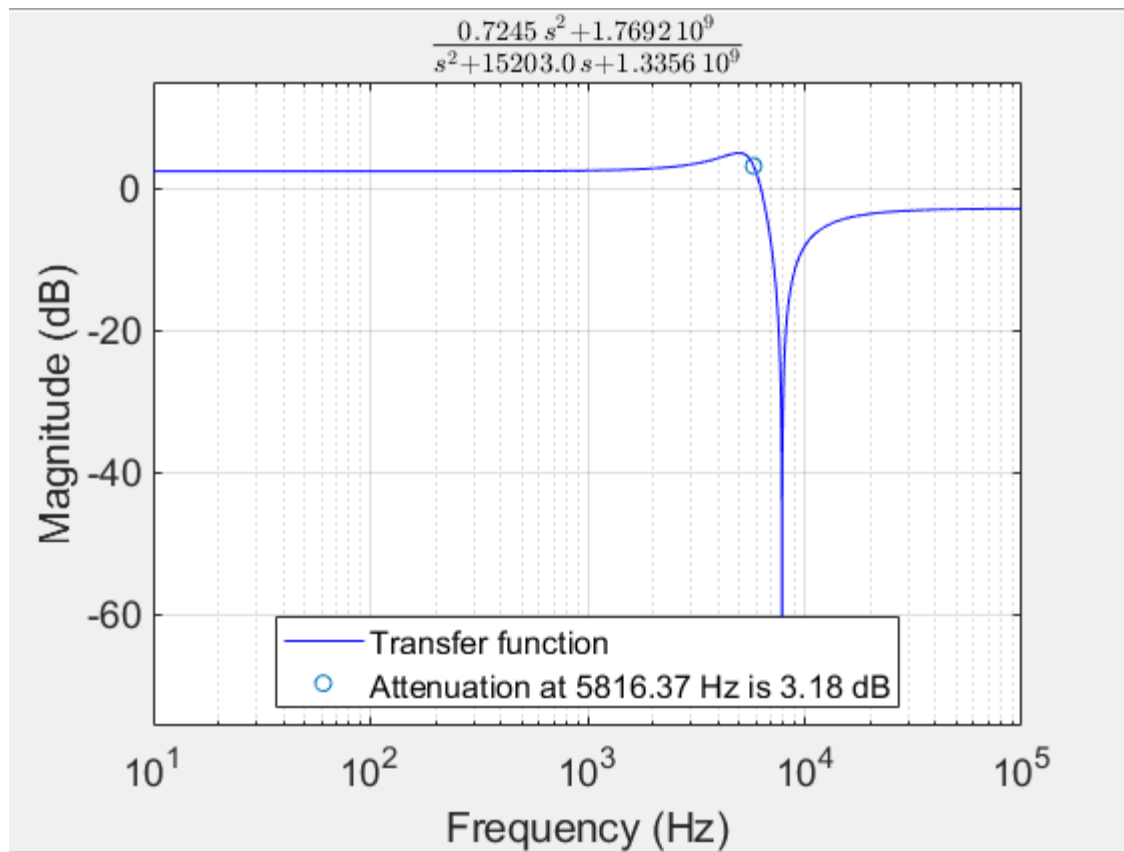
1<sup>η</sup> Μονάδα: Απλό Κατωδιαβατό φίλτρο RC



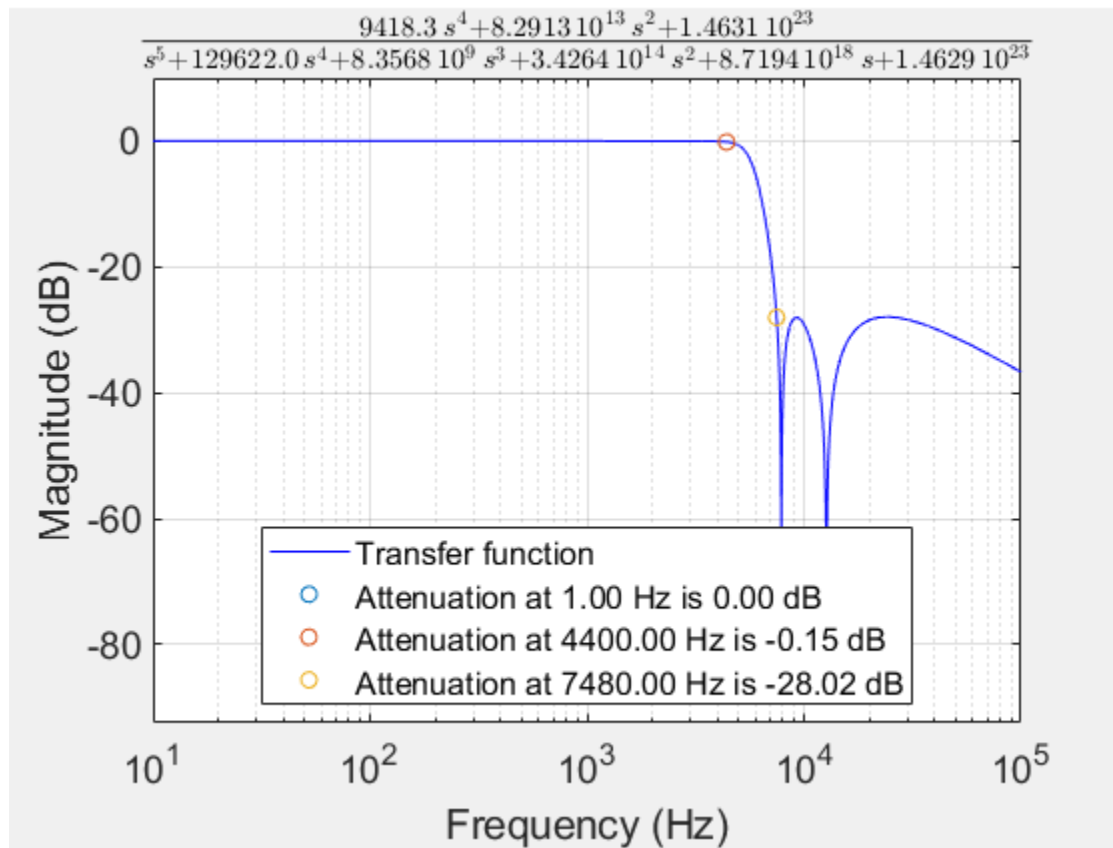
2<sup>η</sup> Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο Low Pass Notch (LPN) 7.23



3<sup>η</sup> Μονάδα: Κατωδιαβατό φίλτρο Low Pass Notch (LPN) 7.23

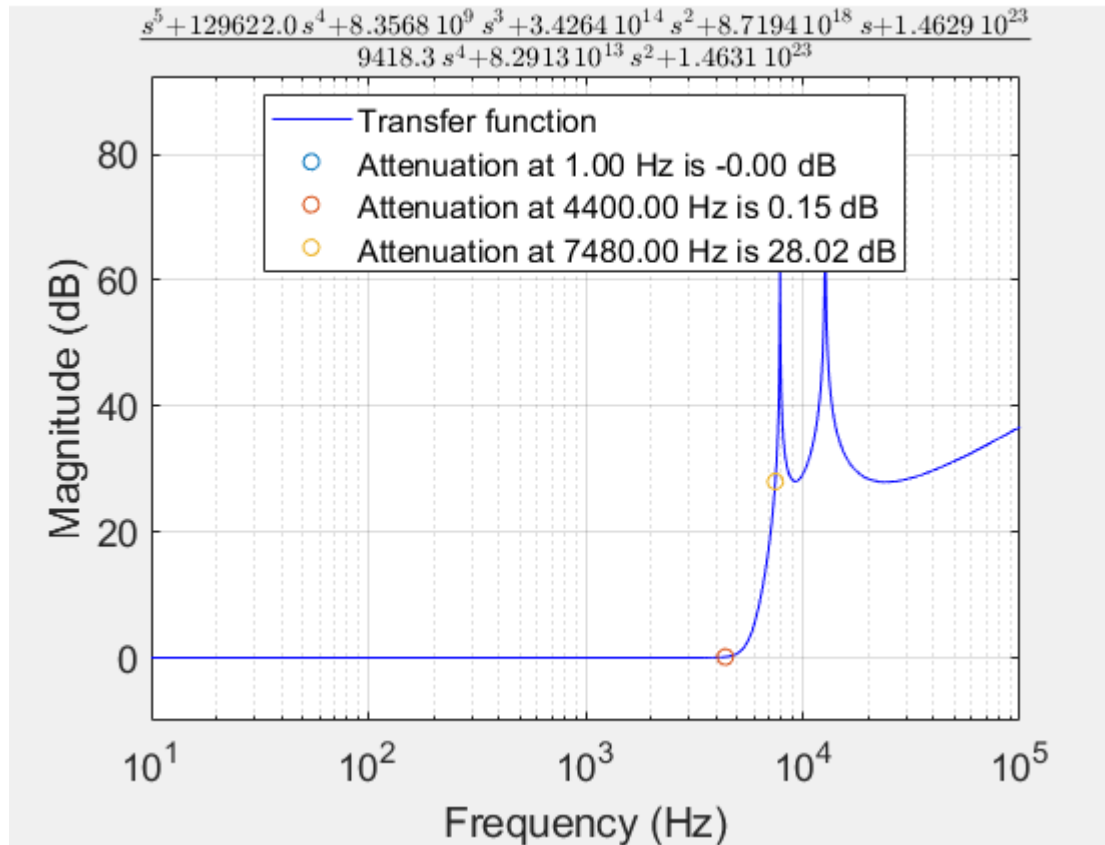


Συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας





Συνάρτηση Απόσβεσης σε dB της συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας



### Προδιαγραφές

- $||@dc| - |@f_p|| < a_{\max}$   
 $|0 - 0.15| < 0.25$   
 $0.15 < 0.25$  Ισχύει!

Πιάνουμε την πρώτη προδιαγραφή.

- $||@dc| + |@f_s|| > a_{\min}$   
 $|0 + 28.02| > 28$   
 $28.02 > 28$  Ισχύει!

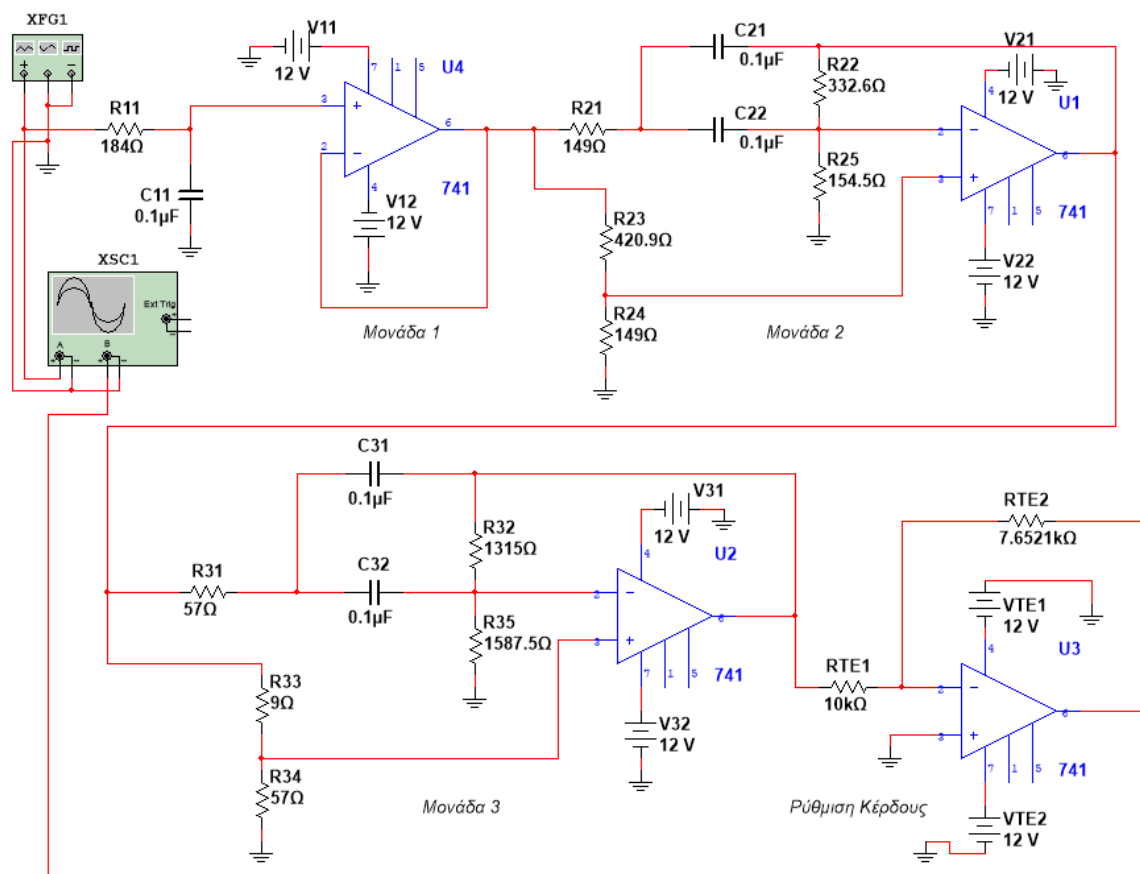
Πιάνουμε και τη δεύτερη προδιαγραφή.

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p = 4.4$  kHz και την  $f_s = 7.48$  kHz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληρεί τις προδιαγραφές, αφού στην συχνότητα  $f_p$  η απόσβεση είναι  $0.15 \text{ dB} < a_{\max}$  και η απόσβεση στην  $f_s$  είναι  $28.02 \text{ dB} > a_{\min}$ .

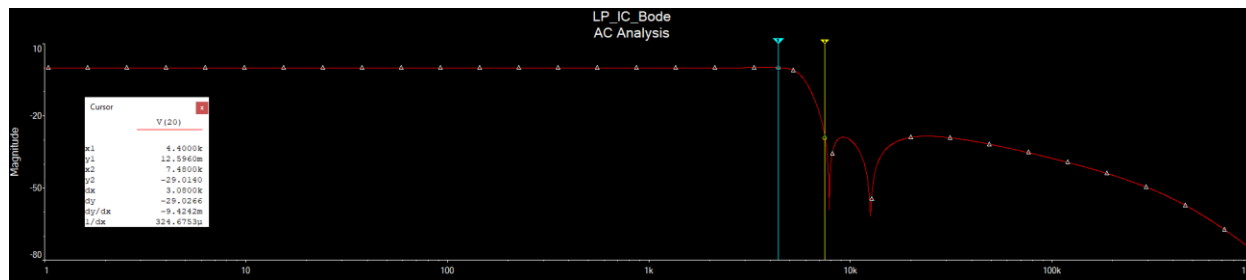
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν το κύκλωμα που κατασκευάσαμε, υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας. Στη συνέχεια, μελετάμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

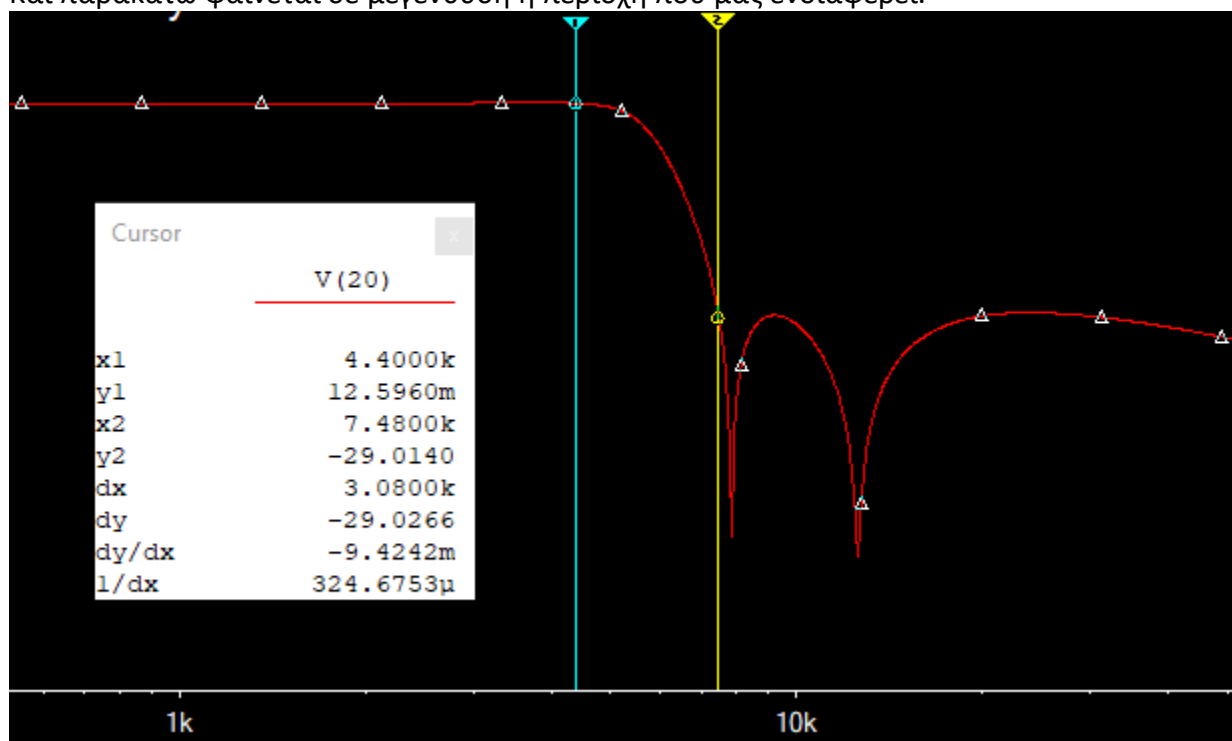
Εισάγουμε τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου.



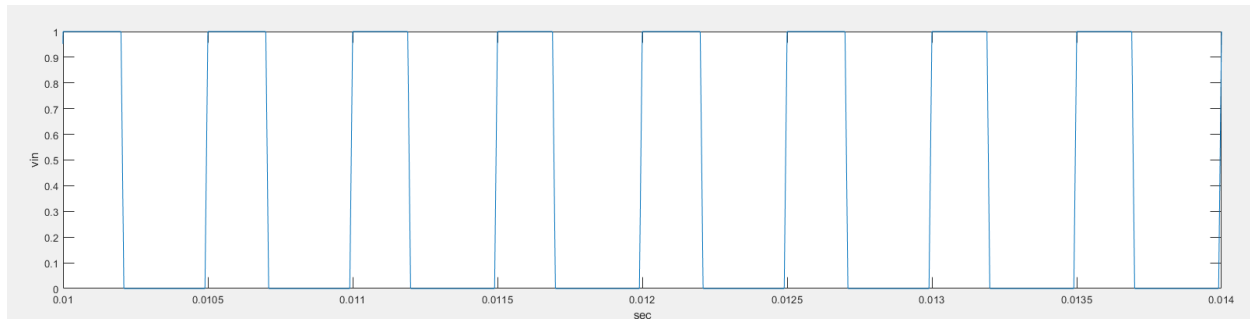
Και παρακάτω φαίνεται σε μεγένθυση η περιοχή που μας ενδιαφέρει.



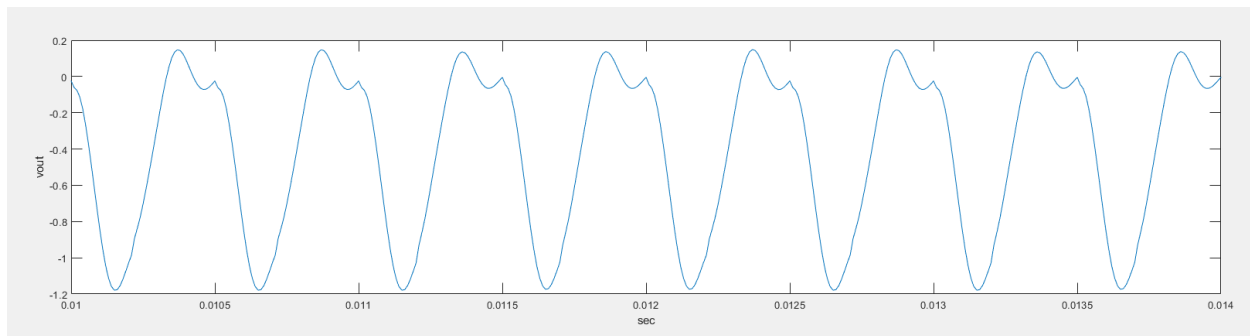
Από το παραπάνω διάγραμμα φαίνεται πως το κύκλωμα ικανοποιεί τις προδιαγραφές της σχεδίασης αφού στην  $f_p$  έχουμε κέρδος 0.0126 dB και στην  $f_s$  η απόσβεση είναι -29.014 dB και στο dc είναι -0.0363 dB. Επομένως, και οι δύο προδιαγραφές καλύπτονται γιατί  $0.0237 < 0.25$  και  $28.977 > 28$  αντίστοιχα. Και από το παραπάνω σχήμα φαίνεται πως το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι 0.0363 dB που ικανοποιεί την προδιαγραφή το φίλτρο να έχει κέρδος 0 dB στις χαμηλές συχνότητες.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια περιοδική πηγή διέγερσης, ένα τετραγωνικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα  $2\text{ kHz}$ , πλάτος  $1\text{ V}$  και  $\tau = 40\%$ . Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και στην έξοδο και παράγουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

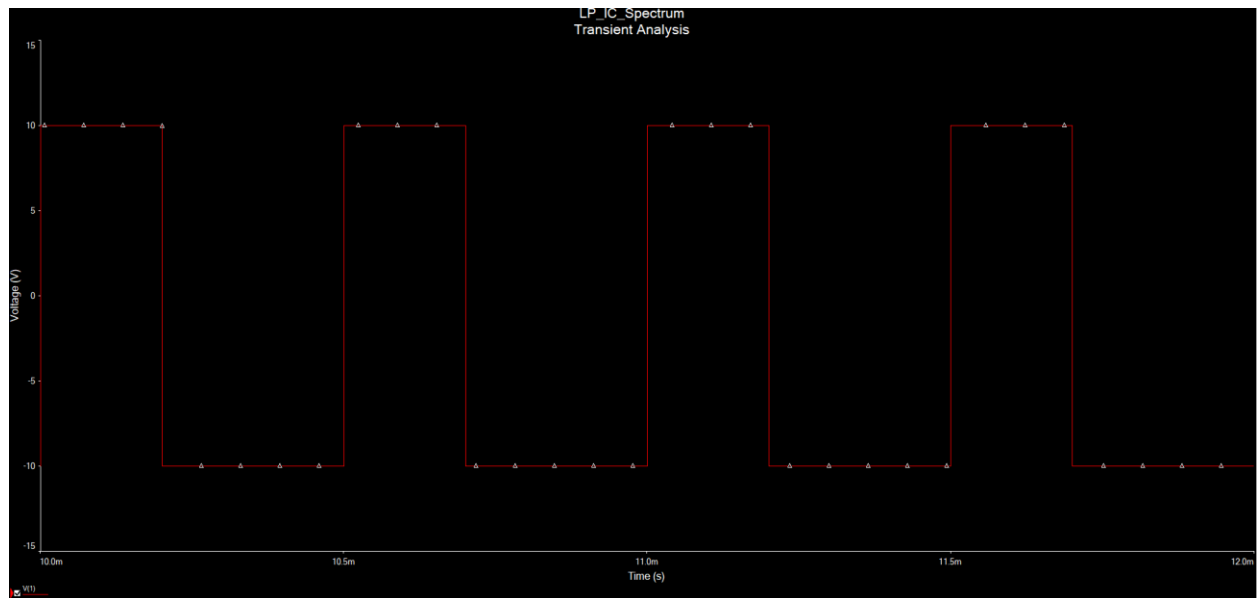
Σήμα εισόδου – MATLAB:



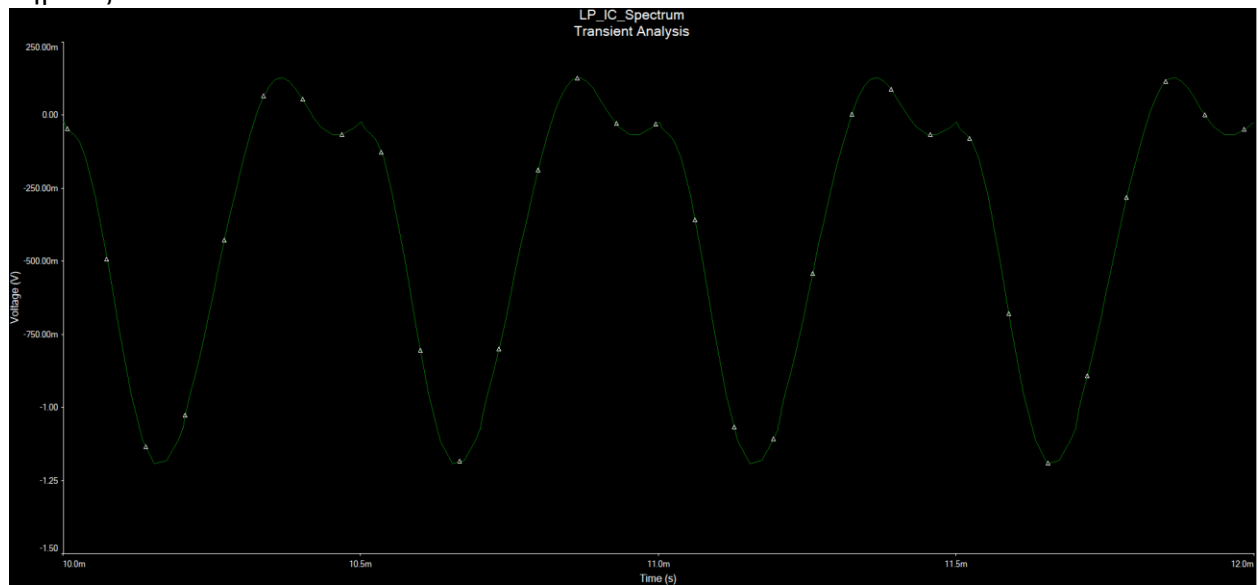
Σήμα εξόδου – MATLAB:



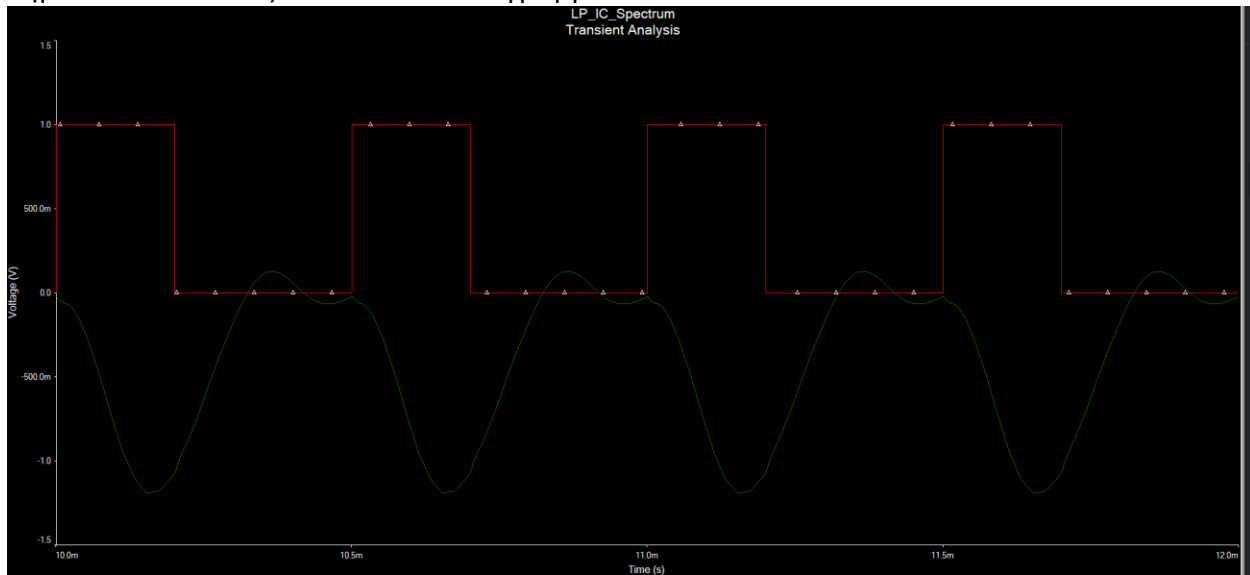
### Σήμα Εισόδου - MYLTISIM:



### Σήμα Εξόδου - MULTISIM:



Σήμα Εισόδου και Εξόδου στο ίδιο διάγραμμα:



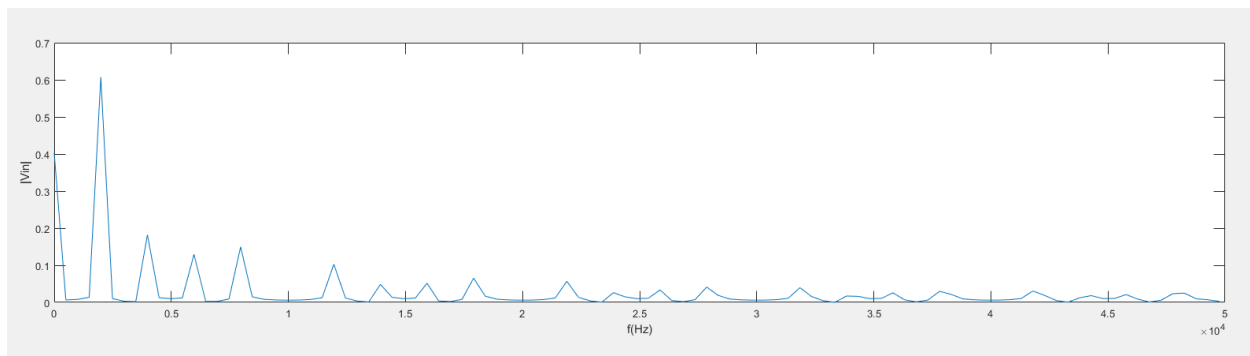
Είναι λογικό το σήμα εξόδου να έχει αντίστροφη φάση, λόγω του τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία που προσθέσαμε στο τέλος του κυκλώματος.

Παρατηρούμε ότι τα σήματα στην είσοδο και στη έξοδο του κυκλώμα είναι τα ίδια και στο Matlab και στο Multisim, πράγμα αναμενόμενο.

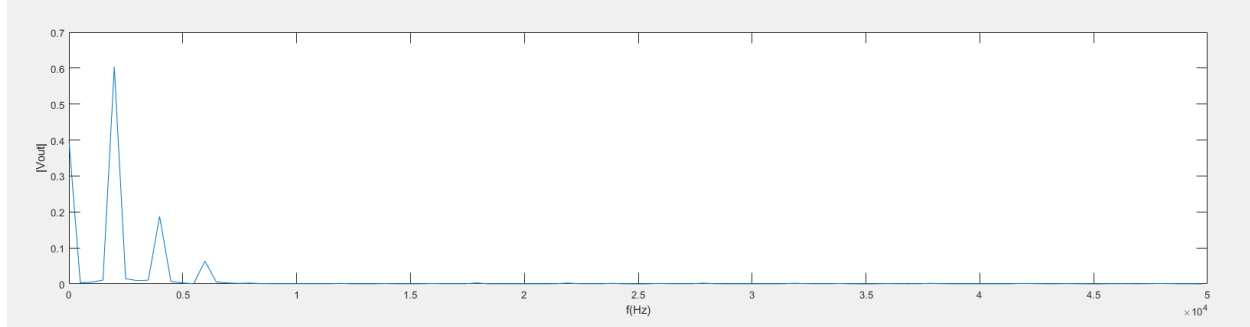
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει αυτό θα εξετάσουμε τα φάσματα και στο Multisim και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT.

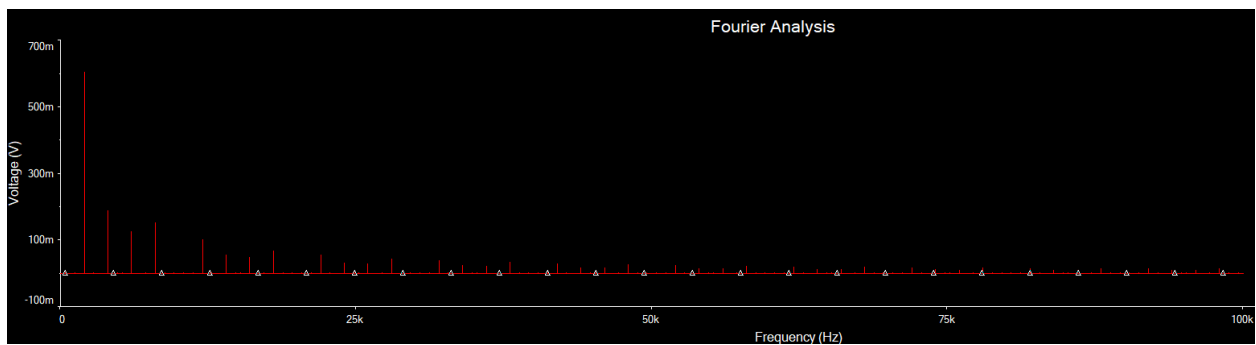
### Φάσμα Σήματος Εισόδου (fft) - MATLAB:



### Φάσμα Σήματος Εξόδου (fft) - MATLAB:

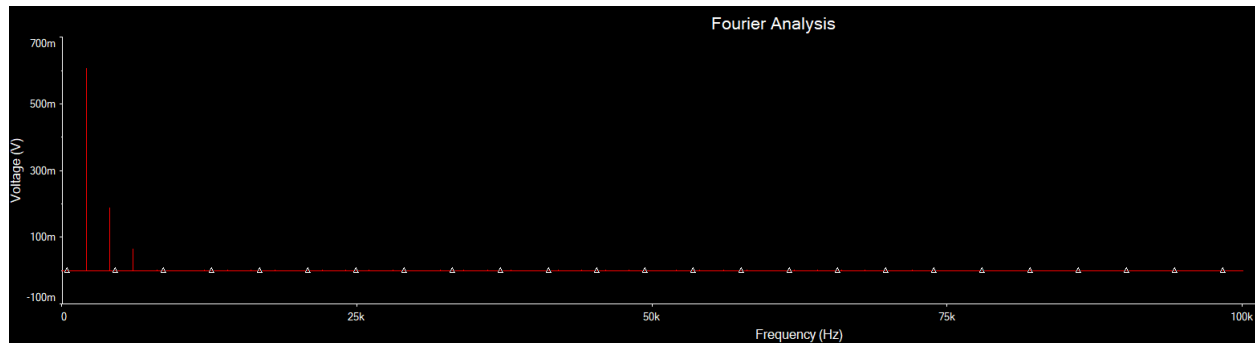


### Φάσμα Σήματος Εισόδου (fft) - MULTISIM:





### Φάσμα Σήματος Εξόδου (fft) - MULTISIM:



Παρατηρούμε ότι και στο Matlab και στο Multisim οι ανώτερες αρμονικές που περνούν είναι στα 2kHz, 4kHz και 6kHz, δηλαδή περνάνε μόνο τρεις αρμονικές, ενώ όλες οι υπόλοιπες μετά τα 7~8 kHz κόβονται. Αυτό είναι και το αναμενόμενο, διότι εκεί βρίσκεται η ζώνη αποκοπής  $f_s=7.48\text{kHz}$  του φίλτρου.

## Εργασία #2: Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

### ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Θα σχεδιάσουμε ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev, το οποίο να πληρεί τις παρακάτω προδιαγραφές:

$$f_0 = 1000 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 675 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1481.48 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 463.58 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 2157.12 \text{ Hz}$$

$$a_{\min} = 26 \text{ dB}$$

$$a_{\max} = 0.4278 \text{ dB}$$

### A. Σχεδίαση Φίλτρου

#### A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα μετατρέψουμε τις παραπάνω συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 6283.19 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1 = 4241.15 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot f_2 = 9308.41 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot f_3 = 2912.76 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_4 = 2\pi \cdot f_4 = 13553.58 \text{ rad/sec}$$

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 5067.26 \text{ rad/sec}$$

Υπολογίζουμε την τάξη του φίλτρου.

Οι προδιαγραφές του πρωτότυπου Low Pass Chebyshev φίλτρου είναι:

$$\Omega_p = 1 \text{ και } \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

Εμείς επιθυμούμε να σχεδιάσουμε ένα φίλτρο Inverse Chebyshev και για να το πετύχουμε αυτό θα κλιμακοποιήσουμε τη συχνότητα έτσι ώστε να έχουμε  $\Omega_s = 1$ .

Αυτό συνεπάγεται το  $\Omega_p = 1/2.1 = 0.4762$ .

Επομένως, οι αντίστοιχες προδιαγραφές του Low Pass Inverse Chebyshev φίλτρου είναι:

$$\Omega_s = 1$$

$$\Omega_p = 0.4762$$

Τάξη του φίλτρου Low Pass Inverse Chebyshev:

$$n = \left\lceil \frac{\cosh^{-1} \left[ \left( 10^{a_{\min}/10} - 1 \right) / \left( 10^{a_{\max}/10} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\cosh^{-1} \left( \frac{1}{\Omega_p} \right)} \right\rceil = [3.51] \Rightarrow n = 4$$

Στρογγυλοποιούμε το  $n$  στην πιο κοντινή και μεγαλύτερη ακέραια τιμή έτσι ώστε να υπερκαλύπτονται οι προδιαγραφές του φίλτρου.

**n = 4**

Υπολογίζουμε τις παραμέτρους  $\varepsilon$  και  $\alpha$ .

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\left( 10^{a_{\min}/10} - 1 \right)}} = 0.0502$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.9215$$

Υπολογίζουμε την Συχνότητα Ημίσειας Ισχύος (3 dB).

$$\omega_{hp\_IC} = 1/\omega_{hp\_C} = 1/\cosh \left( \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right) = 1/1.4551 = 0.6872 \text{ rad/sec} < 1$$

Προφανώς,  $\omega_{hp\_IC} < 1$ , διότι είναι  $\omega_{hp\_C} > 1$ .

Πόλοι του αντίστοιχου φίλτρου Chebyshev:

Οι γωνίες Butterworth για  $n=4$  είναι  $\psi_k = \pm 22.5^\circ$ ,  $\pm 67.5^\circ$  και οι πόλοι του φίλτρου Chebyshev υπολογίζονται από τους τύπους:

$$p_k = -\sigma_k \pm j\omega_k \text{ όπου } -\sigma_k = \sinh(\alpha) \cdot \cos(\psi_k) \text{ και } \omega_k = \cosh(\alpha) \cdot \sin(\psi_k)$$

Υπολογίζουμε τα  $\Omega_o$  και  $Q$

$$\Omega_o = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \text{ και } Q = \frac{\Omega_o}{2\sigma_k}$$

Πόλοι του φίλτρου Low Pass Chebyshev:

k	$-\sigma_k$	$\pm j\omega_k$	$\Omega_o$	Q
1	0.9771	0.5570	1.1247	0.5755
2	0.4047	1.3444	1.4040	1.7346

Οι πόλοι του Inverse Chebyshev προκύπτουν με την αντιστροφή των πόλων του φίλτρου Chebyshev.

Πόλοι του αντίστοιχου φίλτρου Inverse Chebyshev:

$$\Omega_{o\_IC} = \frac{1}{\Omega_o} = \begin{bmatrix} 0.8891 \\ 0.7123 \end{bmatrix}$$

Τα Q παραμένουν τα ίδια με αυτά του Chebyshev.

Κλιμακοποιούμε ώστε να υπολογίσουμε το κανονικό μέτρο των πόλων, το οποίο είναι

$$\Omega_{o\_IC} \leftarrow \Omega_{o\_IC} \cdot \Omega_s = \begin{bmatrix} 0.8891 \\ 0.7123 \end{bmatrix} * 2.1 = \begin{bmatrix} 1.8671 \\ 1.4958 \end{bmatrix}$$

Υπολογίζουμε την θέση των πόλων.

$$\Sigma = \frac{\Omega_o}{2Q} = \begin{bmatrix} 1.6222 \\ 0.4312 \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_o^2 - \Sigma^2} = \begin{bmatrix} 0.9244 \\ 1.4323 \end{bmatrix}$$

Πόλοι του φίλτρου Low Pass Inverse Chebyshev:

k	$\Omega_o$	Q	$\Sigma$	$\Omega$
1	1.8671	0.5755	1.6222	0.9244
2	1.4958	1.7346	0.4312	1.4323

Υπολογίζουμε τα μηδενικά του *Inverse Chebyshev*

$$\Omega_z = \sec\left(\frac{k*\pi}{2*n}\right) = \begin{bmatrix} 1.0824 \\ 2.6131 \end{bmatrix}, \text{ με } k = 1, 3, \dots$$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά ώστε να πάρουμε τις πραγματικές τιμές των μηδενικών.

$$\Omega_z \leftarrow \Omega_z \cdot \Omega_s = \begin{bmatrix} 1.0824 \\ 2.6131 \end{bmatrix} * 2.1 = \begin{bmatrix} 2.2730 \\ 5.4875 \end{bmatrix}$$

Μηδενικά του φίλτρου Low Pass Inverse Chebyshev:

k	$\Omega_z$
1	2.2730
3	5.4875

*Μετασχηματισμός φίλτρου Low Pass σε Band Pass*

Για τον μετασχηματισμό των πόλων και των μηδενικών της Low Pass Inverse Chebyshev σε Band Pass Inverse Chebyshev, θα χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο **Geffe**.

*Μετασχηματισμός μιγαδικών πόλων:*

1<sup>ο</sup> ζευγάρι πόλων

$$\Sigma = 1.6222$$

$$\Omega = 0.9244$$

$$q_c = \omega_o/bw = 1.24$$

Αλγόριθμος Geffe

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 3.4860$$

$$D = \frac{2\Sigma}{qc} = 2.6165$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 6.2672$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 3.6515$$

$$Q_1 = \frac{1}{D} * \sqrt{\frac{E+G}{2}} = 0.8511$$

$$\text{Kappa} = \frac{Q_1 \Sigma}{qc} = 1.1134$$

$$W_{geffe} = \text{Kappa} + \sqrt{\text{Kappa}^2 - 1} = 1.5655$$

$$\omega_{o1} = \frac{1}{W_{geffe}} * \omega_o = 4013.6122 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{o2} = W_{geffe} * \omega_o = 9836.1314 \text{ rad/sec}$$

Οπότε υπάρχουν δύο ζεύγη πόλων ( $\omega_{o1}=4013.6122$  ,  $Q_1=0.8511$ ) και ( $\omega_{o2}=9836.1314$  ,  $Q_2=0.8511$ ) καθώς και δύο μηδενικά στο μηδέν.

### 2ο ζευγάρι πόλων

$$\Sigma = 0.4312$$

$$\Omega = 1.4323$$

$$q_c = \omega_o/bw = 1.24$$

### Αλγόριθμος Geffe

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 2.2374$$

$$D = \frac{2\Sigma}{qc} = 0.6973$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 5.4551$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 5.2738$$

$$Q_3 = \frac{1}{D} * \sqrt{\frac{E+G}{2}} = 3.3318$$

$$\text{Kappa} = \frac{Q_3\Sigma}{qc} = 1.1581$$

$$W_{geffe} = \text{Kappa} + \sqrt{\text{Kappa}^2 - 1} = 1.7421$$

$$\omega_{o3} = \frac{1}{W_{geffe}} * \omega_o = 3606.6100 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{o4} = W_{geffe} * \omega_o = 10946.1289 \text{ rad/sec}$$

Οπότε υπάρχουν δύο ζεύγη πόλων ( $\omega_{o3}=3606.6100$ ,  $Q_3=3.3318$ ) και ( $\omega_{o4}=10946.1289$ ,  $Q_4=3.3318$ ) καθώς και δύο μηδενικά στο μηδέν.

*Μετασχηματισμός φανταστικών μηδενικών:*

### 1<sup>ο</sup> ζευγάρι πόλων

$$\Omega_z = 2.2730$$

$$\text{Kappa} = 2 + \frac{\Omega_z^2}{qc^2} = 5.3601$$

$$\chi = \frac{\text{kappa} + \sqrt{\text{kappa}^2 - 4}}{2} = 5.166$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \sqrt{\chi} = 14282.1996 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\chi}} = 2764.1693 \text{ rad/sec}$$

Οπότε υπάρχουν δύο ζεύγη μηδενικών ( $\omega_{z1}=14282.1996$ ) και ( $\omega_{z2}=2764.1693$ ) καθώς και δύο πόλοι στο μηδέν.

### 1<sup>ο</sup> ζευγάρι πόλων

$$\Omega_z = 5.4875$$

$$\text{Kappa} = 2 + \frac{\Omega_z^2}{qc^2} = 21.5842$$

$$\chi = \frac{\text{kappa} + \sqrt{\text{kappa}^2 - 4}}{2} = 21.5376$$

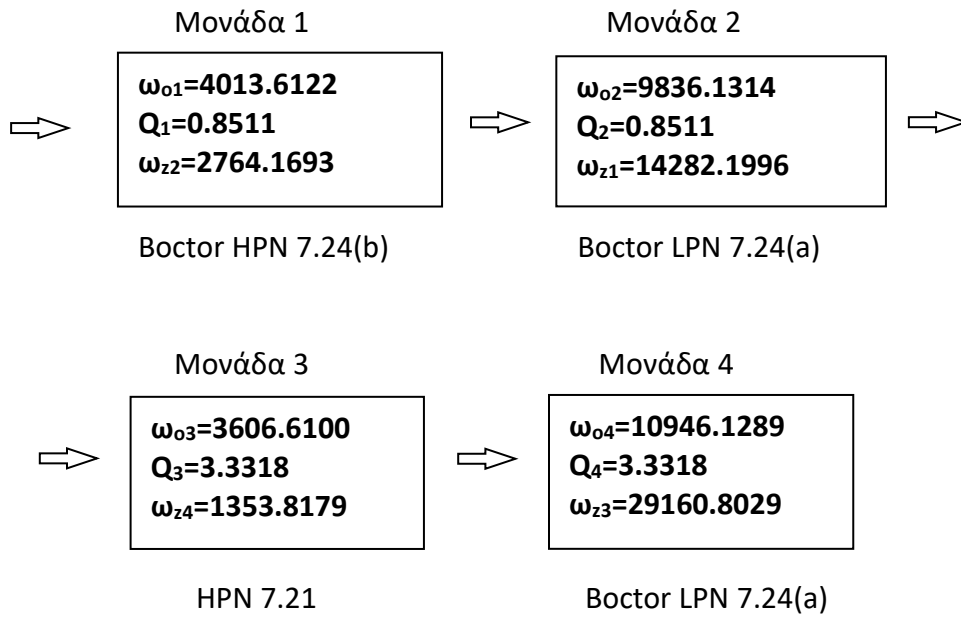
$$\omega_{z3} = \omega_0 \sqrt{\chi} = 29160.8029 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{z4} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\chi}} = 1353.8179 \text{ rad/sec}$$

Οπότε υπάρχουν δύο ζεύγη μηδενικών ( $\omega_{z3}=29160.8029$ ) και ( $\omega_{z4}=1353.8179$ ) καθώς και δύο πόλοι στο μηδέν.

Τελικά, προκύπτουν 4 ζεύγη μιγαδικών πόλων και 4 ζεύγη φανταστικών μηδενικών. Τα 4 μηδενικά στο μηδέν απλοποιούνται με τους 4 πόλους στο μηδέν.

Για να υλοποιήσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς, ομαδοποιούμε τους πόλους και τα μηδενικά και δημιουργούμε τις μονάδες που φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Η Συνάρτηση Μεταφοράς για κάθε μονάδα είναι του τύπου:

$$T_i = \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_{oi}}{Q_i}s + \omega_{oi}^2}$$

και η συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς είναι τύπου:

$$T_{BP} = K^* \prod_{i=1}^4 T_i$$

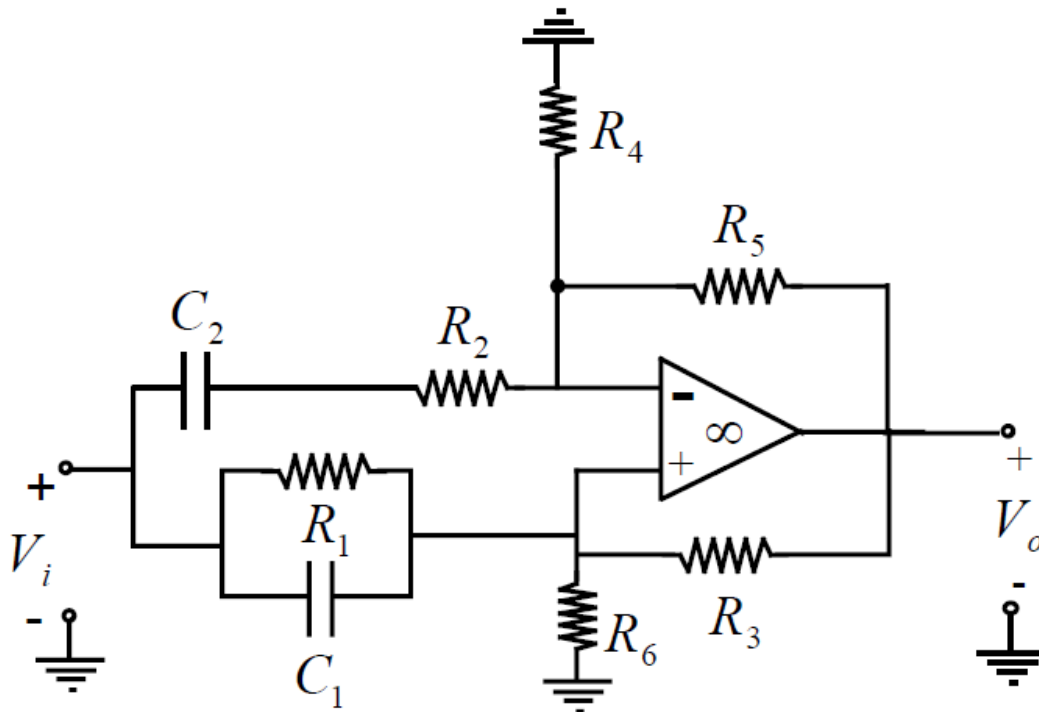
## A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς

Η κλιμακοποίηση θα γίνει έτσι ώστε το φίλτρο να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή 0.01μF.



## ΜΟΝΑΔΑ ( I )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα Boctor HPN 7.24(b).



Σχ. 7.24(β)

Εκτελούμε τη συνάσταση του matlab BoctorHighPass.m, που μας δίνεται από την εκφώνηση.

Οι τιμές που παίρνουμε είναι:

$$R_1 = 23472.0994 \, \Omega$$

$$R_2 = 55759.4893 \, \Omega$$

$$R_3 = 298.3334 \, \Omega$$

$$R_4 = 1000 \, \Omega$$

$$R_5 = 1000 \, \Omega$$

$$R_6 = 294,1890 \, \Omega$$

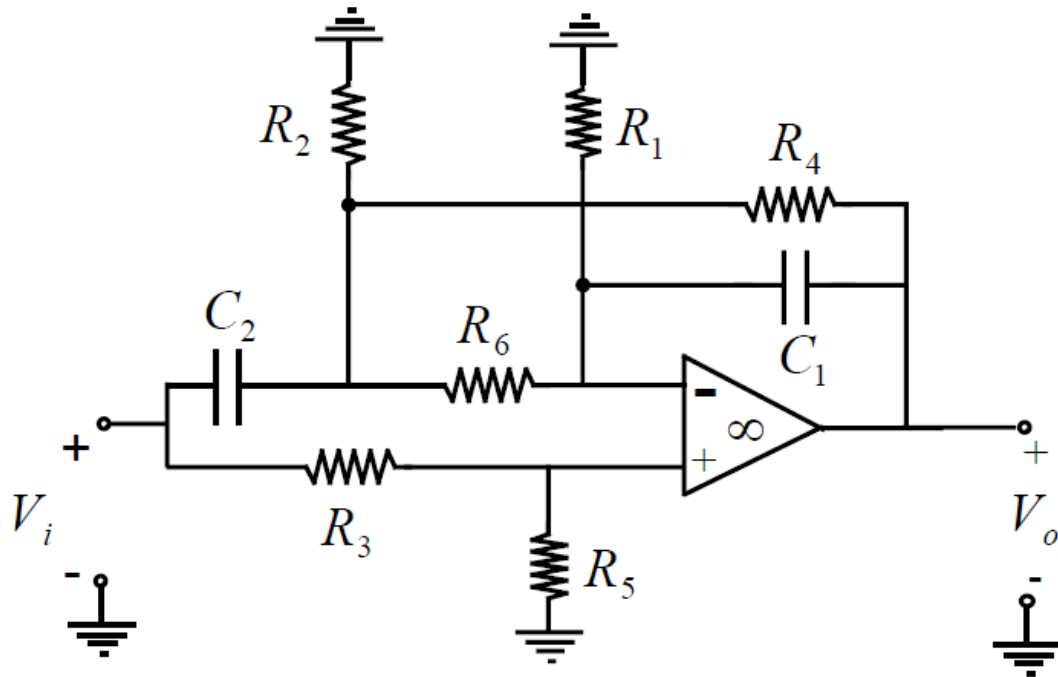
$$C_1 = 0.01 \, \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.01 \, \mu\text{F}$$

$$k_1 = 2$$

## ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα Boctor LPN 7.24(a).



Σχ. 7.24(α)

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o2}}{\omega_{o2}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_{z1}}{\omega_{o2}} = 1.4520$$

$$\text{Πρέπει να ισχύει: } \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_1 < 1$$

$$\text{Θεωρώ } k_1 = 0,73715 \text{ (το μέσο)}$$

$$\text{Θέτω } R_1 = \frac{2}{k_1 \omega_z^2 - 1} = 3.6092$$

$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} = 3.8097$$

$$R_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{k_1}{Q^2} + k_1 \omega_z^2 - 1 \right) = 0.7965$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} = 1.3566$$

$$R_5 = R_6 = 1$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2Q_2} = 0.4375$$

$$C_2 = 2Q_2 = 1.6848$$

$$\text{Κέρδος: } k_{II} = 1 / \left( \frac{k_1}{Q_2^2} + k_1 \omega_z^2 + 1 \right) = 0.5567$$

Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o2} = 9836.1314 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.01 \mu\text{F}$ .

$$\text{Έχουμε, } C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 4447.8869 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 16052.8780 \, \Omega$$

$$R_2 = 16922.4975 \, \Omega$$

$$R_3 = 3542.5508 \, \Omega$$

$$R_4 = 6034.0659 \, \Omega$$

$$R_5 = 4448.0293 \, \Omega$$

$$R_6 = 4448.0293 \, \Omega$$

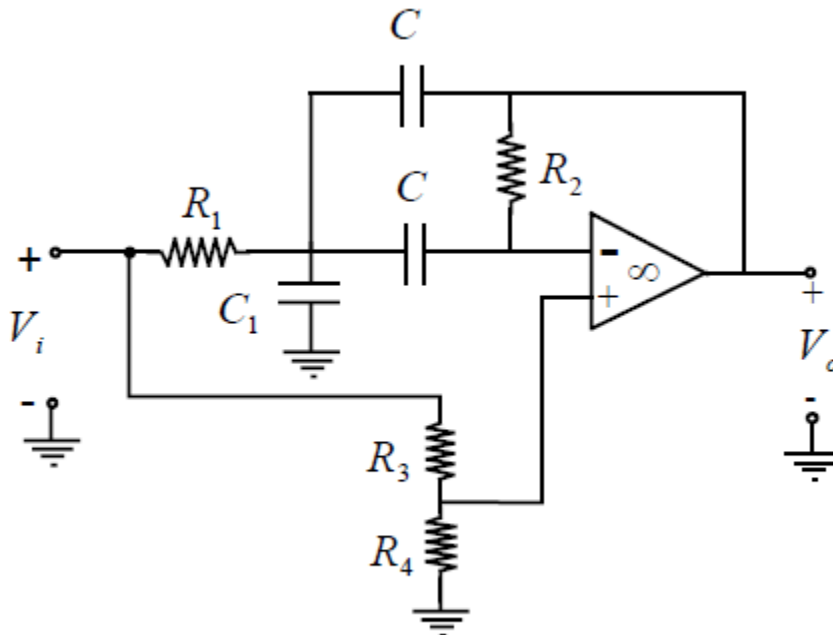
$$C_1 = 0.01 \, \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.03851 \, \mu\text{F}$$

$$k_{II} = 0.5567$$

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα HPN 7.21. Εκτελούμε τη συνάσταση του matlab BoctorHighPass.m, που μας δίνεται από την εκφώνηση. Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση μας επιστρέφει error και μας παροτρύνει να υλοποιήσουμε κύκλωμα HPN 7.21.



Σχ. 7.21

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o3}}{\omega_{o3}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_{z4}}{\omega_{o3}} = 0.8048$$

$$k_1 = \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.37537$$

$$k_2 = \frac{(2+k_1)Q_3^2}{(2+k_1)Q_3^2 + 1} = 0.9890$$

$$\text{Κέρδος: } k_{III} = k_2 * \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} = 7.01896$$

$$\text{Θέτω } R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q_3^2 * (2 + k_1)^2 = 727.79906$$

$$R_4 = Q_3^2 * (2 + k_1) = 89.88447$$

$$C = \frac{1}{Q_3(2+k_1)} = 0.03707$$

$$C_{-1} = k_1 * C = 0.2260$$

Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o3} = 3606.6100 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.01\mu\text{F}$ .

$$\text{Έχουμε, } C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 1027.8350 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 1027.7691 \, \Omega$$

$$R_2 = 748007.7033 \, \Omega$$

$$R_3 = 1027.7691 \, \Omega$$

$$R_4 = 92380.2792 \, \Omega$$

$$C_1 = 0.01 \, \mu\text{F}$$

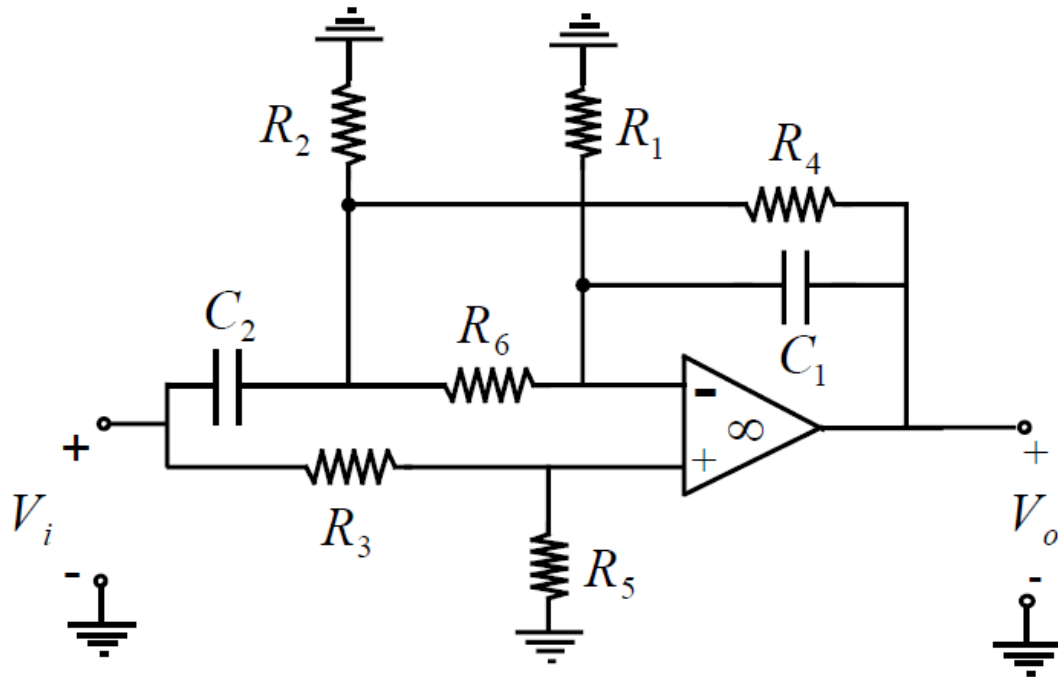
$$C_2 = 0.01 \, \mu\text{F}$$

$$C_3 = 0.0609705 \, \mu\text{F}$$

$$k_{III} = 7.0190$$

#### ΜΟΝΑΔΑ ( IV )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα Boctor LPN 7.24(a).



Σχ. 7.24(α)

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o4}}{\omega_{o4}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_{z3}}{\omega_{o4}} = 2.6640$$

$$\text{Πρέπει να ισχύει: } \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_1 < 1 \Leftrightarrow 0.1409 < k_1 < 1$$

$$\text{Θεωρώ } k_1 = 0.57045 \text{ (το μέσο)}$$

$$\text{Θέτω } R_1 = \frac{2}{k_1 \omega_z^2 - 1} = 0.6561$$

$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} = 2.3280$$

$$R_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{k_1}{Q^2} + k_1 \omega_z^2 - 1 \right) = 1.5499$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} = 1.7530$$

$$R_5 = R_6 = 1$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2Q_2} = 0.0856$$

$$C_2 = 2Q_2 = 6.6636$$

$$\text{Κέρδος: } k_{IV} = 1 / \left( \frac{k_1}{Q_2^2} + k_1 \omega_z^2 + 1 \right) = 0.3922$$

Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o2} = 10946.1289 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.01 \mu\text{F}$ .

$$\text{Έχουμε, } C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 782.0116 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 513.0861 \, \Omega$$

$$R_2 = 1820.6986 \, \Omega$$

$$R_3 = 1212.1865 \, \Omega$$

$$R_4 = 1370.9796 \, \Omega$$

$$R_5 = 782.0778 \, \Omega$$

$$R_6 = 782.0778 \, \Omega$$

$$C_1 = 0.01 \, \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.7784 \, \mu\text{F}$$

$$k_{IV} = 0.39216$$

### A.3. Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στο  $\omega_0$  να είναι 0 dB ή 1.

Θέλω το κέρδος  $T(j\omega_0)$

$$A = k_I * k_{II} * k_{III} * k_{IV} * k_V * T_1(j\omega_0) * T_2(j\omega_0) * T_3(j\omega_0) * T_4(j\omega_0) = 61.1448$$

Για να πετύχω το επιθυμητό κέρδος προσθέτω ένα τελεστικό ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος

$$K = K_d/A = 1/61.1448 = 0.016355$$

Θέλουμε επομένως να ρίξουμε το κέρδος κατά  $K$ . Αυτό θα επιτευχθεί με τον ΤΕ σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία και αντιστάσεις  $R_{TE1} = 10 \text{ k}\Omega$  άρα  $R_{TE2} = 163.55 \Omega$ , ώστε να ισχύει  $K = R_{TE2} / R_{TE1}$ .

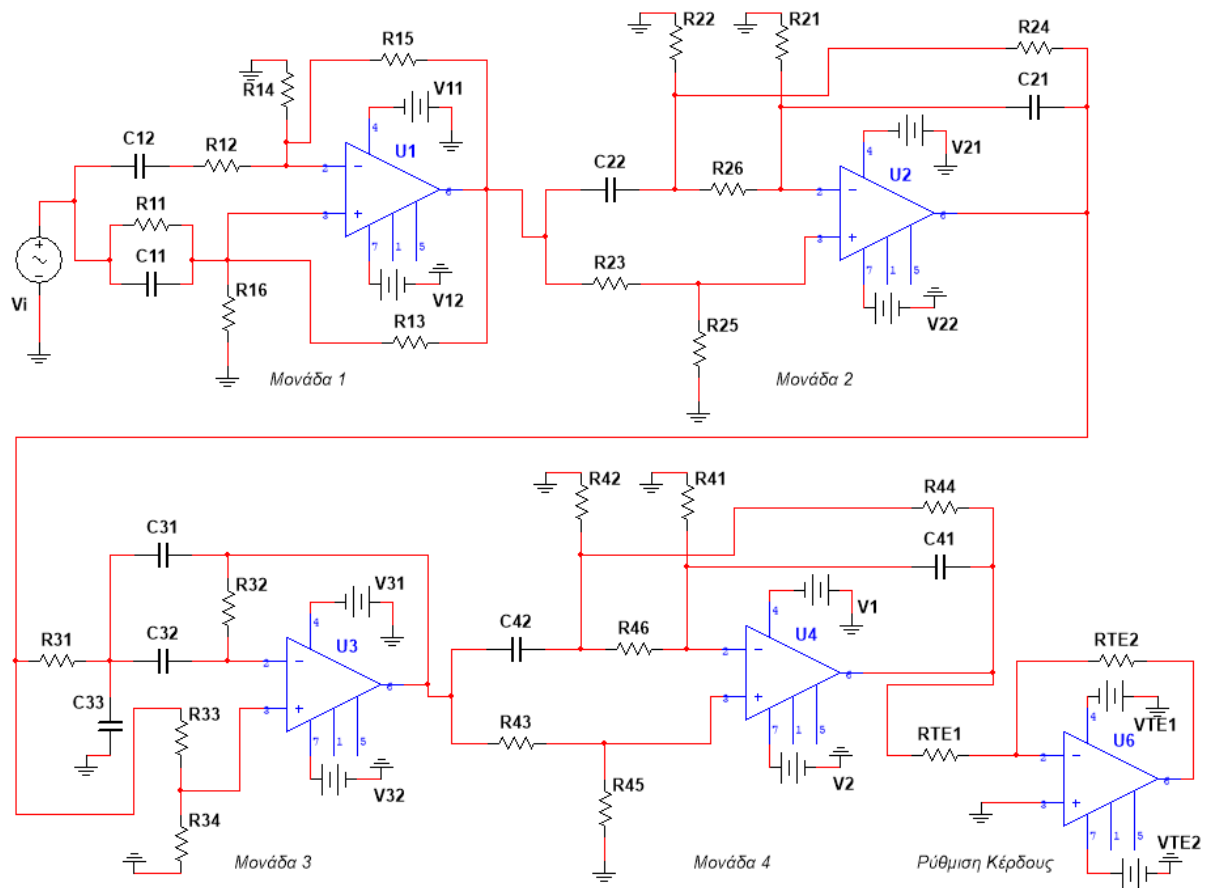
### Συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς

$$T = K \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_4 \Rightarrow$$

$$T = 0.016355 * \frac{s^2 + 2764.17^2}{s^2 + \frac{4013.61}{0.8511}s + 4013.61^2} * \frac{s^2 + 14282.20^2}{s^2 + \frac{9836.13}{0.8511}s + 9836.13^2} * \frac{s^2 + 1353.82^2}{s^2 + \frac{3606.61}{3.3318}s + 3606.61^2} * \frac{s^2 + 29160.80^2}{s^2 + \frac{7863.52}{3.3318}s + 10946.13^2}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κύκλωμα με τις τέσσερις μονάδες. Τέλος, φαίνεται και ο Τελεστικός Ενισχυτής με την αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.

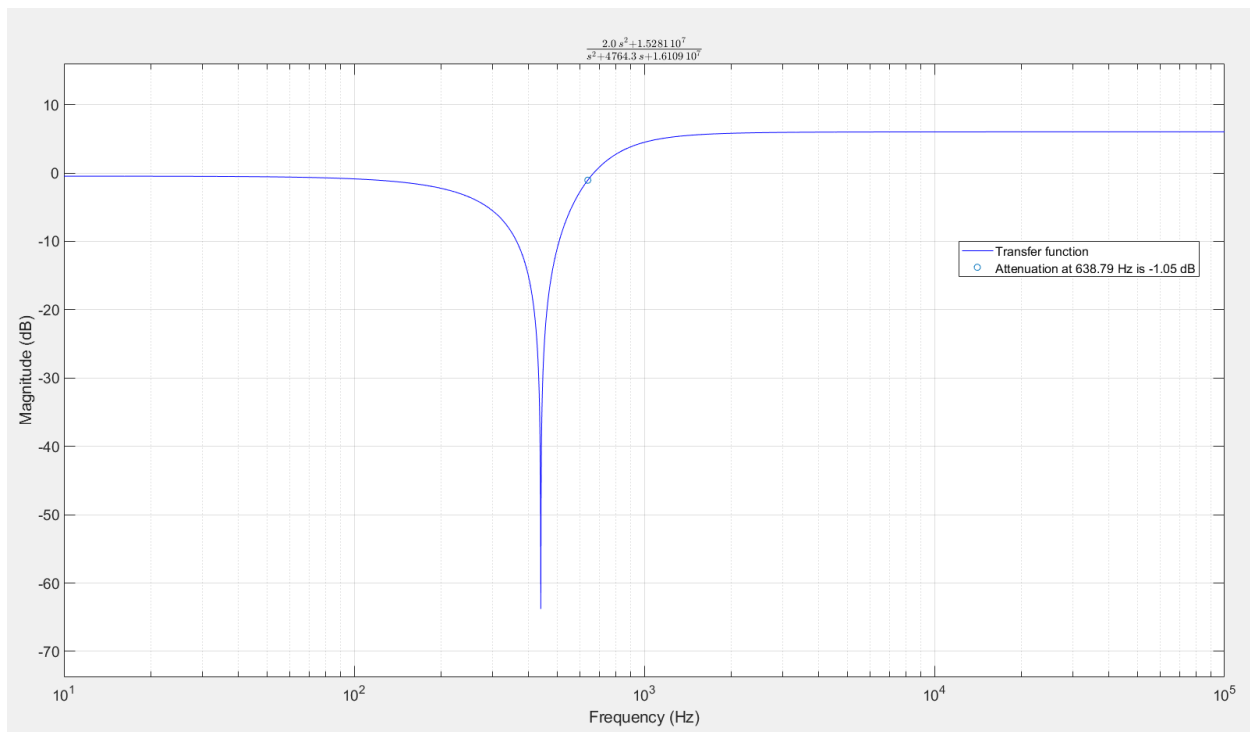




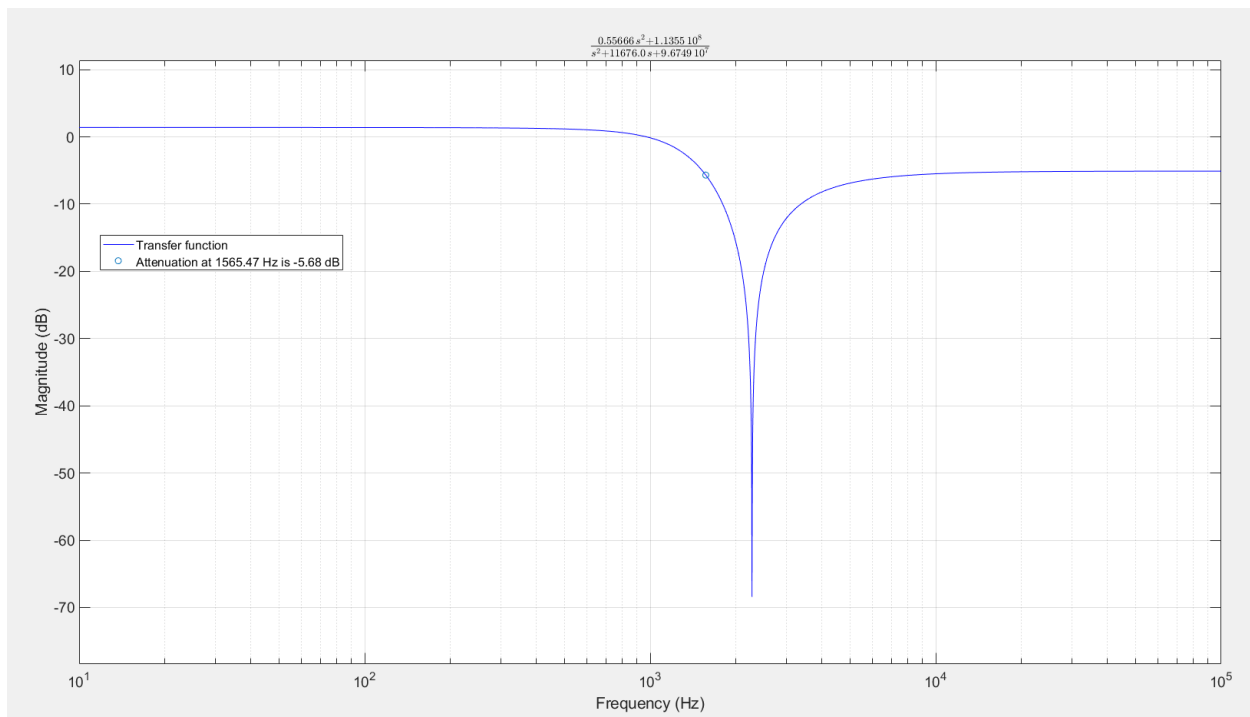
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων που υλοποιούν το φίλτρο και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Τα παρακάτω διαγράμματα δημιουργήθηκαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `plot_transfer_function.m` που δόθηκε στην εκφώνηση, με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

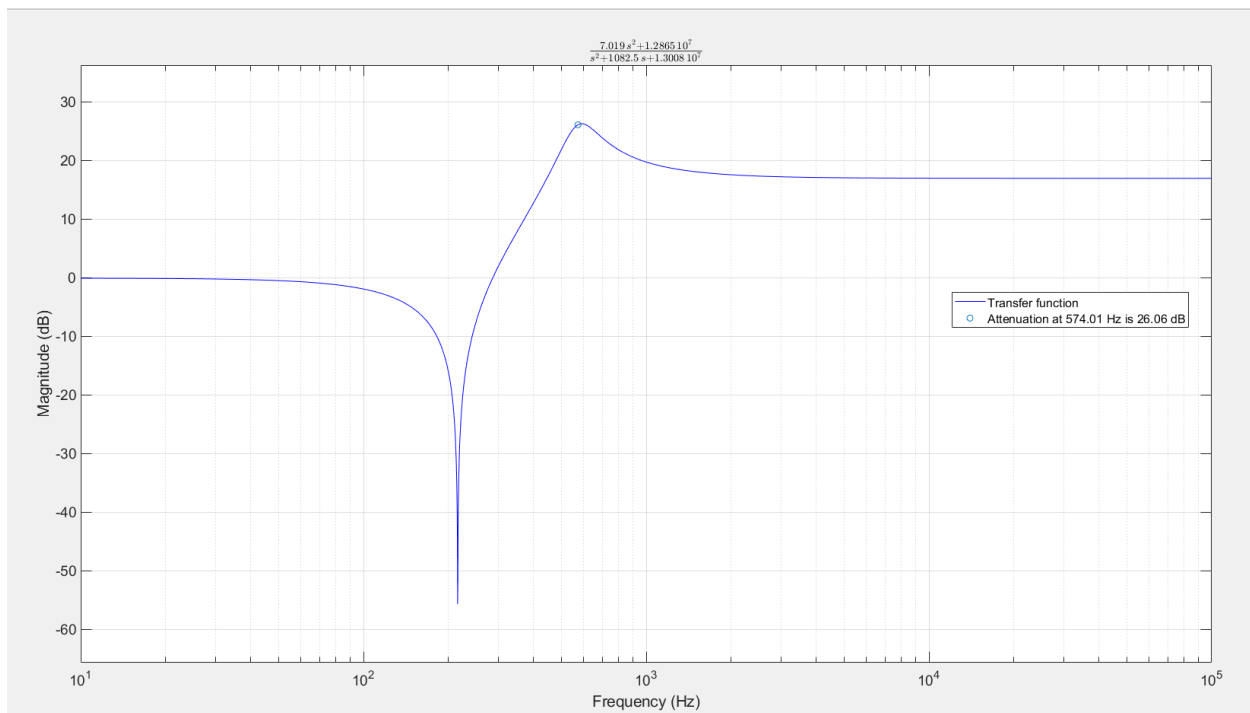
### 1<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα *Boctor HPN 7.24(b)*



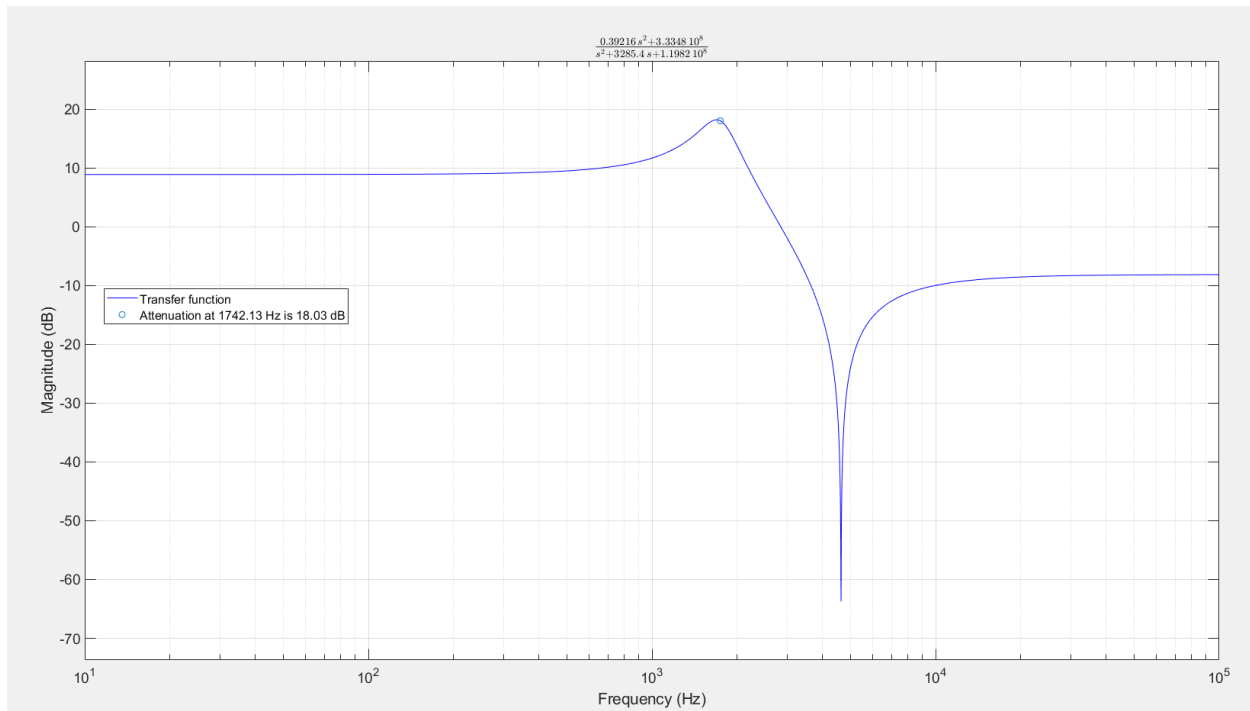
## 2<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα *Boctor LPN 7.24(a)*



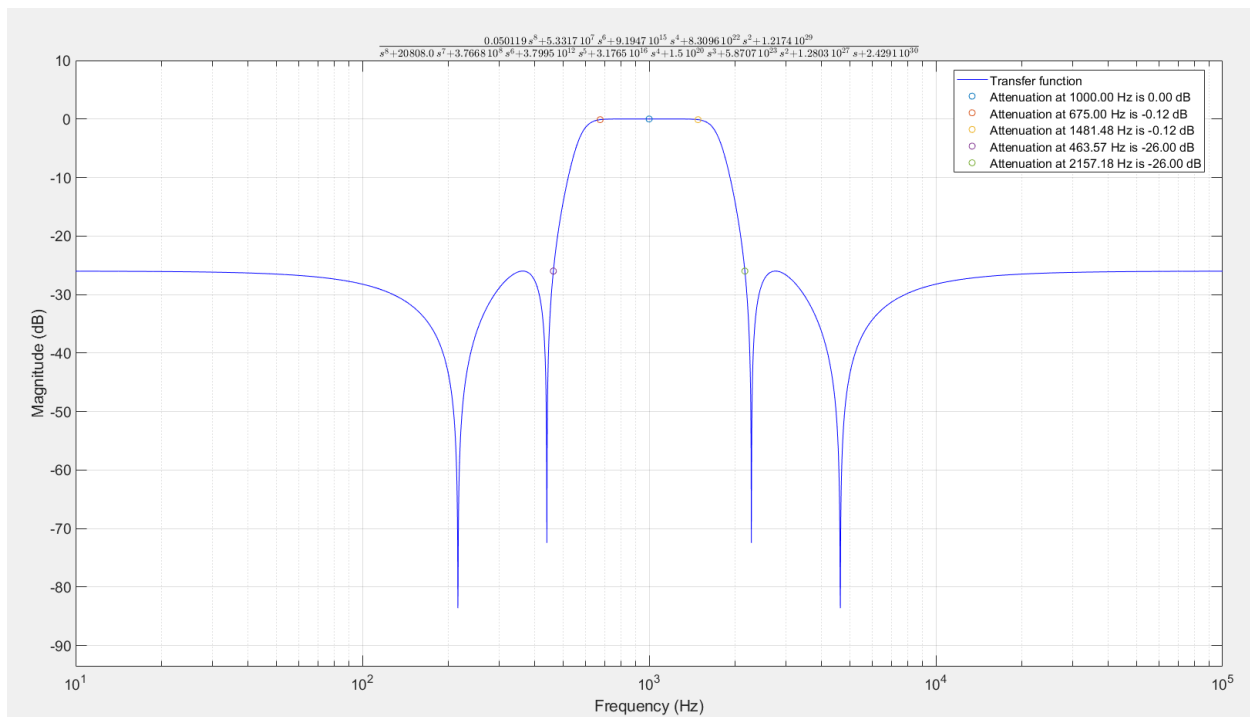
## 3<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα *HPN 7.21*



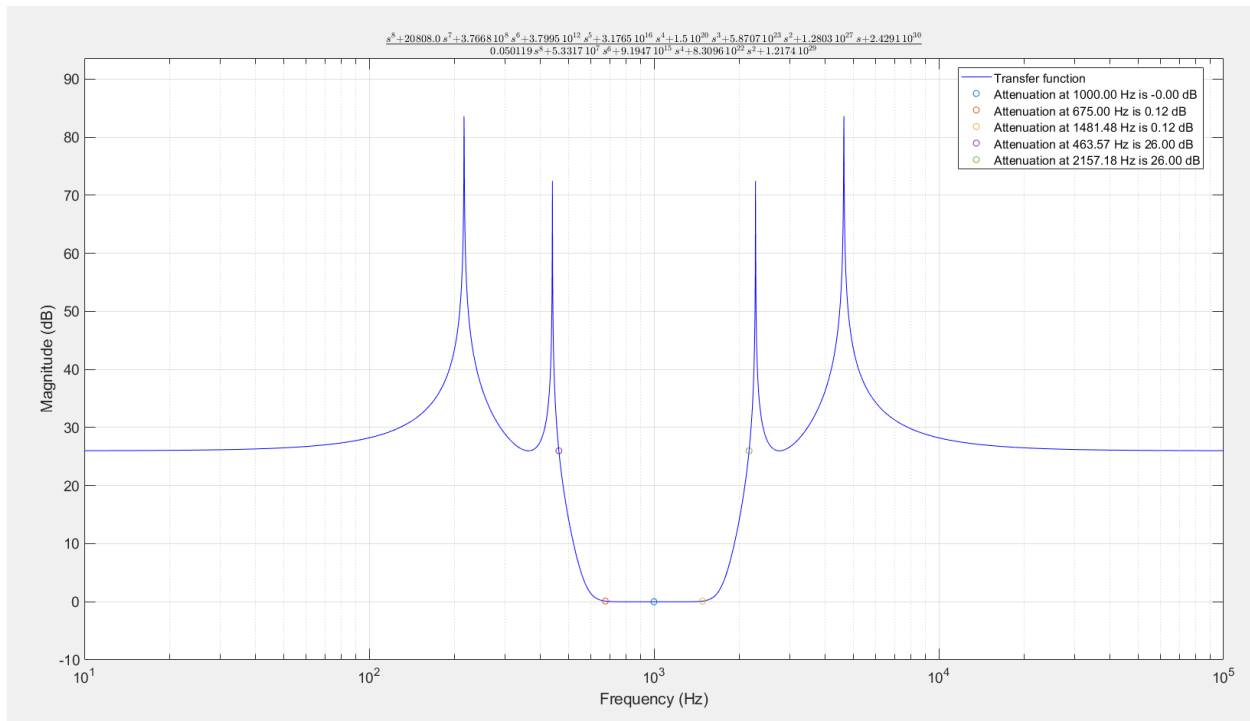
#### 4<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα *Boctor LPN 7.24(a)*



#### Συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας



Συνάρτηση Απόσβεσης σε dB της συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας



### Προδιαγραφές

- $\text{distance}(f_0, f_1) \leq a_{\max}$   
 $0.12 - 0 \leq 0.4278$   
 $0.12 \leq 0.4278$  Ισχύει!

Πιάνουμε την πρώτη προδιαγραφή.

- $\text{distance}(f_0, f_2) \leq a_{\max}$   
 $0.12 - 0 \leq 0.4278$   
 $0.12 \leq 0.4278$  Ισχύει!

Πιάνουμε και τη δεύτερη προδιαγραφή.

- $\text{distance}(f_0, f_3) \geq a_{\min}$   
 $26 - 0 \geq 26$   
 $26 \geq 26$  Ισχύει!

Πιάνουμε την τρίτη προδιαγραφή.

- $\text{distance}(f_0, f_4) \geq a_{\min}$   
 $26 - 0 \geq 26$   
 $26 \geq 26$  Ισχύει!

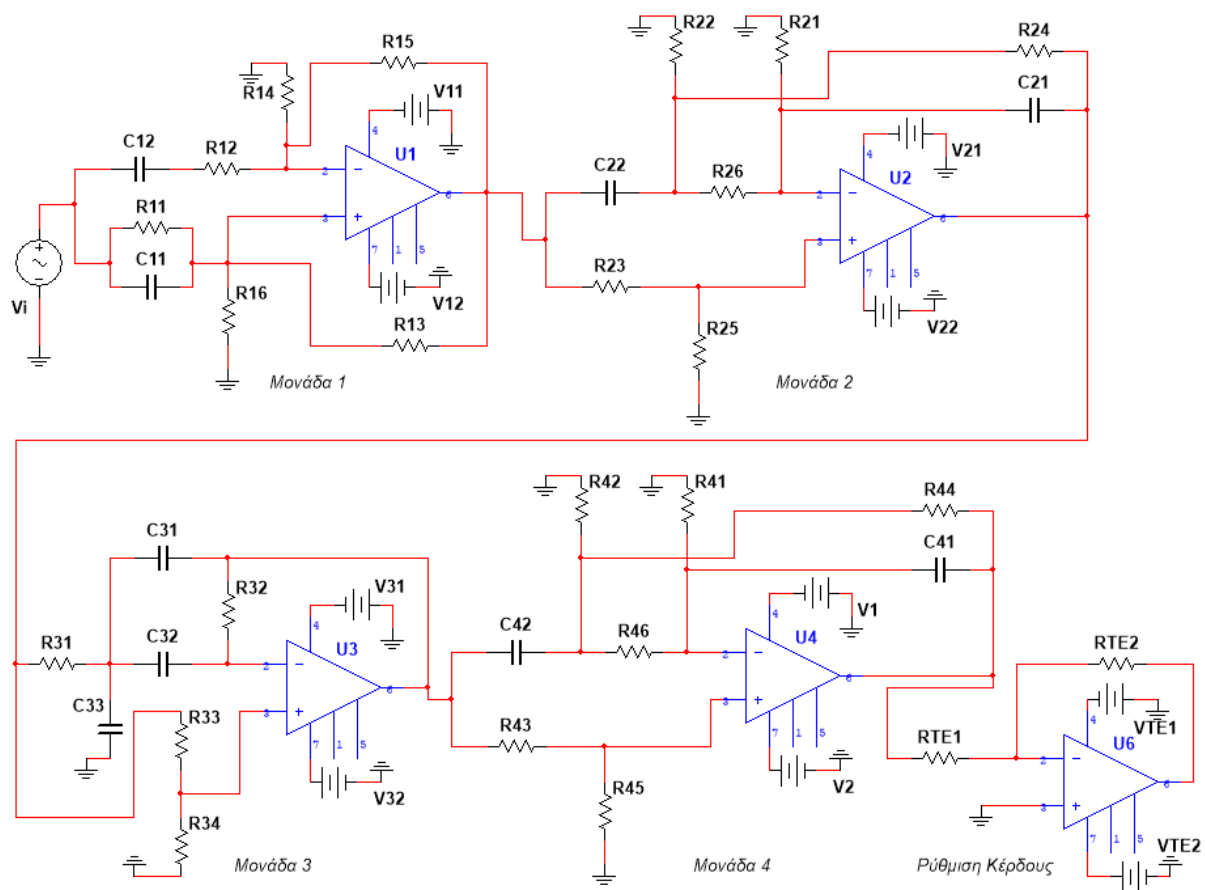
Πιάνουμε και τη τέταρτη προδιαγραφή.

Από το σχήμα είναι ξεκάθαρο ότι ικανοποιούνται οι προδιαγραφές. Η απόσβεση μέσα στην ζώνη μεταξύ του  $f_1$  και του  $f_2$  είναι (0.12dB) μικρότερη ή ίση από  $a_{\max}$  άρα η συνθήκη υπερκαλύπτεται. Η απόσβεση πριν την  $f_3$  και μετά την  $f_4$  είναι (26dB) μεγαλύτερη ή ίση από την  $a_{\min}$  άρα πιάνουμε τη συνθήκη οριακά. Το κέρδος στη ζώνη διέλευσης  $f_0$  είναι 0 dB.

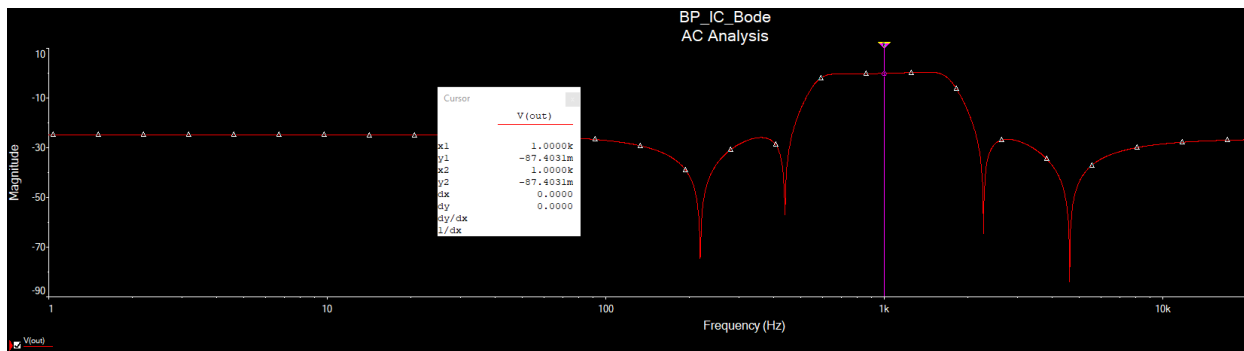
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν το κύκλωμα που κατασκευάσαμε, υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας. Στη συνέχεια, μελετάμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

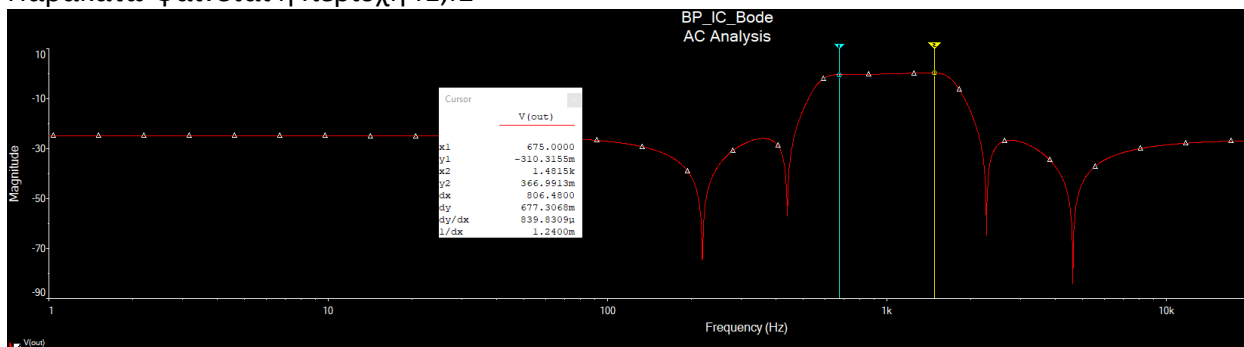
Εισάγουμε τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



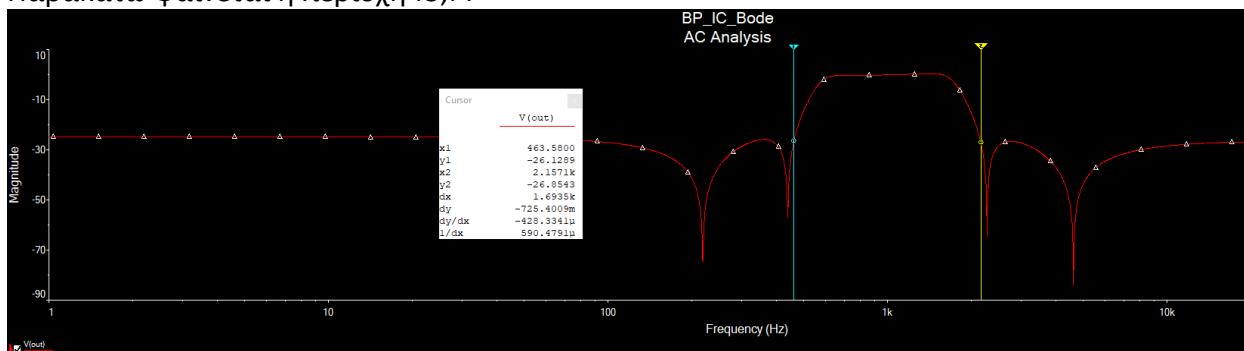
- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου.



Παρακάτω φαίνεται η περιοχή  $f_1, f_2$



Παρακάτω φαίνεται η περιοχή  $f_3, f_4$



Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται πως το κύκλωμα ικανοποιεί τις προδιαγραφές της σχεδίασης, αφού η απόσβεση μέσα στην ζώνη που ορίζεται από τις  $f_1$  και  $f_2$  δεν είναι ποτέ μεγαλύτερη από την  $a_{max}$ . Συγκεκριμένα στην  $f_1$  έχουμε απόσβεση  $0.2229 < a_{max} = 0.4278$  και στην  $f_2$  έχουμε κέρδος 0,4544 και όχι απόσβεση. Επίσης, στην περιοχή πριν την  $f_3$  και μετά την



$f_4$  η απόσβεση είναι μεγαλύτερη από την  $a_{\min}$ . Συνκεκριμένα στην  $f_3$  έχουμε απόσβεση  $26.0415 > a_{\min} = 26$  και στην  $f_4$  έχουμε απόσβεση  $26.7669 > a_{\min} = 26$ . Τέλος, στο  $f_0$  το κέρδος είναι  $-0.0874 \approx 0\text{dB}$ , άρα πιάνουμε την επιθυμητή ρύθμιση κέρδους στα  $0\text{dB}$ .

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα ένα περιοδικό σήμα της μορφής:

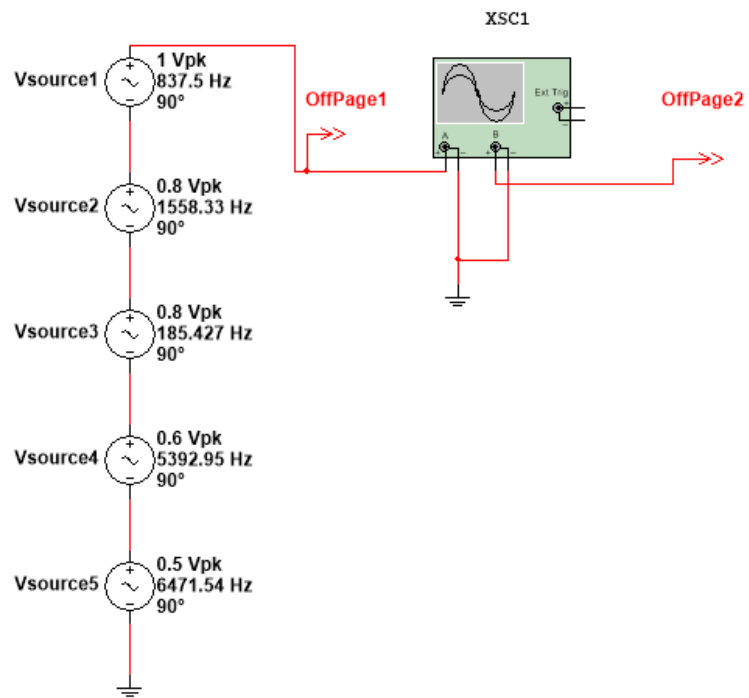
$$f(t) = \cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right)t\right) + 0.8\cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{3}\right)t\right) + 0.8\cos(0.4\omega_3 t) + 0.6\cos(2.5\omega_4 t) + 0.5\cos(3\omega_4 t)$$

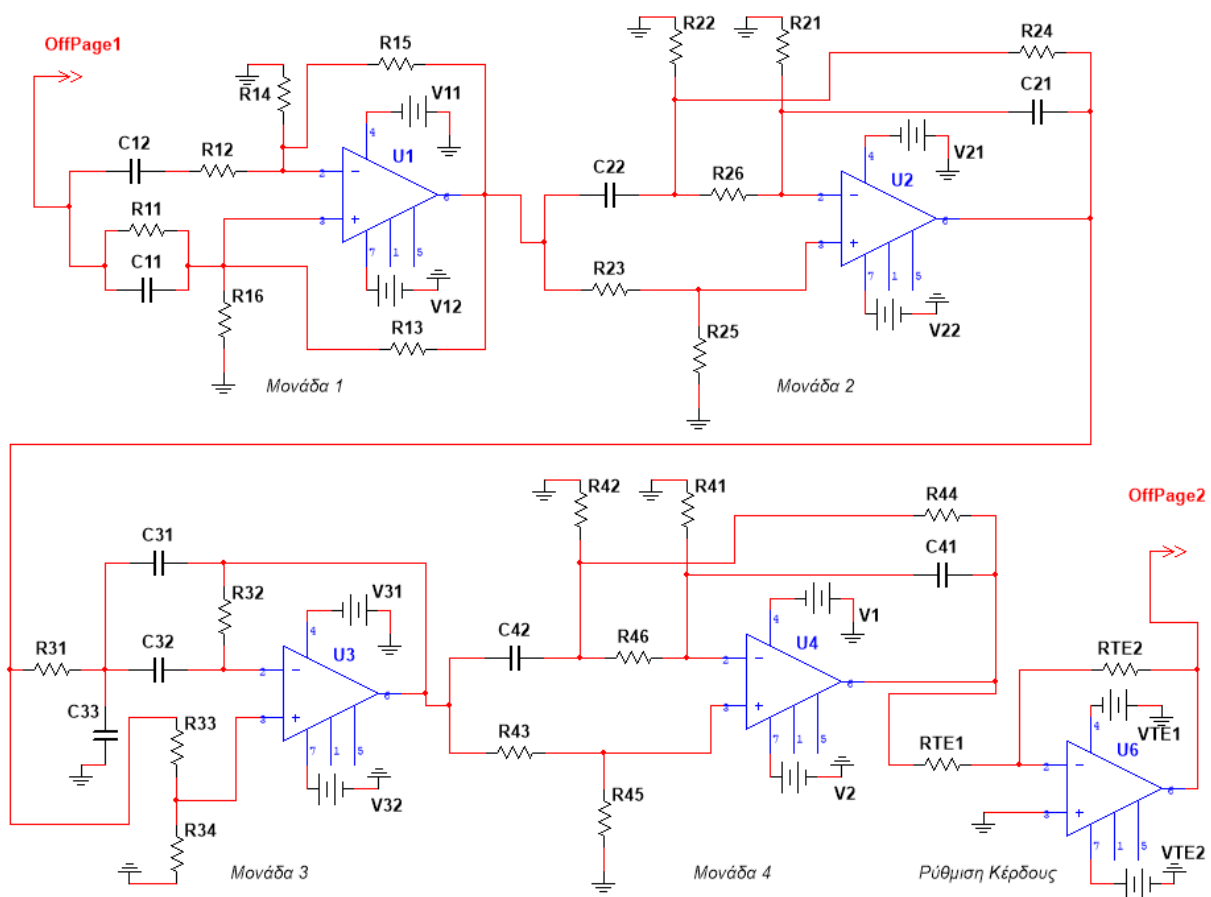
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και στην έξοδο και παράγουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Στο Multisim δουλεύουμε σε Hz οπότε η συνάρτηση που θα εισάγουμε είναι η

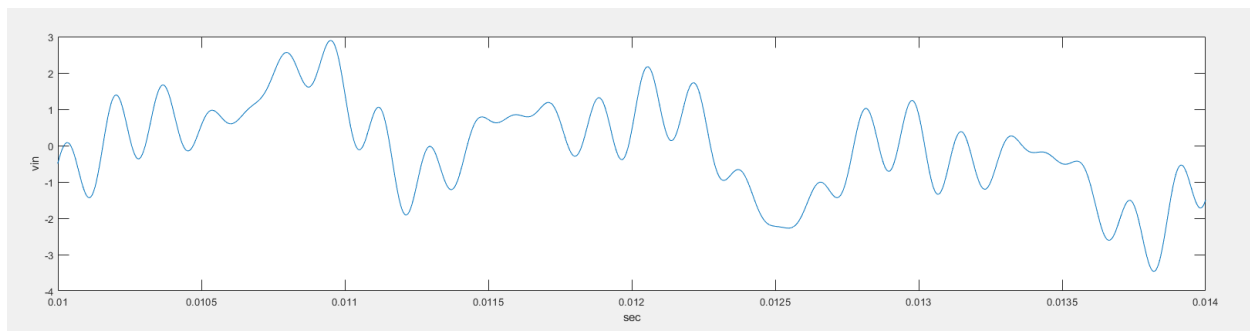
$$f(t) = \cos(837.5t) + 0.8\cos(1558.33t) + 0.8\cos(185.43t) + 0.6\cos(5392.95t) + 0.5\cos(6471.54t)$$

Το παραπάνω σήμα υλοποιείται με πέντε πηγές τάσης στη σειρά, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

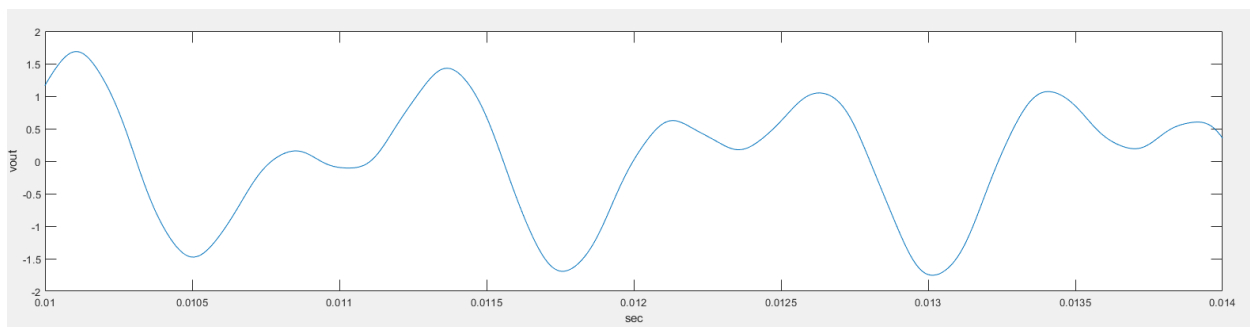




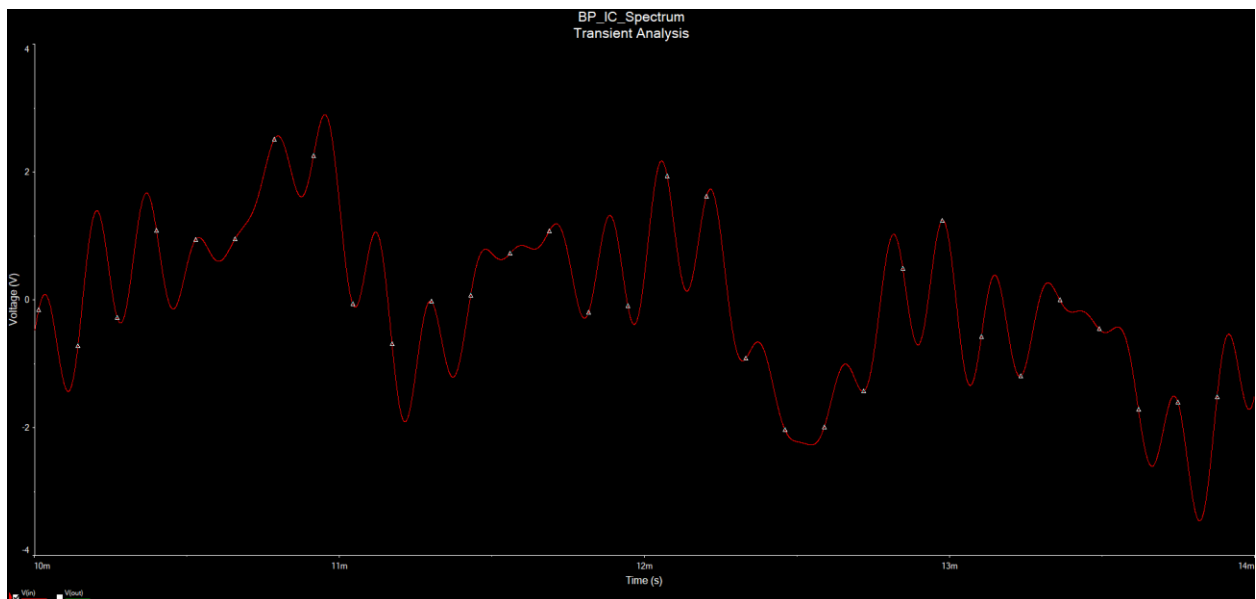
### Σήμα Εισόδου – MATLAB:



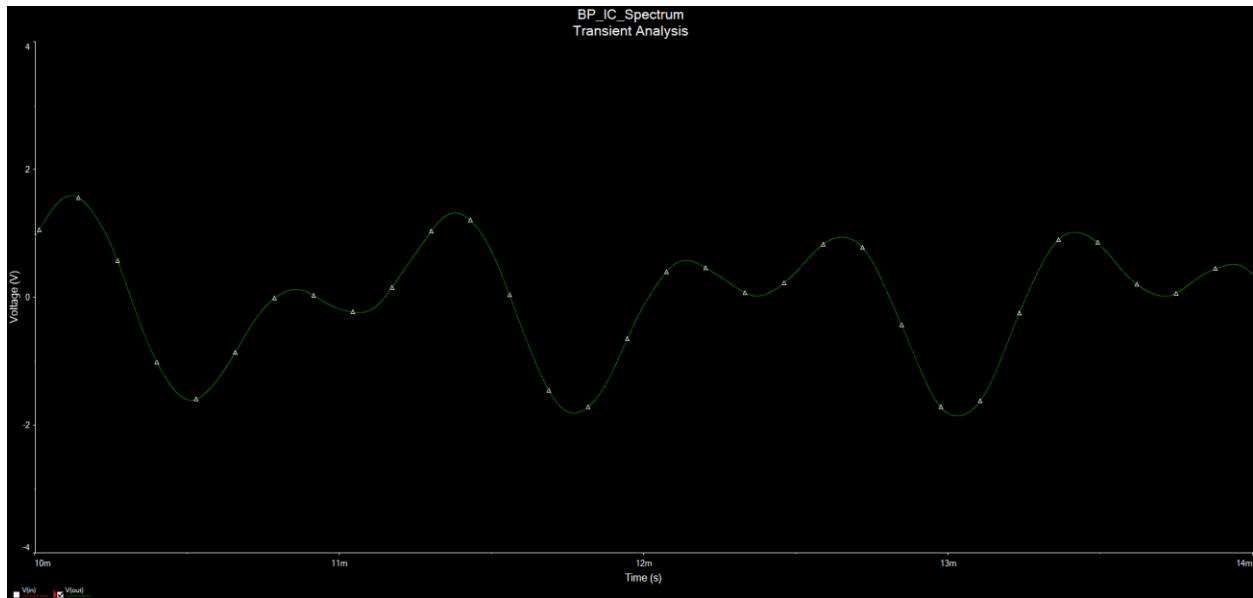
### Σήμα Εξόδου – MATLAB:



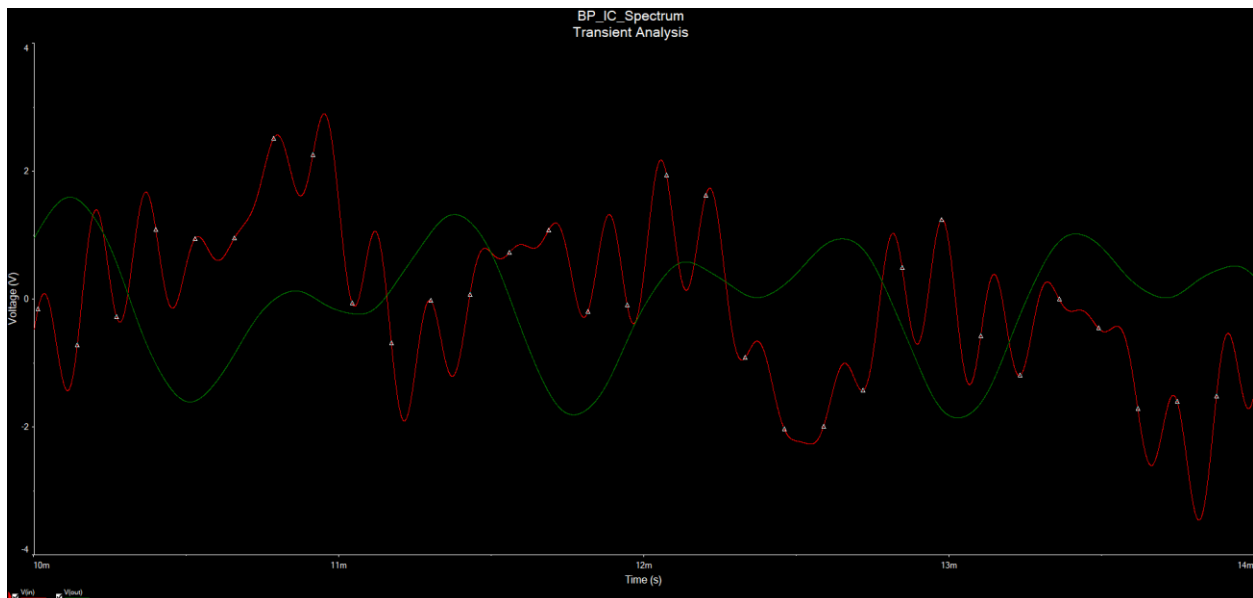
### Σήμα Εισόδου – MULTISIM



## Σήμα Εξόδου - MULTISIM



Σήμα εισόδου και εξόδου στο ίδιο διάγραμμα:

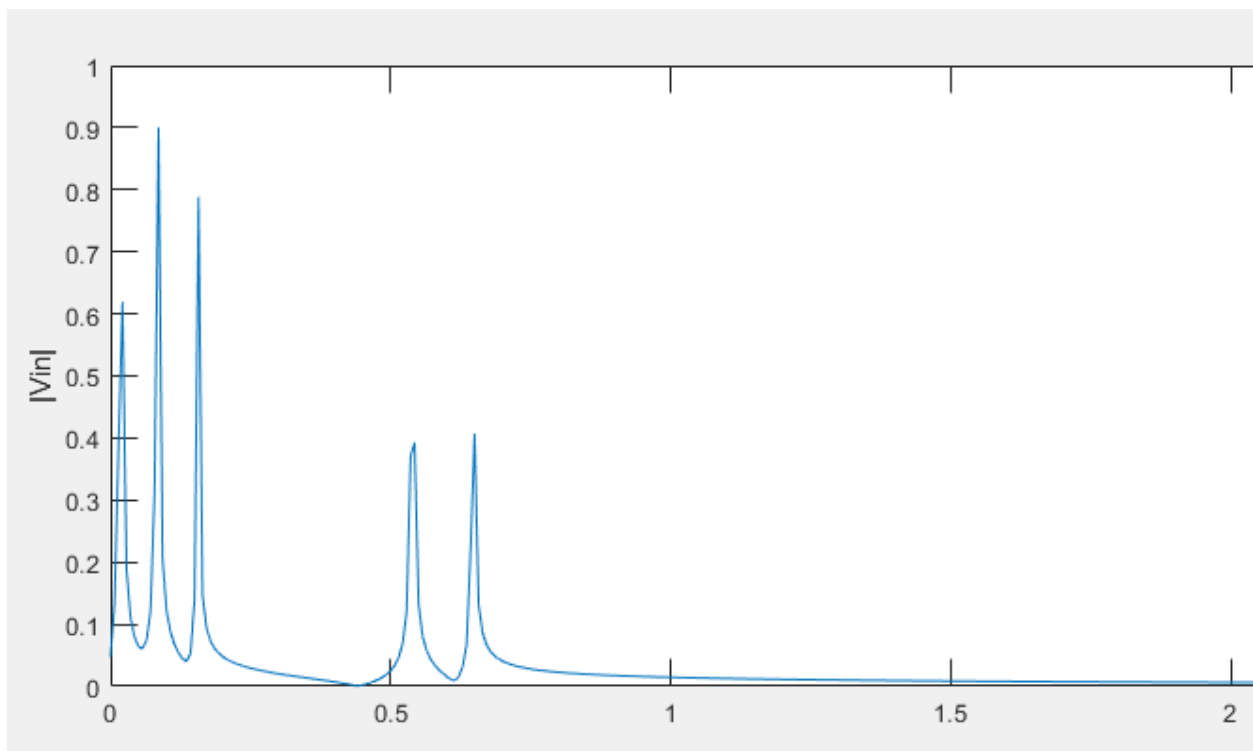


Είναι λογικό το σήμα εξόδου να έχει αντίστροφη φάση, λόγω του τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία που προσθέσαμε στο τέλος του κυκλώματος. Παρατηρούμε ότι τα σήματα στην είσοδο και στη έξοδο του κυκλώματος είναι τα ίδια και στο Matlab και στο Multisim, το οποίο είναι αναμενόμενο.

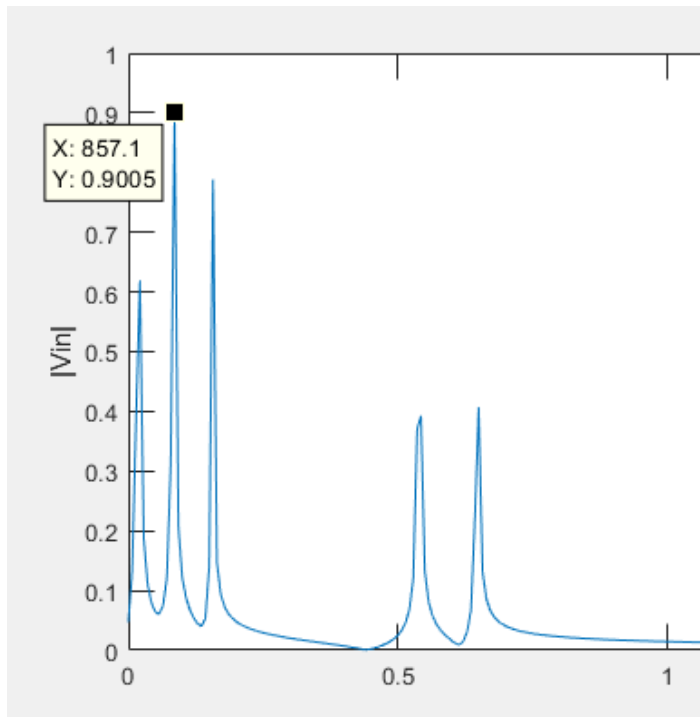
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει αυτό θα εξετάσουμε τα φάσματα και στο Multisim και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT.

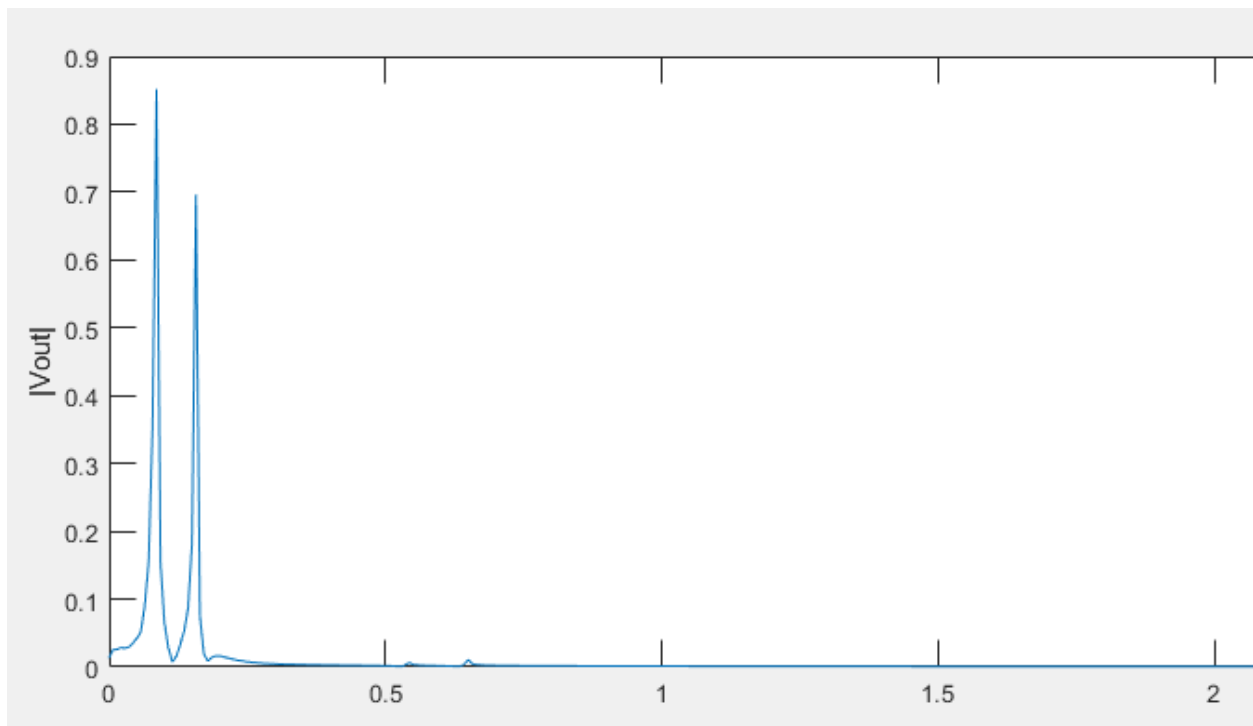
Φάσμα Σήματος Εισόδου - MATLAB:



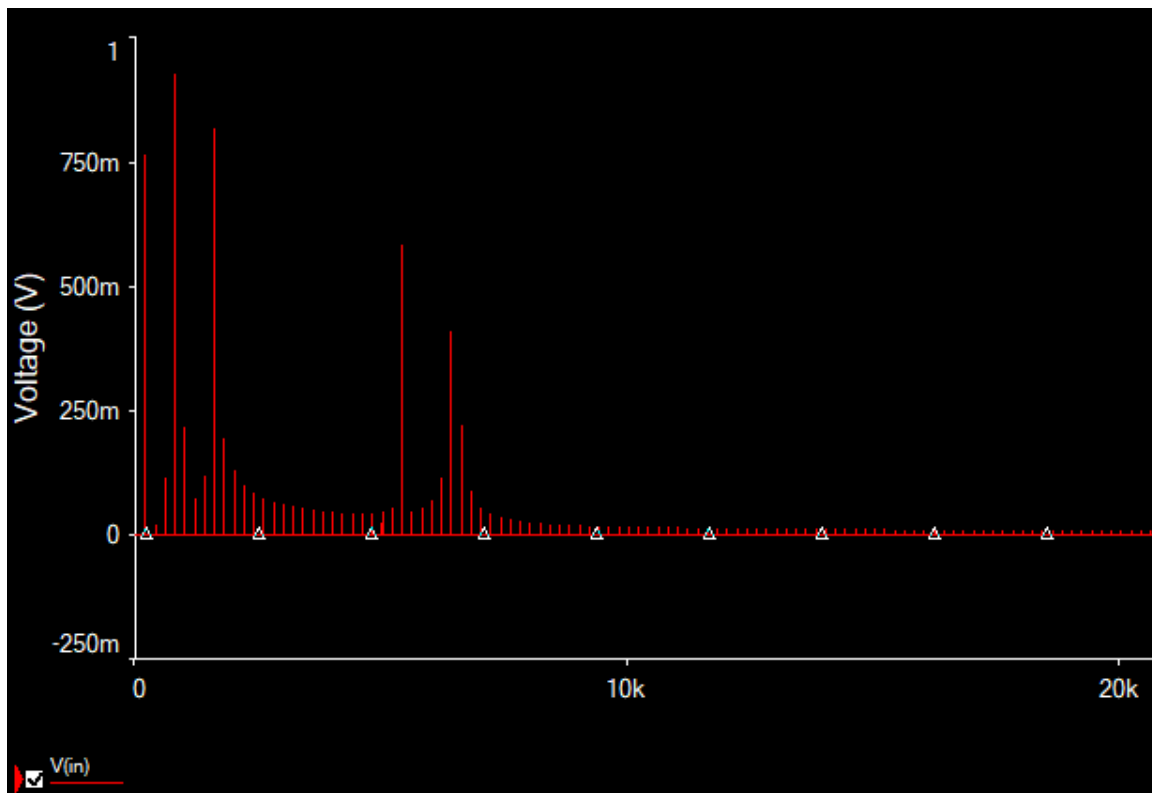
Και σε μεγέθυνση:



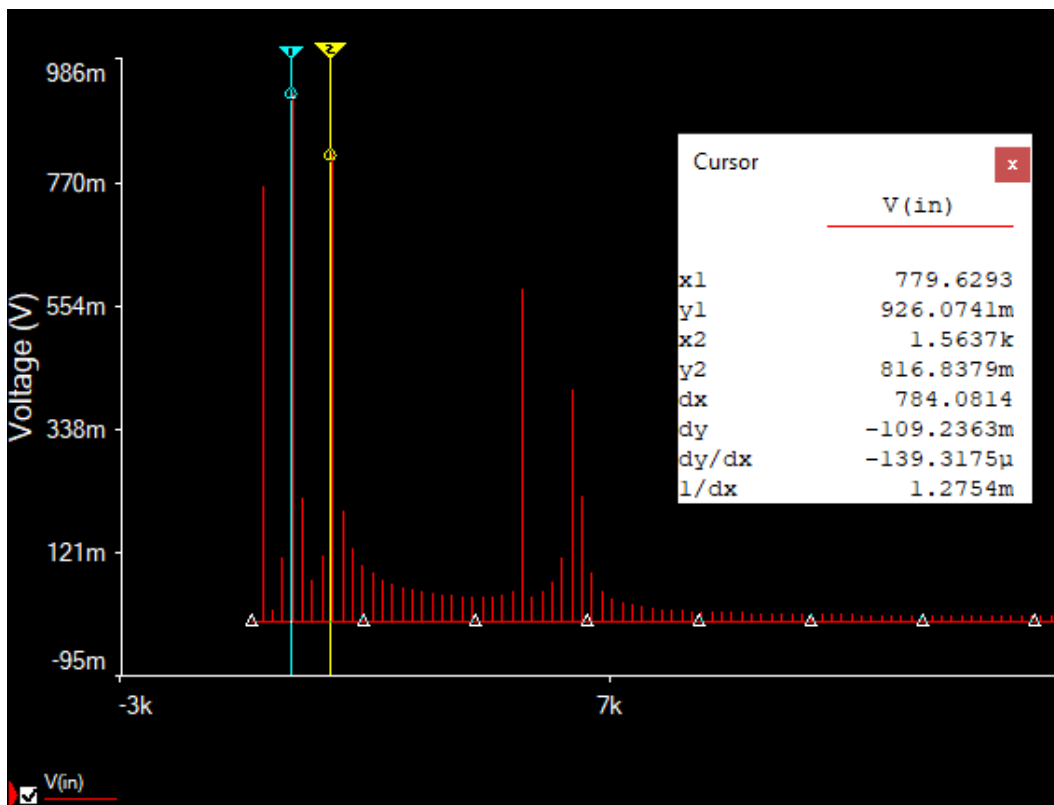
Φάσμα Σήματος Εξόδου - MATLAB:



Φάσμα Σήματος Εισόδου - MULTISIM:

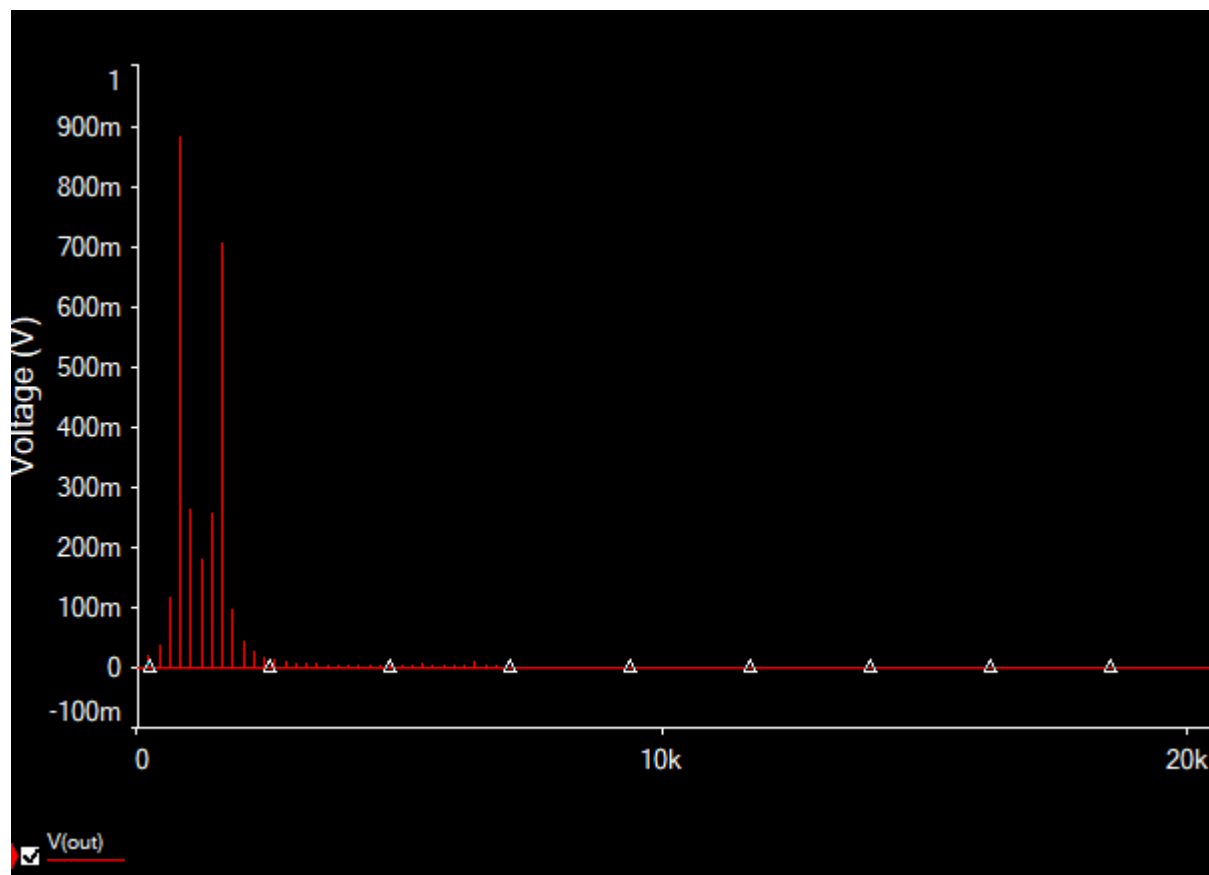


Και σε μεγέθυνση:





Φάσμα Σήματος Εξόδου - MULTISIM:



Βλέπουμε ότι τα αποτελέσματα της προσομοίωσης στο multisim είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα της θεωρητικής ανάλυσης του matlab. Παρατηρούμε μια μικρή μείωση του πλάτους του σήματος της εξόδου σε σχέση με την είσοδο. Συγκεκριμένα, το φάσμα του περιοδικού σήματος παρουσιάζει μέγιστο στις συχνότητες:

214.3Hz, 857.1Hz, 1571Hz, 5428Hz, 6500Hz

Χρησιμοποιώντας το Band Pass φίλτρο επιτρέπουμε να περάσουν μόνο οι συχνότητες 857.1Hz, που βρίσκεται μέσα στο διάστημα  $f_1$ ,  $f_2$  καθώς και η 1571Hz, που βρίσκεται λίγο έξω από την  $f_2$  αλλά αρκετά κοντά της, ώστε να μην προλάβει να αποσβάνει. Όλες οι υπόλοιπες συχνότητες αποσβάνουν.

Αυτό που συμπεραίνουμε από τα διαγράμματα είναι ότι έχουμε απόσβεση στη ζώνη αποκοπής, δηλαδή δεν περνά καμία συχνότητα μικρότερη της  $f_3=463.53\text{Hz}$  ή μεγαλύτερη της  $f_4=2157.12\text{Hz}$ . Αυτό συνεπάγεται ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς περνούν οι συχνότητες στο διάστημα  $(f_1, f_2)$  με ρύθμιση κέρδους  $0\text{dB}$ , καθώς και ότι αποκόπτονται οι συχνότητες στα διαστήματα  $(0, f_3)$  και  $(f_4, \infty)$ . Αυτό επιβεβαιώνει την λειτουργία του φίλτρου, διότι μόνο οι συχνότητες στην ζώνη διέλευσης εμφανίζονται στην έξοδο.

Αξίζει να σημειωθεί ότι και ως προς τις αποσβέσεις είμαστε εντός προδιαγραφών καθώς στις συχνότητες  $f_3, f_4$  έχουμε απόσβεση μεγαλύτερη της  $a_{\min}$ , ενώ στις συχνότητες  $f_1, f_2$  έχουμε απόσβεση μικρότερη της  $a_{\max}$ .

## Εργασία #3: Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

### ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Θα σχεδιάσουμε ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Butterworth, το οποίο να πληρεί τις παρακάτω προδιαγραφές:

$$f_0 = 1750 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 1050 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 2916.66 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 1503.53 \text{ Hz}$$

$$f_4 = 2036.87 \text{ Hz}$$

$$a_{\min} = 37 \text{ dB}$$

$$a_{\max} = 0.4278 \text{ dB}$$

### A. Σχεδίαση Φίλτρου

#### A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα μετατρέψουμε τις παραπάνω συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 10995.57 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1 = 6597.34 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot f_2 = 18325.96 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot f_3 = 9446.98 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_4 = 2\pi \cdot f_4 = 12798.02 \text{ rad/sec}$$

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 11728.61 \text{ rad/sec}$$

Υπολογίζουμε την τάξη του φίλτρου.

Οι προδιαγραφές του πρωτότυπου Low Pass φίλτρου είναι:

$$\Omega_p = 1 \text{ και } \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 3.5$$

$$n = \left\lceil \frac{\log \left[ \left( 10^{a_{\min}/10} - 1 \right) / \left( 10^{a_{\max}/10} - 1 \right) \right]}{2 \log \left( \frac{\Omega_s}{\Omega_p} \right)} \right\rceil = [4.3054] \Rightarrow n = 5$$

Στρογγυλοποιούμε το  $n$  στην πιο κοντινή και μεγαλύτερη ακέραια τιμή έτσι ώστε να υπερκαλύπτονται οι προδιαγραφές του φίλτρου.

**$n = 5$**

*Συχνότητα Ημίσειας Ισχύος @3dB*

$$\Omega_o = \frac{\Omega_s}{\left( 10^{a_{\min}/10} - 1 \right)^{1/2n}} = 1.4931 \text{ rad/sec}$$

Οι πόλοι της κανονικοποιημένης απόκρισης Butterworth για  $n=5$  σύμφωνα με τον πίνακα 9.1 είναι:

$$p_k = -\sigma_k \pm j\omega_k = \begin{bmatrix} -1 \\ -0.8090 \pm j0.5877 \\ -0.3090 \pm j0.9510 \end{bmatrix}$$

Θεωρούμε προσωρινά  $\Omega_o = 1$ . Σε αυτή την περίπτωση έχουμε συνάρτηση μεταφοράς

$$T_{LP} = \frac{1}{(s+1) \cdot (s^2+s+1) \cdot (s^2+s+1)}$$

και εφαρμόζοντας μετασχηματισμό  $s \rightarrow 1/s$  παίρνουμε την High Pass συνάρτηση μεταφοράς

$$T_{HP} = \frac{s^5}{(s+1) \cdot (s^2+s+1) \cdot (s^2+s+1)}$$

Οι πόλοι της High Pass είναι ίδιοι με τους πόλους της Low Pass, δηλαδή κινούνται πάνω στο μοναδιαίο κύκλο, αλλά η High Pass έχει και 5 μηδενικά στο μηδέν με  $\Omega_o = 1$ .

Στην πραγματικότητα όμως η Ημίσεια Ισχύς του High Pass είναι  $\Omega_{o\_HP} = 1/\Omega_o = 0.6698 \text{ rad/sec}$ .

Αυτό σημαίνει ότι οι πόλοι της  $T_{HP}$  κινούνται σε κύκλο με ακτίνα  $\Omega_{o\_HP} = 0.6698$ .

Επομένως, οι πόλοι της High Pass είναι

$$p_{i\_HP} = -\sigma_{k\_HP} \pm j\omega_{k\_HP} = \Omega_{o\_HP} * p_k = \begin{bmatrix} -0.6698 \\ -0.5418 \pm j0.3936 \\ -0.2070 \pm j0.6369 \end{bmatrix}$$

Για να βρούμε τους πόλους της Band Elimination θα χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο **Geffe**.

*Μετασχηματισμός πραγματικού πόλου:*

$$\Sigma_1 = 0.6698$$

$$\omega_o = 10995.57$$

$$q_c = \frac{\omega_o}{bw} = 0.9375$$

$$Q_1 = \frac{qc}{\Sigma_1} = 1.3997$$

$$\omega_{o1} = \omega_o = 10995.57 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_z = \omega_o = 10995.57 \text{ rad/sec}$$

*Μετασχηματισμός μιγαδικών πόλων:*

1<sup>ο</sup> ζευγάρι πόλων

$$\Sigma_2 = 0.5418$$

$$\Omega_2 = 0.3936$$

Αλγόριθμος Geffe

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 0.4485$$

$$D = \frac{2\Sigma}{qc} = 1.1559$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 4.5103$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 3.8728$$

$$Q_2 = \frac{1}{D} * \sqrt{\frac{E+G}{2}} = 1.7712$$

$$\text{Kappa} = \frac{Q_2 \Sigma}{qc} = 1.0237$$

$$W_{\text{geffe}} = \text{Kappa} + \sqrt{\text{Kappa}^2 - 1} = 1.2425$$

$$\omega_{o2} = \frac{1}{W_{\text{geffe}}} * \omega_o = 8849.58 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{o3} = W_{\text{geffe}} * \omega_o = 13661.96 \text{ rad/sec}$$

Οπότε υπάρχουν δύο ζεύγη πόλων ( $\omega_{o2}=8849.58$  ,  $Q_2=1.7712$ ) και ( $\omega_{o3}=13661.96$  ,  $Q_3=1.7712$ )

καθώς και δύο μηδενικά στο  $\omega_o$ .

### 2° ζευγάρι πόλων

$$\Sigma_3 = 0.2070$$

$$\Omega_3 = 0.6369$$

### Αλγόριθμος Geffe

$$C = \Sigma^2 + \Omega^2 = 0.4485$$

$$D = \frac{2\Sigma}{qc} = 0.4415$$

$$E = 4 + \frac{C}{qc^2} = 4.5103$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.4230$$

$$Q_4 = \frac{1}{D} * \sqrt{\frac{E+G}{2}} = 4.7869$$

$$\text{Kappa} = \frac{Q_3 \Sigma}{qc} = 1.0567$$

$$W_{\text{geffe}} = \text{Kappa} + \sqrt{\text{Kappa}^2 - 1} = 1.3983$$

$$\omega_{o4} = \frac{1}{W_{\text{geffe}}} * \omega_o = 7863.52 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{o5} = W_{\text{geffe}} * \omega_o = 15375.13 \text{ rad/sec}$$

Οπότε υπάρχουν δύο ζεύγη πόλων ( $\omega_{o4}=7863.52$  ,  $Q_4=1.7712$ ) και ( $\omega_{o5}=15375.13$  ,  $Q_5=1.7712$ )

καθώς και άλλα δύο μηδενικά στο  $\omega_o$ .

Επομένως, οι πόλοι του Band Elimination φίλτρου είναι:

$$\omega_{oi} = \begin{bmatrix} 10995.57 \\ 8849.58 \\ 13661.96 \\ 7863.52 \\ 15375.13 \end{bmatrix} \text{ rad/sec}$$

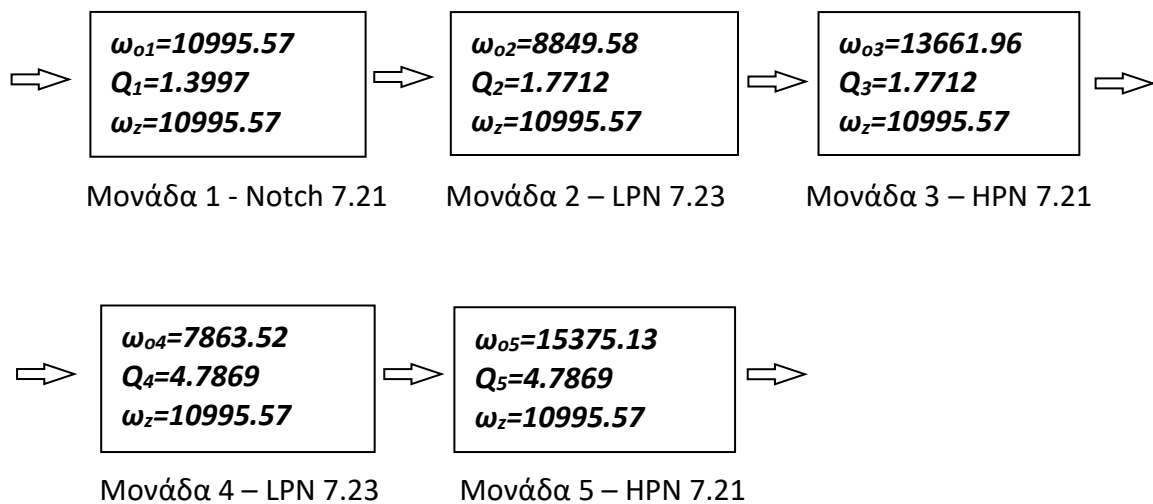
$$Q_i = \begin{bmatrix} 1.3997 \\ 1.7712 \\ 1.7712 \\ 4.7869 \\ 4.7869 \end{bmatrix}$$

Και έχουμε πέντε μηδενικά  $\omega_z$  στο  $\omega_o$ .

$$\omega_z = 10995.57 \text{ rad/sec.}$$

<b>κ</b>	<b><math>\omega_o</math></b>	<b>Q</b>	<b><math>\omega_z</math></b>
1	10995.57	1.3997	10995.57
2	8849.58	1.7712	10995.57
3	13661.96	1.7712	10995.57
4	7863.52	4.7869	10995.57
5	10995.57	4.7869	10995.57

Η Συνάρτηση Μεταφοράς του Ζωνοφρακτικού φίλτρου που θα υλοποιήσουμε, αποτελείται από τις 5 μονάδες που φαίνονται στην παρακάτω διαγραμματική μορφή.



Η Συνάρτηση Μεταφοράς για κάθε μονάδα είναι του τύπου:

$$T_i = \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_o i}{Q_i} s + \omega_o i^2}$$

και η συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς είναι τύπου:

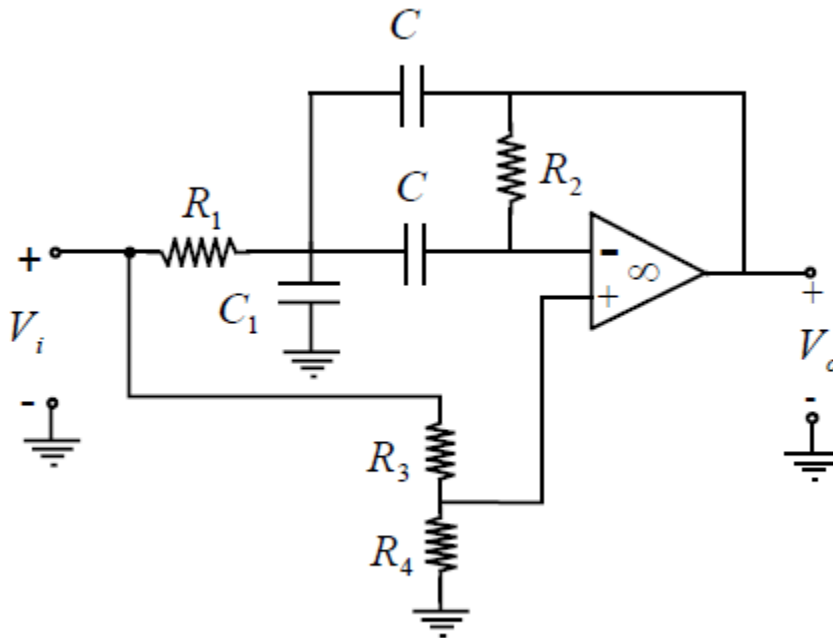
$$T_{BE} = K * \prod_{i=1}^5 T_i$$

## A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς

Η κλιμακοποίηση θα γίνει έτσι ώστε το φίλτρο να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή 0.1μF.

### ΜΟΝΑΔΑ (1)

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα Notch 7.21.



Σχ. 7.21

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o1}}{\omega_{o1}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_{o1}} = 1$$

$$k_1 = \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} - 1 = 0$$

$$k_2 = \frac{(2+k_1)Q_1^2}{(2+k_1)Q_1^2 + 1} = 0.7967$$

$$\text{Κέρδος: } k_1 = k_2 * \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} = 0.7967$$



Θέτω  $R_1 = R_3 = 1$

$$R_2 = Q_1^2 * (2 + k_1)^2 = 7.8371$$

$$R_4 = Q_1^2 * (2 + k_1) = 3.9186$$

$$C = \frac{1}{Q_1(2+k_1)} = 0.3572$$

Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{01} = 10995.57 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.1 \mu\text{F}$ .

$$\text{Έχουμε, } C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 324.8659 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 324.8659 \, \Omega$$

$$R_2 = 2546.0098 \, \Omega$$

$$R_3 = 324.8659 \, \Omega$$

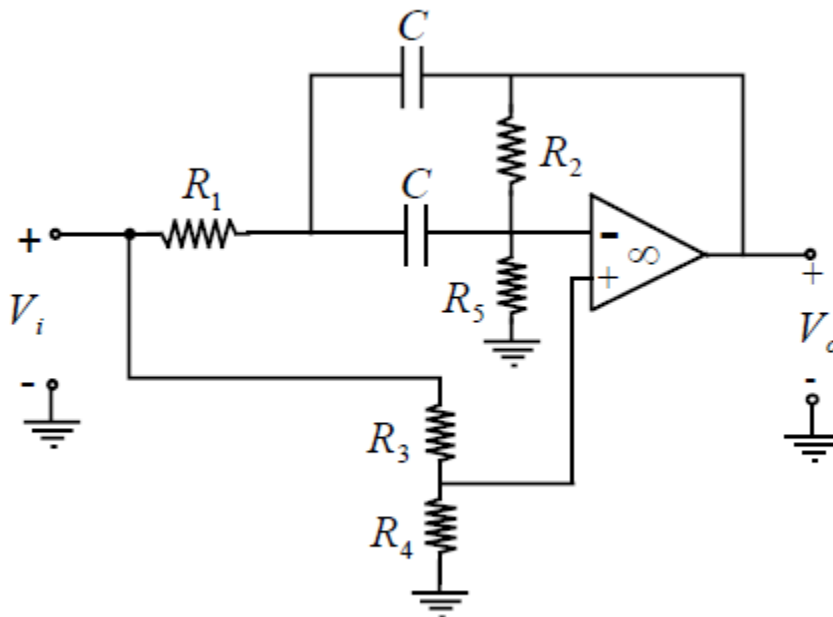
$$R_4 = 1273.0049 \, \Omega$$

$$C = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$k_1 = 0.7967$$

## ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα LPN 7.23.



Σχ. 7.23

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o2}}{\omega_{o2}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_{o2}} = 1.2425$$

$$\text{Θέτω } R_1 = 1$$

$$R_2 = 4Q_2^2 = 12.5480$$

$$R_3 = \frac{\omega_z^2}{2Q_2^2} = 0.2461$$

$$R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4Q_2^2}{\omega_z^2 - 1} = 23.0747$$

$$C = \frac{1}{2Q_2} = 0.2823$$

$$\text{Κέρδος: } k_{II} = 1/(R_3 + 1) = 0.8025$$

### Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o2} = 8849.58 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.1 \mu\text{F}$ .

Έχουμε,  $C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 318.9997$  και  $R_{\text{real}} = R \cdot k_m$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 318.9997 \, \Omega$$

$$R_2 = 4002.8008 \, \Omega$$

$$R_3 = 78.4941 \, \Omega$$

$$R_4 = 318.9997 \, \Omega$$

$$R_5 = 7360.8385 \, \Omega$$

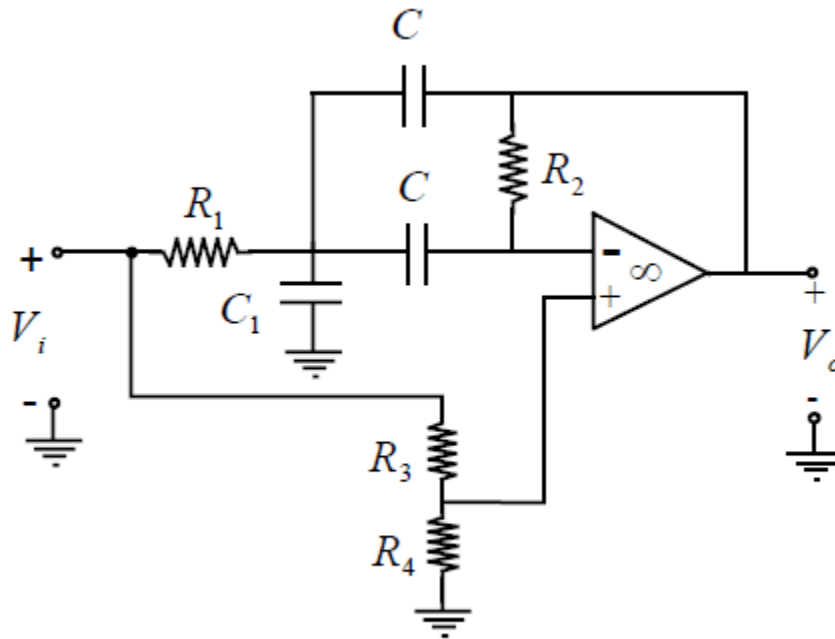
$$C_1 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$k_{II} = 0.8025$$

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα HPN 7.21.



Σχ. 7.21

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o3}}{\omega_{o3}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_{o3}} = 0.8048$$

$$k_1 = \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.5438$$

$$k_2 = \frac{(2+k_1)Q_3^2}{(2+k_1)Q_3^2+1} = 0.8886$$

$$\text{Κέρδος: } k_{III} = k_2 * \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} = 1.3719$$

$$\text{Θέτω } R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q_3^2 * (2 + k_1)^2 = 20.2992$$

$$R_4 = Q_3^2 * (2 + k_1) = 7.9799$$

$$C = \frac{1}{Q_3(2+k_1)} = 0.2220$$

$$C_1 = k_1 \cdot C = 0.1207$$

Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o3} = 13661.96 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.1 \mu\text{F}$ .

$$\text{Έχουμε, } C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 162.4605 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 162.4605 \, \Omega$$

$$R_2 = 3297.8147 \, \Omega$$

$$R_3 = 162.4605 \, \Omega$$

$$R_4 = 1296.4143 \, \Omega$$

$$C_1 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

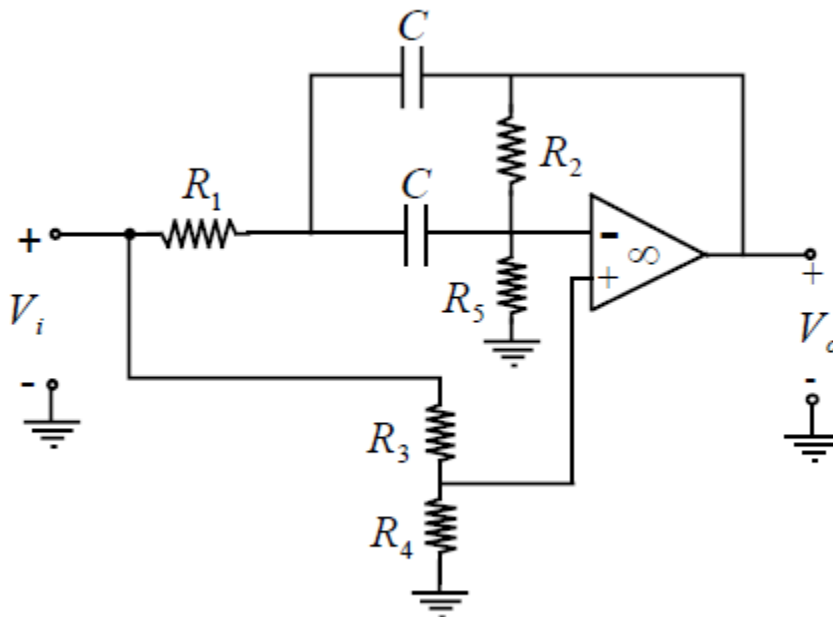
$$C_2 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$C_3 = 0.05438 \, \mu\text{F}$$

$$k_{III} = 1.3719$$

#### ΜΟΝΑΔΑ ( IV )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα LPN 7.23.



Σχ. 7.23

$$\text{Θέτω } \omega_0 = \frac{\omega_{o4}}{\omega_{o4}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_{o4}} = 1.3983$$

$$\text{Θέτω } R_1 = 1$$

$$R_2 = 4Q_4^2 = 91.6568$$

$$R_3 = \frac{\omega_z^2}{2Q_4^2} = 0.0427$$

$$R_4 = 1$$

$$R_5 = \frac{4Q_4^2}{\omega_z^2 - 1} = 95.9510$$

$$C = \frac{1}{2Q_4} = 0.1045$$

$$\text{Κέρδος: } k_{IV} = 1/(R_3 + 1) = 0.9591$$

### Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o4} = 7863.52 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.1 \mu\text{F}$ .

Έχουμε,  $C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 132.8313$  και  $R_{\text{real}} = R \cdot k_m$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 132.8313 \, \Omega$$

$$R_2 = 12174.8970 \, \Omega$$

$$R_3 = 5.6672 \, \Omega$$

$$R_4 = 132.8313 \, \Omega$$

$$R_5 = 12745.2941 \, \Omega$$

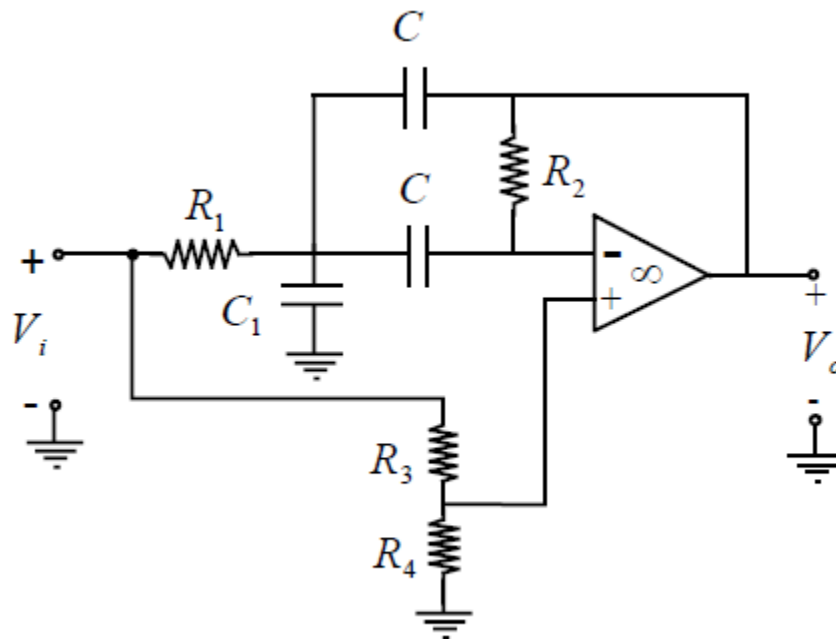
$$C_1 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$k_{IV} = 0.9591$$

### ΜΟΝΑΔΑ ( V )

Η μονάδα αυτή είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα HPN 7.21.



Σχ. 7.21

$$\text{Θέτω } \omega_o = \frac{\omega_{o5}}{\omega_{o5}} = 1 \text{ και } \omega_z = \frac{\omega_z}{\omega_{o5}} = 0.7152$$

$$k_1 = \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} - 1 = 0.9552$$

$$k_2 = \frac{(2+k_1)Q_5^2}{(2+k_1)Q_5^2+1} = 0.9854$$

$$\text{Κέρδος: } k_v = k_2 * \frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} = 1.9268$$

$$\text{Θέτω } R_1 = R_3 = 1$$

$$R_2 = Q_5^2 * (2 + k_1)^2 = 200.1208$$

$$R_4 = 5^2 * (2 + k_1) = 67.7171$$

$$C = \frac{1}{Q_5(2+k_1)} = 0.0707$$



$$C_{-1} = k_1 * C = 0.0675$$

### Κλιμακοποίηση:

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o5} = 15375.13 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.1 \mu\text{F}$ .

$$\text{Έχουμε, } C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 45.9764 \text{ και } R_{\text{real}} = R \cdot k_m$$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$R_1 = 45.9764 \, \Omega$$

$$R_2 = 9200.8404 \, \Omega$$

$$R_3 = 45.9764 \, \Omega$$

$$R_4 = 3113.3913 \, \Omega$$

$$C_1 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0.1 \, \mu\text{F}$$

$$C_3 = 0.09552 \, \mu\text{F}$$

$$k_v = 1.9268$$

### *A.3. Ρύθμιση Κέρδους*

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 0 dB ή 1. Ξέρω ότι το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες ( $s \rightarrow 0$ ) είναι

$$A = k_I * k_{II} * k_{III} * k_{IV} * k_V * \left(\frac{\omega_z}{\omega_{o1}}\right)^2 * \left(\frac{\omega_z}{\omega_{o2}}\right)^2 * \left(\frac{\omega_z}{\omega_{o3}}\right)^2 * \left(\frac{\omega_z}{\omega_{o4}}\right)^2 * \left(\frac{\omega_z}{\omega_{o5}}\right)^2 = 1.6209$$

Για να πετύχω το επιθυμητό κέρδος προσθέτω ένα τελεστικό ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος

$$K = K_d/A = 1/1.6209 = 0.6169$$

Θέλουμε επομένως να ρίξουμε το κέρδος κατά  $K=0.6169$ . Αυτό θα επιτευχθεί με τον ΤΕ σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία και αντιστάσεις  $R_{TE1} = 10 \text{ k}\Omega$  άρα  $R_{TE2} = 6.169 \text{ k}\Omega$ , ώστε να ισχύει  $K = R_{TE2} / R_{TE1}$ .

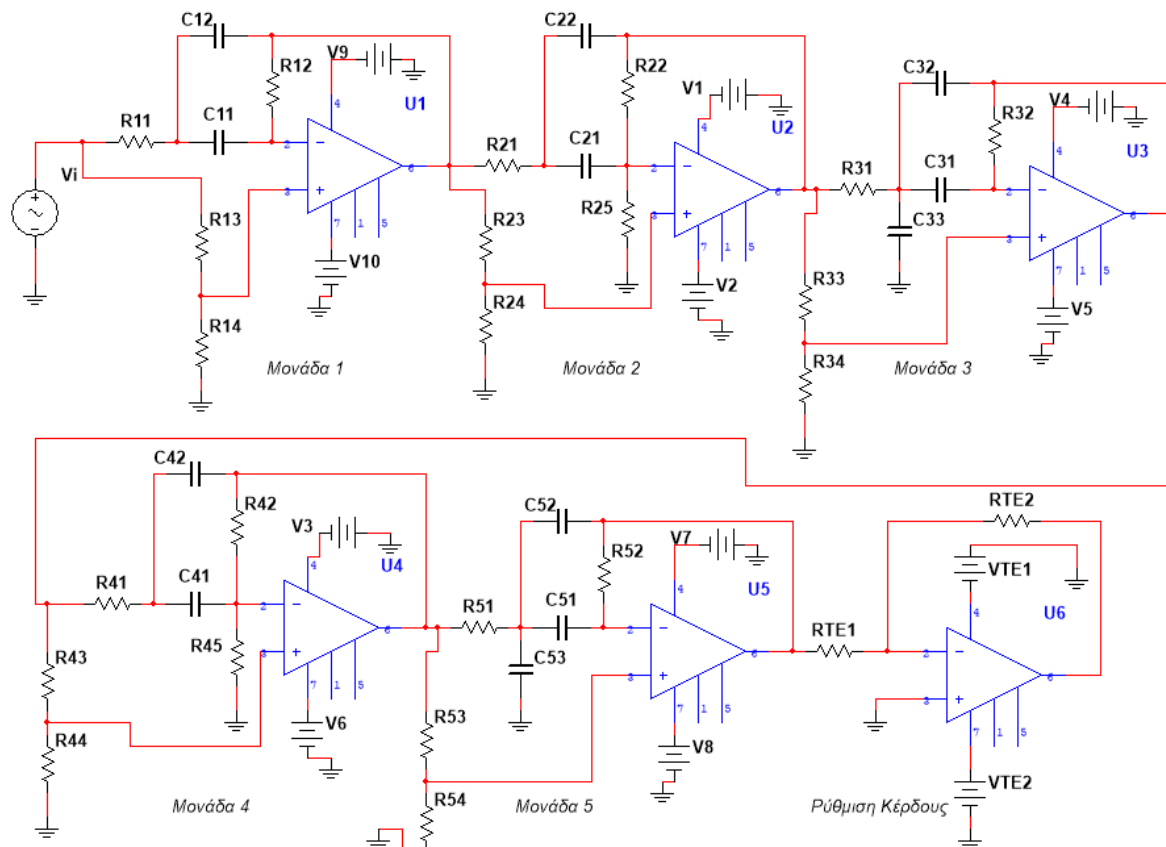
### *Συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς*

$$T = K \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_4 \cdot T_5$$

T =

$$0.6169 \cdot \frac{s^2 + 10995.57^2}{s^2 + \frac{10995.57}{1.3997}s + 10995.57^2} \cdot \frac{s^2 + 10995.57^2}{s^2 + \frac{8849.58}{1.7712}s + 8849.58^2} \cdot \frac{s^2 + 10995.57^2}{s^2 + \frac{13661.96}{1.7712}s + 13661.96^2} \cdot \frac{s^2 + 10995.57^2}{s^2 + \frac{7863.52}{4.7869}s + 7863.52^2} \cdot \frac{s^2 + 10995.57^2}{s^2 + \frac{15375.13}{4.7869}s + 15375.13^2}$$

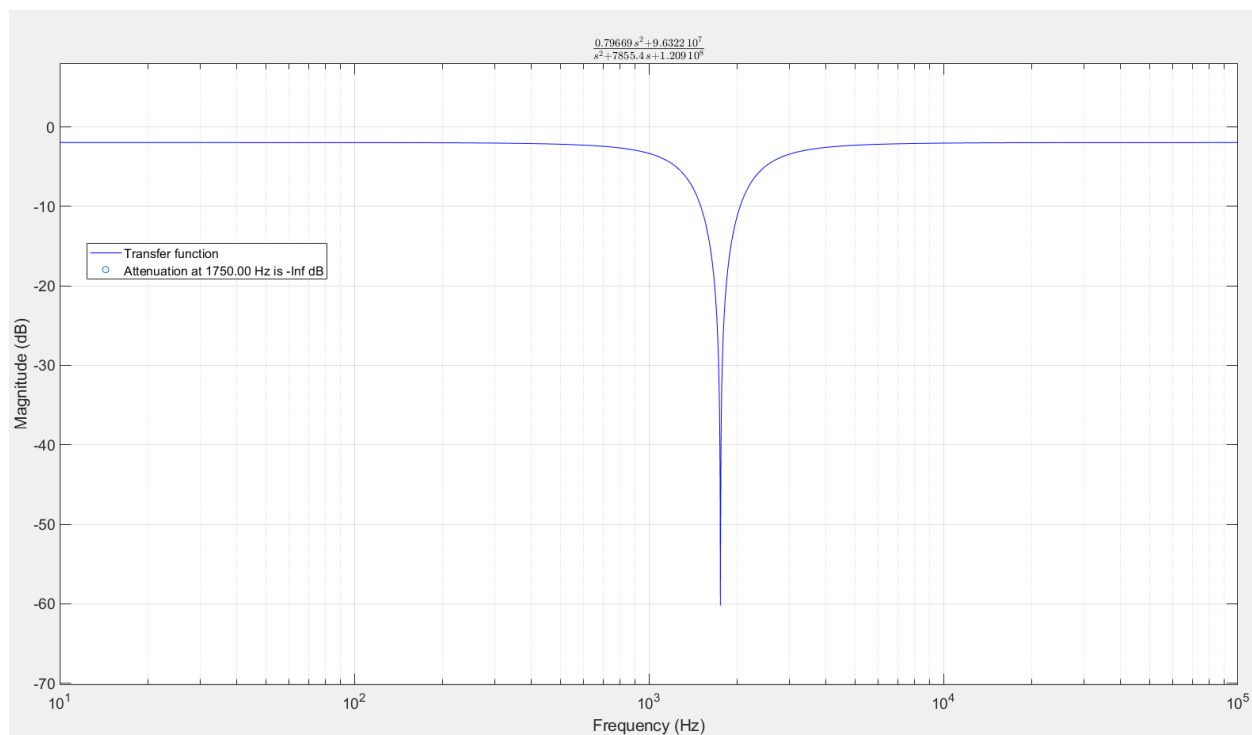
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κύκλωμα με τις πέντε μονάδες. Τέλος, φαίνεται και ο Τελεστικός ενισχυτής με την αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



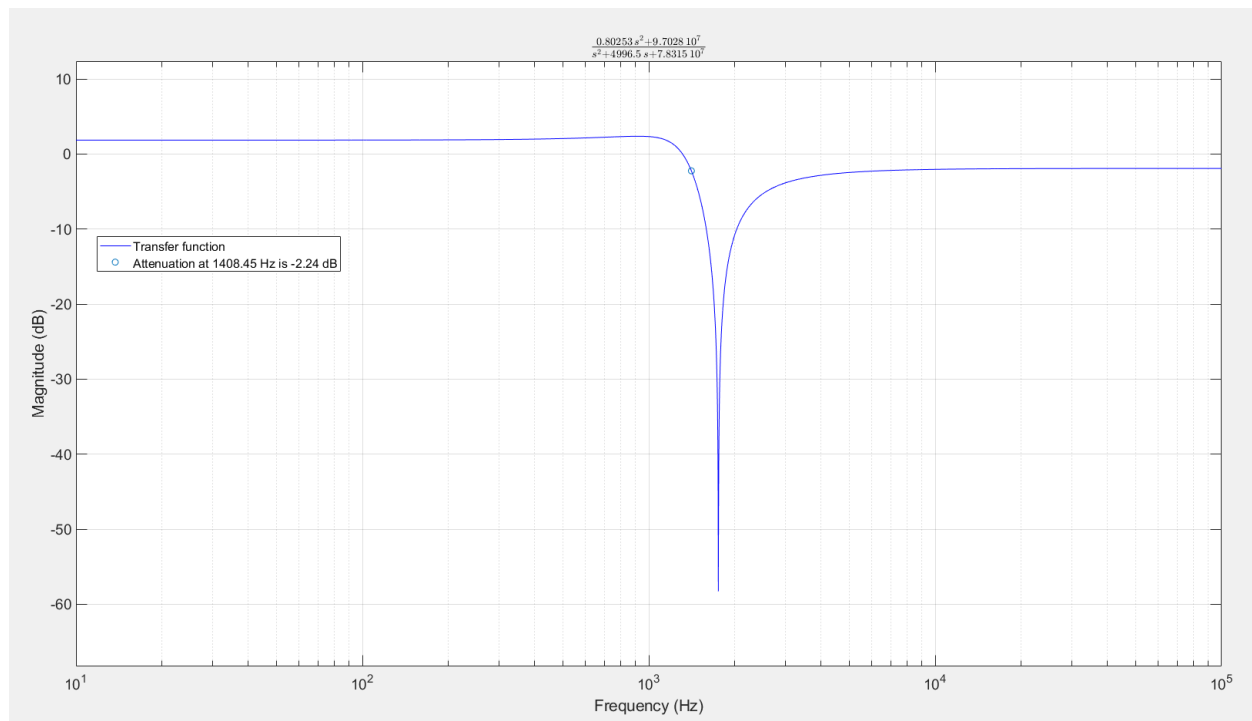
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων που υλοποιούν το φίλτρο και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Τα παρακάτω διαγράμματα δημιουργήθηκαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `plot_transfer_function.m` που δόθηκε στην εκφώνηση, με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

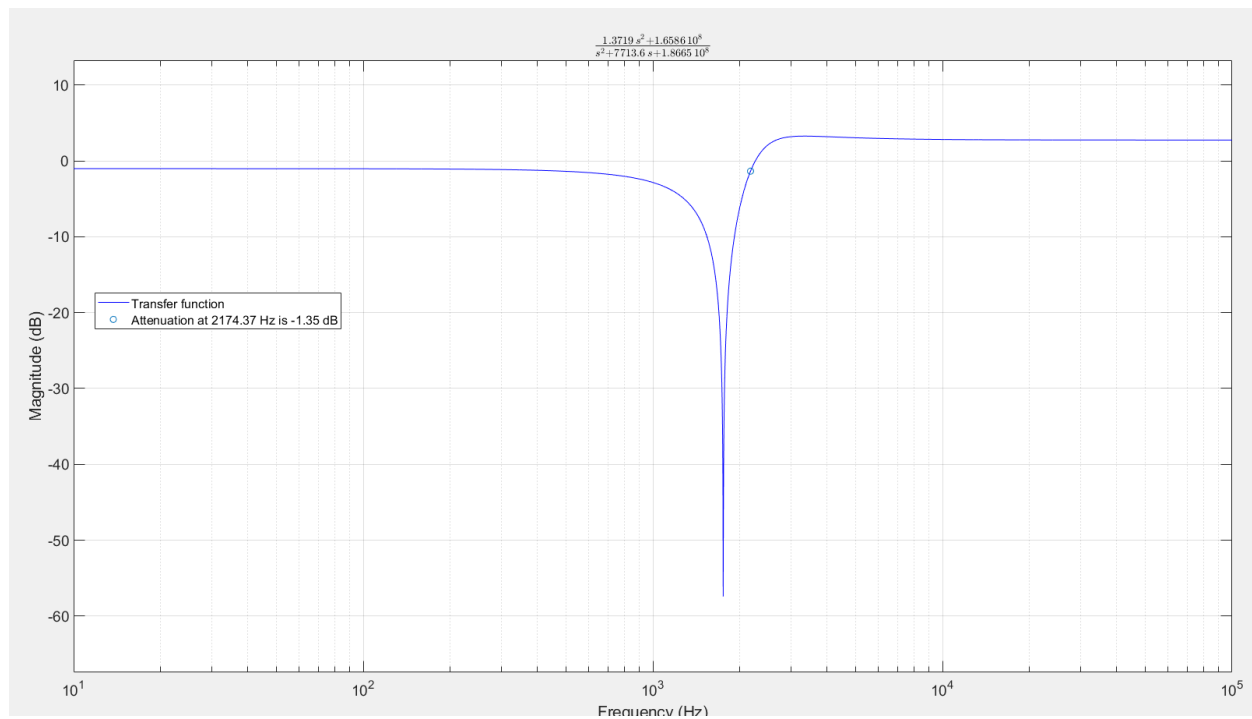
### 1<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα *Notch* 7.21



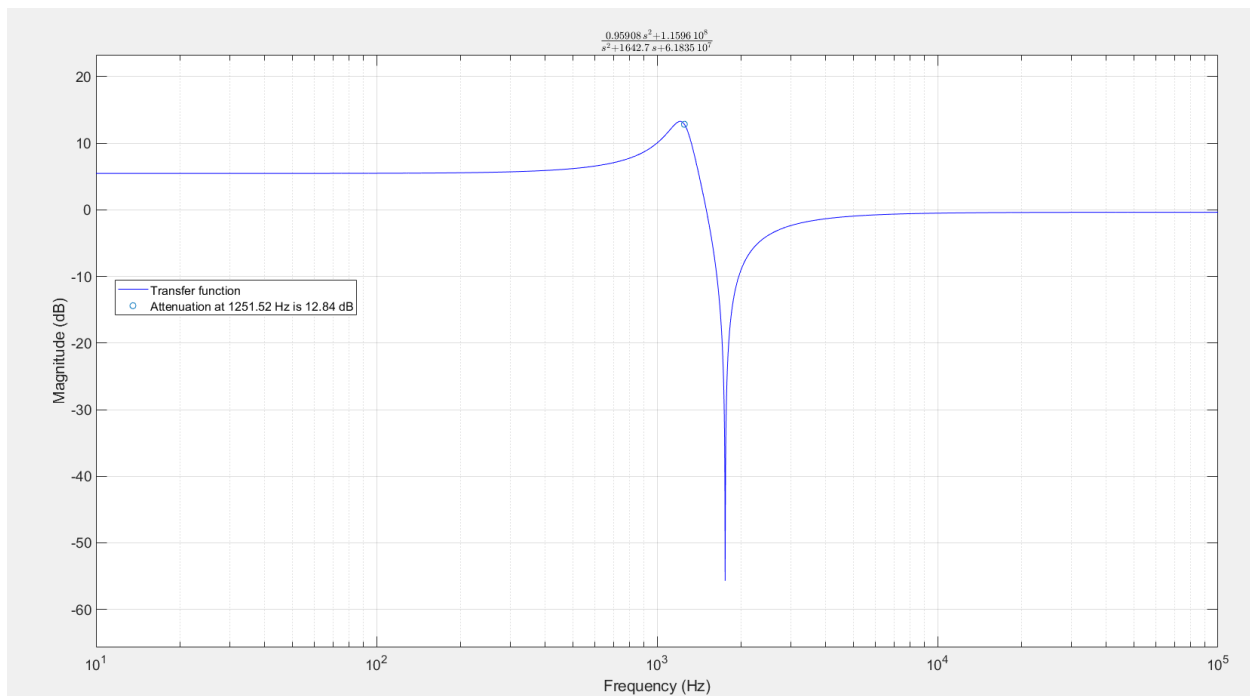
## 2<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα LPN 7.23



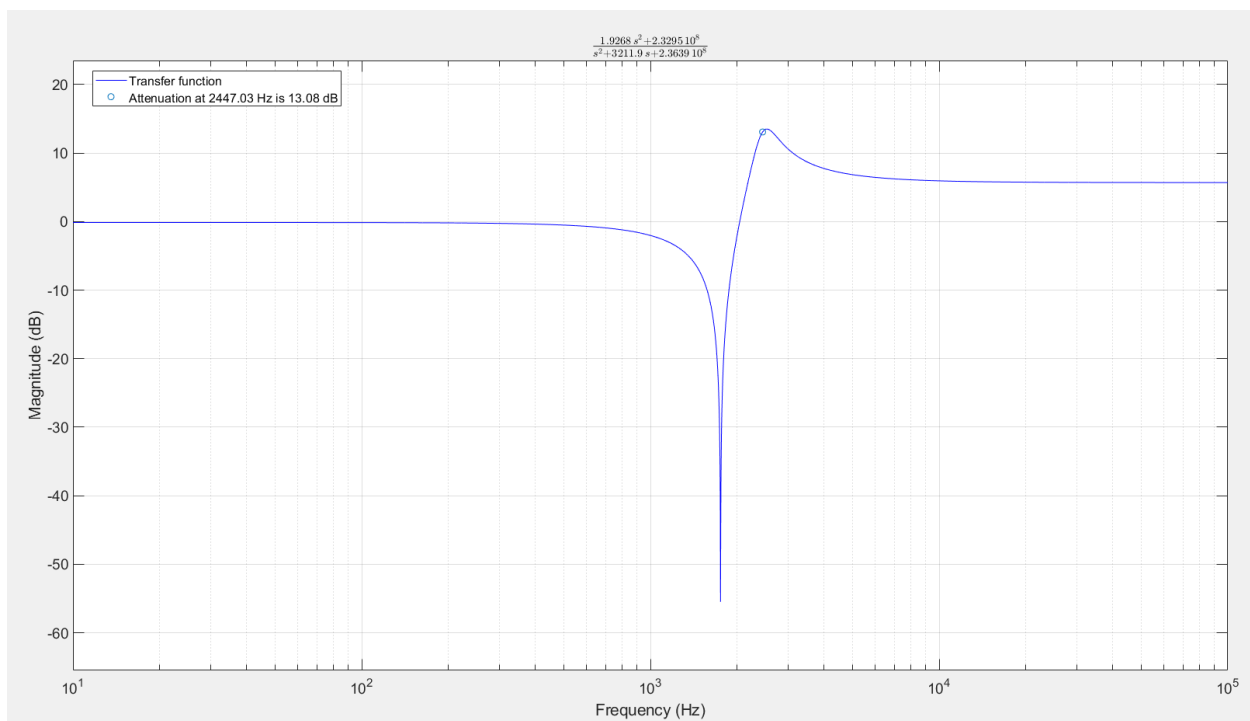
## 3<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα HPN 7.21



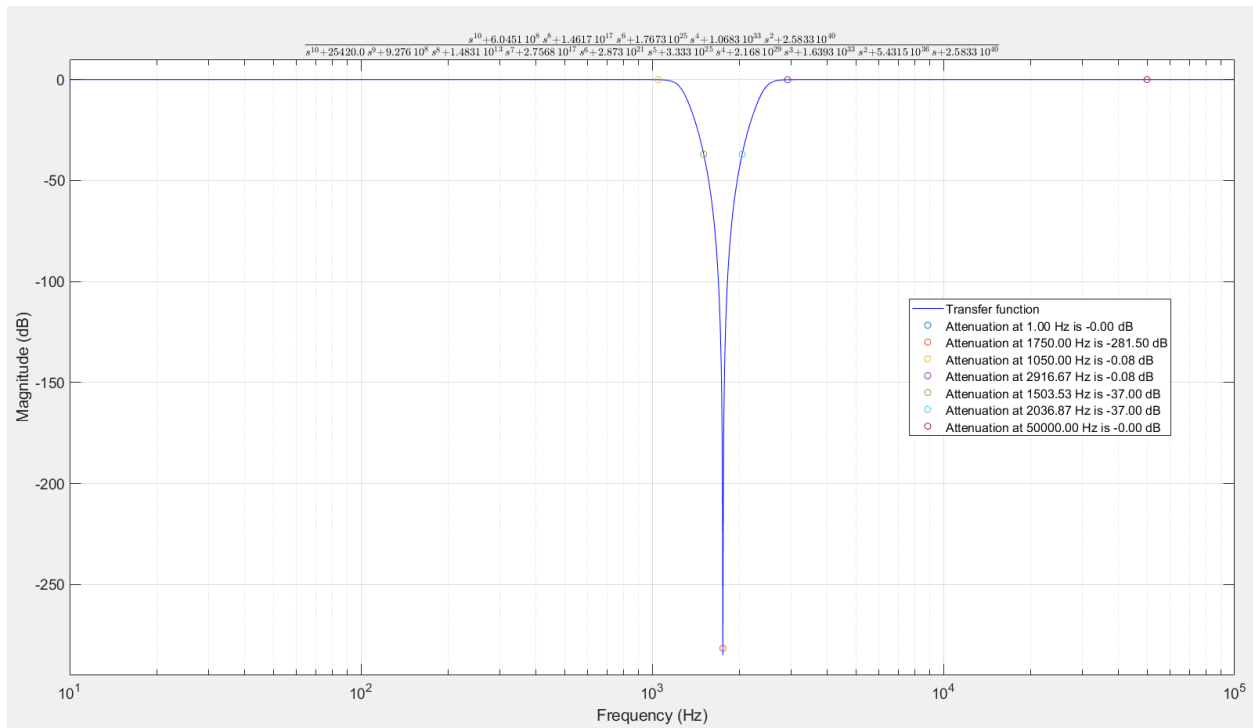
#### 4<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα LPN 7.23



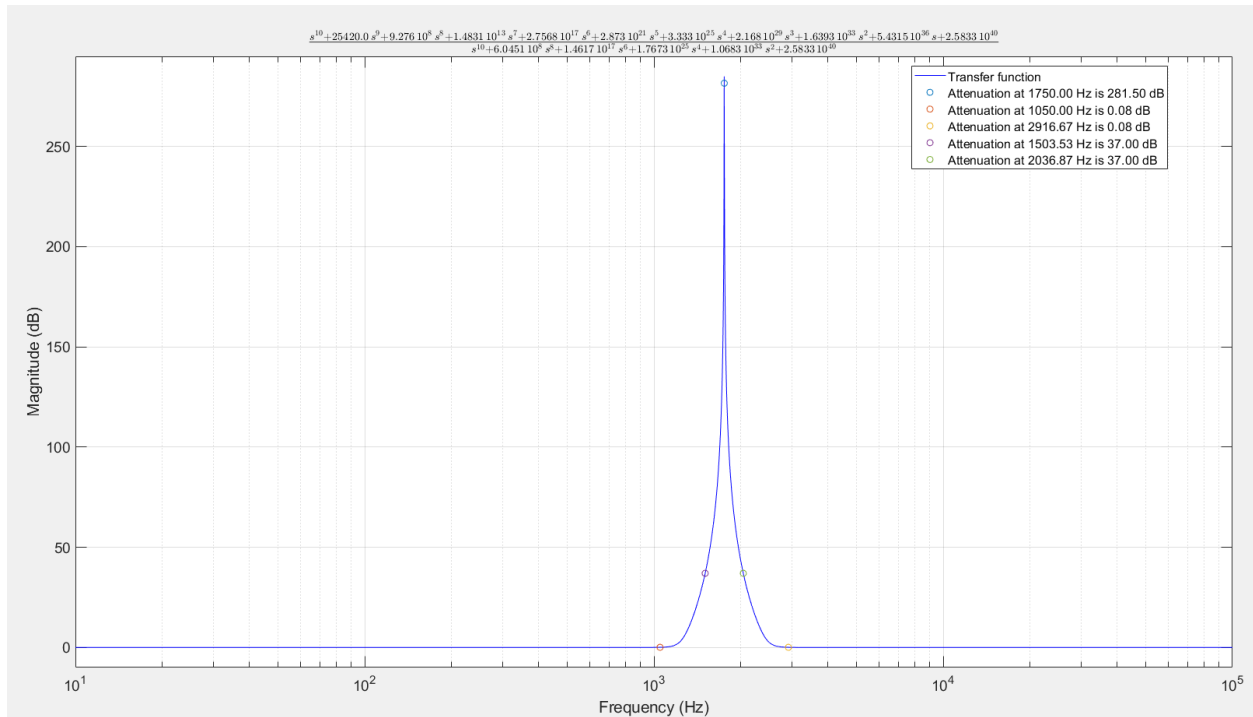
#### 5<sup>η</sup> Μονάδα: Κύκλωμα HPN 7.21



## Συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας



## Συνάρτηση Απόσβεσης σε dB της συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας



### Προδιαγραφές

- $\text{distance}(\text{low}, f_1) \leq a_{\max}$   
 $0.08 - 0 \leq 0.4278$   
 $0.08 \leq 0.4278$  Ισχύει!

Πιάνουμε την πρώτη προδιαγραφή.

- $\text{distance}(\text{low}, f_2) \leq a_{\max}$   
 $0.08 - 0 \leq 0.4278$   
 $0.08 \leq 0.4278$  Ισχύει!

Πιάνουμε και τη δεύτερη προδιαγραφή.

- $\text{distance}(\text{high}, f_3) \geq a_{\min}$   
 $37 - 0 \geq 37$   
 $37 \geq 37$  Ισχύει!

Πιάνουμε την τρίτη προδιαγραφή.

- $\text{distance}(\text{high}, f_4) \geq a_{\min}$   
 $37 - 0 \geq 37$   
 $37 \geq 37$  Ισχύει!

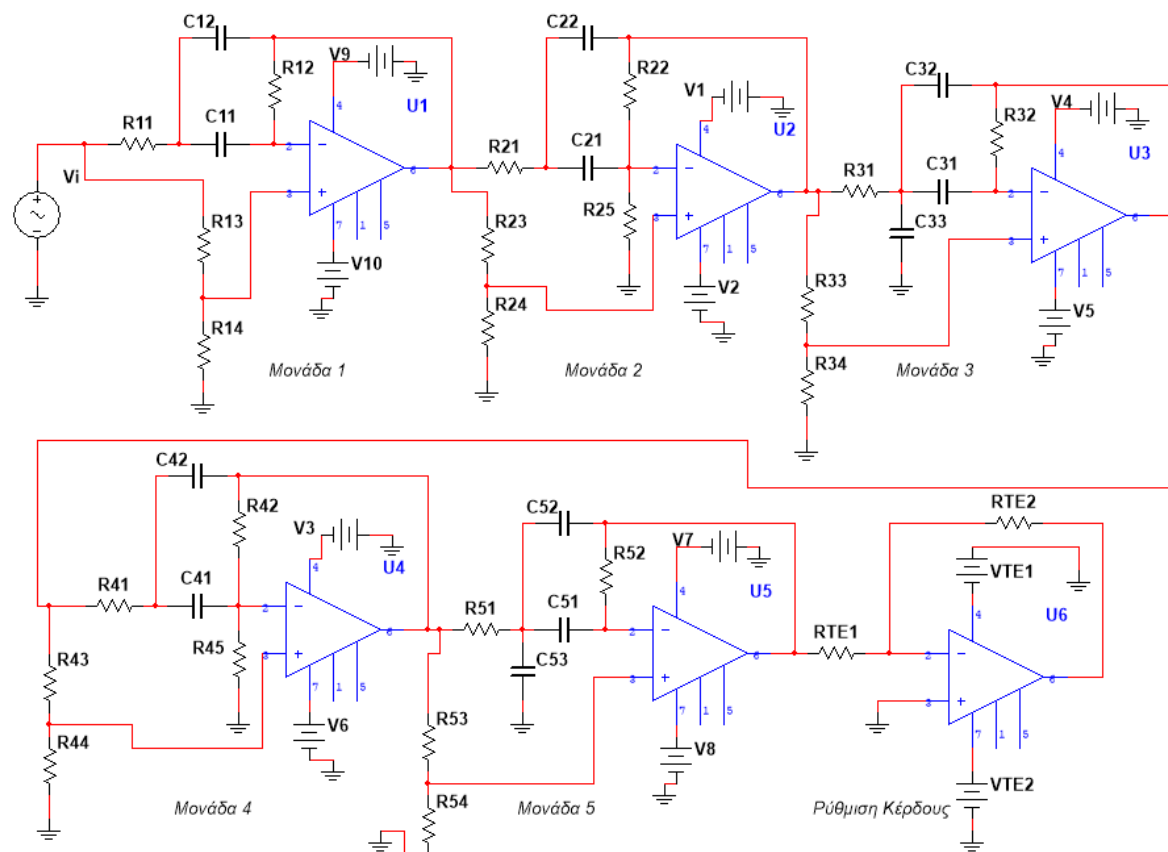
Πιάνουμε και τη τέταρτη προδιαγραφή.

Από το σχήμα είναι ξεκάθαρο ότι ικανοποιούνται οι προδιαγραφές. Η απόσβεση μέσα στην ζώνη μεταξύ του  $f_3$  και του  $f_4$  είναι μεγαλύτερη ή ίση από  $37\text{dB} \geq a_{\min}=37$  άρα πιάνουμε τη συνθήκη οριακά. Η απόσβεση πριν την  $f_1$  και μετά την  $f_4$  είναι  $0.08\text{dB} < a_{\max}=0.4278$  άρα η συνθήκη υπερκαλύπτεται. Το κέρδος στη ζώνη διέλευσης είναι 0 dB.

## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

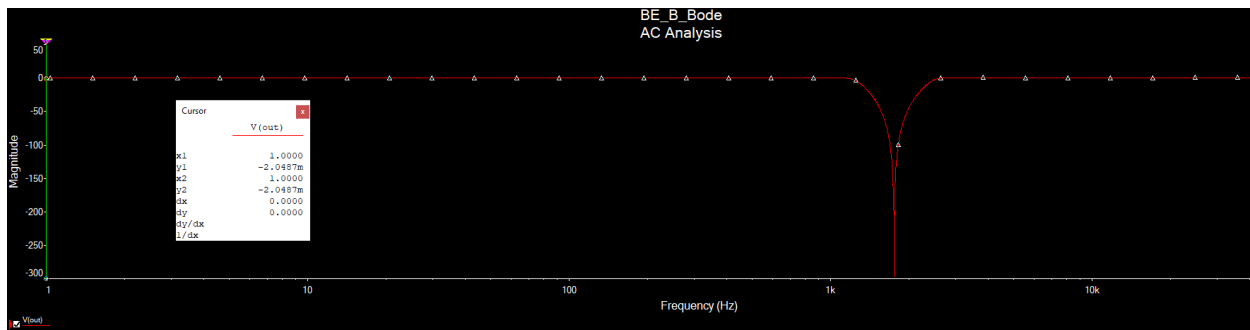
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν το κύκλωμα που κατασκευάσαμε, υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας. Στη συνέχεια, μελετάμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

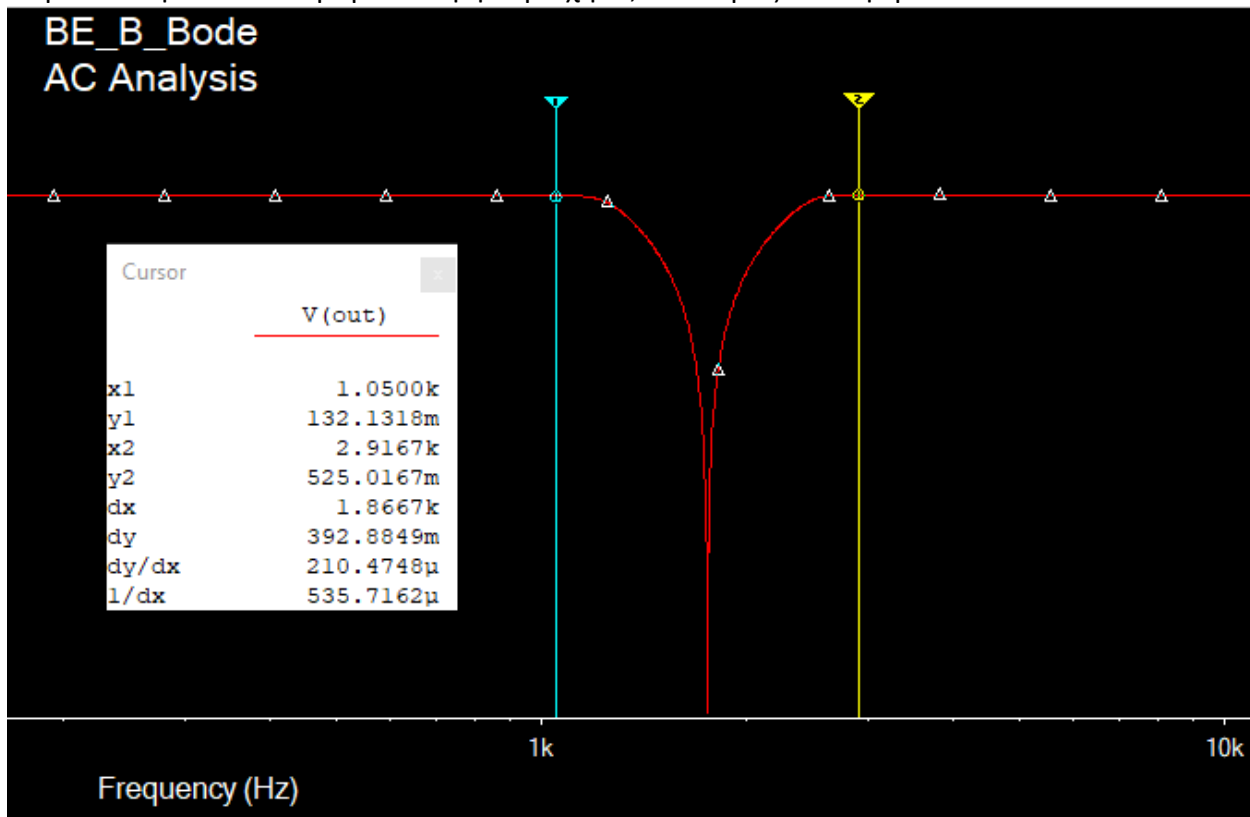


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου.

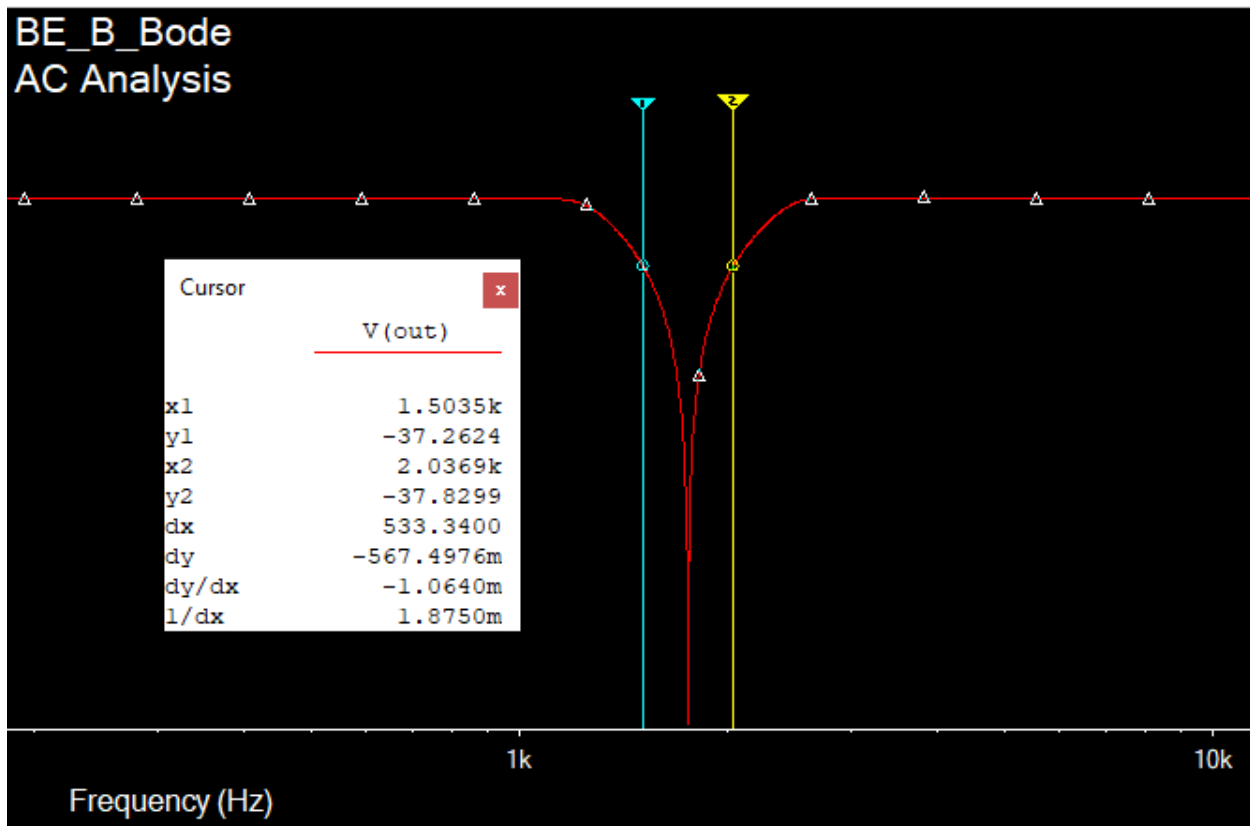




Παρακάτω φαίνεται σε μεγένθυση η περιοχή f1,f2 που μας ενδιαφέρει.



Παρακάτω φαίνεται σε μεγένθυση η περιοχή f3,f4 που μας ενδιαφέρει.



Από τα παραπάνω διαγράμματα φαίνεται πως το κύκλωμα ικανοποιεί τις προδιαγραφές της σχεδίασης αφού στην συχνότητα  $f_1$  έχουμε κέρδος 0.132dB, στην  $f_2$  έχουμε κέρδος 0.525dB και το dc είναι -0.002dB≈0dB. Οπότε, η προδιαγραφή του  $a_{\max}$  καλύπτεται, γιατί δεν υπάρχει απόσβεση μεγαλύτερη του 0.4278dB (διότι έχω κέρδος, δεν υπάρχει απόσβεση).

Επίσης, στη συχνότητα  $f_3$  έχουμε απόσβεση 37.26dB, στην  $f_4$  έχουμε απόσβεση 37.83dB. Οπότε, η προδιαγραφή του  $a_{\min}$  καλύπτεται, γιατί η απόσβεση είναι μεγαλύτερη από 37dB. Και από το παραπάνω σχήμα φαίνεται πως το κέρδος είναι 0.002 dB που ικανοποιεί την προδιαγραφή το φίλτρο να έχει κέρδος 0 dB.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα ένα περιοδικό σήμα της μορφής:

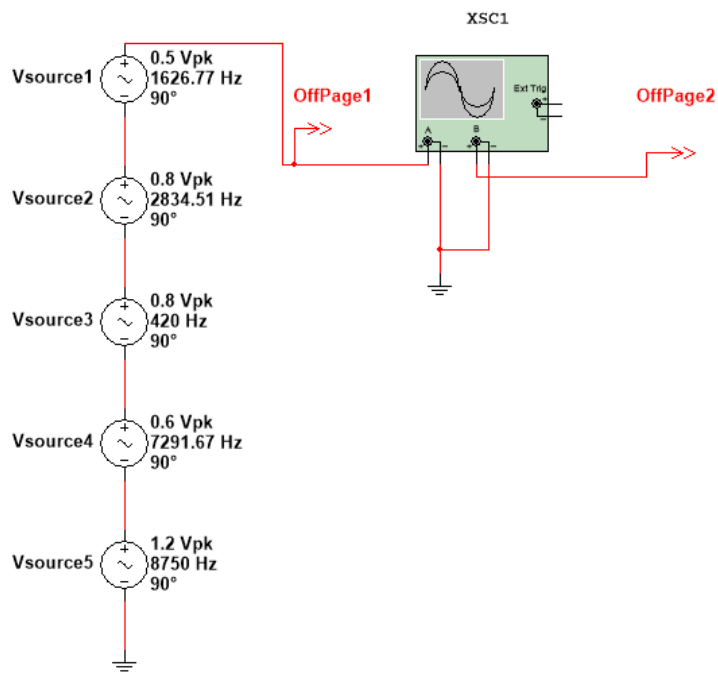
$$f(t) = 0.5\cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2}\right)t\right) + 0.8\cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{3}\right)t\right) + 0.8\cos(0.4\omega_1 t) + 0.6\cos(2.5\omega_2 t) + 1.2\cos(3\omega_2 t)$$

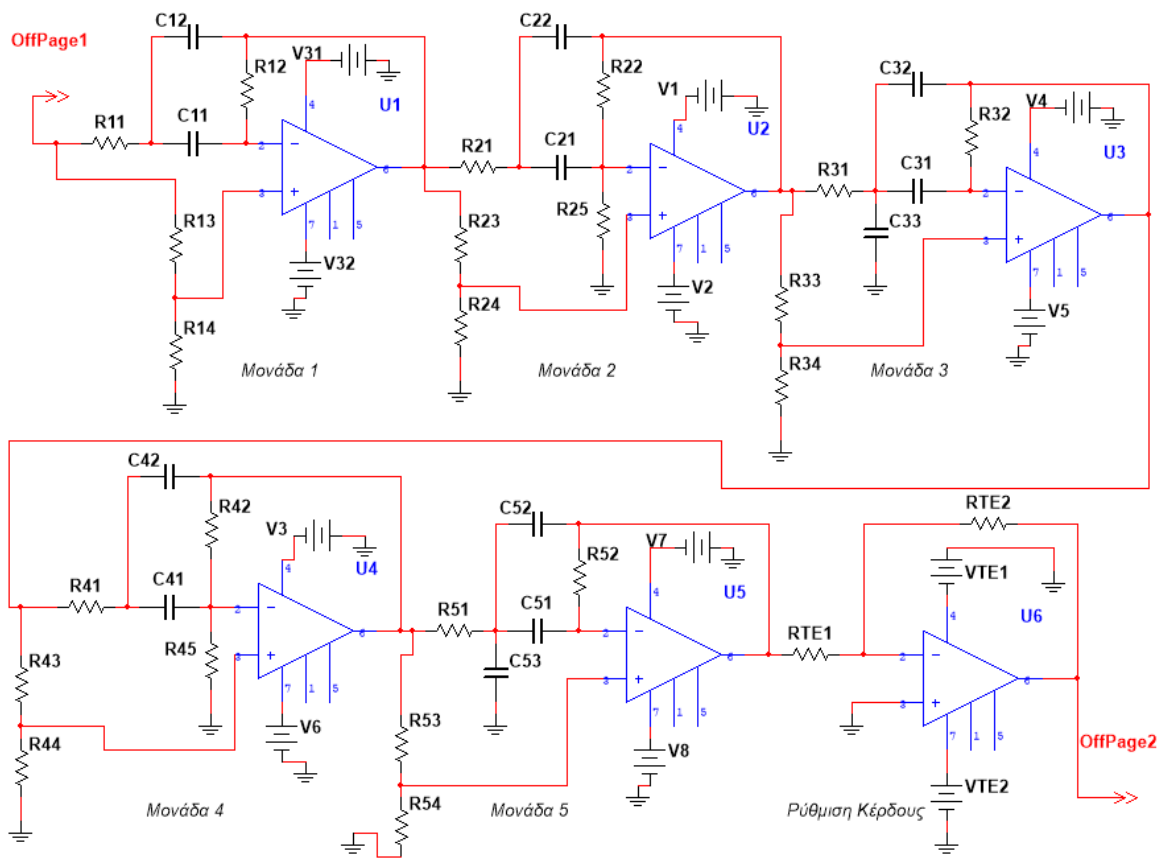
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και στην έξοδο και παράγουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Στο Multisim δουλεύουμε σε Hz οπότε η συνάρτηση που θα εισάγουμε είναι η

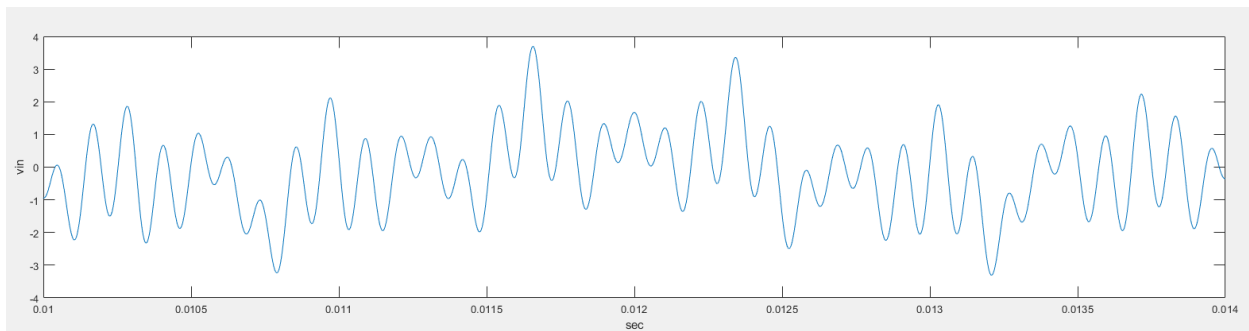
$$f(t) = 0.5\cos(1626.77t) + 0.8\cos(2834.51t) + 0.8\cos(420t) + 0.6\cos(7291.67t) + 1.2\cos(8750t)$$

Το παραπάνω σήμα υλοποιείται με πέντε πηγές τάσης στη σειρά, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

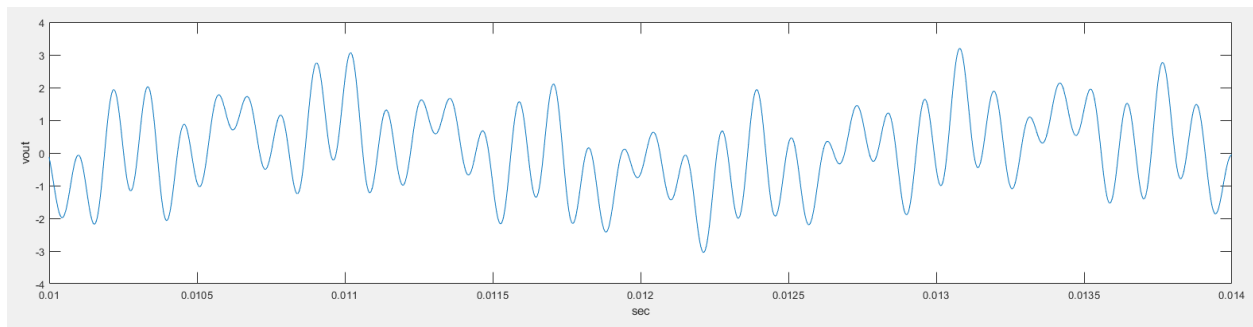




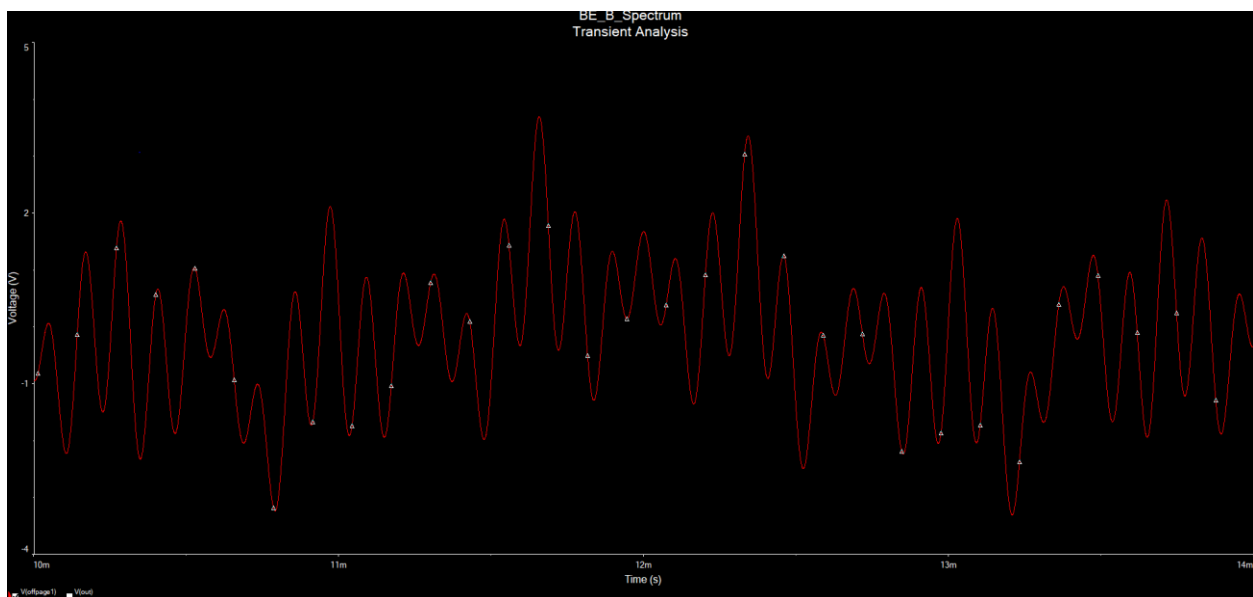
Σήμα Εισόδου – MATLAB:



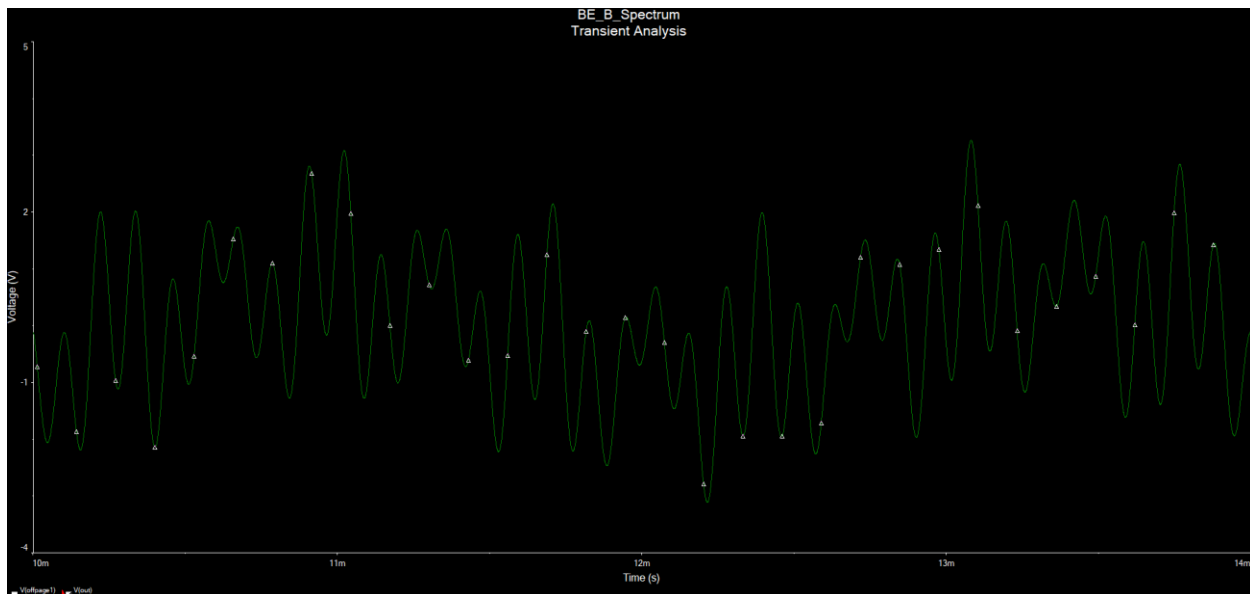
Σήμα Εξόδου – MATLAB:



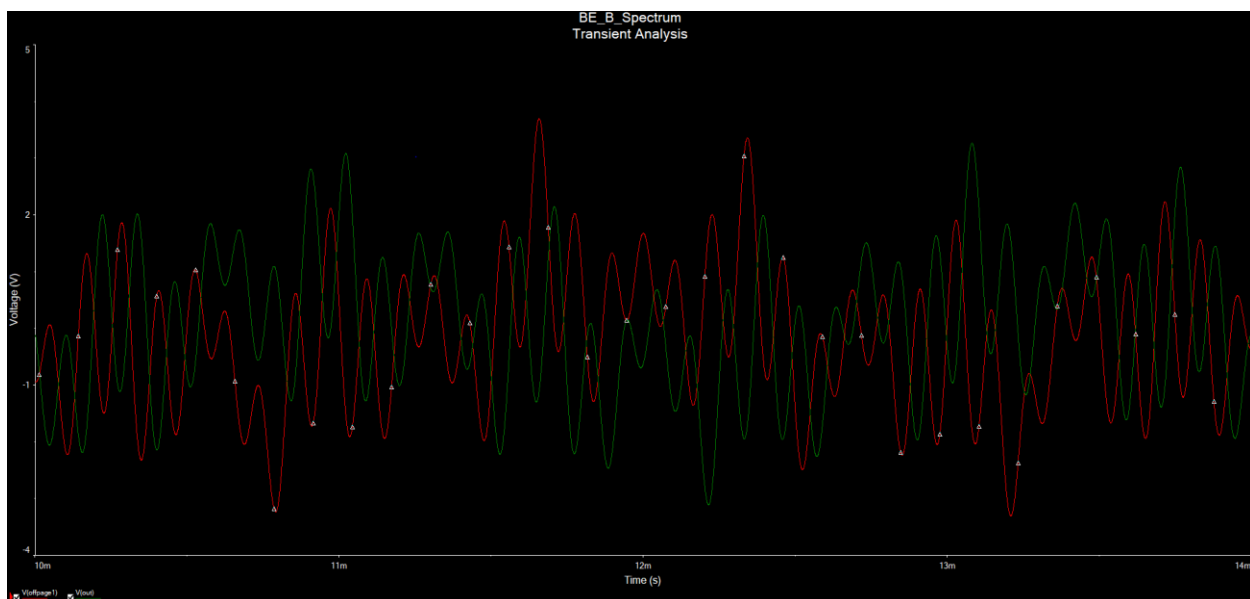
Σήμα Εισόδου – MULTISIM



Σήμα Εξόδου - MULTISIM



Σήμα εισόδου και εξόδου στο ίδιο διάγραμμα:



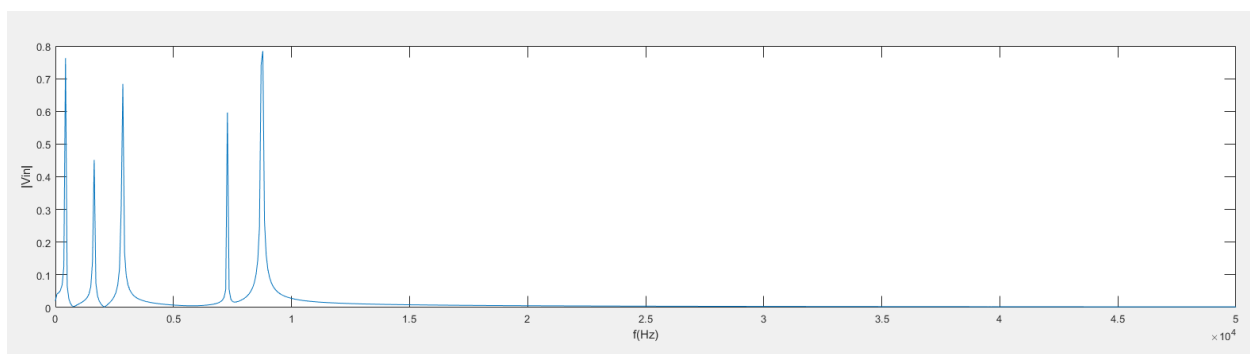
Είναι λογικό το σήμα εξόδου να έχει αντίστροφη φάση, λόγω του τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία που προσθέσαμε στο τέλος του κυκλώματος. Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου έχει λίγο μικρότερο πλάτος σε σχέση με το σήμα εισόδου και αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι το φίλτρο απαλείφει τα συνημίτονα που έχουν συχνότητα κοντά στην  $f_0$  και στα υπόλοιπα συνημίτονα προσδίδει μια διαφορά φάσης.

Παρατηρούμε ότι τα σήματα στην είσοδο και στη έξοδο του κυκλώμα είναι τα ίδια και στο Matlab και στο Multisim, πράγμα αναμενόμενο.

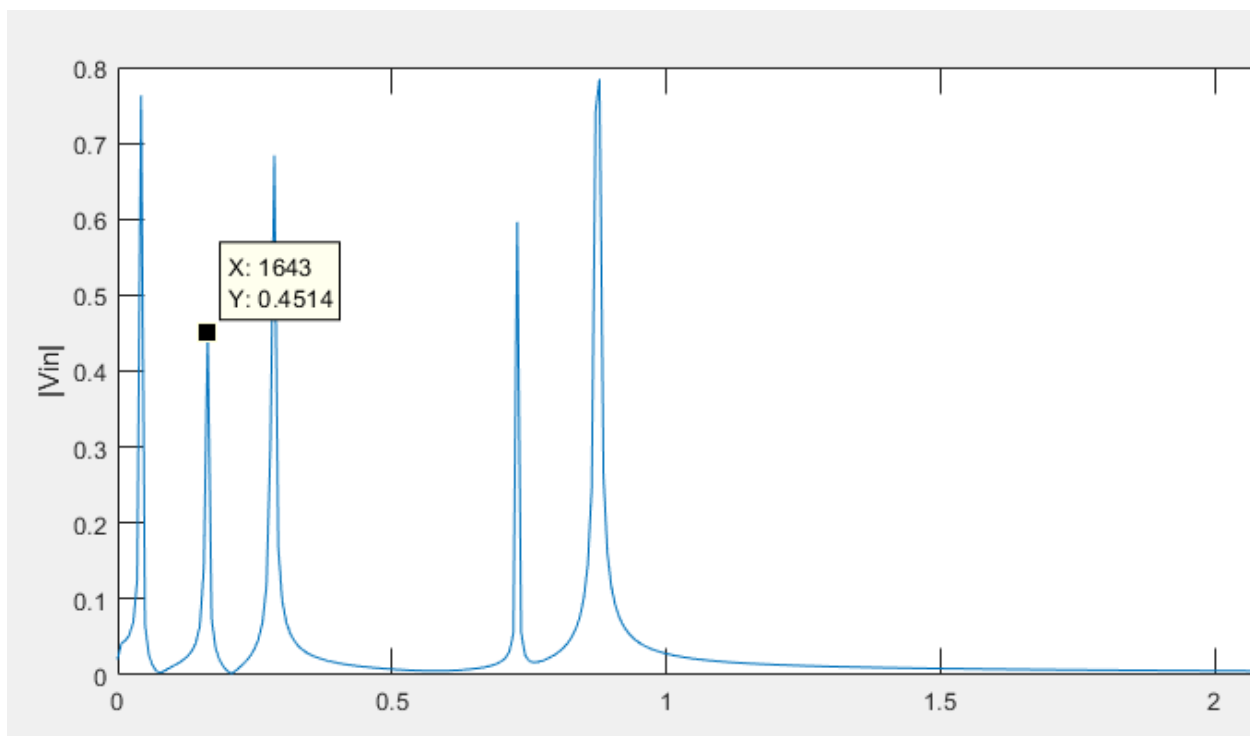
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει αυτό θα εξετάσουμε τα φάσματα και στο Multisim και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT.

#### Φάσμα Σήματος Εισόδου - MATLAB:

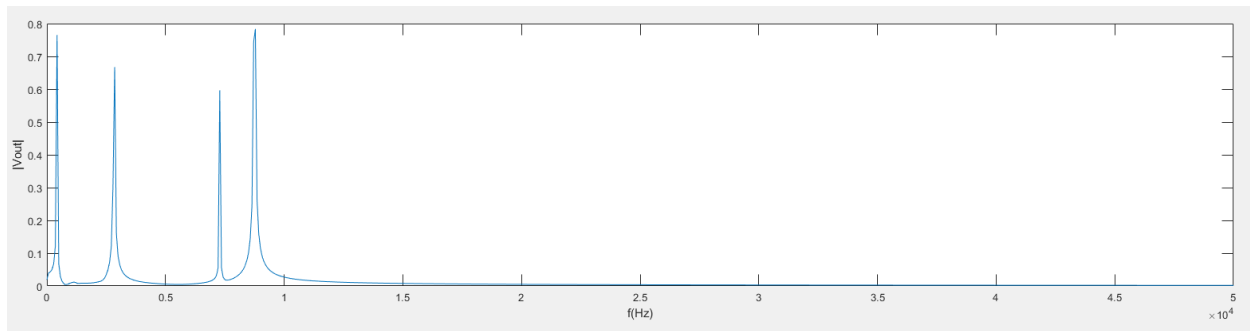


Και σε μεγέθυνση:

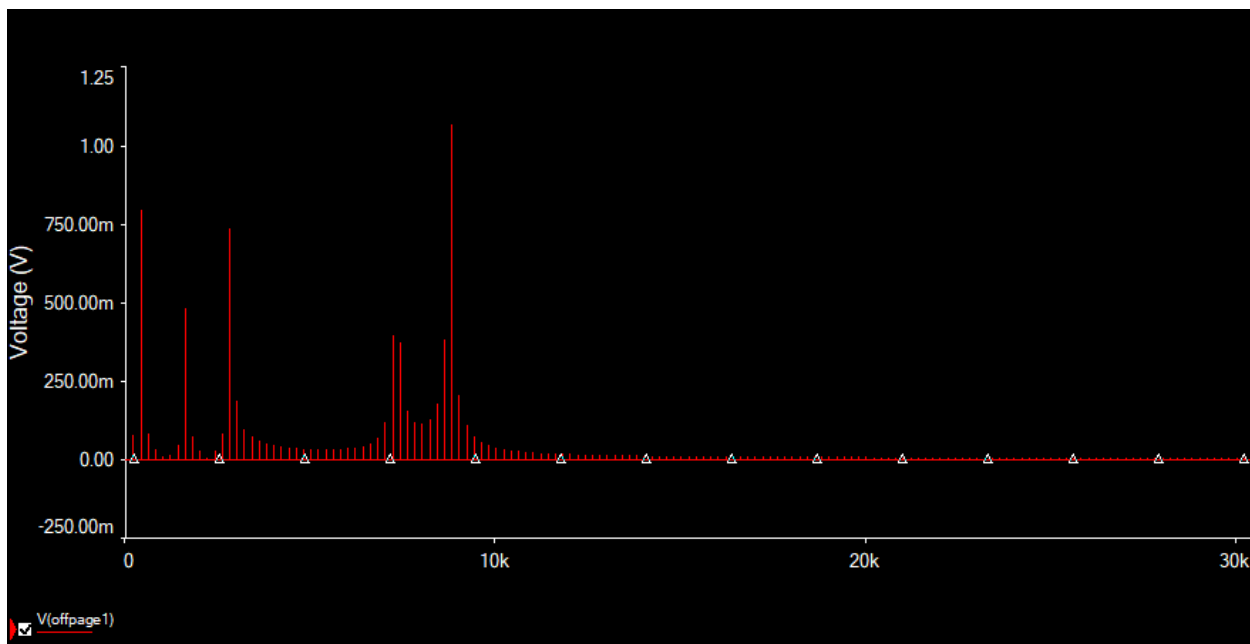




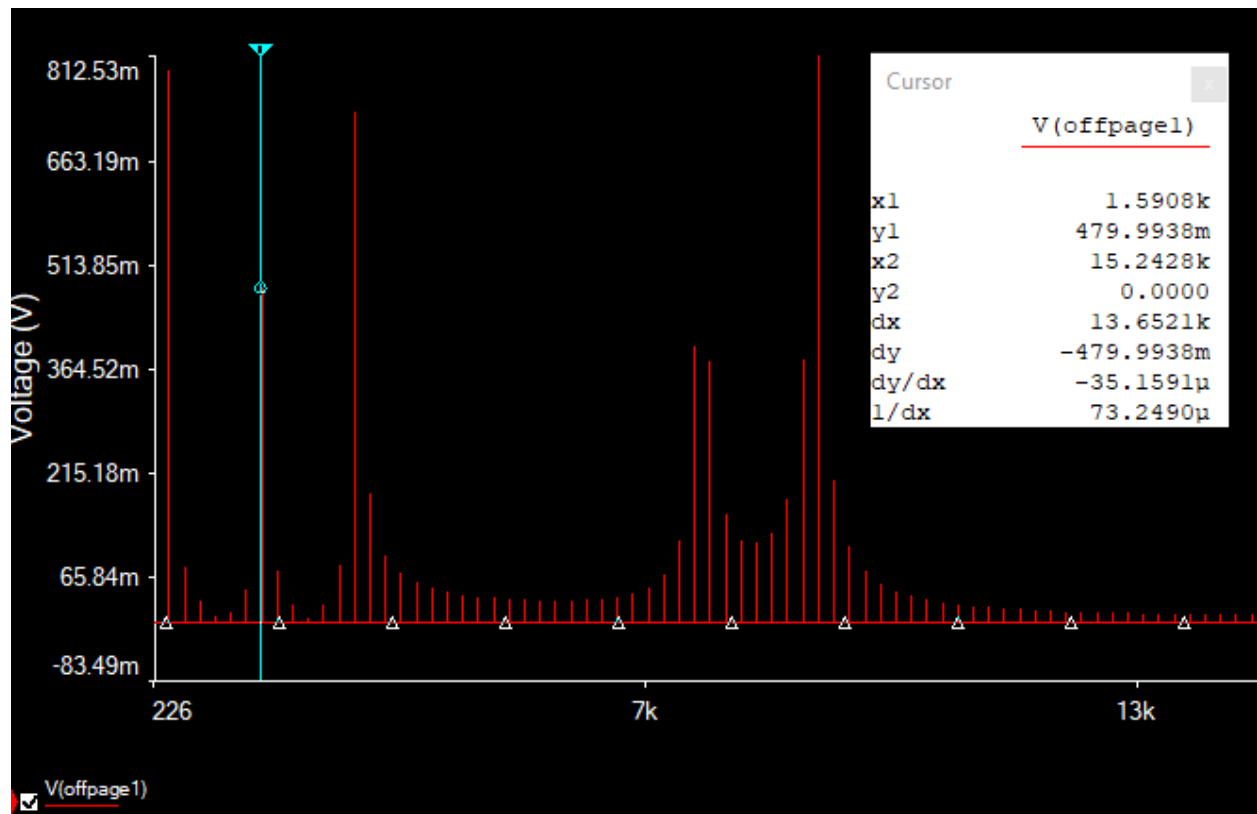
Φάσμα Σήματος Εξόδου - MATLAB:



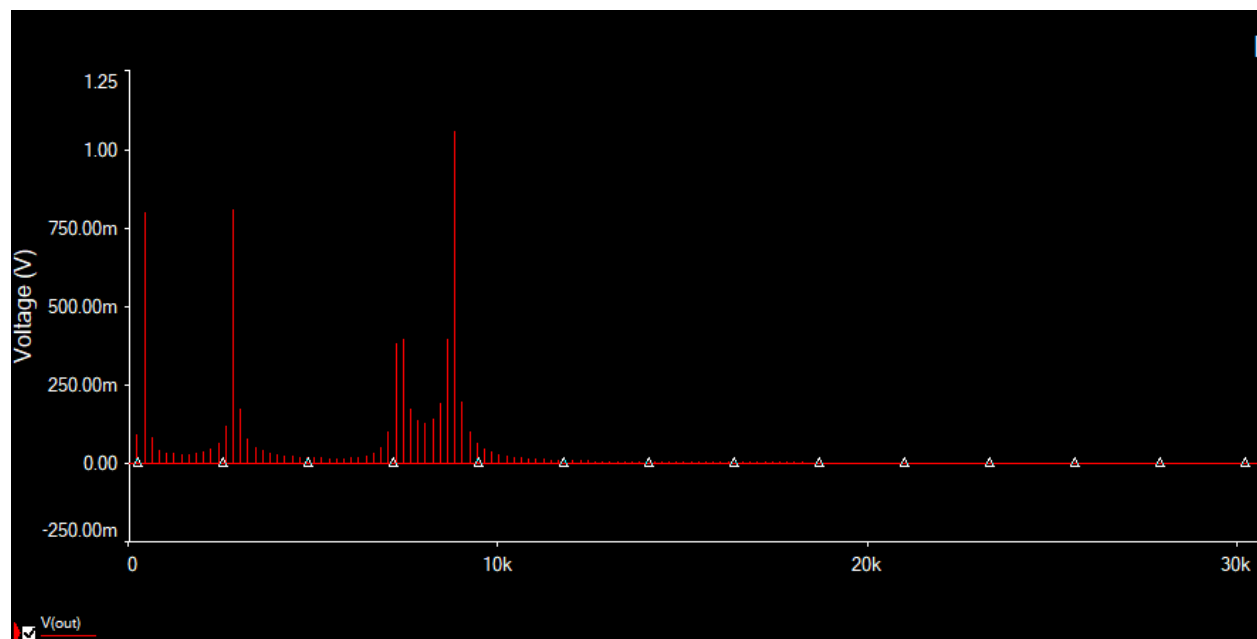
Φάσμα Σήματος Εισόδου - MULTISIM:



Και σε μεγέθυνση:



Φάσμα Σήματος Εξόδου - MULTISIM:



Βλέπουμε ότι τα αποτελέσματα της προσομοίωσης στο multisim είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα της θεωρητικής ανάλυσης του matlab.  
Παρατηρούμε μια μικρή μείωση του πλάτους του σήματος της εξόδου σε σχέση με την είσοδο. Συγκεκριμένα, το φάσμα του περιοδικού σήματος παρουσιάζει μέγιστο στις συχνότητες:

428.5 Hz, 1643 Hz, 2857 Hz, 7285Hz, 8785Hz

Χρησιμοποιώντας το Band Elimination φίλτρο επιτρέπουμε να περάσουν όλες οι συχνότητες εκτός της 1643 Hz που βρίσκεται μέσα στο διάστημα  $f_3, f_4$  και επομένως αποσβάνει.

Αυτό που συμπεραίνουμε από τα διαγράμματα είναι ότι έχουμε απόσβεση στη ζώνη αποκοπής δηλαδή δεν περνά καμία συχνότητα μεγαλύτερη της  $f_3=1503.53\text{Hz}$  ή μικρότερη της  $f_4=2036.87\text{Hz}$ . Αυτό συνεπάγεται ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς περνούν οι συχνότητες στα διαστήματα  $(0, f_1)$  και  $(f_2, \infty)$  με ρύθμιση κέρδους 0dB, καθώς και ότι αποκόπτονται οι συχνότητες στο διάστημα  $(f_3, f_4)$ .

## Εργασία #4: Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

### ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSEV

Θα σχεδιάσουμε ένα ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληρεί τις παρακάτω προδιαγραφές:

$$\begin{aligned}f_p &= 4 \text{ kHz} \\f_s &= 2.2222 \text{ kHz} \\a_{min} &= 29 \text{ dB} \\a_{max} &= 0.5278 \text{ dB}\end{aligned}$$

### A. Σχεδίαση Φίλτρου

#### A.1. Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα μετατρέψουμε τις παραπάνω συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\begin{aligned}\omega_p &= 2\pi \cdot f_p = 25132.7412 \text{ rad/sec} \\ \omega_s &= 2\pi \cdot f_s = 13962.4944 \text{ rad/sec}\end{aligned}$$

Το αντίστοιχο Low Pass φίλτρο περιγράφεται από τον μετασχηματισμό  $\Omega_{LP} = \omega_p / \omega_{HP}$ . Επομένως, οι προδιαγραφές του αντίστοιχου κατωδιαβατού φίλτρου είναι  $\Omega_p = 1 \text{ rad/sec}$  και  $\Omega_s = \omega_p / \omega_s = 1.8 \text{ rad/sec}$ .

Υπολογίζουμε την παράμετρο  $\varepsilon$ , η οποία ελέγχει το πλάτος της διακύμανσης.

$$\varepsilon = \sqrt{10^{a_{max}/10} - 1} = \sqrt{0.1292} = 0.3594$$

Υπολογίζουμε την παράμετρο  $\alpha$ .

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.3495$$

Υπολογίζουμε την τάξη του φίλτρου

$$n = \left\lceil \frac{\cosh^{-1} \left[ \left( 10^{a_{\min}/10} - 1 \right) / \left( 10^{a_{\max}/10} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} \right\rceil = [4.2371] \Rightarrow n = 5$$

Στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο. Δηλαδή, **n=5**.

Υπολογίζουμε τη συχνότητα Ημίσειας Ισχύος (@ -3dB)

$$\Omega_{hp} = \cosh\left(\frac{1}{n} \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) = 1.0572$$

$\Omega_{hp} > 1$ , που είναι λογικό για Chebyshev φίλτρο.

Γωνίες Butterworth για n=5:  $\psi_k = 0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$ .

Οι πόλοι του πρωτότυπου Chebyshev υπολογίζονται από τους τύπους:

$$p_k = -\sigma_k \pm j \cdot \omega_k$$

$$-\sigma_k = \sinh(a) \cdot \cos(\psi_k) = \begin{bmatrix} 0.3567 \\ 0.2886 \\ 0.1102 \end{bmatrix}$$

$$\omega_k = \cosh(a) \cdot \sin(\psi_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6241 \\ 1.0098 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_o = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = \begin{bmatrix} 0.3567 \\ 0.6876 \\ 1.0158 \end{bmatrix}$$

$$Q = \frac{\Omega_o}{2|\sigma_k|} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.1913 \\ 4.6089 \end{bmatrix}$$

### Αντιστροφή Πόλων

Η συχνότητα ημίσειας ισχύος είναι  $\omega_{hp} = \frac{\omega_p}{\Omega_{hp}} = 23772.9296 \text{ rad/sec}$ .

Οι πόλοι της Ανωδιαβατής συνάρτησης μεταφοράς είναι:

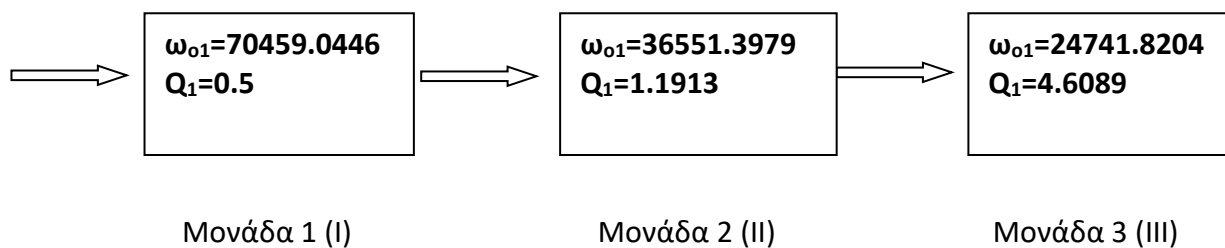
$$\omega_{ok} = \frac{\omega_p}{\Omega_{ok}} = \begin{bmatrix} 70459.0446 \\ 36551.3979 \\ 24741.8204 \end{bmatrix}$$

Τα Q του High Pass είναι τα ίδια με αυτά του Low Pass Chebyshev.

<b>k</b>	<b><math>\omega_o</math></b>	<b>Q</b>
1	70459.0446	0.5
2	36551.3979	1.1913
3	24741.8204	4.6089

Άρα, η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιήσουμε, αποτελείται από τρεις μονάδες.

Θα χρησιμοποιηθεί κύκλωμα **Sallen-Key** με βάση τη Στρατηγική 2 για τις μονάδες 2<sup>ης</sup> τάξης.

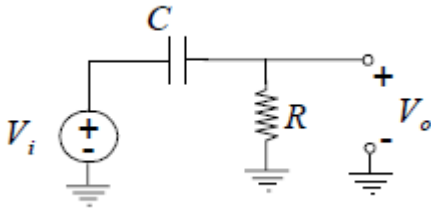


## A.2. Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς

Η κλιμακοποίηση θα γίνει έτσι ώστε το φίλτρο να έχει τουλάχιστον έναν πυκνωτή με τιμή 0.1μF.

## ΜΟΝΑΔΑ ( I )

Αυτή η μονάδα είναι 1<sup>ης</sup> τάξης άρα θα χρησιμοποιήσουμε ένα απλό High Pass φίλτρο.



Η συνάρτηση μεταφοράς είναι του τύπου:

$$T_1 = \frac{s}{s+p}$$

Όπου  $p = 1/RC$  και θέτω  $C=1$ , άρα και  $R=1$ .

Το κέρδος σε απλό RC κύκλωμα είναι μονάδα.

### Κλιμακοποίηση

Ισχύει ότι  $k_f = \omega_{o1} = 70459.0446 \text{ rad/sec}$  και θέλω από εκφώνηση  $C = 0.1 \mu\text{F}$ .

Έχουμε,  $C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 141.9$  και  $R_{\text{real}} = R \cdot k_m$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

$$\mathbf{R = 141.9 \, \Omega}$$

$$\mathbf{C = 0.1 \, \mu\text{F}}$$

$$\mathbf{k_1 = 1}$$

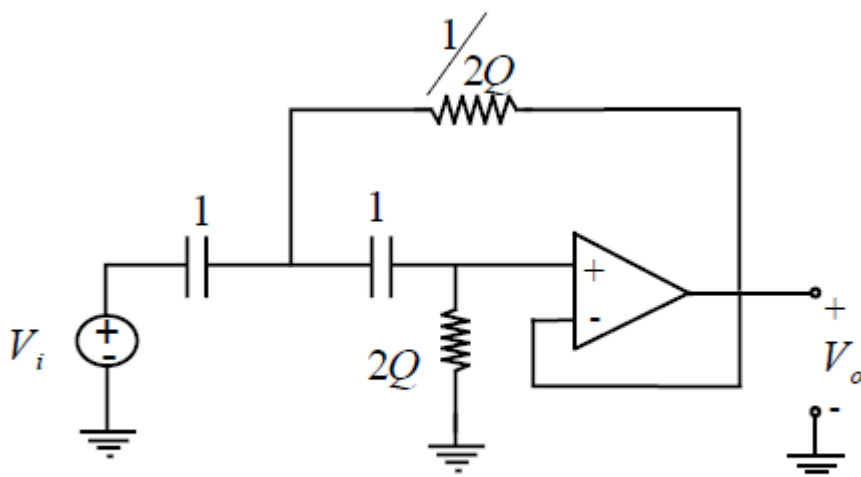
Η Συνάρτηση Μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_1 = \frac{s}{s+1/RC} = \frac{s}{s+\omega_{o1}}$$

## ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Αυτή η μονάδα είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα Sallen-Key με βάση τη στρατηγική 2.

Θεωρούμε  $\omega_0 = 1$ .



Σχ. 6.22

Σύμφωνα με τη στρατηγική 2 θεωρούμε  $C_1 = C_2 = 1$  και κέρδος  $k=1$ .

Είναι  $R_1 = 1/2Q_2 = 0.4197$

και  $R_2 = 2Q_2 = 2.3826$

### Κλιμακοποίηση

Θέλουμε ένας τουλάχιστον πυκνωτής να είναι ίσος με  $0.1\mu\text{F}$ .

Έχουμε,  $C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 273.5873$  και  $R_{\text{real}} = R \cdot k_m$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

**$R_1 = 114.8 \Omega$**

**$R_2 = 651.8 \Omega$**

**$C_1 = 0.1 \mu\text{F}$**

**$C_2 = 0.1 \mu\text{F}$**

**$k_2 = 1$**

Η Συνάρτηση Μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_2 = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0^2}{Q^2}s + \omega_0^2}$$



### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Ομοίως με τη μονάδα 2 και αυτή η μονάδα είναι 2<sup>ης</sup> τάξης και θα χρησιμοποιήσουμε το κύκλωμα Sallen-Key με βάση τη στρατηγική 2.

Θεωρούμε  $\omega_0 = 1$ .

Σύμφωνα με τη στρατηγική 2 θεωρούμε  $C_1 = C_2 = 1$  και κέρδος  $k=1$ .

Είναι  $R_1 = 1/2Q_3 = 0.1085$

και  $R_2 = 2Q_3 = 9.2178$

#### Κλιμακοποίηση

Θέλουμε ένας τουλάχιστον πυκνωτής να είναι ίσος με 0.1μF.

Έχουμε,  $C_{\text{real}} = \frac{C}{k_m k_f} \Rightarrow k_m = 404.1740$  και  $R_{\text{real}} = R \cdot k_m$

Οπότε, οι τελικές τιμές είναι:

**$R_1 = 43.9 \Omega$**

**$R_2 = 3725.6 \Omega$**

**$C_1 = 0.1 \mu\text{F}$**

**$C_2 = 0.1 \mu\text{F}$**

**$K_3 = 1$**

Η Συνάρτηση Μεταφοράς της πρώτης μονάδας είναι:

$$T_2 = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0^3}{Q_3}s + \omega_0^3}$$

#### *A.3. Ρύθμιση Κέρδους*

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες να είναι 5 dB ή 1.77828. Ξέρω ότι το κέρδος στις υψηλές συχνότητες ( $s \rightarrow \infty$ ) είναι

$A = 1$ , γιατί  $k_{1,2,3} = 1$ .

Για να πετύχω το επιθυμητό κέρδος προσθέτω ένα τελεστικό ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος

$K = K_d/A = 1.77828/1 = 0.77828$

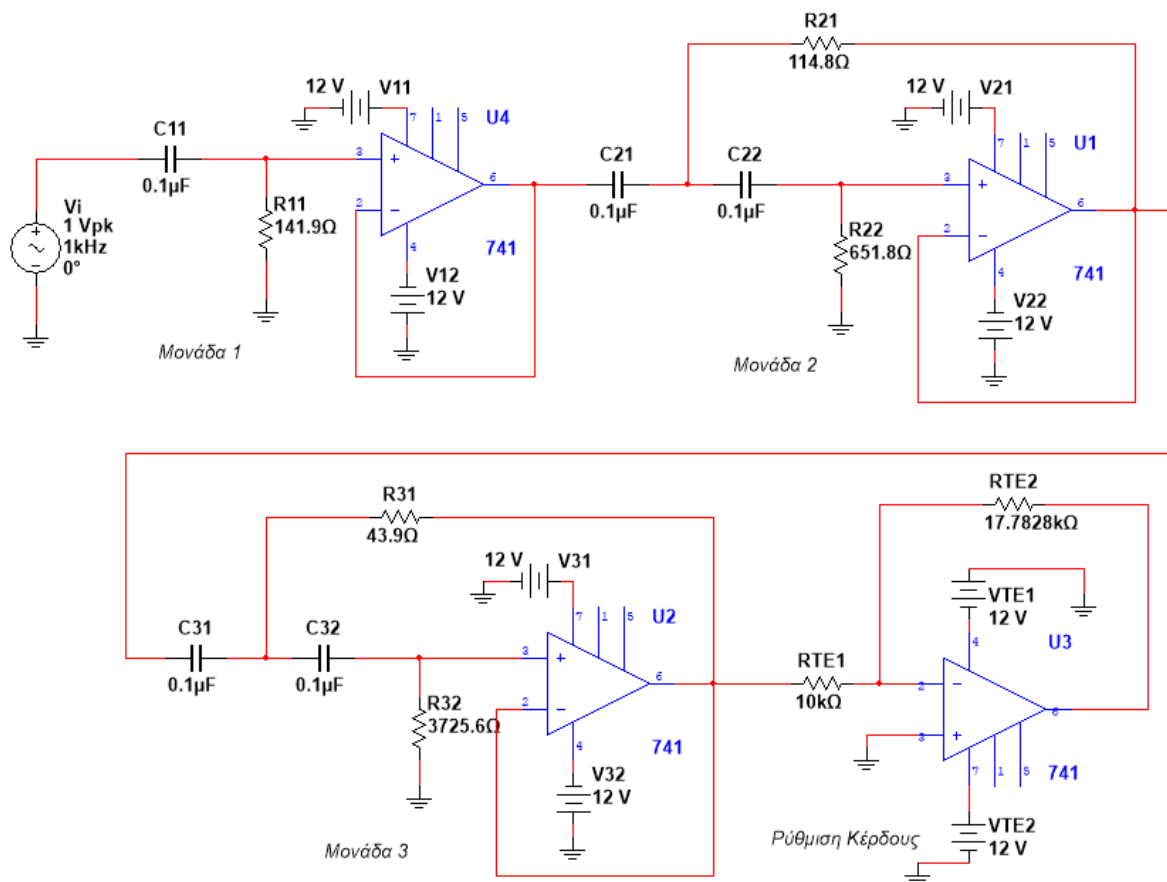
Θέλουμε επομένως να ενισχύσουμε το κέρδος κατά  $k=1.77828$ . Αυτό θα επιτευχθεί με τον ΤΕ σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία και αντιστάσεις  $R_{TE1} = 10 \text{ k}\Omega$  άρα  $R_{TE2} = 17.7828 \text{ k}\Omega$ , ώστε να ισχύει  $k = R_{TE2} / R_{TE1}$ .

### Συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς

$$T = k \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3$$

$$T = 1.77828 \cdot \frac{s}{s + 70459.0446} \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{36551.3979}{1.1913}s + 36551.3979^2} \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{24741.8204}{4.6089}s + 24741.8204^2}$$

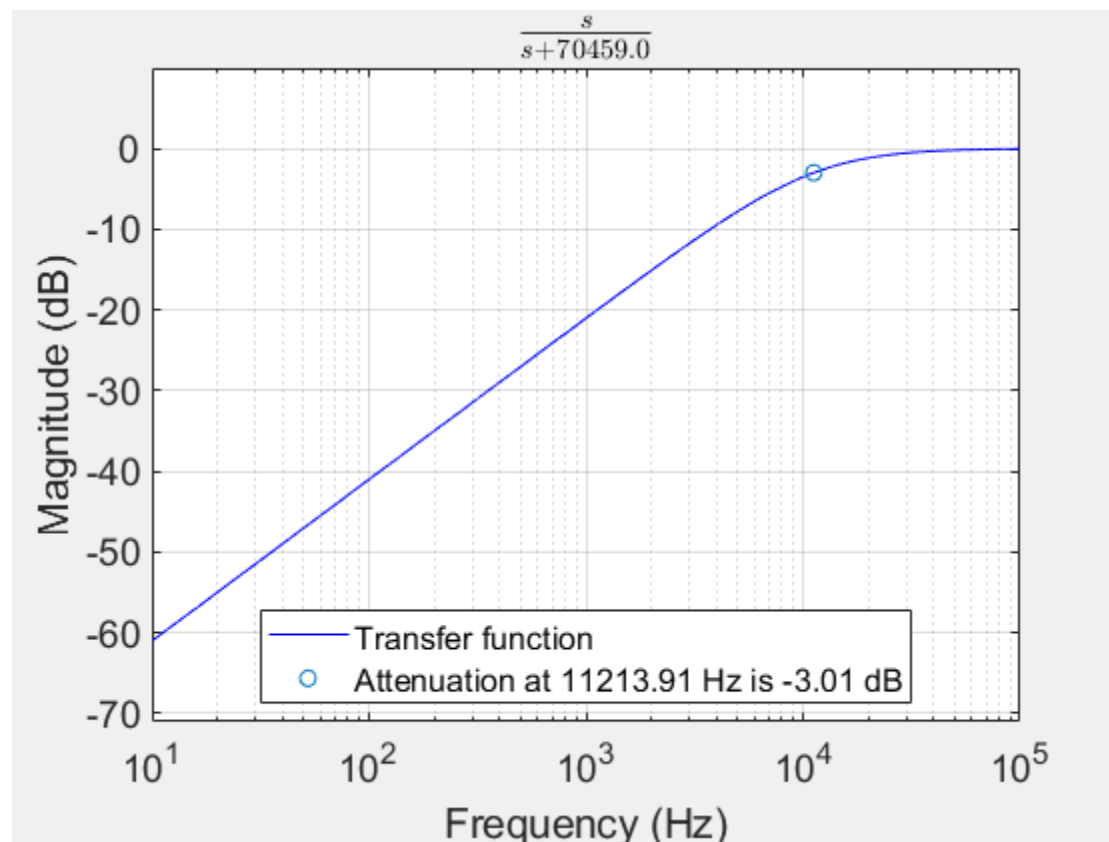
Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες. Τέλος, φαίνεται και ο Τελεστικός ενισχυτής με την αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



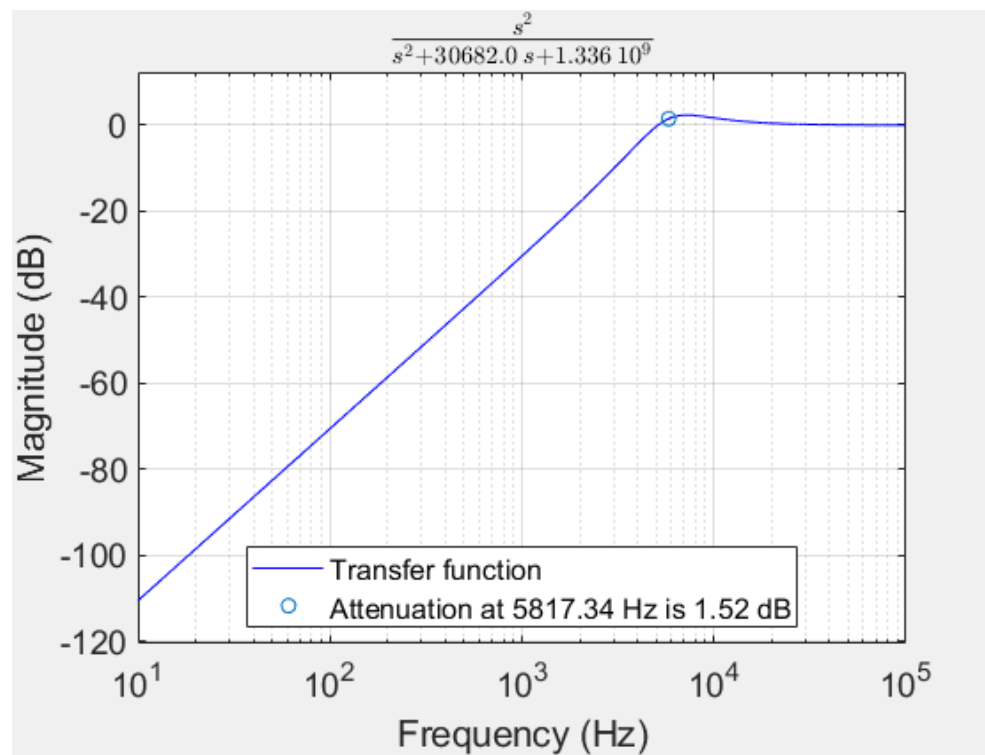
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων που υλοποιούν το φίλτρο και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Τα παρακάτω διαγράμματα δημιουργήθηκαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση `plot_transfer_function.m` που δόθηκε στην εκφώνηση, με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

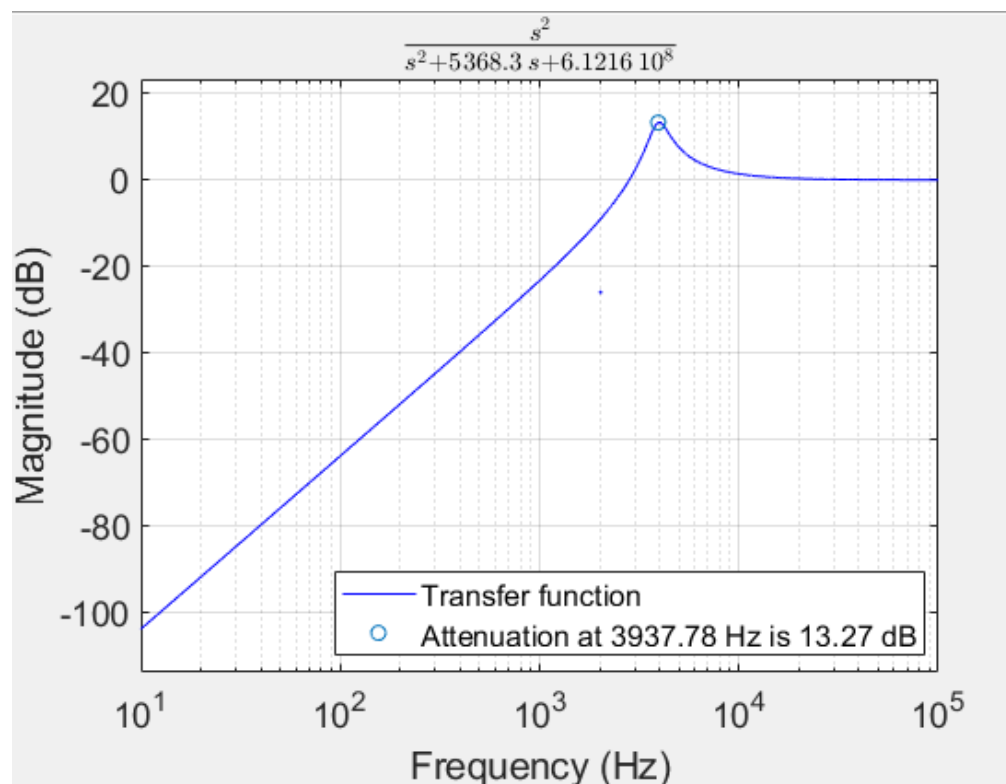
1<sup>η</sup> Μονάδα: Απλό Ανωδιαβατό φίλτρο RC



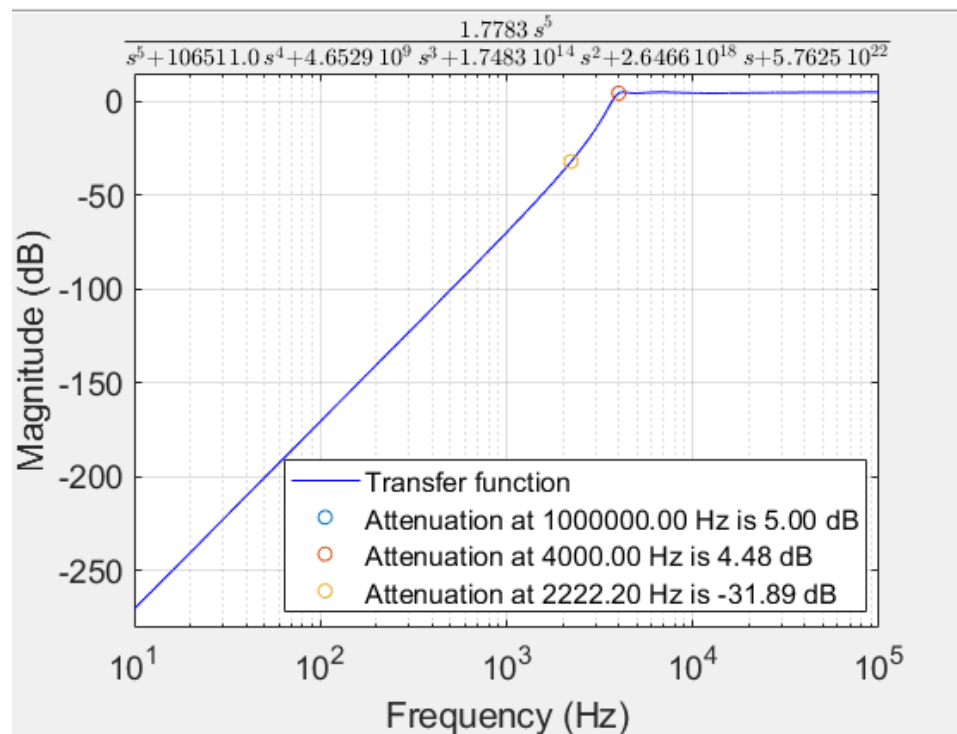
2<sup>η</sup> Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key στρατηγικής 2



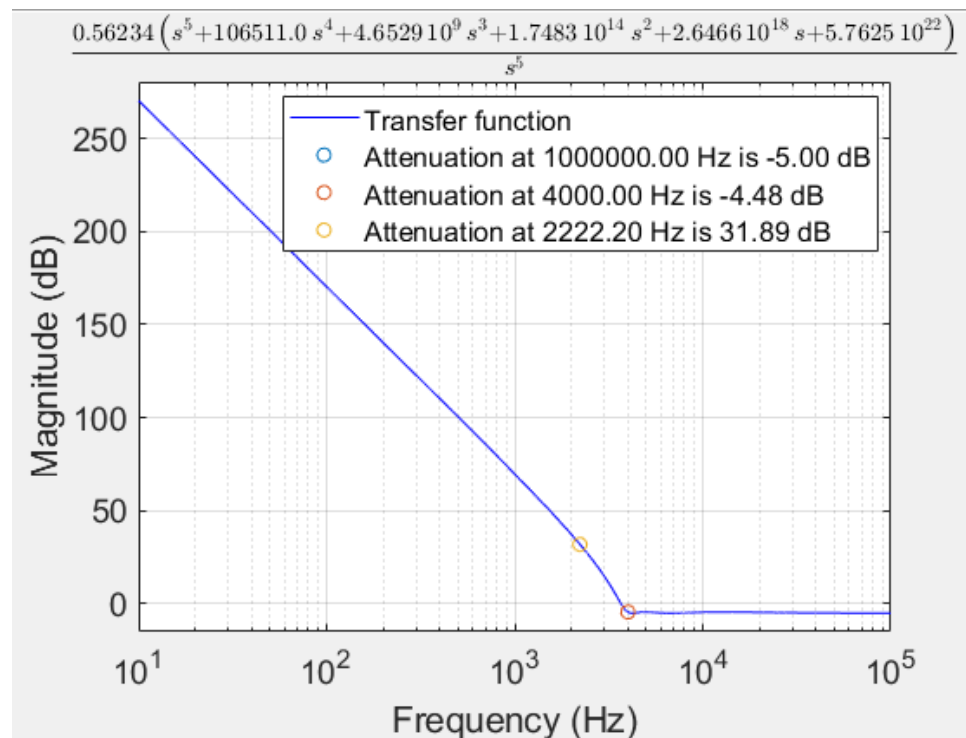
3<sup>η</sup> Μονάδα: Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key στρατηγικής 2



Συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας



Συνάρτηση Απόσβεσης σε dB της συνολικής Συνάρτησης Μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας



## Προδιαγραφές

- $|\text{@high}| - |\text{@f}_p| < a_{\max}$   
 $5 - 4.48 < 0.5278$   
 $0.5200 < 0.5278$  Ισχύει!

Πιάνουμε την πρώτη προδιαγραφή.

- $|\text{@high}| + |\text{@f}_s| > a_{\min}$   
 $5 + 31.89 > 29$   
 $36.89 > 29$  Ισχύει!

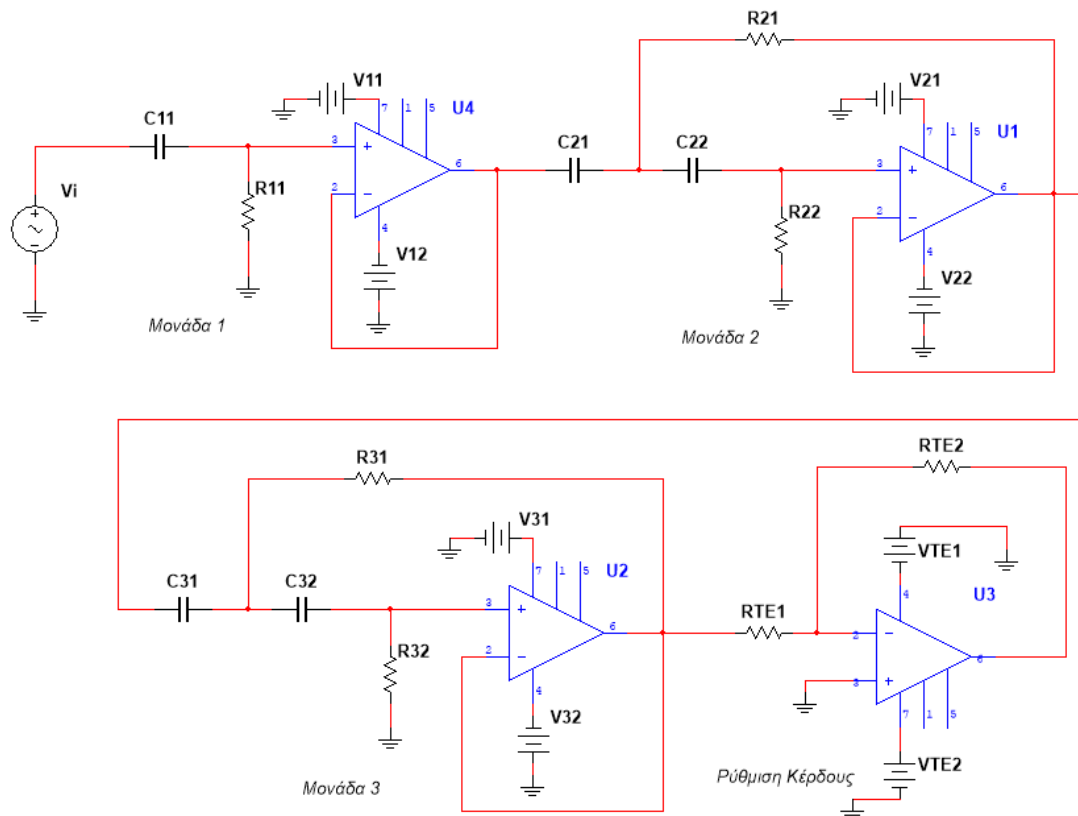
Πιάνουμε και τη δεύτερη προδιαγραφή.

Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την  $f_p = 4$  kHz και την  $f_s = 2.2222$  kHz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση πληρεί τις προδιαγραφές, αφού στην συχνότητα  $f_p$  η απόσβεση είναι  $0.52 \text{ dB} < a_{\max}$  και η απόσβεση στην  $f_s$  είναι  $36,89 \text{ dB} > a_{\min}$ .

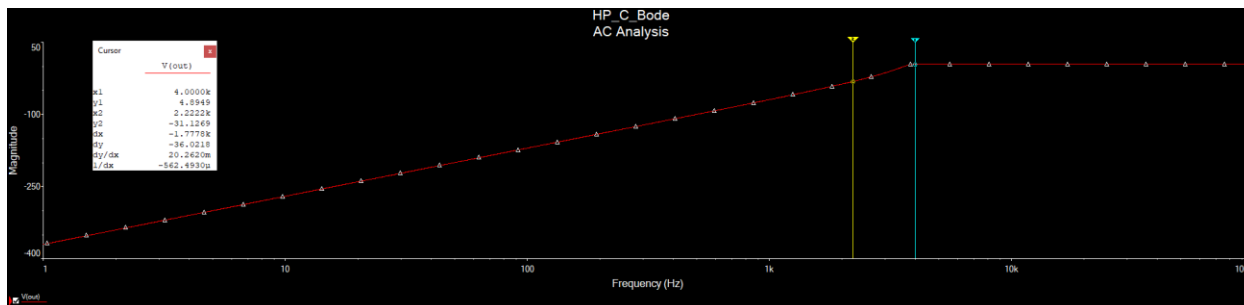
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο MULTISIM προκειμένου να ελέγξουμε αν το κύκλωμα που κατασκευάσαμε, υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας. Στη συνέχεια, μελετάμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

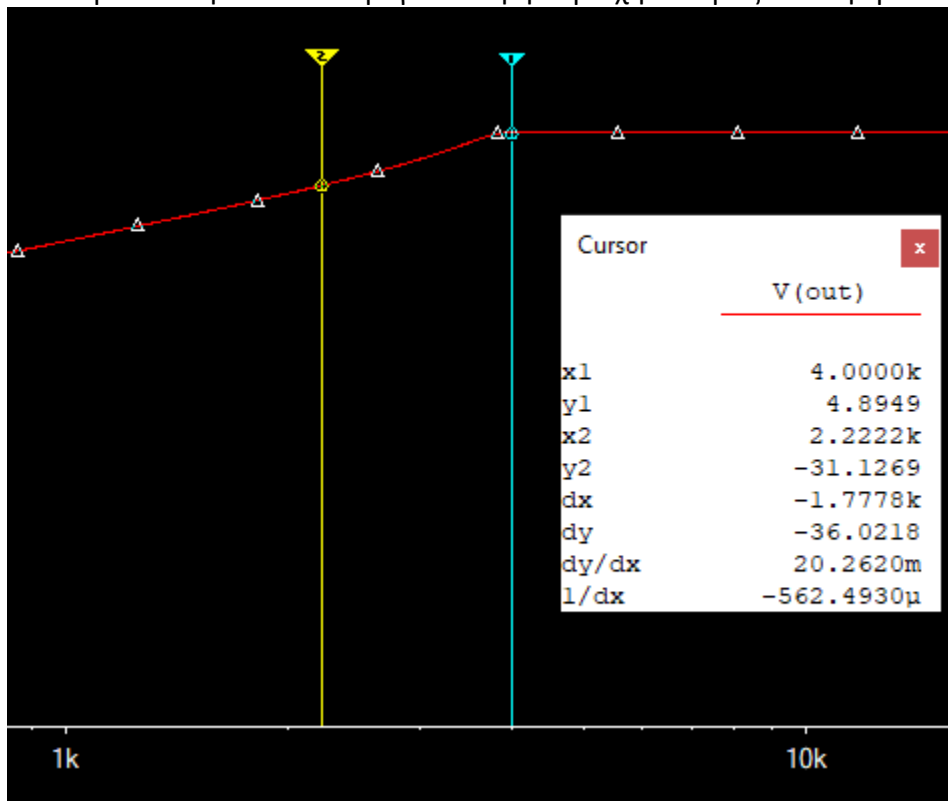
Εισάγουμε τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου.



Και παρακάτω φαίνεται σε μεγένθυση η περιοχή που μας ενδιαφέρει.



Από το παραπάνω διάγραμμα φαίνεται πως το κύκλωμα ικανοποιεί της προδιαγραφές της σχεδίασης αφού στην  $f_p$  η απόσβεση είναι 4.8949 dB και στην  $f_s$  η απόσβεση είναι -31.1269 dB και στο high είναι 4.9330 dB. Επομένως, και οι δύο προδιαγραφές καλύπτονται γιατί  $0.0381 < 0.5278$  και  $36.0599 > 29$  αντίστοιχα. Και από το παραπάνω σχήμα φαίνεται πως το κέρδος στις υψηλές συχνότητες είναι 4,9330 dB που ικανοποιεί την προδιαγραφή το φίλτρο να έχει κέρδος 5 dB στις υψηλές συχνότητες.



- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα ένα περιοδικό σήμα της μορφής:

$$f(t) = \cos(0.4\omega_s t) + 0.5\cos(0.9\omega_s t) + \cos(1.4\omega_p t) + 0.7\cos(2.4\omega_p t) + 0.5\cos(4.5\omega_p t)$$

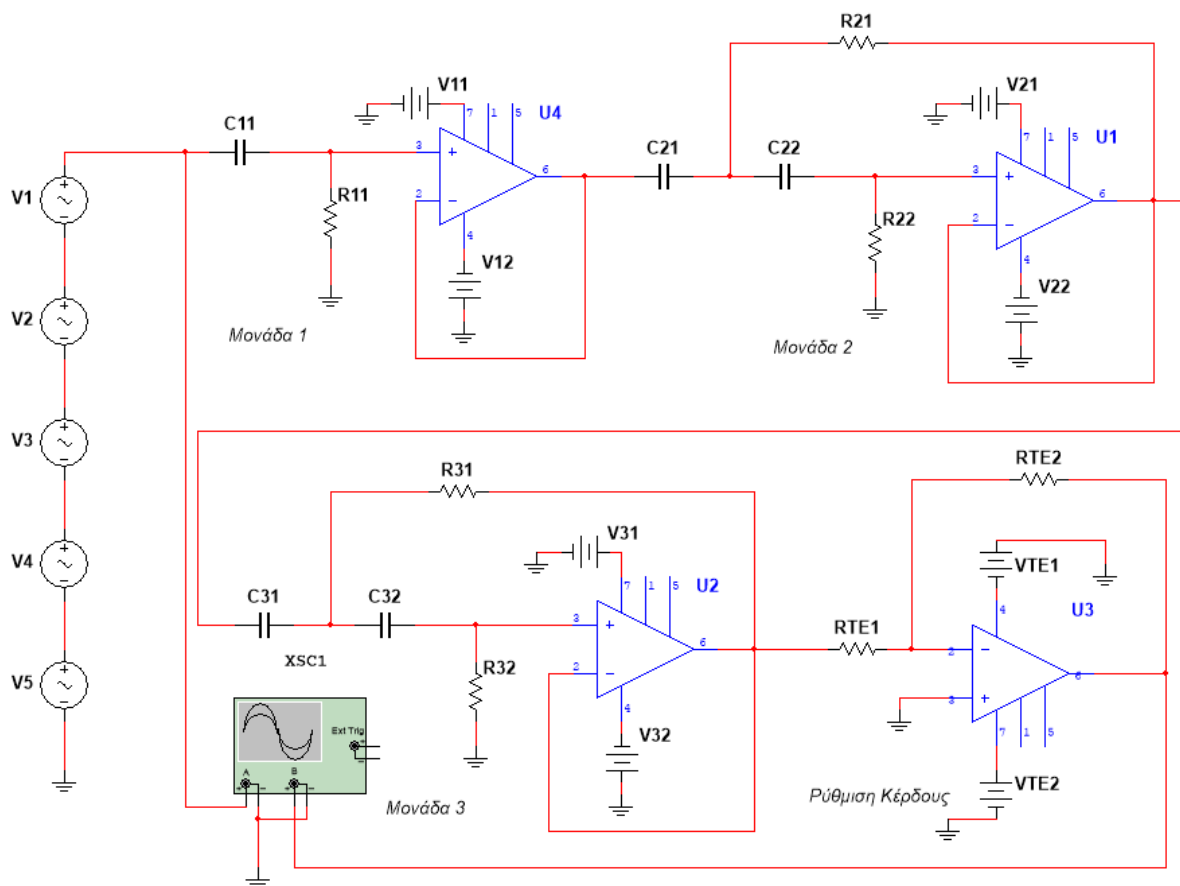
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και στην έξοδο και παράγουμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Στο Multisim δουλεύουμε σε Hz οπότε η συνάρτηση που θα εισάγουμε είναι η

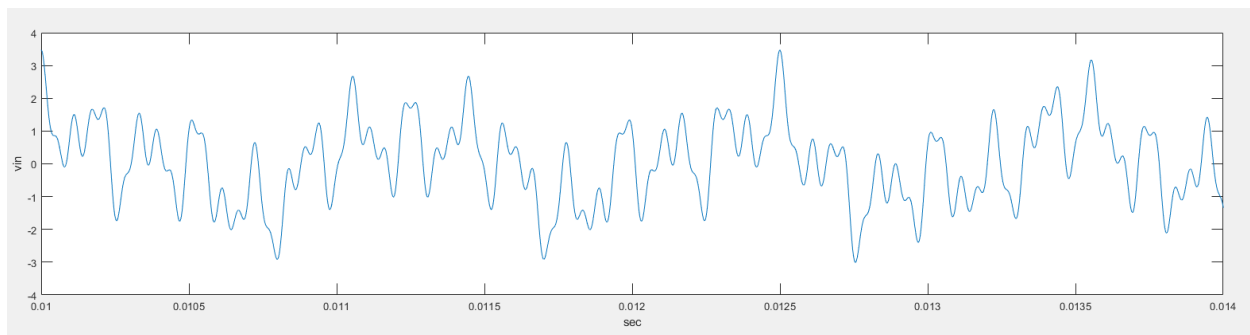
$$f(t) = \cos(0.4f_s t) + 0.5\cos(0.9f_s t) + \cos(1.4f_p t) + 0.7\cos(2.4f_p t) + 0.5\cos(4.5f_p t)$$

$$f(t) = \cos(888.88t) + 0.5\cos(1999.98t) + \cos(5600t) + 0.7\cos(9600t) + 0.5\cos(18000t)$$

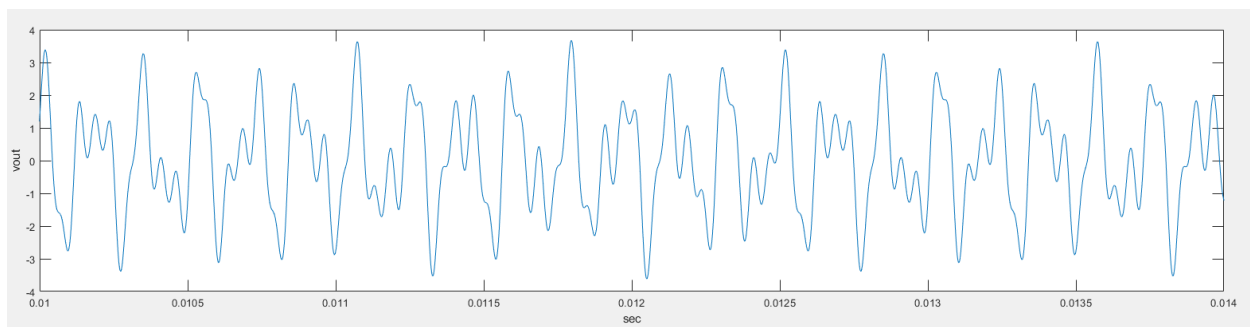
Το παραπάνω σήμα υλοποιείται με πέντε πηγές τάσης στη σειρά, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



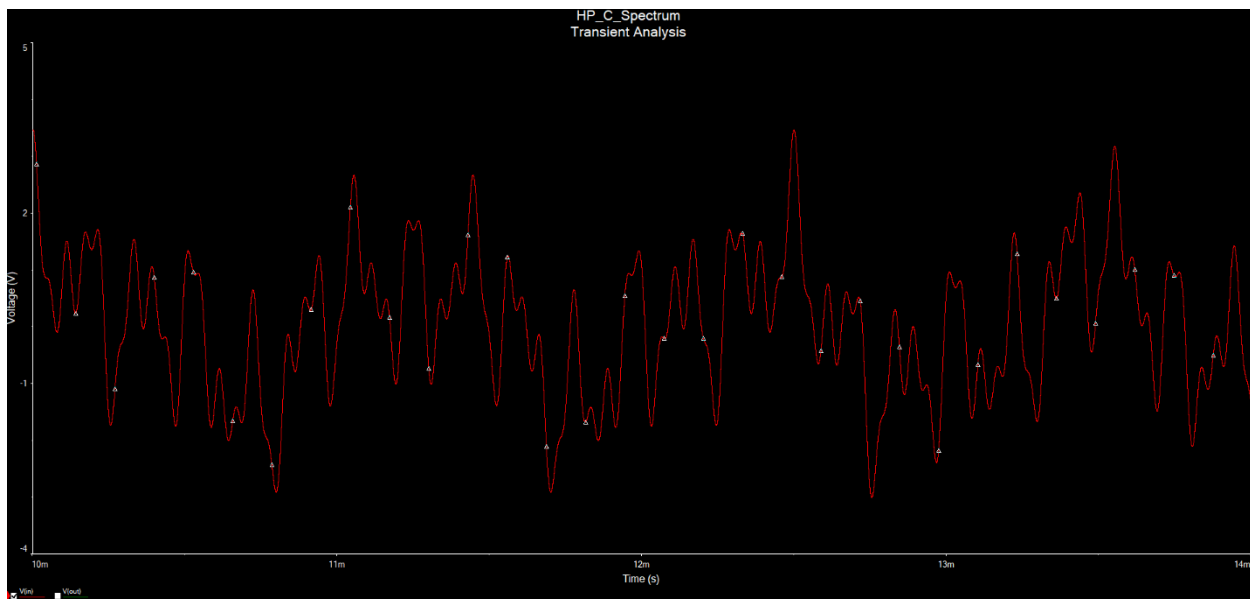
### Σήμα Εισόδου – MATLAB:



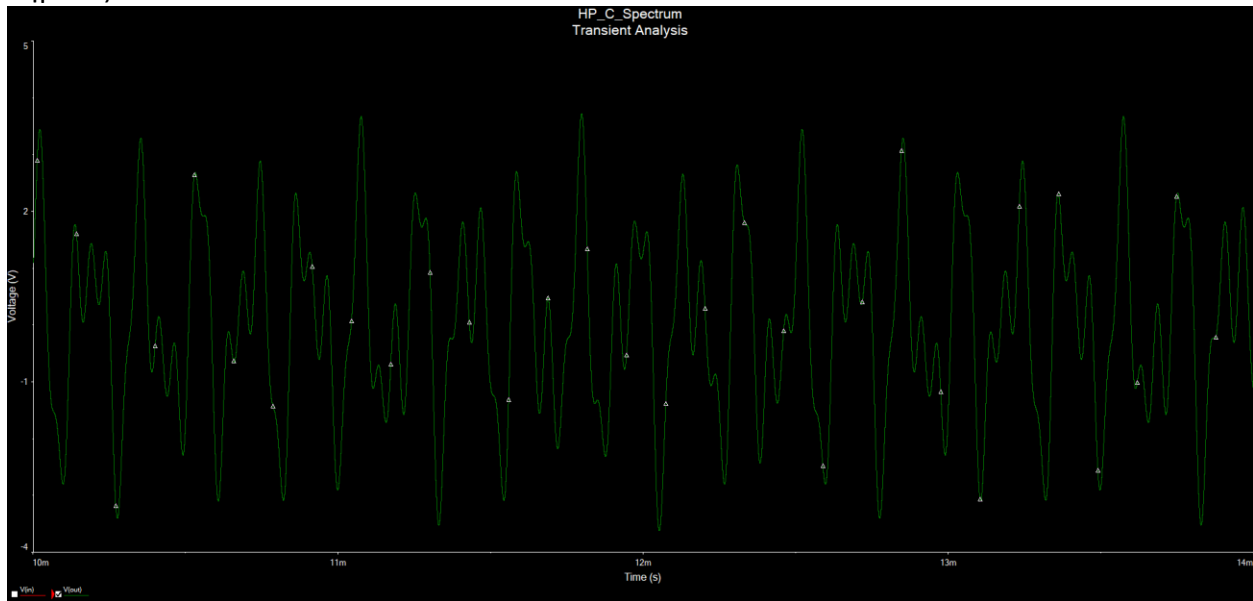
### Σήμα Εξόδου – MATLAB:



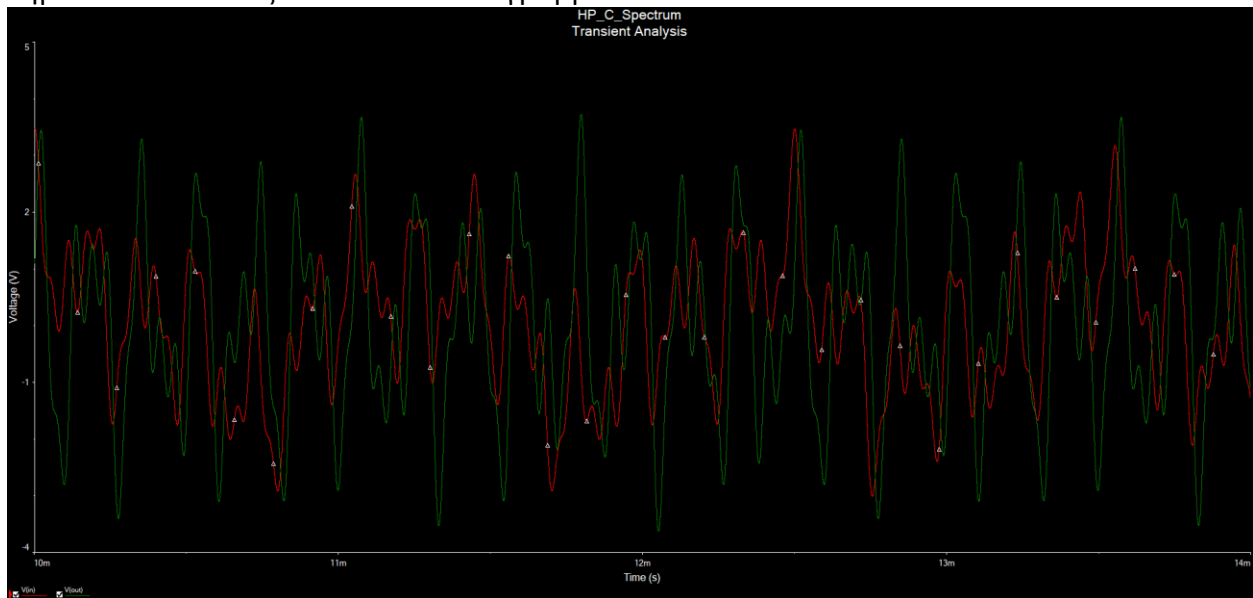
### Σήμα Εισόδου MULTISIM:



Σήμα Εξόδου - MULTISIM:



Σήμα Εισόδου και Εξόδου στο ίδιο διάγραμμα - MULTISIM:



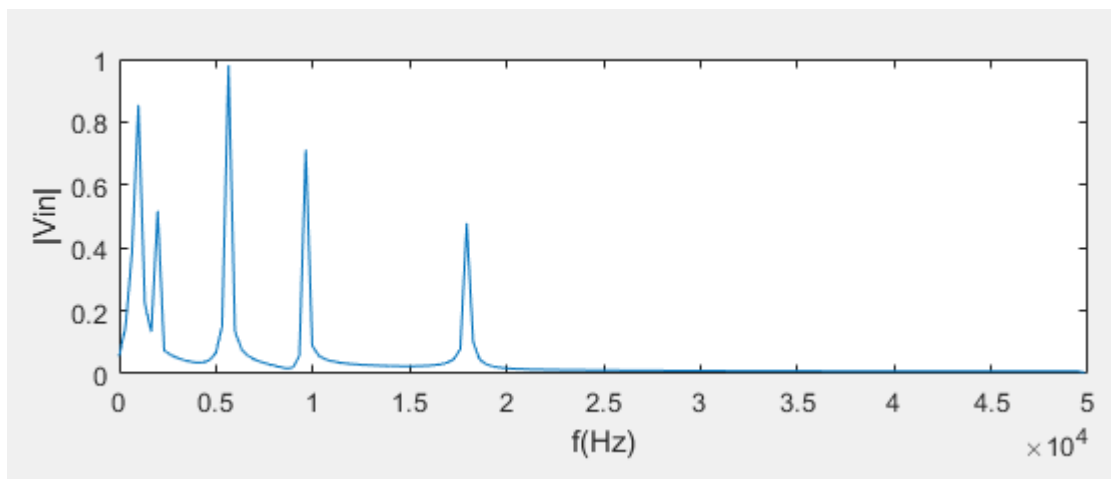
Είναι λογικό το σήμα εξόδου να έχει αντίστροφη φάση, λόγω του τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία που προσθέσαμε στο τέλος του κυκλώματος.

Παρατηρούμε ότι τα σήματα στην είσοδο και στη έξοδο του κυκλώμα είναι τα ίδια και στο Matlab και στο Multisim, πράγμα αναμενόμενο.

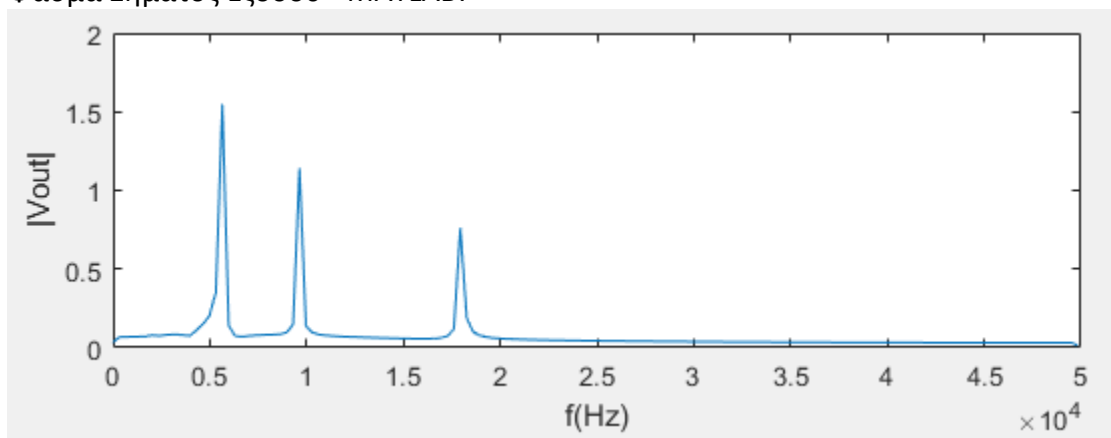
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει αυτό θα εξετάσουμε τα φάσματα και στο Multisim και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT.

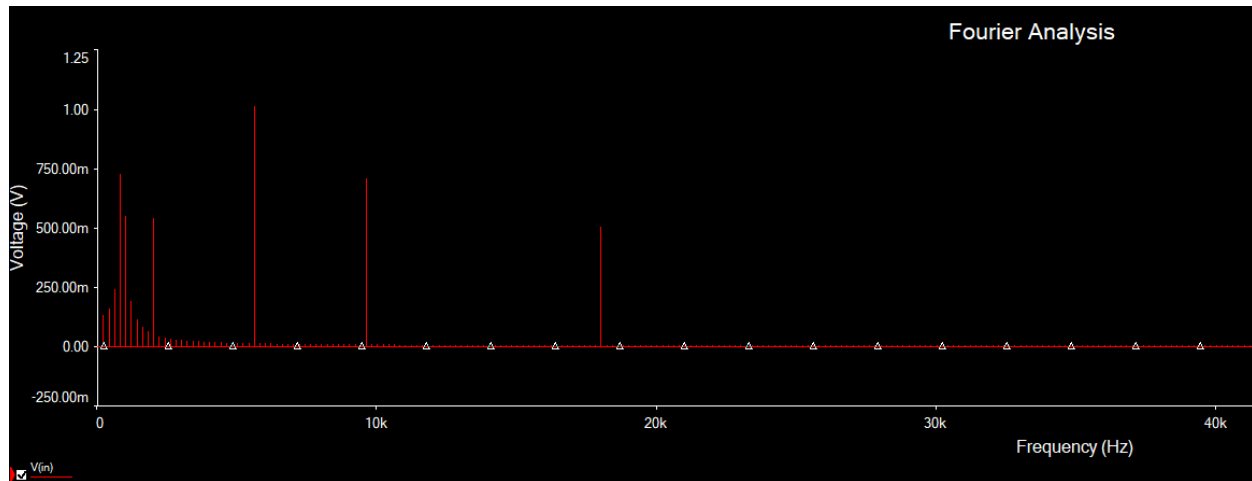
Φάσμα Σήματος Εισόδου - MATLAB:



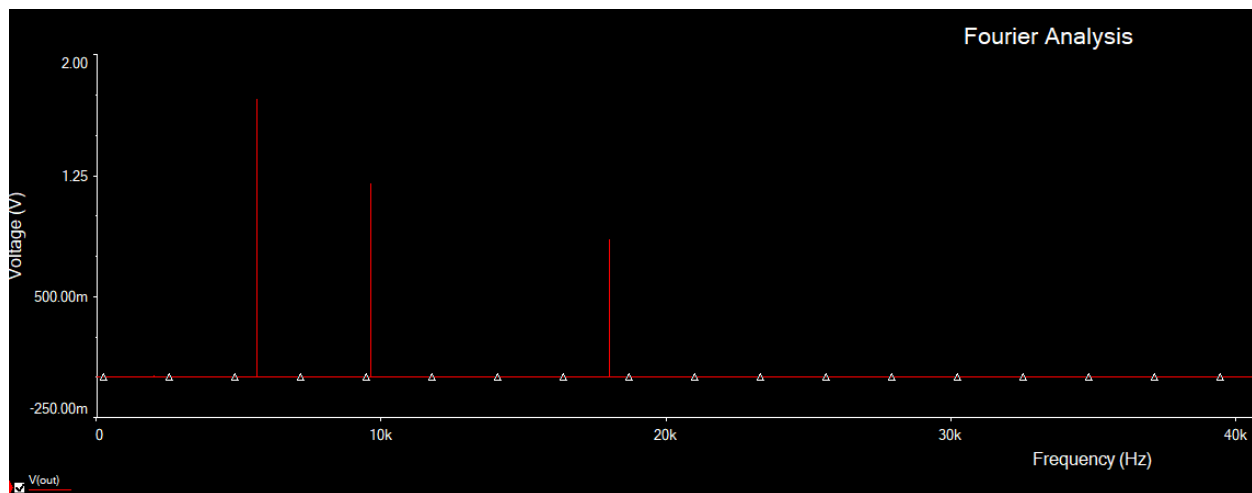
Φάσμα Σήματος Εξόδου - MATLAB:



Φάσμα Σήματος Εισόδου (fft) - MULTISIM:



Φάσμα Σήματος Εξόδου (fft) - MULTISIM:



Παρατηρούμε ότι και στο Matlab και στο Multisim οι ανώτερες αρμονικές που περνούν είναι στα 5.5kHz, 9.6kHz και 18kHz, δηλαδή περνάνε μόνο τρεις αρμονικές, ενώ όλες οι υπόλοιπες κόβονται. Αυτό είναι και το αναμενόμενο, διότι οι συχνότητες κάτω από την συχνότητα αποκοπής  $f_s$  δεν περνάνε σε ένα ανωδιαβατό φίλτρο.

Επομένως, σε ένα High Pass φίλτρο είναι λογικό να κόβονται οι dc συχνότητες.